AARHUS UNIVERSITET

Obligatorisk Matematisk Modellering Aflevering

Peter Burgaard - 201209175

March 4, 2015

1. Vis, at det kan antages, at variansen er den samme for de syv observationsrækker

$$M_0 : X_{ij} \sim\sim N(\mu_i, \sigma_i^2) \qquad , \qquad i = 1, ..., 7 \qquad , \qquad j = 1,2,3$$

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_7^2 = \sigma^2 \qquad , \qquad \sigma_1^2 \leftarrow s_{(i)}^2 \sim\sim \sigma_i^2 \chi^2(f_{(i)})/f_{(i)}$$

Vi laver en bartletts test:
Beregning af $-2lnQ(x)$

$$-2lnQ(x) = f_1 lns_1^2 - \sum_{i=1}^{k} f_{(i)} lns_{(i)}^2 = 7 * 2ln(62.14286) - \sum_{i=1}^{7} f_(i) ln() s_{(i)}^2)$$
$$= 57.8121 - 56.3413 = 1.4708 \sim\sim \chi^2(k-1)$$

Beregning af c:

$$c = 1 + \frac{1}{3(k-1)}((\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{f_{(i)}}) - \frac{1}{f_1}) = 1 + \frac{1}{3(7-1)}((\sum_{1}^{7} 1/2) - \frac{1}{14}) = \frac{25}{21}$$

Beregning af Ba:

$$Ba = \frac{-2ln(Q(x))}{c} = \frac{1.4708}{(\frac{25}{21})} = 1.235472 \sim\sim \chi(k-1)$$

Beregning af testsandsynlighed

$$P_{obs}(x) = 1 - F_{\chi^2(k-1)}(Ba) = 1 - \overbrace{[1\% - 2.5\%]}^{\text{ved opslag}} = [97.5, 99] > 5\%$$

Vi forkaster der ikke hypotesen!
Der opstilles ny model

$$M_1 : X_{ij} \sim\sim N(\mu_i, \sigma 2) \qquad , \qquad i = 1, ..., 7 \qquad , \qquad j = 1, 2, 3$$

2. Indtegn sammenhørende værdier af temperatur og impuls frekvens i et koordinatsystem og vurder ud fra tegningen rimeligheden af en lineær regression af impuls frekvens på temperatur.

Det optegnede koordinatsystem kan ses i sas-udskriften der er vedlagt som billag, under afsnitet "2) og 3) Optegning af graf og estimation af alpha og beta"

Der vurderes at punkterne florere omkring en ret linje, og har et bånd af nogenlunde konstant bredde.

3. Estimer parametrene i den lineære regression af impuls frekvens på temperatur, indtegn den estimerede regressionslinje i tegningen fra 2 og vis, at det kan antages, at middelværdien af impuls frekvensen afhænger lineært af temperaturen.

Vi estimere α og β

$$SPD_{xt} = SP_{xt} - \frac{S_x * S_t}{n} = 153773 - \frac{6068 * 525}{21} = 2073$$
$$SSD_t = USS_t - \frac{S_t^2}{n} = 13353 - \frac{525^2}{21} = 228$$
$$\beta \leftarrow \hat{\beta} = \frac{SPD_{xt}}{SSD_t} = \frac{2078}{228} = 9.0921 \sim\sim N(\beta, \frac{\sigma^2}{SSD_t})$$
$$\alpha \leftarrow \hat{\alpha} = \bar{x}. - \hat{\beta}\bar{t}. = \frac{1}{n}(S_x - \hat{\beta}S_t) = 61.6497 \sim\sim N(\alpha, \sigma^2(\frac{1}{n}) + \frac{\bar{t}.^2}{SSD_t})$$

Vi opstiller en ny hypotese:

$$H_1 : \mu_i = \alpha + \beta t_i$$

Vi tester. Beregning af forskellige værdier til F:

$$
\begin{aligned}
SSD_{02} &= SSD_x - \frac{SPD_{xt}^2}{SSD_t} && = 1089.02 \\
SSD_1 &= SSD_x ? SSD_t && = 870 \\
SSD_x &= USS_x - \frac{S_x^2}{n} && = 19937 \\
SSD_t &= USS_t - \frac{S_t^2}{n} && = 228 \\
SPD_{xt}^2 &= SSP_{xt} - \frac{S_x * S_t}{n} = 2073^2 && = 4298329 \\
f_{02} &= n - 2 = 7 - 2 && = 5 \\
f_1 &= \sum_{i=1}^{7} n_i - 1 = 7 * (3 - 1) && = 14 \\
s_1^2 &= \frac{\sum_{i=1}^{7} SSD_{(i)}}{\sum_{i=1}^{7} f_{(i)}} = \frac{870}{14} && = 62.1428571
\end{aligned}
$$

Beregning af teststørrelsen F:

$$F = \frac{\frac{SSD_{02} - SSD_1}{f_{02} - f_1}}{s_1^2} = \frac{\frac{1089.02 - 870}{19 - 14}}{62.1429} = 0.704891$$

Beregning af testsandsynlighed

$$P_{obs} = 1 - F_{F(5,14)}(0.704891) < 1 - \overbrace{[0\% - 50\%]}^{\text{ved opslag}} > 5\%$$

H_1 forkastes ikke, og vi opstiller derfor ny model:

$$M_2 : X_i \sim\sim N(\alpha + \beta t_i, \sigma^2) \qquad , \qquad i = 1, ..., 7$$

4. Undersøg, om det kan antages, at middelværdien af impuls frekvensen forøges med 10, når temperaturen forøges med 1 °C.

Vi opstiller en ny hypotese:

$$H_2 : \beta = \beta_0 = 10$$

$$t(\underline{x}) = \frac{\hat{\beta} - \beta_0}{\sqrt{\frac{s_{02}^2}{SSD_t}}} = \frac{9.0921 - 10}{\sqrt{\frac{57.31684}{228}}} = -1.81077 \sim\sim t(n-2)$$

$$s_{02}^2 = \frac{1}{f_{02}} SSD_{02} = \frac{1}{19} 1089.02 = 57.31684 \sim\sim \sigma\chi^2(f_{02})/f_{02}$$

Beregning af testsandsynligheden:

$$P_{obs}(\underline{x}) = 2\left[1 - F_{t(n-2)}(|t(\underline{x})|)\right] = 2\left[1 - \overbrace{[95\% - 97.5\%]}^{\text{ved opslag}}\right] = [5\%, 10\%] > 5\%$$

Vi forkaster derfor ikke hypotesen, og vi kan opstille en ny model

$$M_3 : X_i \sim\sim N(\alpha + \beta_0 t_i, \sigma^2)$$