

# Laboratorijas darba Nr. 3

## CIPARU FILTRI

## ATSKAITE

Mārtiņš Dundurs  
rect0 grupa, apl. nr.

2018. gada 15. janvārī

## 1 DARBA MĒRĶI

Šī darba mērķis ir izpētīt divu veidu ciparu filtrus - FIR un IIR, kā arī noskaidrot to impulsa reakcijas un kā tie pielietojami harmoniska signāla apstrādē.

## 2 TEORĒTISKAIS PAMATOJUMS

Iepriekšējā darbā mēs noskaidrojām ka diskrēta signāla spektrs ir periodisks un tātad bezgalīgs. Lai varētu signālu praktiski izmantot, mums ir nepieciešams tā frekvenču apgabalu ierobežot. To var darīt ar ciparu filtriem, vispirms analogo signālu pārveidojot par ciparu signālu ar ADC ierīces palīdzību, tad ciparu signālu apstrādājot, un visbeidzot jauno ciparu signālu pārveidojot atpakaļ par analogu ar DAC ierīci.

Digitāla signāla apstrādi var veikt ar ciparu filtriem, kuri ierobežo signāla frekvenču apgabalu. Mēs apskatīsim divu veidu ciparu filtrus - FIR (Finite Impulse Reaction) un IIR (Infinite Impulse Reaction).

### 2.1 FIR - Nerekursīvie ciparu filtri

Nerekursīvs filtrs ir tāds filtrs, kurš izejas signāla aprēķinā neizmanto iepriekšējās izejas signāla vērtības, bet gan ir tikai atkarīgs no iepriekšējām ieejas vērtībām. Izejas signālu laika telpā var aprēķināt pēc sekojoša diferencu vienādojuma, ko sauc par *diskrēto konvolūciju*.

$$y(n) = \sum_{k=0}^N x(k)h(n-k) = \sum_{k=0}^N h(k)x(n-k) \quad (1)$$

Izejas signālu var aprēķināt arī pēc sekojošās izteiksmes:

$$y(n) = \dot{X}(n)e^{j\omega n T_d} \sum_{k=0}^N h(k)e^{-j\omega k T_d},$$

kur summa ir

$$\dot{H}(\omega) = b_0 + b_1 e^{-j\omega 1 T_d} + b_2 e^{-j\omega 2 T_d} + \dots + b_N e^{-j\omega N T_d}. \quad (2)$$

Šī summa ir kompleksā pārvades funkcija. Tātad, lai definētu filtru, pietiek izveidot polinoma (2) koeficientu  $b_k$  vektoru. Šāda filtra impulsa reakcija būs  $h(n)$ .

### 2.2 IIR - Rekursīvie ciparu filtri

Rekursīvie filtri izmanto kā ieeju ne tikai ieejas signālu, bet arī iepriekšējos izejas signālus. Lai atrastu komplekso pārvades funkciju rekursīviem filtriem, izmanto diferencu vienādojuma vispārīgo formu.

$$y(n) = \sum_{k=0}^M a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^N b_k x(n-k), \quad M \geq N \quad (3)$$

Rezultātā ir izvedināma sekojošā izteiksme.

$$\dot{H}(\omega) = \frac{b_0 + b_1 e^{-j\omega 1 T_d} + b_2 e^{-j\omega 2 T_d} + \dots + b_N e^{-j\omega N T_d}}{1 - (a_0 + a_1 e^{-j\omega 1 T_d} + a_2 e^{-j\omega 2 T_d} + \dots + a_M e^{-j\omega M T_d})} \quad (4)$$

Redzam, ka, lai definētu rekursīvu ciparu filtru mums būs nepieciešami divi vektori -  $b_k$  un  $a_k$ . Mūsu darbā mēs definēsim filtru šādā veidā, bet, lai aprēķinātu izejas signālu, mums vajadzēt sākumā atrast šīs kompleksās pārvades funkcijas definētā filtra impulsa reakciju. Kā jau bija nojaušams pēc akronīma IIR, rekursīviem filtriem impulsa reakcija būs bezgalīga.

## 3 DARBA GAITA UN REZULTĀTI

### 3.1 Filtru projektēšana

Mūsu pirmais uzdevums bija izveidot mums nepieciešamos filtrus. MatLab piedāvā filtru projektēšanas rīku `fdatool`, kas ļauj grafiskā saskarnē iestatīt visus mums nepieciešamos filtra uzvedības parametrus.  $F_s = 60\text{ MHz}$  - diskretizācijas frekvence;  $F_{pass} = 14\text{ MHz}$  - caurlaides frekvenču joslas beigas;  $F_{stop} = 16\text{ MHz}$  - bloķēšanas frekvenču joslas sākums. Iestatot šos parametrus un izveidojot filtru, mēs izvēlējamies saglabāt koeficientus B1 FIR filtram un B2 un A2 IIR filtram failos `FIR.mat` un `IIR.mat`. Lai lietotu šos filtrus mūsu algoritmā mums atlika tikai ielādēt šos failus ar `load('FIR.mat');`; `load('IIR.mat');`;

### 3.2 Filtru impulsa reakciju iegūšana

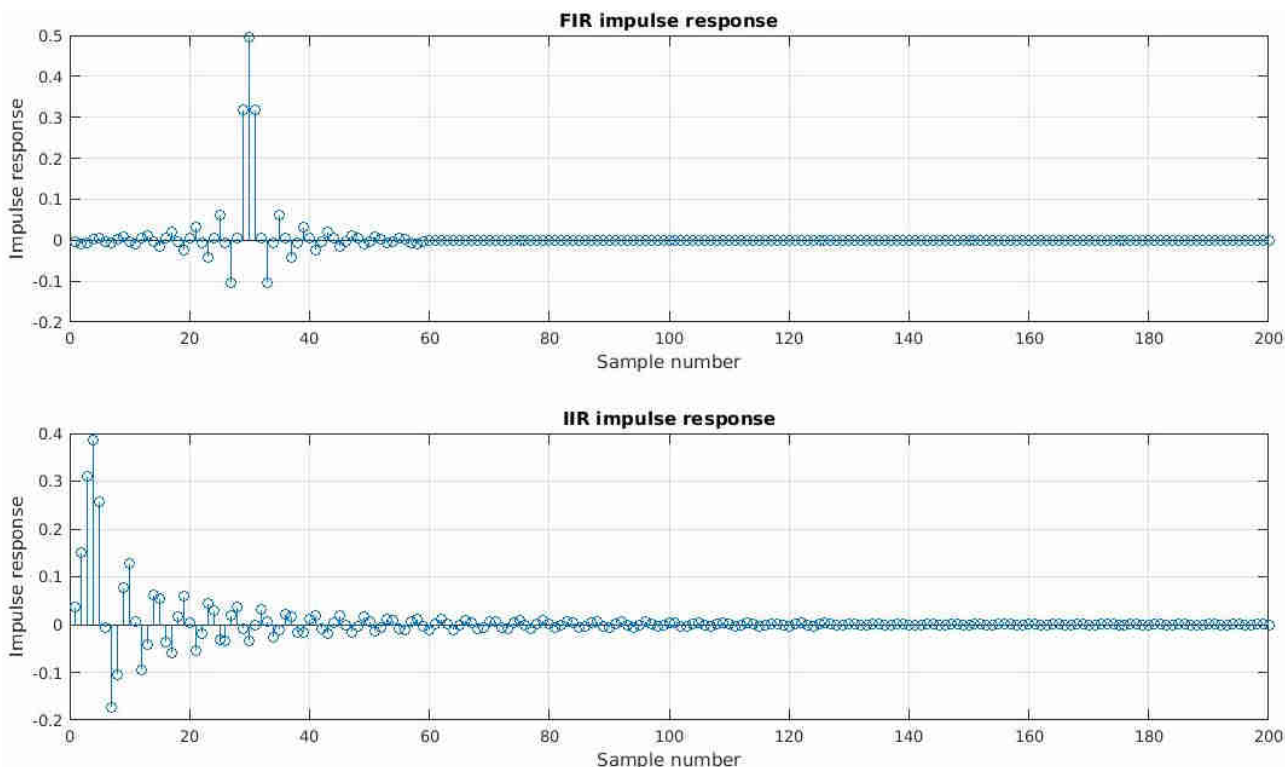
Lai aprēķinātu izejas signālu pēc (1) un (2) izteiksmes mums ir nepieciešama impulsa reakcija  $h(k)$ . Mēs šajā darbā, lai atrastu izejas signālu izmantojām ātrāku rīku, tomēr IR attēlosim uzskatei. IR mēs atradīsim ar MatLab funkciju `filter()`, bet tai ir nepieciešams norādīt uz kādu signālu reakcijai jānotiek. Tā kā mēs sākumā vēlamies IR, tad mums ir jākonstruē *impulss*. Lai konstruētu impulsa signālu `x0` mēs sākumā radījām nulļu vektoru ar mums nepieciešamo garumu 200. Un pēc tam iestatījām šī vektora pirmo koordināti kā 1. Rezultāts ir impulsa signāls.

```
x0 = zeros(1,N);
x0(1) = 1;
```

Lai aprēķinātu impulsa reakciju mēs izmantosim `filter()` funkciju. Jānorāda, ka FIR filtra gadījumā otrā koeficienta vietā mēs norādām 1, jo pamatojoties uz (2) formulu, saucējs neparādās.

```
h_FIR = filter(B1,1,x0);
h_IIR = filter(B2,A2,x0);
```

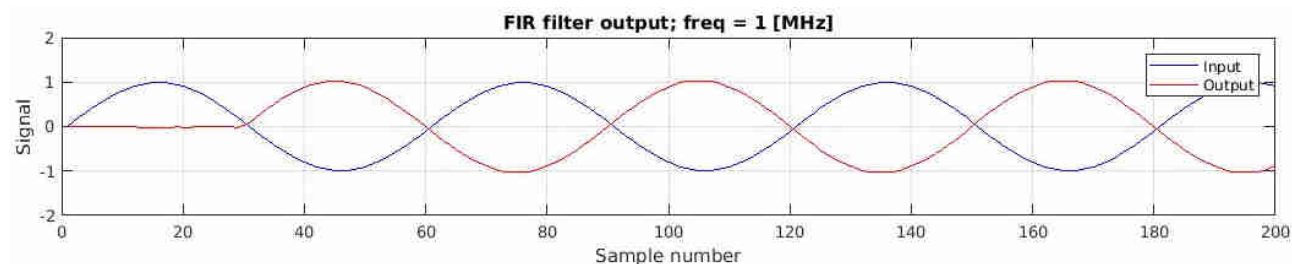
Tagad varam attēlot abas IR.



### 3.3 Harmoniska signāla filtrēšana

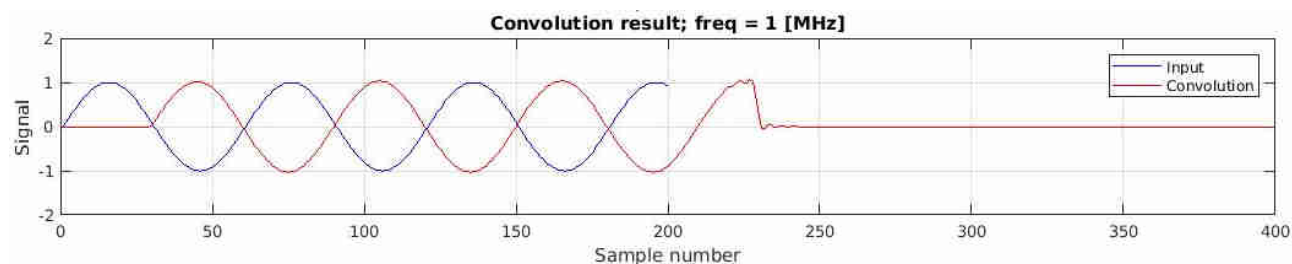
Tādā pašā veidā mēs varam filtru pielietot uz harmoniska ieejas signāla  $x(n)$ . Mēs šim signālam izveidojam normalizētu frekvenci  $f/Fd$  un sākam ar  $f = 1 \text{ MHz}$ .

```
W = 2*pi*f/Fd;  
n = 0:N-1;  
x = sin(W*n);
```

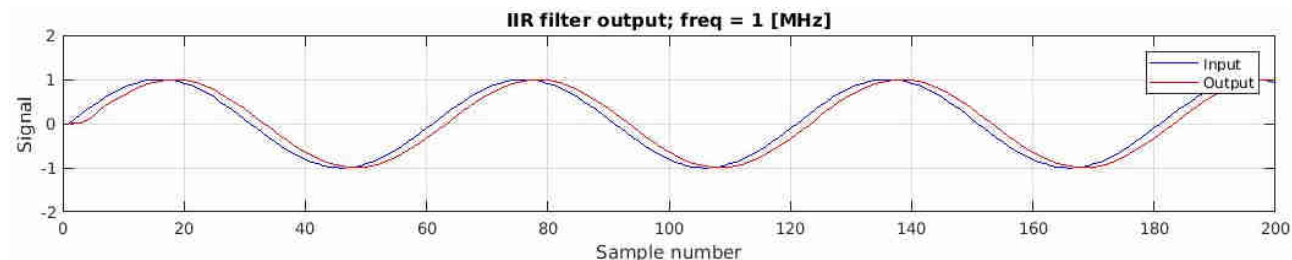


Mēs redzam, ka izejas signāls gandrīz nezaudē neko no ieejas signāla kvalitātes, izņemot to, ka tas atpaliek par vienu pusperiodu laikā. Lai labāk saprastu kā notiek izejas signāla veidošanās aprēķināsim izejas signālu pēc (1) formulas izmantojot MatLab konvolūcijas funkciju un attēlosim laika grafiku plašākā diapazonā.

```
y2 = conv(x,h_FIR);
```

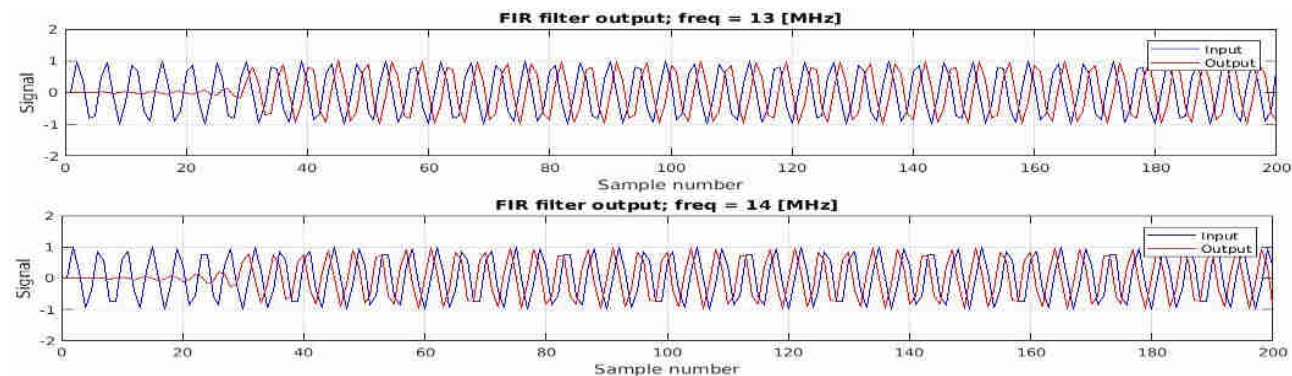


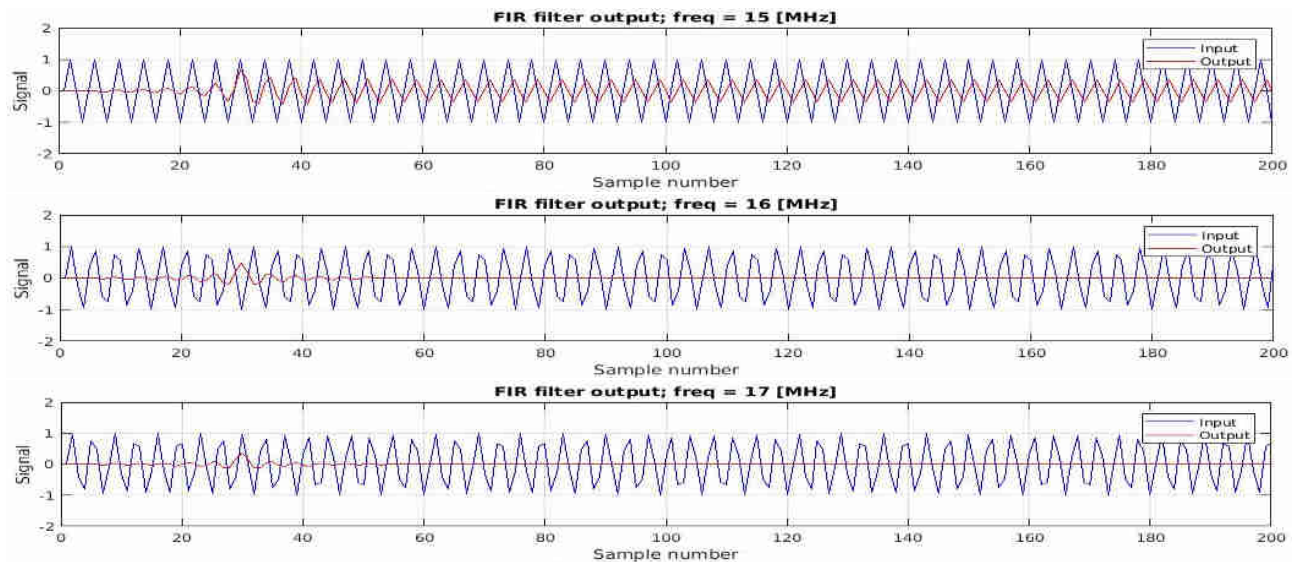
Mēs redzam, ka izejas signāls beidzas tāpat kā sākas ar pusperioda nokavēšanos. Nākamais attēls ir IIR filtram.



\*paskaidrot kā IIR uzvedas\* Redzam, ka IIR filtrs no signāla atpaliek tikai nedaudz. Tagad varam arī redzēt sakarību starp mūsu filtru IR un izejas signālu. IR redzam ka impulsa maksimums FIR filtram ir vēlāk nekā IIR filtram, kas sakrīt arī ar izejas signāla fāzes pārbīdi.

Filtra reģionu starp  $F_{pass}$  un  $F_{stop}$  sauc par pārejas joslu, jo izejas signāls, mainot frekvences šajā joslā, tajā pakāpeniski samazina amplitūdu līdz visbeidzot, sasniedzot  $F_{stop}$  tiek pilnīgi apslāpēts. Apskatīsim 13..17 MHz harmoniskos signālus.





Redzam, ka izejas signālā ir sinc formas impulsi. Proti, signāls ir aperiodisks kaut arī ieejas signāls ir periodisks. Šāda signāla forma saglabāsies līdz pat nolašu teorēmas nosacījuma robežai  $F_d/2$ .

## 4 SECINĀJUMI

Esam noskaidrojuši kā mainās izejas signāls, laižot cauri zemfrekvenču FIR un IIR filtriem harmonisku signālu. Ar šādiem filtriem mēs varam apslāpēt noteiktas augstās frekvences, izvēloties atbilstošas  $F_{pass}$  un  $F_{stop}$  frekvences. IIR filtrs atšķirībā no FIR izraisa bezgalīgu IR, bet šādu nestabilitāti var novērst izvēloties atgriezeniskās saites pastiprinājuma koeficientu zemāku par 1.

## 5 PIELIKUMI

Pielikumā jābūt sekojošiem failiem:

```
FIR.mat
IIR.mat
lab03.m
run_m_file.m
```

Lai palaistu frekvenču pārbaudi, jāpalaiž fails `run_m_file.m`. Pēc noklusējuma tas pārbaudīs frekvences no 1 līdz 35  $MHz$ . Lai iestatītu kādu atsevišķu frekvenci, jādefinē darbatelpā mainīgais `freq [MHz]` un jāpalaiž fails `lab03.m`.