# Elektrība un Magnētisms Mājas darba

ATSKAITE

Mārtiņš Dundurs RECT0

Aprīlis 2017

## 1 I uzdevums

### 1.1 Rezistors (R)

Rezistors ir pasīvs divpolu ķēdes elements, kurš izkliedē energiju siltuma veidā pēc **Džaula-Lenca likuma**. Rezistoru kā idealizētu elementu lieto, lai simboliski apzīmētu ķēres zara pretestību. Praktiski rezistorus lieto, lai ierobežotu zarā plūstošo strāvu un dalītu spriegumu. Ir arī daudzi citi pielietojumi. Pretestības galvenais raksturlielums ir omiskā pretestība, ko SI sistēmā mēra omos  $(\Omega)$ . Oma likuma forma rezistoram:

$$U = IR$$

## 1.2 Kondensators (C)

Kondensators ir pasīvs divpolu ķēdes elements, kurš uzkrāj energiju elektriskā lauka formā. Tas tiek panākts polarizējot dielektriķi, kurš ievietots starp divām vadītāju plāksnēm ar sprieguma starpību. Kondensatora galvenais raksturlielums ir kapacitāte - ķermeņa spēja uzkrāt elektrisko lādiņu. To SI sistēmā mēra farados (F). Oma likums kondensatoram ir sarežgītāks:

$$U = IZ, \ Z = -jX_C, \ X_C = \frac{1}{\omega C}$$

Ši Oma likuma forma ir ideālam kondensatoram, kuram iekšējā (aktīvā) pretestība R=0. Reālam mēs rakstītu  $Z=R-jX_C$ . Momentānajā sprieguma un strāvas vērtībām Oma likums kondensatoram ir sekojošs:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}; \quad u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt$$

### 1.3 Induktivitātes spole (L)

Induktivitātes spole ir pasīvs divpolu ķēdes elements, kurš uzkrāj energiju magnētiskā lauka formā. Tas tiek panākts ar strāvu, kura, spoles tinumos palielinoties, inducē magnētisko lauku. Šis magnētiskai lauks savukārt rada pašindukcijas EDS, kas izraisa strāvas plūsmu pretējā virzienā. Rezultējošā strāva nespēj pieaugt un rezultātā spolē ir saglabāta energija. Kad avota strāva tiecas samazināties, spole iepriekš uzkrāto energiju izmanto, lai tagad veicinātu strāvu avota strāvas virzienā. Induktivitātes spoles galvenais raksturlielums ir induktivitāte, ko SI sistēmā mēra henrijos (H). Oma likums:

$$U = IZ, \ Z = jX_L, \ X_L = \omega L$$

Reālai spolei ir iekšējā pretestība -  $Z=R+jX_L$ . Momentānajām sprieguma un strāvas vērtībām Oma likums spolei ir sekojošs:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}; \quad i_L = \frac{1}{L} \int u_L dt$$

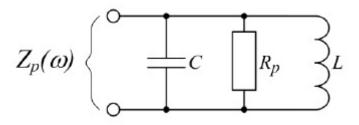
#### 1.4 RCL kontūra svārstību process paralēlā slēgumā

Paralēlā slēgumā kontūrā kopējā strāva sadalīsies trīskomponentēs - katrā R, C un L zarā tā atšķirsies. Uz katra elementa būs vienāds spriegums, vienīgi uz kondensatora tas atpaliks par 90° fāzi. Tāpat par 90° fāzi atpaliks strāva, kas plūst spoles zarā. Pašrezonanses formula paralēlā slēgumā darbojas, ja labums ir lielāks par 10. Proti, iekšējās pretestības ir nenozīmīgas.

#### 1.5 RCL kontūra svārstību process virknes slēgumā

Virknes slēgumā caur visiem elementiem plūdīs viena un tā pati strāva. Sprieguma kritums uz katra elementa atšķirsies. Fāzes nobīde notiks atkarībā no elementu secības - uz kondensatora atpaliks spriegums, bet uz spoles fāzē atpaliks strāva.

## 2 II uzdevums



$$C = 4700 \ pF$$

$$L = 80 \ mH$$

$$R_p = 100 \ k\Omega$$

$$Q_p = \frac{R_p}{2\pi f_0 L} = 24.2384$$

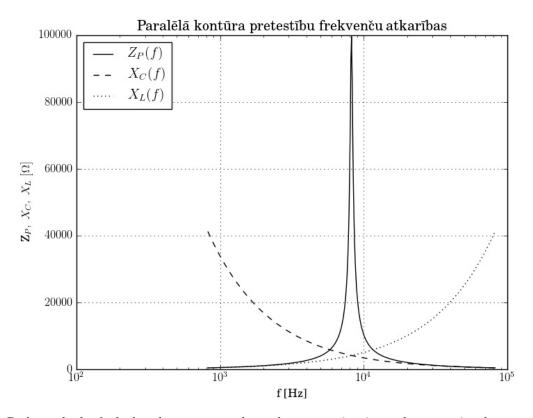
$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = 8.2078 \ [kHz]$$

$$Z_p(f) = \frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{R_p})^2 + (\frac{1}{2\pi fL} - 2\pi fC)^2}}$$

$$X_L(f) = 2\pi fL$$

$$X_C(f) = \frac{1}{2\pi fC}$$

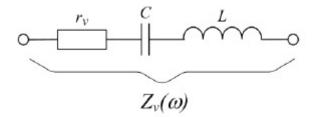
Uzzīmēsim pēdējo trīs funkciju grafikus intervālā no  $0.1f_0$  līdz  $10f_0$ . Frekvences asi graduēsim logaritmiskajā mērogā.



Redzam, ka brīdī, kad reaktīvās pretestības sakrīt, tām vienai otru kompensējot, kontūra pilnā pretestība iegūst savu maksimālo vērtību, kura ir vienāda ar  $R_p$ .

	$f_1 = 0.1f_0$	$f_4$	$f_6 = f_0$	$f_8$	$f_{11} = 10f_0$
$f_i, [kHz]$	0.8208	5.7455	8.2078	24.6234	82.0779
$f_i/f_0$	0.1	0.7	1	3	10
$\omega, [kHz]$	5.1571	36.0997	51.5711	154.7132	515.7106
$X_L, [k\Omega]$	0.4126	2.888	4.1257	12.3771	41.2568
$X_C, [k\Omega]$	41.2568	5.8938	4.1257	1.3752	0.4126
$\Delta X = X_L - X_C, \ [k\Omega]$	-40.8443	-3.0059	$1.7165 \cdot 10^{-14}$	11.0018	40.8443
$Y_C = 1/X_C, \ [mS]$	0.0242	0.1697	0.2424	0.7272	2.4238
$Y_L = 1/X_L, \ [mS]$	2.4238	0.3463	0.2424	0.0808	0.0242
$\Delta Y = Y_C - Y_L, \ [mS]$	2.3996	0.6464	$1.4639 \cdot 10^{-15}$	-0.1766	-2.3996
$Z_p(f), [k\Omega]$	0.4167	5.6536	100	1.5469	0.4167
$I_p(f), [mA]$	2.3996	0.1769	0.01	1.6621	2.3996

# 3 III uzdevums

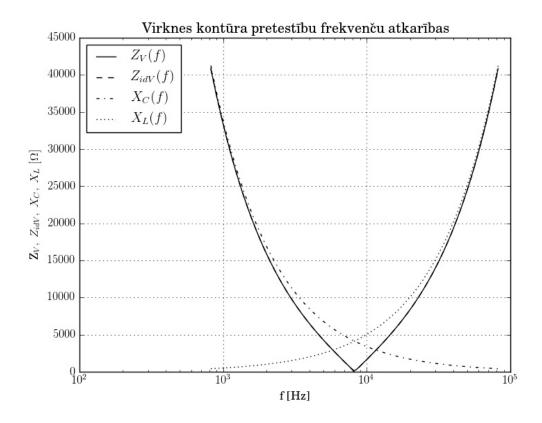


$$Q_{V} = Q_{P}$$

$$r_{V} = \frac{2\pi f_{0}L}{Q_{V}} = 170.2128 \ [\Omega]$$

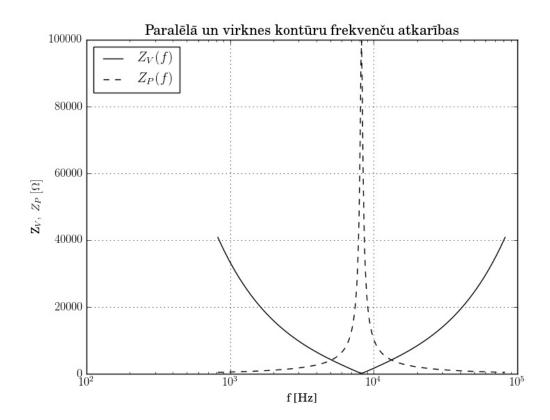
$$Z_{V} = \sqrt{r_{V}^{2} + (X_{L} - X_{C})^{2}}$$

$$Z_{idV} = |X_{L} - X_{C}|$$



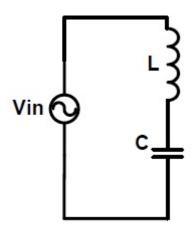
	$f_1 = 0.1 f_0$	$f_4$	$f_6 = f_0$	$f_8$	$f_{11} = 10f_0$
$f_i, [kHz]$	0.8208	5.7455	8.2078	24.6234	82.0779
$f_i/f_0$	0.1	0.7	1	3	10
$Z_V(f), [k\Omega]$	40.8446	3.0107	0.1702	11.0031	40.8446
$Z_{idV}(f), [k\Omega]$	40.8443	3.0059	$1.7165 \cdot 10^{-14}$	11.0018	40.8443
$I_V(f), [mA]$	0.0245	0.3322	5.875	0.0909	0.0245

Salīdzināsim paralēlā un virknes kontūra pretestību atkarību no frekvences sekojošajā grafikā:



# 4 Papilduzdevumi

## 4.1 5. papilduzdevums

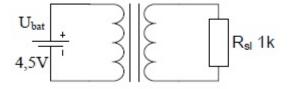


$$Vin = 3$$
 [V];  $L = 100$  [mH];  $C = 4.7$  [ $\mu$ F];  $f = 100$  [Hz] 
$$I = \frac{Vin}{Z}; Z = |X_C - X_L|; X_C = \frac{1}{2\pi f C}; X_L = 2\pi f L$$
$$I = 10.8776$$
 [mA]

Šajā virknes slēguma kontūrā strāva palielināsies līdz kādai rezonanses frekvencei, kuru sasniedzot, tā tieksies uz bezgalību. Rezonanses frekvenci kontūrs sasniegs, kad  $X_C = X_L$ . Pēc rezonanses frekvences sasniegšanas, ja to turpina palielināt, strāvas stiprums samazināsies. Šāds kontūrs, protams, ir ideāls. Reālā kontūrā jābūt pretestībai, kurai jābūt pietiekami lielai, lai strāva nesasniegtu tik augstu vērtību, pie kuras komponentes sadegtu.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 232.1513 \ [Hz]$$

## 4.2 15. papilduzdevums



 $T\bar{a}$  kā transformatoram ir pieslēgts līdzsprieguma avots (baterija), tad transformators nespēs darboties - lai transformatorā norisinātos indukcija, tam ir nepieciešams maiņspriegums. Rezultātā pie esošās shēmas uz slodzes  $R_{sl}$  sprieguma nebūs.

## 5 Pielikums

## 5.1 Python kods

```
# Autors: Mārtiņš Dundurs, rect0
# Apl.nr. 041REB338
#!/usr/bin/env python3
#coding=utf-8
from cmath import pi, sqrt
import numpy as np
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
plt.rcParams['text.usetex'] = True
plt.rcParams['text.latex.unicode'] = True
plt.rcParams['font.family'] = 'serif'
C = 4700*10**(-12)

L = 80*10**(-3)

RP = 100*10**(3)

f0 = 1/(2*pi*pow(L*C,1/2))

Qp = RP/(2*pi*f0*L)
# Izveidosim frekvenču asi un atliksim vērtības no 0.1*f0 līdz 10*f0 ar 1k soļiem. f = np.linspace(0.1*f0,10*f0,1000)
# Uzrakstām pretestību frekvenču atkarību funkcijas

XC = 1/(2*pi*f*C)

XL = (2*pi*f*L)

ZP = 1/(((1/(RP**2))+(((1/(2*pi*f*L))-(2*pi*f*C))**2))**(1/2))
# Zīmējam grafiku
par = plt.figure(1)
plt.subplot(111)
Zēfpit = plt.plot(f,ZP, 'k-', linestyle='-', label=r'{$Z_P(f)$}')
# Frekvenču asi atliksim pēc logaritmiskā mēroga plt.xscale('log')
plt.title(r'{Paralēlā kontūra pretestību frekvenču atkarības}')
plt.xlabel("f', [ht]")
plt.ylabel("Z.P.\ X.C.\ X.L\ [\Qmega]")
plt.legend(loc='upper left')
plt.grid(True)
plt.show()
#plt.close()
# 3. UZDEVUMS
# APRĒĶINI PRIEKŠ TABULAS

rv = (2*pi*f0*L)/Qp

Zv = ((rv**2)+((XL-XC)**2))**(1/2)

Zidv = abs(XL-XC)
# Zīmējam grafiku
# Frekvenču asi atliksim pēc logaritmiskā mēroga plt.xscale('log')
plt.title(r'{Virknes kontūra pretestību frekvenču atkarības}')
plt.xlabel("f\ [Hz]")
plt.ylabel("Z_V, Z_{idV}, \ X_C, \ X_L\ [\Omega]")
plt.legend(loc='upper left')
plt.grid(True)
plt.show()
#plt.close()
```

```
plt.subplot(111)
ZPfplt = plt.plot(f,ZP, 'k-', linestyle='--', label=r'{$Z_P(f)$}')
# Frekvenču asi atliksim pēc logaritmiskā mēroga
plt.xscale('log')

plt.title(r'{Paralēlā un virknes kontūru frekvenču atkarības}')
plt.xlabel("f'([Hz]")
plt.ylabel("Z,V, Z_P)[\Omega]")
plt.legend(loc='upper left')
plt.grid(True)
plt.show()
#plt.close()
```

## 5.2 SMath Studio darba lapas

#### 2. uzdevums

$$C:=4700pF \qquad L:=80mH \qquad \qquad R_{p}:=100ohm\cdot10^{3}$$
 
$$f_{0}:=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{L\cdot C}}=8.2078kHz \qquad \qquad Q_{p}:=\frac{R_{p}}{2\cdot\pi\cdot f_{0}\cdot L}=24.2384$$
 
$$U_{ef}:=1V$$

#### Koeficiens fi/f0 no 0.1 līdz 1

#### Koeficiens fi/f0 no 1 līdz 10

2.3996

0.4167

#### 3. uzdevums

$$Q_{V} := Q_{D} = 24.2384$$

$$r_{V} := \frac{2 \cdot \pi \cdot f_{0} \cdot L}{\frac{Q}{V}} = 170.2128\Omega$$

#### Koeficiens fi/f0 no 0.1 līdz 1

#### Koeficiens fi/f0 no 1 līdz 10

#### 5. papilduzdevums

$$Vin = 3V$$

$$L = 100 mH$$

$$C := 4.7 \mu F$$

$$f = 100 Hz$$

$$X_{C} := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = 338.6275 \Omega$$

$$X_{\text{T}} := 2 \cdot \pi \cdot \text{f} \cdot \text{L} = 62.8319 \Omega$$

$$Z = \begin{vmatrix} x_C - x_L \end{vmatrix} = 275.7957\Omega$$

$$I = \frac{\text{Vin}}{7} = 10.8776 \text{mA}$$

$$f = 200 Hz$$

$$X_{C} := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = 169.3138\Omega$$

$$X_{L} := 2 \pi \text{ f L} = 125.6637 \Omega$$

$$Z = \begin{vmatrix} x_C - x_L \end{vmatrix} = 43.6501 \Omega$$

$$I = \frac{\text{Vin}}{7} = 68.7284 \text{ mA}$$

$$X_{C} := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = 145.9601\Omega$$

$$X_{L} := 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 145.7699 \Omega$$

$$Z := \begin{vmatrix} X_C - X_L \end{vmatrix} = 0.1902 \Omega$$

$$I = \frac{Vin}{Z} = 15768.9926 \text{ mA}$$

$$f0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = 232.1513 Hz$$

## 15. papilduzdevums

$$U_{\text{bat}} := 4.5 V$$