

Laboratorijas darba Nr. 6  
PĀREJAS PROCESU IZPĒTE RC, RL un RLC ĶĒDĒS  
**ATSKAITE**

Izpildīts brigādes Nr. 1 (Monta Daugaviete, Mārtiņš Dundurs, Jānis Kavarskis) sastāvā

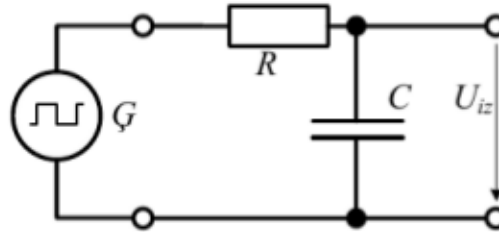
Mārtiņš Dundurs  
rect0 grupa, apl. nr.

2017. gada 11. decembrī

## 1 DARBA MĒRĶIS

Šī laboratorijas darba mērķis ir izpētīt pārejas procesus aperiodiskās un svārstību ķēdēs pie dažādiem to elementu parametriem.

## 2 RC ĶĒDE



### 2.1 Ķēdes vienādojums

$$Ri(t) + u_C(t) = U_m; i(t) = C \frac{d}{dt} u_C(t); CR \frac{d}{dt} u_C(t) + u_C(t) = U_m; u_C(t) = g(t)h(t) \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} u_C(t) = g(t) \frac{d}{dt} h(t) + h(t) \frac{d}{dt} g(t); CR \left( g(t) \frac{d}{dt} h(t) + h(t) \frac{d}{dt} g(t) \right) + g(t)h(t) = U_m \quad (2)$$

$$CRg(t) \frac{d}{dt} h(t) + CRh(t) \frac{d}{dt} g(t) + g(t)h(t) = U_m; CRh(t) \frac{d}{dt} g(t) + \left( CR \frac{d}{dt} h(t) + h(t) \right) g(t) = U_m \quad (3)$$

$$CR \frac{d}{dt} h(t) + h(t) = 0; CR \frac{d}{dt} h(t) = -h(t); \frac{d}{dt} h(t) = -\frac{h(t)}{CR}; \frac{\frac{d}{dt} h(t)}{h(t)} = -\frac{1}{CR}; \int \frac{1}{h(t)} dt = \int -\frac{1}{CR} dt \quad (4)$$

$$\ln(h(t)) = -\frac{t}{CR}; h(t) = e^{-\frac{t}{CR}}; CRh(t) \frac{d}{dt} g(t) = U_m; CR e^{-\frac{t}{CR}} \frac{d}{dt} g(t) = U_m; \frac{d}{dt} g(t) = \frac{U_m e^{\frac{t}{CR}}}{CR} \quad (5)$$

$$\int \frac{d}{dt} g(t) dt = \int \frac{U_m e^{\frac{t}{CR}}}{CR} dt; g(t) = \int \frac{U_m e^{\frac{t}{CR}}}{CR} dt; g(t) = \frac{U_m}{CR} \int e^{\frac{t}{CR}} dt; g(t) = A + U_m e^{\frac{t}{CR}} \quad (6)$$

$$u_C(t) = g(t)h(t); h(t) = e^{-\frac{t}{CR}}; u_C(t) = \left( A + U_m e^{\frac{t}{CR}} \right) e^{-\frac{t}{CR}}; u_C = A e^{-\frac{t}{CR}} + U_m; u_C(0) = -U_m \quad (7)$$

$$-U_m = A + U_m; A = -2U_m; \tau = CR \quad (8)$$

$$u_C(t) = U_m(1 - 2e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ (Pārejas procesa vienādojums - spriegums uz kondensatora)} \quad (9)$$

$$u_R(t) = U_m - u_C(t); u_R(t) = -U_m(1 - 2e^{-\frac{t}{\tau}}) + U_m; u_R(t) = 2U_m e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ (Spriegums uz rezistora)} \quad (10)$$

$$i = \frac{1}{R} u_R(t); i_{RC}(t) = \frac{2U_m}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ (Strāva ķēdē)} \quad (11)$$

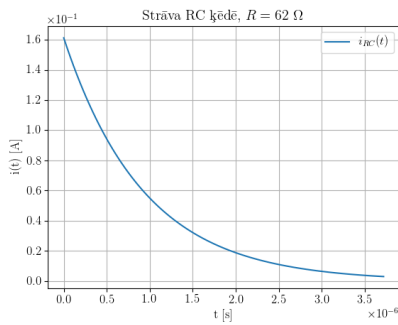
Ķēdes laika konstanti  $\tau$  atrodam pēc formulas:  $\tau = RC$ . Ja pārejas procesa ilgumu nosakam pie  $4\tau$ , tad to atrodam pēc formulas  $t_p = 4RC$ .

## 2.2 RC ķēdes aprēķinu rezultāti

$R = 62 \Omega$	$t = 0$	$t = \tau$	$t = 2\tau$	$t = 3\tau$	$t = 4\tau$
$t [ms]$	0	0.0009	0.0019	0.0028	0.0037
$i [mA]$	161.2903	59.3354	21.8283	8.0302	2.9541
$u_R [V]$	10	3.6788	1.3534	0.4979	0.1832
$u_C [V]$	-5	1.3212	3.6466	4.5021	4.8168
$R = 3.3 k\Omega$	$t = 0$	$t = \tau$	$t = 2\tau$	$t = 3\tau$	$t = 4\tau$
$t [ms]$	0	0.0495	0.099	0.1485	0.198
$i [mA]$	3.0303	1.1148	0.4101	0.1509	0.0555
$u_R [V]$	10	3.6788	1.3534	0.4979	0.1832
$u_C [V]$	-5	1.3212	3.6466	4.5021	4.8168
$R = 25.3 k\Omega$	$t = 0$	$t = \tau$	$t = 2\tau$	$t = 3\tau$	$t = 4\tau$
$t [ms]$	0	0.3795	0.759	1.1385	1.518
$i [mA]$	0.3953	0.1454	0.0535	0.0197	0.0072
$u_R [V]$	10	3.6788	1.3534	0.4979	0.1832
$u_C [V]$	-5	1.3212	3.6466	4.5021	4.8168

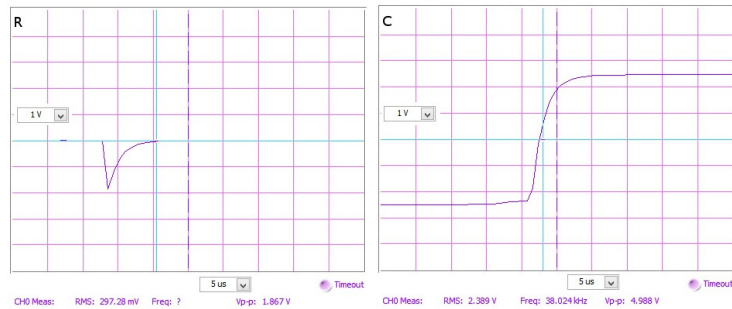
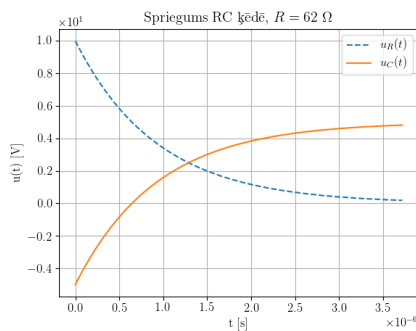
Aprēķinu skatīt pielikumā.

## 2.3 Iegūtie grafiki pēc teorētiskām formulām un atbilstošās eksperimenta oscilogrammas

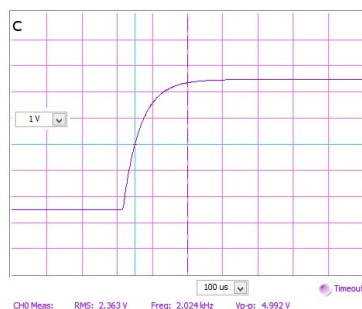
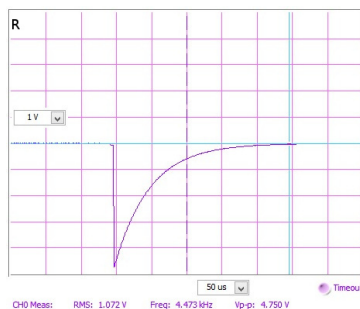
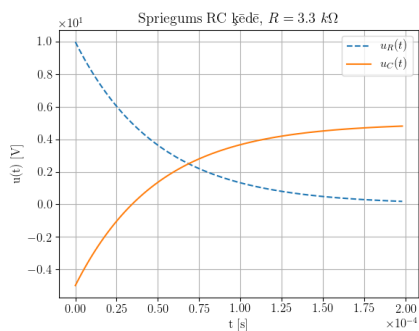


Sekojošajās diagrammās pirmā pa kreisi ir teorētiskā spriegumu diagramma, kas iegūta tieši no aprēķina. Atbilstošajās eksperimenta oscilogrammās burti "R", "C" un "L" norāda atbilstošo elementu, uz kura tā uzņemta. Pārsvarā uzņemtajās oscilogrammās ir izmantota pretēja mērīšanas polaritāte. Atsevišķos gadījumos izmantota pretēja polaritāte vienas ķēdes mērījumu ietvaros. Tāpat vienas ķēdes mērījumu ietvaros ne vienmēr izmantots viens un tas pats pietuvinājums laikā ( $t$ ) un amplitūdā ( $u$ ). Šo iemeslu dēļ atsevišķi komentēsim katru parametru samērojamību, piemēklējot atbilstošo polaritāti teorētiskajai. Eksperimentā tika izmantota arī cita avota amplitūda - 2.5 V 5 V vietā. Oscilogrāfa norādītā  $V_p - p$  ir t.s. "peak-to-peak" spriegums. Tas mūs netraucēs

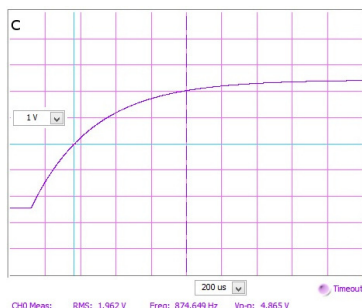
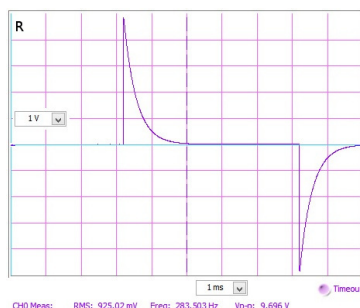
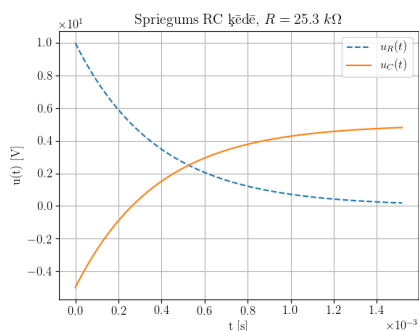
salīdzināt rezultātus, jo teorētiski, kā redzams pēc aprēķinu formulām, mērāmie spriegumi ir tieši proporcionāli avota spriegumam. Mēs, analizējot rezultātus, ievērosim ka  $5 \rightarrow 2.5$  V.



Šajā mērījumā nav ievērota vienota polaritāte uz pretestības un kondensatora. Pārejas procesa ilgums teorētiski  $\approx 4 \mu s$ , eksperimentā  $< 5 \mu s$ . Amplitūda teorētiski kondensatoram mainās no  $-5$  līdz  $5$  V. Atbilstoši eksperimentā no  $\approx -2.5$  līdz  $\approx 2.5$  V. Uz pretestības amplitūda nesasniedz atbilstošo vērtību. Par iemeslu ir grūti spriest. Visticamākais, ka pielauta rupja mērījumu kļūda - nav uzstādīts parezs avota spriegums un oscilogrāfa instrumenti to neuzrāda.

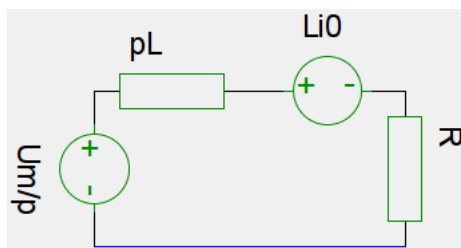
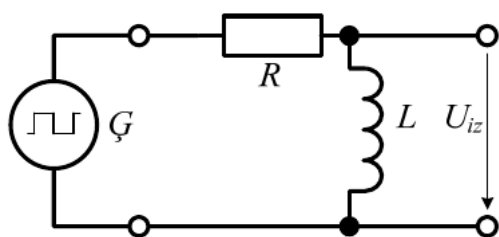


Arī šajā mērījumā nav ievērota vienota polaritāte. Līkņu raksturs ir tāds pats kā pie zemākas pretestības. Šoreiz spriegums uz pretestības atbilst teorētiski paredzētajam. Mēs redzam, ka ar lielāku pretestību rezultējošās amplitūdas vērtības pirms un pēc komutācijas ir tādas pašas, tomēr pārejas procesa ilgums  $4\tau$  ir palielinājies. Teorētiski tas ir  $\approx 0.2 \text{ ms}$  un eksperimentāli tāpat -  $\approx 200 \mu\text{s}$ .



Pie lielākās pretestības varam apstiprināt tendenci komutācijas ilgumam palielināties. Eksperimentāli apstiprinās teorētiski aprēķinātās  $\approx 1.5 \text{ ms}$ . Amplitūdas tāpat aptuveni atbilst. Rezultātā varam arī spriest, ka amplitūdas mērījums uz  $62 \Omega$  pretestības ir bijis kļūdainš un nav ņemams vērā.

### 3 RL ĶĒDE



#### 3.1 Ķēdes vienādojums

Ķēdes sākuma nosacījumi:  $u_L(0-) = 0$ ;  $i(0-) = \frac{U_m}{R}$ . Pārveidojot shēmu pēc operatoru metodes iegūstam otro attēloto shēmu.  $U_m \rightarrow \frac{U_m}{p}$ . Rezultātā pēc II Kirchofa likuma iegūstam sekojošu diferenciālvienādojumu:

$$I(pL + R) = \frac{U_m}{p} - Li_0 \quad (12)$$

, kur  $I = f(p)$ ;  $i_0 = i_L(0) = \frac{U_m}{R}$ ;  $p$  - operators. Vienkāršojot mēs iegūstam sekojošu izteiksmi un varam rīkoties tālāk:

$$I(p) = \frac{p(-U_m L) + U_m R}{p^2 L R + p R^2} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}; \text{ ja } F_2(p) = 0 \implies p_1 = 0 \vee p_2 = -\frac{R}{L}; F_2'(p) = 2pLR + R^2 \quad (13)$$

Pēc izvēršanas teorēmas un vienkāršošanas iegūstam izteiksmi:

$$i(t) = \frac{-p_1 U_m L + U_m R}{2p_1 L R + R^2} e^{p_1 t} + \frac{-p_2 U_m L + U_m R}{2p_2 L R + R^2} e^{p_2 t}; i(t) = \frac{-0 U_m L + U_m R}{2 \cdot 0 L R + R^2} e^{0 t} + \frac{\frac{R}{L} U_m L + U_m R}{2 \frac{R}{L} L R + R^2} e^{-\frac{R}{L} t} \quad (14)$$

Eksponentēs mēs aizvietosim  $\frac{R}{L}$  ar  $\frac{1}{\tau}$ :

$$i(t) = \frac{U_m}{R} + \frac{2RU_m}{2(-\frac{R}{L})LR + R^2} e^{-\frac{R}{L}t}; i(t) = \frac{U_m}{R} + \frac{2U_m}{-R} e^{-\frac{t}{\tau}}; i(t) = \frac{U_m}{R}(1 - 2e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (15)$$

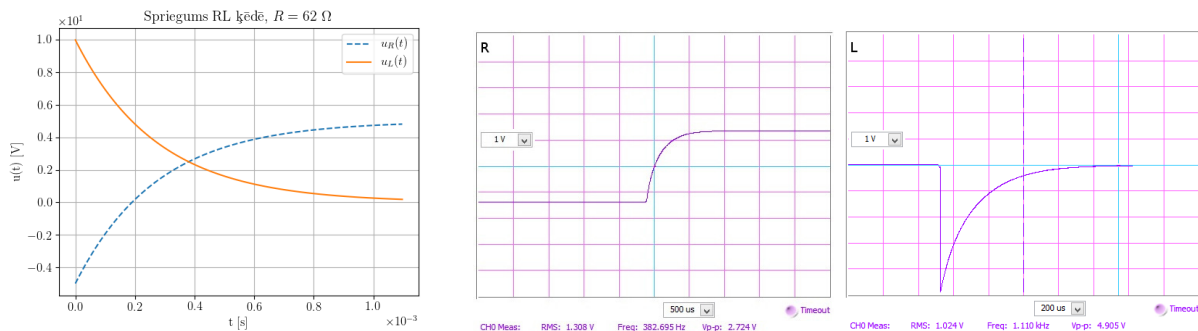
Izlaižot pāris soļus, esam ieguvuši mūsu ķēdes strāvas vienādojumu. Spriegumu uz pretestības atradīsim kā  $u_R(t) = i(t)R = U_m(1 - 2e^{-\frac{t}{\tau}})$ . Tātad laika konstante  $\tau = \frac{L}{R}$ . Spriegumu uz spoles atradīsim kā  $u_L(t) = U_m - u_R(t)$ :

$$u_L(t) = U_m - U_m(1 - 2e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow u_L(t) = 2U_me^{-\frac{t}{\tau}} \quad (16)$$

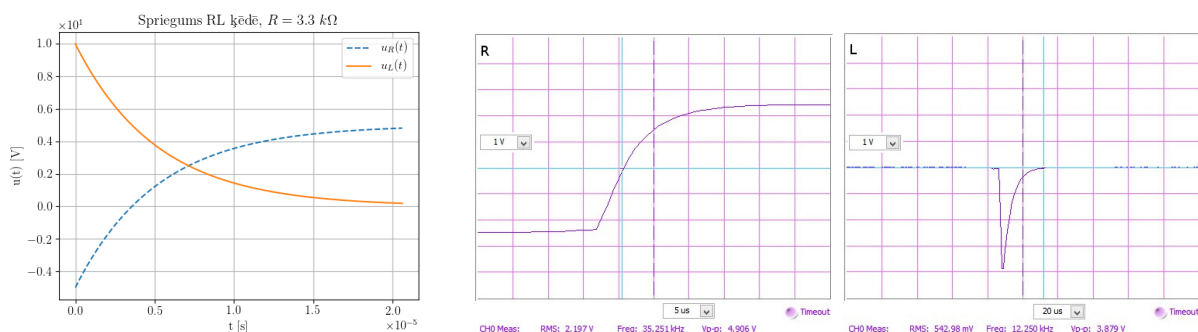
### 3.2 RL ķēdes aprēķinu rezultāti

$R = 62 \Omega$	$t = 0$	$t = \tau$	$t = 2\tau$	$t = 3\tau$	$t = 4\tau$
$t [ms]$	0	0.2742	0.5484	0.8226	1.0968
$i [mA]$	-80.6452	21.3098	58.8169	72.615	77.691
$u_R [V]$	-5	1.3212	3.6466	4.5021	4.8168
$u_L [V]$	10	3.6788	1.3534	0.4979	0.1832
$R = 3.3 k\Omega$	$t = 0$	$t = \tau$	$t = 2\tau$	$t = 3\tau$	$t = 4\tau$
$t [ms]$	0	0.0052	0.0103	0.0155	0.0206
$i [mA]$	-1.5152	0.4004	1.105	1.3643	1.4596
$u_R [V]$	-5	1.3212	3.6466	4.5021	4.8168
$u_L [V]$	10	3.6788	1.3534	0.4979	0.1832
$R = 25.3 k\Omega$	$t = 0$	$t = \tau$	$t = 2\tau$	$t = 3\tau$	$t = 4\tau$
$t [ms]$	0	0.0007	0.0013	0.002	0.0027
$i [mA]$	-0.1976	0.0522	0.1441	0.1779	0.1904
$u_R [V]$	-5	1.3212	3.6466	4.5021	4.8168
$u_L [V]$	10	3.6788	1.3534	0.4979	0.1832

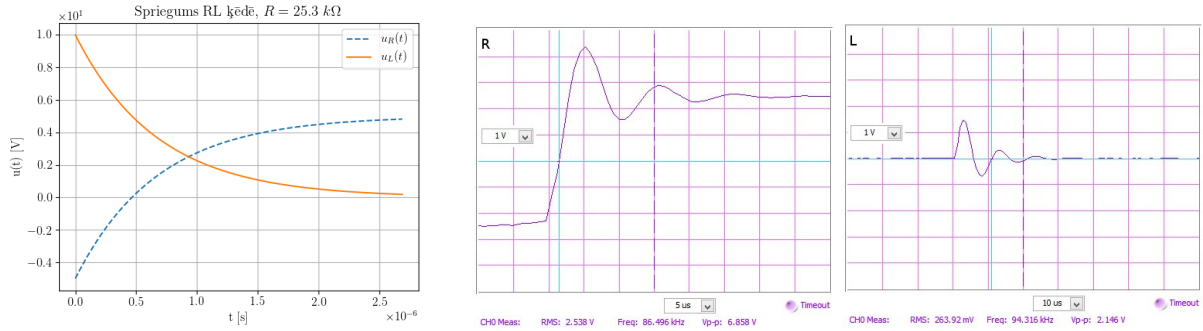
### 3.3 Iegūtie grafiki pēc teorētiskām formulām un atbilstošās eksperimenta oscilogrammas



Pieņemam ka RL ķēdes mērījumos arī nav ievērota vienota polaritāte. Pārejas process teorētiski norisinās  $1.1 ms$ , bet eksperimentā  $\approx 700 \mu s$ . Eksperimentā sprieguma apmilitūda uz pretestības ir bijusi samazināta uz  $\approx 1.3 V$ , bet mērījumā uz spoles bijusi uzstādīta pareizi - uz spoles amplitūda atbilst sagaidāmajai. Līkņu raksturs arī atbilst teorētiski sagaidāmajam.

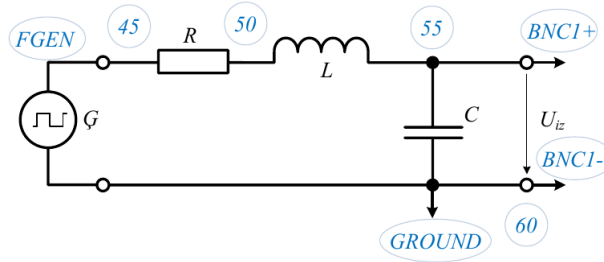


Šeit pretestības mērījumā iestādīta pareiza avota amplitūda. Komutācijas ātrums teorētiski  $\approx 20 \mu s$ , un eksperimentāli arī ap  $20 \mu s$ . Redzam, ka pie lielākas pretestības process noris ātrāk. Līkņu raksturs atbilst sagaidāmajam.



Komutācijas ātrums teorētiski  $\approx 2.7 \mu s$ , eksperimentāli  $\approx 2.5 \mu s$ . Pretestības maksimālā amplitūda pārsniedz  $4 V$  sagaidāmo  $2.5 V$  vietā. Spoles amplitūda ir par  $\approx 1 V$  mazāka, kā sagaidāms. Līkņu raksturs teorētiski un eksperimentāli ir krasi atšķirīgs. Redzam, ka ķēdē novērojams svārstību process, kam nevajadzētu būt iespējamam ķēdē ar tikai vienu reaktīvo elementu. Ar šo, vislielāko pretestību pārejas process noris visātrāk. Ķēdes neadekvātā uzvedība skaidrojama ar to, ka (1) spolei piemīt iekšējā pretestība, kas izskaidro amplitūdas neatbilstību un (2) spolei piemīt arī parazītiskā kapacitāte, kas, kā zināms, izpaužas īpaši spilgti pie augstām frekvencēm. Tas savukārt izskaidro svārstību procesa rašanos ķēdē, jo šajā mērījumā pārejas process sasniedz vislielāko ātrumu.

## 4 RLC ĶĒDE



### 4.1 Ķēdes vienādojums

Pēc II Kirhofa likuma sastādīšanas dotajai ķēdei iegūstam sekojošu 2. kārtas diferenciālvienādojumu.

$$L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = 0 \quad (17)$$

Tam atbilstošais raksturīgais vienārojums ir  $LCp^2 + RCp + 1$ . No tā iegūstam sekojošas saknes.

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (18)$$

Ja saknes ir reāli skaitļi, tad varam sastādīt sekojošu diferenciālvienādojuma atrisinājumu.

$$i(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \quad (19)$$

Zinot ķēdes sākuma nosacījumus, varam atrast koeficientus  $A_1$  un  $A_2$  un iegūt galīgo ķēdes atrisinājumu aperiodeskajam režīmam.

$$i(t) = \frac{2U_m}{L(p_1 - p_2)} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) \quad (20)$$

Ja raksturīgā vienādojuma saknes nav reāli skaitļi, tad ķēdē darbosies svārstību process un diferenciālvienādojuma atrisinājums būs jāsastāda sekojošā veidā.

$$i(t) = e^{-\alpha t} (B_1 \cos(\omega t) + B_2 \sin(\omega t)), \text{ kur } \alpha = -Re(p_{1,2}) = \frac{R}{2L}, \text{ bet } \omega = Im(p_{1,2}) = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad (21)$$

Līdzīgi kā iepriekš varam izmantot ķēdes sākuma nosacījumus, lai atrastu nezināmos koeficientus  $B_1$  un  $B_2$ . Pēc to atrašanas mēs iegūstam sekojošu ķēdes atrisinājumu.

$$i(t) = \frac{2U_m}{\omega L} e^{-\alpha t} \sin(\omega t) \quad (22)$$

No šīm izteiksmēm, izmantojot Oma likumus aktīvajiem un reaktīvajiem elementiem, varam iegūt spriegumu izteiksmes gan rezistoram, gan spolei, gan kondensatoram. Jānorāda, ka atkarībā no izvēstās primārās izteiksmes (mūsu gadījumā  $i(t)$ ), sekojošo spriegumu izteiksmju forma var atšķirties. Tomēr principiāli vienmēr iespējams pāriet no vienas formas uz citu, izmantojot trigonometriskās identitātes. Šie pārveidojumi var izrādīties visai komplicēti, tāpēc bieži vien ir vieglāk sastādīt jaunu diferenciālvienādojumu interesējošai funkcijai. Jāsaka, ka mūsu ķēdē visizdevīgāk būtu bijis vispirms atrisināt  $u_C(t)$ , jo tad, lai iegūtu pārējās izteiksmes, nebūtu jāveic integrēšana un nezināmas integrēšanas konstantes meklēšana.

#### Sprieguma vienādojumi aperiodiskam režīmam

$$u_R(t) = \frac{2U_m R}{L(p_1 - p_2)} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}); \quad u_L(t) = \frac{2U_m}{p_1 - p_2} (p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}) \quad (23)$$

$$u_C(t) = U_m \left( 1 - \frac{2}{p_1 - p_2} (p_1 e^{p_2 t} - p_2 e^{p_1 t}) \right) \quad (24)$$

#### Sprieguma vienādojumi periodiskam režīmam

$$u_R(t) = \frac{2U_m R}{\omega L} e^{-\alpha t} \sin(\omega t); \quad u_L(t) = 2U_m \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \beta) \quad (25)$$

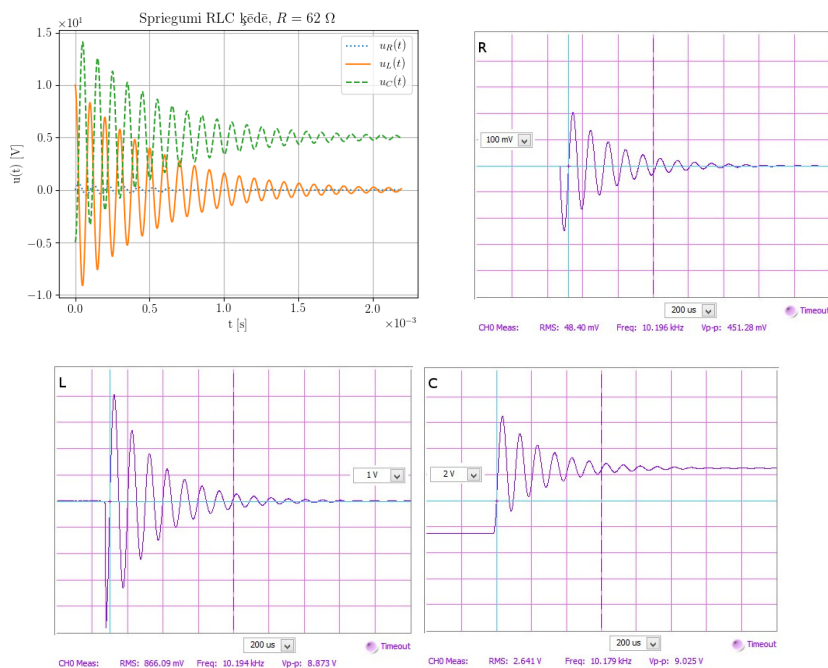
$$u_C(t) = U_m \left( 1 - 2 \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\alpha t} \cos(\omega t - \beta) \right) \quad (26)$$

, kur  $\beta = \arctg(\alpha/\omega)$ .

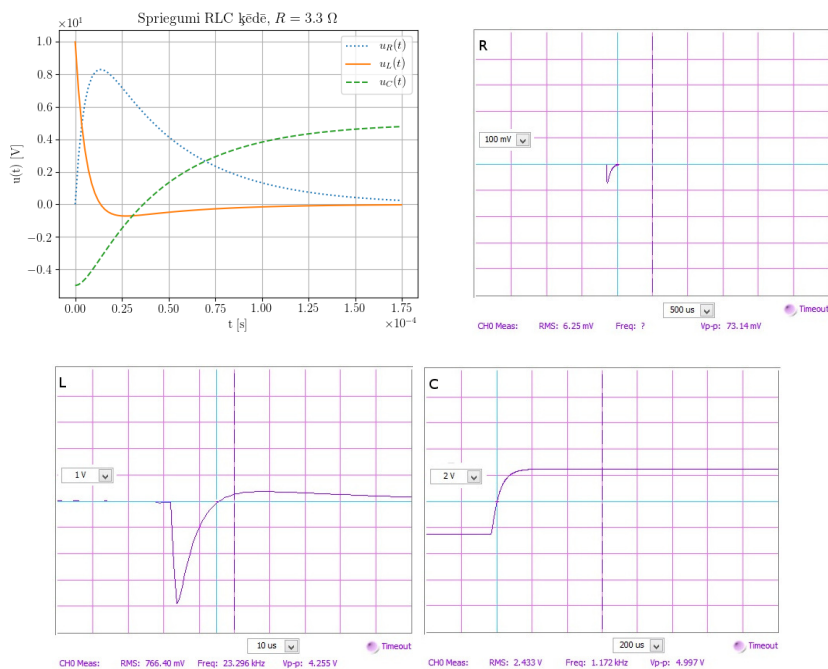
## 4.2 RLC ķēdes aprēķinu rezultāti

$R = 62 \, \Omega$	$t = 0$	$t = \tau$	$t = 2\tau$	$t = 3\tau$	$t = 4\tau$
$t \, [ms]$	0	0.5484	1.0968	1.6452	2.1935
$i \, [mA]$	0	0.7907	-0.5663	0.2986	-0.1372
$u_R \, [V]$	0	0.049	-0.0351	0.0185	-0.0085
$u_L \, [V]$	10	-3.6058	1.2293	-0.3925	0.1148
$u_C \, [V]$	-5	8.5568	3.8058	5.374	4.8937
$R = 3.3 \, k\Omega$	$t = 0$	$t = \tau$	$t = 2\tau$	$t = 3\tau$	$t = 4\tau$
$t \, [ms]$	0	0.0437	0.0873	0.131	0.1746
$i \, [mA]$	0	1.4569	0.5368	0.1975	0.0726
$u_R \, [V]$	0	4.8077	1.7714	0.6517	0.2397
$u_L \, [V]$	10	-0.5616	-0.209	-0.0769	-0.0283
$u_C \, [V]$	-5	0.7539	3.4376	4.4252	4.7886
$R = 25.3 \, k\Omega$	$t = 0$	$t = \tau$	$t = 2\tau$	$t = 3\tau$	$t = 4\tau$
$t \, [ms]$	0	0.3788	0.7577	1.1365	1.5153
$i \, [mA]$	0	0.1459	0.0537	0.0197	0.0073
$u_R \, [V]$	0	3.6919	1.3582	0.4996	0.1838
$u_L \, [V]$	10	-0.0065	-0.0024	-0.0009	-0.0003
$u_C \, [V]$	-5	1.3147	3.6442	4.5012	4.8165

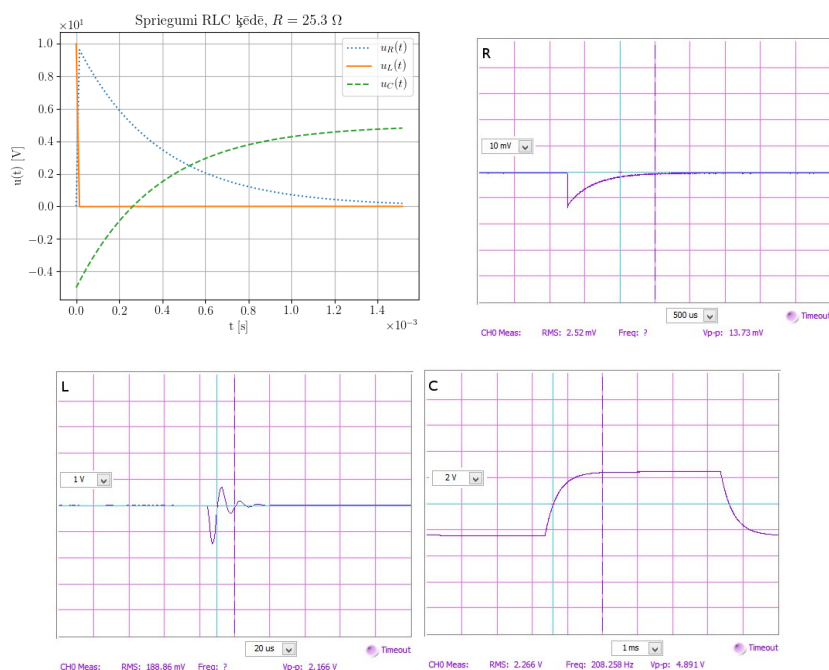
### 4.3 Iegūtie grafiki pēc teorētiskām formulām un atbilstošās eksperimenta oscilogrammas



Komutācijas ilgums teorētiski ir lēnāks par eksperimentālajās oscilogrammās redzamo. Teorētiski  $\approx 2 \, ms$ , bet eksperimentā  $\approx 1.1 \, ms$ . Amplitūdas ir atbilstošas. Par fāzu atbilstību ir grūti spriest, par cik nevaram būt droši par polaritāti. Svārstību ātrāka izsīkšana skaidrojama ar to, ka reālā ķēdē ir lielāka pretestība (tostarp spoles iekšējā) svārstību enerģijai līdz ar to ir vairāk iespēju ātrāk atstāt slēgumu.



Pārejas procesa laiks teorētiski -  $\approx 175 \, \mu s$ , bet eksperimentā  $< 200 \, \mu s$ . Amplitūda uz pretestības ir ievērojami mazāka kā teorētiski -  $\approx 75 \, mV$ , bet teorētiski eksperimentā vajadzētu būt  $\approx 8 \, V$ . Spriegums uz kondensatora aptuveni atbilst teorētiskajam. Spriegumam uz spoles maksimālajā punktā vajadzētu sasniegt  $5 \, V$ , bet tas sniedzas tikai līdz  $\approx 4 \, V$ . Rezistora mērījumu ir ietekmējis kāds neparedzēts faktors. Tas varētu būt aparātūras ietekme un/vai parazitiskās kapacitātes, un/vai iekšējā pretestība spolē. Vēl varam redzēt ka pārejas process ķēdē ar lielāku pretestību noris manāmi ātrāk spolē, ne kā uz kondensatora.



Komutācijas laiks teorētiski  $\approx 1.5 \text{ ms}$ , bet eksperimentāli pārejas procesa laiks ievērojami atšķiras uz dažādiem elementiem. Uz spoles tas ir  $\approx 40 \mu\text{s}$ , bet uz kondensatora un pretestības tas norisināt nedaudz mazāk kā  $1.5 \text{ ms}$ . Amplitūda spolei nesasniedz sagaidāmo vērtību - tikai aptuveni  $1.5 \text{ V}$ . Kondensatoram amplitūda atbilst teorētiskajai. Uz rezistora amplitūda ir ievērojami zemāka, kā sagaidāms -  $13 \text{ mV}$ . Spole oscilogrammā uzrāda arī neatbilstošu raksturu - svārstības, kurām teorētiski nevajadzētu būt. Šīs neatbilstības skaidrojamas ar iespējami sasniegtu digitālā oscilogrāfa mērīšanas robežu. Tāpat iemesls varētu būt arī aparātūras ietekme un iekšējās pretestības, un parazitiskās kapacitātes.

## 5 SECINĀJUMI

Šajā darbā esam guvuši praktisku priekšstatu par pārejas procesiem. Redzējām, ka palielinot slodzi RC ķēdē pārejas procesam ir tendence palēnināties. RL ķēdē pārejas procesam ir tendence paātrināties, ja palielina slodzi. RLC ķēdē redzam, ka pārejas process uz spoles un kondensatora noris ar ievērojami atšķirīgu ātrumu, ja mēs palielinam slodzi.

Mērījumos arī novērojām ka pārejas proces pat tajos elementos, kuriem teorētiski sākuma vērtību  $0_+$  brīdī vajadzētu sasniegt momentāni, reālā ķēdē tomēr ir redzams īss, lineārs pārejas process.

Novērojām arī ka pie lielākiem ātrumiem ķēdē pastiprinās nevēlamu parādību izpausmes - spoles iekšējā pretestība un parazitiskā kapacitāte. Mūsu teorētiskie aprēķini ir eksperimentāli apstiprināti. Kopumā varam uzskatīt ka laboratorijas darba mērķis ir izpildīts.



$$C := 15 \text{ nF} \quad U_m := 5 \text{ V} \quad L := 17 \text{ mH}$$

$$R := \begin{bmatrix} 62 \\ 3.3 \cdot 10^3 \\ 25.3 \cdot 10^3 \end{bmatrix} \text{ ohm}$$

$$\omega_0 := \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = 62622.4291 \text{ Hz}$$

Aprēķināšanas algoritms ķēdei ar vienu reaktīvo elementu (kondensatoru):

for k:=1, k<4, k:=k+1

t:=0 s

$\tau_k := C \cdot R_k$

for n:=1, n<6, n:=n+1

$$i_{RC\_kn} := \frac{U_m}{R_k} \cdot 2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_k}}$$

$$u_{RC\_R\_kn} := U_m \cdot 2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_k}}$$

$$u_{RC\_C\_kn} := U_m \cdot \left( 1 - 2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_k}} \right)$$

tt<sub>kn</sub>:=t

t:=t+ $\tau_k$

$\tau$  vērtības pie trīs dažādām pretestībām:

$$\tau = \begin{bmatrix} 0.0009 \\ 0.0495 \\ 0.3795 \end{bmatrix} \text{ ms}$$

0,  $\tau$ , 2 $\tau$ , 3 $\tau$  un 4 $\tau$  vērtības:

$$tt = \begin{bmatrix} 0 & 0.0009 & 0.0019 & 0.0028 & 0.0037 \\ 0 & 0.0495 & 0.099 & 0.1485 & 0.198 \\ 0 & 0.3795 & 0.759 & 1.1385 & 1.518 \end{bmatrix} \text{ ms}$$

Strāva RC ķēdē:

$$i_{RC} = \begin{bmatrix} 161.2903 & 59.3354 & 21.8283 & 8.0302 & 2.9541 \\ 3.0303 & 1.1148 & 0.4101 & 0.1509 & 0.0555 \\ 0.3953 & 0.1454 & 0.0535 & 0.0197 & 0.0072 \end{bmatrix} \text{ mA}$$

Spriegums uz rezistora RC ķēdē:

$$u_{RC\_R} = \begin{bmatrix} 10 & 3.6788 & 1.3534 & 0.4979 & 0.1832 \\ 10 & 3.6788 & 1.3534 & 0.4979 & 0.1832 \\ 10 & 3.6788 & 1.3534 & 0.4979 & 0.1832 \end{bmatrix} \text{ V}$$

Spriegums uz kondensatora RC ķēdē:

$$u_{RC\_C} = \begin{bmatrix} -5 & 1.3212 & 3.6466 & 4.5021 & 4.8168 \\ -5 & 1.3212 & 3.6466 & 4.5021 & 4.8168 \\ -5 & 1.3212 & 3.6466 & 4.5021 & 4.8168 \end{bmatrix} \text{ V}$$

Aprēķināšanas algoritms ķēdei ar vienu reaktīvo elementu (spoli):

for k:=1, k<4, k:=k+1

t:=0 s

$\tau_k := \frac{L}{R_k}$

for n:=1, n<6, n:=n+1

$$i_{RL\_kn} := \frac{U_m}{R_k} \cdot \left( 1 - 2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_k}} \right)$$

$$u_{RL\_R\_kn} := U_m \cdot \left( 1 - 2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_k}} \right)$$

$$u_{RL\_L\_kn} := U_m \cdot 2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_k}}$$

tt<sub>kn</sub>:=t

t:=t+ $\tau_k$

$\tau$  vērtības pie trīs dažādām pretestībām:

$$\tau = \begin{bmatrix} 0.2742 \\ 0.0052 \\ 0.0007 \end{bmatrix} \text{ ms}$$

0,  $\tau$ , 2 $\tau$ , 3 $\tau$  un 4 $\tau$  vērtības:

$$tt = \begin{bmatrix} 0 & 0.2742 & 0.5484 & 0.8226 & 1.0968 \\ 0 & 0.0052 & 0.0103 & 0.0155 & 0.0206 \\ 0 & 0.0007 & 0.0013 & 0.002 & 0.0027 \end{bmatrix} \text{ ms}$$

Strāva RL ķēdē:

$$i_{RL} = \begin{bmatrix} -80.6452 & 21.3098 & 58.8169 & 72.615 & 77.691 \\ -1.5152 & 0.4004 & 1.105 & 1.3643 & 1.4596 \\ -0.1976 & 0.0522 & 0.1441 & 0.1779 & 0.1904 \end{bmatrix} \text{ mA}$$

Spriegums uz rezistora RL ķēdē:

$$u_{RL\_R} = \begin{bmatrix} -5 & 1.3212 & 3.6466 & 4.5021 & 4.8168 \\ -5 & 1.3212 & 3.6466 & 4.5021 & 4.8168 \\ -5 & 1.3212 & 3.6466 & 4.5021 & 4.8168 \end{bmatrix} \text{ V}$$

Spriegums uz spoles RL ķēdē:

$$u_{RL\_L} = \begin{bmatrix} 10 & 3.6788 & 1.3534 & 0.4979 & 0.1832 \\ 10 & 3.6788 & 1.3534 & 0.4979 & 0.1832 \\ 10 & 3.6788 & 1.3534 & 0.4979 & 0.1832 \end{bmatrix} \text{ V}$$

for k=1, k&lt;4, k=k+1

**RLC ķēde**

t:=0s

$$\alpha_k := \frac{R_k}{2 \cdot L}$$

$$\omega_k := \sqrt{\omega_0^2 - \alpha_k^2}$$

$$\omega'_k := \frac{\omega_0}{\omega_k}$$

$$\beta_k := \text{atan}\left(\frac{\alpha_k}{\omega_k}\right)$$

$$p_{1k} := -\alpha_k + \sqrt{\alpha_k^2 - \omega_0^2}$$

$$p_{2k} := -\alpha_k - \sqrt{\alpha_k^2 - \omega_0^2}$$

if  $\omega_0 < \alpha_k$ 

$$\tau_k := \frac{1}{|p_{1k}|}$$

for n=1, n&lt;6, n=n+1

$$i_{RLC_{kn}} := \frac{2 \cdot U_m}{L \cdot (p_{1k} - p_{2k})} \cdot \left( e^{p_{1k} \cdot t} - e^{p_{2k} \cdot t} \right)$$

$$u_{RLC_{R_{kn}}} := i_{RLC_{kn}} \cdot R_k$$

$$u_{RLC_{L_{kn}}} := \frac{2 \cdot U_m}{p_{1k} - p_{2k}} \cdot \left( p_{1k} \cdot e^{p_{1k} \cdot t} - p_{2k} \cdot e^{p_{2k} \cdot t} \right)$$

$$u_{RLC_{C_{kn}}} := U_m \cdot \left( 1 - \frac{2}{p_{1k} - p_{2k}} \cdot \left( p_{1k} \cdot e^{p_{1k} \cdot t} - p_{2k} \cdot e^{p_{2k} \cdot t} \right) \right)$$

tt<sub>kn</sub>:=tt:=t+ $\tau_k$ isosc<sub>k</sub>:=0

else

$$\tau_k := 2 \cdot \frac{L}{R_k}$$

for n=1, n&lt;6, n=n+1

$$i_{RLC_{kn}} := \frac{U_m \cdot 2}{\omega_k \cdot L} \cdot e^{-\alpha_k \cdot t} \cdot \sin(\omega_k \cdot t)$$

$$u_{RLC_{R_{kn}}} := i_{RLC_{kn}} \cdot R_k$$

$$u_{RLC_{L_{kn}}} := U_m \cdot 2 \cdot \omega'_k \cdot e^{-\alpha_k \cdot t} \cdot \cos(\omega_k \cdot t + \beta_k)$$

$$u_{RLC_{C_{kn}}} := U_m \cdot \left( 1 - 2 \cdot \omega'_k \cdot e^{-\alpha_k \cdot t} \cdot \cos(\omega_k \cdot t - \beta_k) \right)$$

tt<sub>kn</sub>:=tt:=t+ $\tau_k$ isosc<sub>k</sub>:=1 $\tau$  vērtības pie dažādām pretestībām:

$$\tau = \begin{bmatrix} 548.3871 \\ 43.6593 \\ 378.8269 \end{bmatrix} \mu s$$

Indikators, pie kuras no trim pretestībām algoritms izmantos svārstību vienādojumus:

$$\text{isosc} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 62 \\ 3300 \\ 25300 \end{bmatrix} \text{ ohm}$$

0,  $\tau$ , 2 $\tau$ , 3 $\tau$  un 4 $\tau$  vērtības:

$$tt = \begin{bmatrix} 0 & 0.5484 & 1.0968 & 1.6452 & 2.1935 \\ 0 & 0.0437 & 0.0873 & 0.131 & 0.1746 \\ 0 & 0.3788 & 0.7577 & 1.1365 & 1.5153 \end{bmatrix} ms$$

Strāva RLC ķēdē:

$$i_{RLC} = \begin{bmatrix} 0 & 0.7907 & -0.5663 & 0.2986 & -0.1372 \\ 0 & 1.4569 & 0.5368 & 0.1975 & 0.0726 \\ 0 & 0.1459 & 0.0537 & 0.0197 & 0.0073 \end{bmatrix} mA$$

Spriegums RLC ķēdē uz spoles:

$$u_{RLC_L} = \begin{bmatrix} 10 & -3.6058 & 1.2293 & -0.3925 & 0.1148 \\ 10 & -0.5616 & -0.209 & -0.0769 & -0.0283 \\ 10 & -0.0065 & -0.0024 & -0.0009 & -0.0003 \end{bmatrix} V$$

Spriegums RLC ķēdē uz kondensatora:

$$u_{RLC_C} = \begin{bmatrix} -5 & 8.5568 & 3.8058 & 5.374 & 4.8937 \\ -5 & 0.7539 & 3.4376 & 4.4252 & 4.7886 \\ -5 & 1.3147 & 3.6442 & 4.5012 & 4.8165 \end{bmatrix} V$$

Spriegums RLC ķēdē uz rezistora:

$$u_{RLC_R} = \begin{bmatrix} 0 & 0.049 & -0.0351 & 0.0185 & -0.0085 \\ 0 & 4.8077 & 1.7714 & 0.6517 & 0.2397 \\ 0 & 3.6919 & 1.3582 & 0.4996 & 0.1838 \end{bmatrix} V$$