

# الدوال فائقة الضخامة: (UG) التعريف، الخصائص والأمثلة

Kolbasar Tuğra Kenan

٢٠٢٥ نوفمبر

## مقدمة

الدوال فائقة الضخامة (UG) هي عائلة جديدة من الدوال في الرياضيات تشمل النمو فوق الأسية والتكرارات المتكررة. تُعرض هذه المقالة بشكل منهجي تعريف الدوال، UG أشكالها البارامتيرية والأسية، تأثيرها على العمليات الحسابية العاديّة، أمثلة للتوسيع، وخصائص مفصلة. الهدف هو توثيق حجم وهيكيل هذه العائلة بالكامل.

## التعريف الأساسي للدوال UG

تمثل دوال UG شكلاً موسعاً لمعاملات السهم الأعلى (up-arrow) الكلاسيكية لـ Knuth: التعريفات كالتالي:

### الدوال UG الأساسية

$$UG_1(n, m) = n \uparrow^m n . \quad 1$$

$$UG_2(n, m) = ((n \uparrow^m n) \uparrow^{(n \uparrow^m n)} (n \uparrow^m n)) . \quad 2$$

$$UG_3(n, m) = (UG_2(n, m)) \uparrow^{UG_2(n, m)} (UG_2(n, m)) . \quad 3$$

$$UG_k(n, m) = (UG_{k-1}(n, m)) \uparrow^{UG_{k-1}(n, m)} (UG_{k-1}(n, m)), \quad k \geq 2 . \quad 4$$

### أمثلة التوسيع

$$UG_2(99, 99) = ((99 \uparrow^{99} 99) \uparrow^{(99 \uparrow^{99} 99)} (99 \uparrow^{99} 99))$$

$$UG_3(88, 99) = (UG_2(88, 99)) \uparrow^{UG_2(88, 99)} (UG_2(88, 99))$$

### الدوال UG البارامتيرية والأسية

يتم تعريف الدوال UG البارامتيرية باستخدام العمليات الأسية المتكررة  $a$  مرات:

$$UG_k^a(n, m) = UG_k(n, m) \uparrow^{a-1} UG_k(n, m)$$

بالإضافة إلى ذلك:

$$UG(\uparrow^a)_k(n, m) = (UG_k(n, m)) \uparrow^{a-1} (UG_k(n, m))$$

## الدوال **UG** والعمليات الحسابية العادية

دوال **UG** ليست محدودة بالعمليات فوق الأسيّة فقط. يمكن أيضًا إجراء العمليات الحسابية العادية:

$$(UG_k^a(n, m))^2, \quad (UG_k^a(n, m)) - 23, \quad (UG_k^a(n, m)) \uparrow^{54} 99$$

## أمثلة فوق أسيّة وحسابات

$$(3 \uparrow^2 3) \uparrow^{7,625,597,484,987} (3 \uparrow^2 3)$$

$$UG_3^2(88, 99) = UG_{UG_3(88, 99)}(88, 99)$$

توضح هذه الأمثلة أن دوال **UG** تتمو بسرعة هائلة، متجاوزة بكثير العمليات الأسيّة التقليدية.

## خصائص دوال **UG**

١. دوال **UG** تولد سلاسل متزايدة بشكل هائل.
٢. تتمو أسيّا من خلال التكرار والتكرارات المتكررة.
٣. تعم العمليات الأسيّة التقليدية، والأسيّة العليا (super-exponentials) والتراسيون.
٤. تجمع بين العمليات الحسابية العادية والأسيّة.
٥. تسمح الأشكال البارامترية والأسيّة بالتكرار متعدد الطبقات.

## ملاحظات متقدمة وتطبيقات

دوال **UG** تطبيقات محتملة ليس فقط في الرياضيات النظرية، ولكن أيضًا في تحليل الخوارزميات، وتوقعات النمو المعقّدة، وحساب الأعداد الكبيرة. بفضل الهيكل المتكرر والعمليات الأسيّة، يمكن لهذه الدوال تجاوز حدود طرق الحساب التقليدية.

## خاتمة

تفتح دوال **UG** مجالًا جديداً في الرياضيات، بالعمل مع أعداد ضخمة جدًا ونمو فوق أسي. مع التعريفات، والأمثلة، والمعتمدات، يمكن إجراء أبحاث إضافية على هذه الدوال. تعد هذه الوثيقة مرجعًا مفصلاً لدوال **UG**.