

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №3
по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»
Тема: Максимальный поток сети

Студент гр. 9383

Орлов Д.С.

Преподаватель

Фирсов М.А.

Санкт-Петербург

2021

Цель работы.

Изучить и реализовать алгоритм Форда-Фалкерсона для поиска максимального потока в сети.

Постановка задачи.

Найти максимальный поток в сети, а также фактическую величину потока, протекающего через каждое ребро, используя алгоритм Форда-Фалкерсона.

Сеть (ориентированный взвешенный граф) представляется в виде триплета из имен вершин и целого неотрицательного числа - пропускной способности (веса).

Входные данные:

N - количество ориентированных рёбер графа

v_0 - исток

v_n - сток

$v_i \ v_j \ \omega_{ij}$ - ребро графа

...

Выходные данные:

P_{max} - величина максимального потока

$v_i \ v_j \ \omega_{ij}$ - ребро графа с фактической величиной протекающего потока

...

В ответе выходные рёбра отсортируйте в лексикографическом порядке по первой вершине, потом по второй (в ответе должны присутствовать все указанные входные рёбра, даже если поток в них равен 0).

Вариант 6.

Поиск не в глубину и не в ширину, а по правилу: каждый раз

выполняется переход по дуге, соединяющей вершины, имена которых в алфавите ближе всего друг к другу. Если таких дуг несколько, то выбрать ту, имя конца которой в алфавите ближайшее к началу алфавита.

Описание алгоритма.

Алгоритм Форда-Фалкерсона запускает поиск в глубину до тех пор, пока путь возможно найти. После находит ребро с минимальной пропускной способностью и уменьшает пропускную способность всех рёбер, содержащихся в этом пути.

Сложность алгоритма в худшем случае равна:

$$O(F*|E|), \text{ где } F - \text{максимальный поток, } E - \text{множество дуг}$$

Описание структур и функций.

В программе реализована структура `Vertex` для хранения информации о вершинах графа, содержащая:

Переменные:

`Vertex*` `parent` — указатель на предыдущую вершину в пути, `char` `name` — имя вершины, `bool` `visited` — посещали ли мы эту вершину, `int` `specification` — тип вершины (0 — исток, 2 — сток, 1 — просто вершины), `int` `minC` — минимальный вес ребер, встречающихся до данной вершины, `std::vector <std::tuple<Vertex*, int, int, bool>>` `edge` — хранит множество ребер в формате: <вершина, куда идет ребро; начальный величина потока в ребре; фактическая величина потока в ребре; флаг, показывающий есть ли данное ребро в исходном графе>

Методы:

`void makeEdge(Vertex* v, int cost, bool flag)` — добавляет ребро между данной вершиной и вершиной `v` с величиной потока `cost` и флагом `flag`.

В программе были использованы следующие функции:

Vertex* castomFind(std::vector <Vertex*> graph, char v) — для поиска вершины в графе по имени;

Vertex* addVertex (std::vector <Vertex*> &graph, char v) — для добавления вершины в граф.

int getFlag(Vertex* v, int i) — для получения информации о существовании ребра в исходном графе.

int getC(Vertex* v, int i) — для получения исходной величины потока ребра.

int getF(Vertex* v, int i) — для получения фактической величины потока ребра.

Vertex* getNextVertex(Vertex* v, int i) — для получения конечной вершины ребра.

int calcDist(Vertex* v1, Vertex* v2) — для подсчета расстояния между двумя символами в алфавите.

Vertex* findNextVertex(std::vector <Vertex*> Q, Vertex* u) — для выбора следующей вершины при обходе графа.

int findInEdge(Vertex* v, char c) — для поиска определенного ребра.

int getFactCost(Vertex* v, int i) — для подсчета фактической величины потока ребра.

void setTrue(std::vector <Vertex*> &graph) — помечает все вершины графа, как не посещенные.

void killParent(std::vector <Vertex*> &graph) — обнуление пути в графе.

int comp(const void* v1, const void* v2) — компаратор для сортировки вершин в графе.

int comp2(const void* a, const void* b) — компаратор для сортировки списка ребер у вершины.

void printGraph(std::vector <Vertex*> graph) — выводит список ребер графа с фактическими величинами потока.

int FFA(Vertex* u, std::vector <Vertex*> &graph) — реализация алгоритма Форда-Фалкерсона.

Тестирование.

Таблица 1 - результаты тестирования

Тест	Входные данные	результат работы алгоритма
№1	<p>7</p> <p>a</p> <p>f</p> <p>a b 7</p> <p>a c 6</p> <p>b d 6</p> <p>c f 9</p> <p>d e 3</p> <p>d f 4</p> <p>e c 2</p>	<p>12</p> <p>a b 6</p> <p>a c 6</p> <p>b d 6</p> <p>c f 8</p> <p>d e 2</p> <p>d f 4</p> <p>e c 2</p>
№2	<p>9</p> <p>a</p> <p>d</p> <p>a b 8</p> <p>b c 10</p> <p>c d 10</p> <p>h c 10</p> <p>e f 8</p> <p>g h 11</p> <p>b e 8</p> <p>a g 10</p> <p>f d 8</p>	<p>18</p> <p>a b 8</p> <p>a g 10</p> <p>b c 0</p> <p>b e 8</p> <p>c d 10</p> <p>e f 8</p> <p>f d 8</p> <p>g h 10</p> <p>h c 10</p>
№3	<p>16</p> <p>a</p> <p>e</p> <p>a b 20</p> <p>b a 20</p> <p>a d 10</p> <p>d a 10</p> <p>a c 30</p> <p>c a 30</p> <p>b c 40</p>	<p>60</p> <p>a b 20</p> <p>a c 30</p> <p>a d 10</p> <p>b a 0</p> <p>b c 0</p> <p>b e 30</p> <p>c a 0</p> <p>c b 10</p> <p>c d 0</p>

	c b 40 c d 10 d c 10 c e 20 e c 20 b e 30 e b 30 d e 10 e d 10	c e 20 d a 0 d c 0 d e 10 e b 0 e c 0 e d 0
--	--	---

Вывод.

В ходе работы было изучено понятие потока, а также алгоритм Форда-Фалкерсона для поиска максимального потока в сети. Алгоритм был рекурсивно реализован с использованием поиска по правилу: каждый раз выполняется переход по дуге, соединяющей вершины, имена которых в алфавите ближе всего друг к другу. Если таких дуг несколько, то выбрать ту, имя конца которой в алфавите ближайшее к началу алфавита. Использование такого поиска никак не повлияло на правильность и скорость работы алгоритма.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Исходный код программы

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <string>
#include <tuple>

#define INF 1000000

struct Vertex
{
public:
    Vertex* parent;
    char name;
    bool visited;
    int specification, minC;
    std::vector <std::tuple<Vertex*, int, int, bool>> edge;

    Vertex(char nameV, int spec = 1)
    {
        name = nameV;
        specification = spec;
        visited = false;
        parent = nullptr;
        minC = 0;
    }

    void makeEdge(Vertex* v, int cost, bool flag)
    {
        edge.push_back(std::make_tuple(v, cost, cost, flag));
    }
};

Vertex* customFind(std::vector <Vertex*> graph, char v)
{

```

```

    for(int i = 0; i < graph.size(); i++)
    {
        if(graph[i]->name == v)
        {
            return graph[i];
        }
    }
    return nullptr;
}

Vertex* addVertex (std::vector <Vertex*> &graph, char v)
{
    Vertex* ptr = customFind(graph, v);
    Vertex* ver;
    if(ptr == nullptr)
    {
        ver = new Vertex(v);
        graph.push_back(ver);
        return graph.back();
    }
    return ptr;
}

int getFlag(Vertex* v, int i)
{
    return std::get<3>(v->edge[i]);
}

int getC(Vertex* v, int i)
{
    return std::get<1>(v->edge[i]);
}

int getF(Vertex* v, int i)
{

```



```

        return std::get<2>(v->edge[i]);
    }

Vertex* getNextVertex(Vertex* v, int i)
{
    return std::get<0>(v->edge[i]);
}

int calcDist(Vertex* v1, Vertex* v2)
{
    return abs(v1->name - v2->name);
}

Vertex* findNextVertex(std::vector<Vertex*> Q, Vertex* u)
{
    int dist = INF, index = -1;

    for(int i = 0; i < Q.size(); i++)
    {
        if(calcDist(u, Q[i]) <= dist)
        {
            if(calcDist(u, Q[i]) == dist)
            {
                if(index == -1)
                {
                    index = i;
                }
            }
            else
            {
                if(Q[i]->name < Q[index]->name)
                {
                    index = i;
                }
            }
        }
    }
}

```

```

        continue;
    }
}
else
{
    index = i;
    dist = calcDist(u, Q[i]);
}
}
}
return Q[index];
}

int findInEdge(Vertex* v, char c)
{
    for(int i = 0; i < v->edge.size(); i++)
    {
        if(getNextVertex(v,i)->name == c)
        {
            return i;
        }
    }
    return -1;
}

int getFactCost(Vertex* v, int i)
{
    int a = getC(v,i) - getF(v,i);
    Vertex* ptr = getNextVertex(v,i);
    if(a > 0)
    {
        return a;
    }
    return 0;
}

```

```

}

void setTrue(std::vector <Vertex*> &graph)
{
    for(auto i : graph)
    {
        i->visited = false;
    }
}

void killParent(std::vector <Vertex*> &graph)
{
    for(auto i : graph)
    {
        i->parent = nullptr;
        i->minC = 0;
    }
}

int comp(const void* v1, const void* v2)
{
    return ((* (Vertex**)v1)->name - (* (Vertex**)v2)->name);
}

int comp2(const void* a, const void* b)
{
    return (std::get<0>(* (std::tuple<Vertex*, int, int,
bool>*)a)->name - std::get<0>(* (std::tuple<Vertex*, int, int,
bool>*)b)->name);
}

void printGraph(std::vector <Vertex*> graph)
{
    for(auto i : graph)
    {

```

```

        if(i->edge.size() != 0)
        {
            std::qsort(&(i->edge[0]), i->edge.size(),
sizeof(std::tuple<Vertex*, int, int, bool>), comp2);
            for(int j = 0; j < i->edge.size(); j++)
            {
                if(getFlag(i,j) == true)
                {
                    std::cout<<i->name<<" "<<getNextVertex(i,
j)->name<<" "<<getFactCost(i, j)<<"\n";
                }
            }
        }
    }
}

int FFA(Vertex* u, std::vector <Vertex*> &graph)
{
    std::vector <Vertex*> Q;
    int delta = INF;

    while(u->specification != 2)
    {
        u->visited = true;
        u->minC = delta;

        for(int i = 0; i < u->edge.size(); i++)
        {
            if(getNextVertex(u,i)->visited == false && getF(u,i) > 0)
            {
                Q.push_back(getNextVertex(u,i));
            }
        }
    }
}

```

```

    if(Q.size() == 0)
    {
        if(u->specification == 0)
        {
            return 0;
        }
        else
        {
            u = u->parent;
            delta = u->minC;
            continue;
        }
    }

    Vertex* ptr = findNextVertex(Q, u);

    ptr->parent = u;

    int c = getF(u, findInEdge(u, ptr->name));

    if(c < delta)
    {
        delta = c;
    }

    u = ptr;
    Q.clear();
}

char c;
while(u->specification != 0)
{
    c = u->parent->name;
    std::get<2>(u->edge[findInEdge(u, c)]) += delta;
    c = u->name;
}

```

```

        u = u->parent;
        std::get<2>(u->edge[findInEdge(u,c)]) -= delta;
    }

    return delta;
}

int main()
{
    int n, cost;
    char source, sink, first, second;
    std::vector<Vertex*> graph;
    std::cin>>n;
    std::cin>>source>>sink;
    int index;
    for(int i = 0; i < n; i++)
    {
        std::cin>>first>>second>>cost;

        Vertex* ptr1 = addVertex(graph, first);
        Vertex* ptr2 = addVertex(graph, second);

        if((index = findInEdge(ptr1, ptr2->name)) == -1)
        {
            ptr1->makeEdge(ptr2, cost, true);
        }
        else
        {
            std::get<1>(ptr1->edge[index]) = cost;
            std::get<2>(ptr1->edge[index]) = cost;
            std::get<3>(ptr1->edge[index]) = true;
        }

        if((index = findInEdge(ptr2, ptr1->name)) == -1)
        {

```

```

        ptr2->makeEdge(ptr1, 0, false);
    }

}

Vertex* ptr = castomFind(graph, source);
ptr->specification = 0;

ptr = castomFind(graph, sink);
ptr->specification = 2;

Vertex* start = castomFind(graph, source);
int maxFlow = 0;
int result;

while((result = FFA(start, graph)) > 0)
{
    maxFlow += result;
    setTrue(graph);
    killParent(graph);
}

std::cout<<maxFlow<<"\n";

std::qsort(&graph[0], graph.size(), sizeof(Vertex*), comp);

printGraph(graph);

for(int i = 0; i < graph.size(); i++)
{
    delete graph[i];
}

return 0;

```

}