

# YIG Quant

## Three-Factor Model

Yonsei Investment Group

박성우, 유현우, 황희원

Nov 2023

# Table of Contents:

1\_Limitations of CAPM

2\_Fama–French Three–Factor Model

3\_Application in Korean Equity Market

## Limitations of CAPM

1

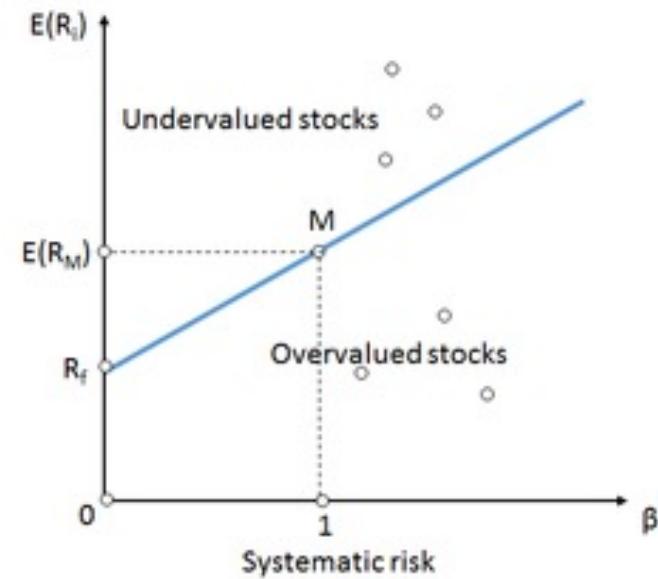
## Limitations of CAPM

### What is CAPM

Capital Asset Pricing Model (CAPM) 공식

$$R_i = R_f + \beta_i * (R_m - R_f)$$

Securities Market Line (SML)



- Asset-pricing 모델 → 주식의 이론적 적정가(적정 수익률)를 도출해주는 공식이다
- CAPM 논리의 핵심: 모든 자산의 가격(수익률)은 그 자산의 “beta”로 결정된다
- Beta: 시장대비 변동성에 대한 수치 (시장의 beta는 1, 이때 주식 A의 beta가 2면 주가가 시장이 움직이는 정도의 2배만큼 움직임)
- CAPM 공식을 그래프화 → Securities Market Line (SML)
- CAPM의 유효성은  $\beta$ 의 유효성에 기반을 둔다

Source: YIG

## Limitations of CAPM

### Limitations in $\beta$

사이즈(시총) 기준 정렬로 확인할 수 있는  $\beta$ 와 수익률의 상관관계

	1A	1B	2	3	4	5	6	7	8	9	10A	10B
Panel A: Portfolios Formed on Size												
Return	1.64	1.16	1.29	1.24	1.25	1.29	1.17	1.07	1.10	0.95	0.88	0.90
$\beta$	1.44	1.44	1.39	1.34	1.33	1.24	1.22	1.16	1.08	1.02	0.95	0.90
ln(ME)	1.98	3.18	3.63	4.10	4.50	4.89	5.30	5.73	6.24	6.82	7.39	8.44
ln(BE/ME)	-0.01	-0.21	-0.23	-0.26	-0.32	-0.36	-0.36	-0.44	-0.40	-0.42	-0.51	-0.65
ln(A/ME)	0.73	0.50	0.46	0.43	0.37	0.32	0.32	0.24	0.29	0.27	0.17	-0.03
ln(A/BE)	0.75	0.71	0.69	0.69	0.68	0.67	0.68	0.67	0.69	0.70	0.68	0.62
E/P dummy	0.26	0.14	0.11	0.09	0.06	0.04	0.04	0.03	0.03	0.02	0.02	0.01
E(+)/P	0.09	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.09	0.09
Firms	772	189	236	170	144	140	128	125	119	114	60	64

- 포트폴리오를 사이즈(시총) 기준으로 정렬하면  $\beta$ 와 수익률의 양의 상관관계를 확인할 수 있다 → CAPM 지지?
- 하지만 사이즈와  $\beta$ 간 상관관계가 이미 존재한다 (small → high  $\beta$ )
- 즉, 엄밀히 말하자면 “사이즈와 연동된 베타”가 수익률과 연관성이 있다

Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns.", YIG

## Limitations of CAPM

### Limitations in $\beta$

사이즈와  $\beta$  기준 정렬(two-pass sort)로 확인할 수 있는  $\beta$ 와 수익률의 미비한 상관관계

	All	Low- $\beta$	$\beta$ -2	$\beta$ -3	$\beta$ -4	$\beta$ -5	$\beta$ -6	$\beta$ -7	$\beta$ -8	$\beta$ -9	High- $\beta$
Panel A: Average Monthly Returns (in Percent)											
All	1.25	1.34	1.29	1.36	1.31	1.33	1.28	1.24	1.21	1.25	1.14
Small-ME	1.52	1.71	1.57	1.79	1.61	1.50	1.50	1.37	1.63	1.50	1.42
ME-2	1.29	1.25	1.42	1.36	1.39	1.65	1.61	1.37	1.31	1.34	1.11
ME-3	1.24	1.12	1.31	1.17	1.70	1.29	1.10	1.31	1.36	1.26	0.76
ME-4	1.25	1.27	1.13	1.54	1.06	1.34	1.06	1.41	1.17	1.35	0.98
ME-5	1.29	1.34	1.42	1.39	1.48	1.42	1.18	1.13	1.27	1.18	1.08
ME-6	1.17	1.08	1.53	1.27	1.15	1.20	1.21	1.18	1.04	1.07	1.02
ME-7	1.07	0.95	1.21	1.26	1.09	1.18	1.11	1.24	0.62	1.32	0.76
ME-8	1.10	1.09	1.05	1.37	1.20	1.27	0.98	1.18	1.02	1.01	0.94
ME-9	0.95	0.98	0.88	1.02	1.14	1.07	1.23	0.94	0.82	0.88	0.59
Large-ME	0.89	1.01	0.93	1.10	0.94	0.93	0.89	1.03	0.71	0.74	0.56

- 수익률과 (사이즈와 독립적인)  $\beta$ 의 상관관계는 유효한 상관관계를 보이지 않는다
- 즉, “사이즈와 독립적인 베타”만으로는 수익률을 설명할 수 없다 → CAPM 반박

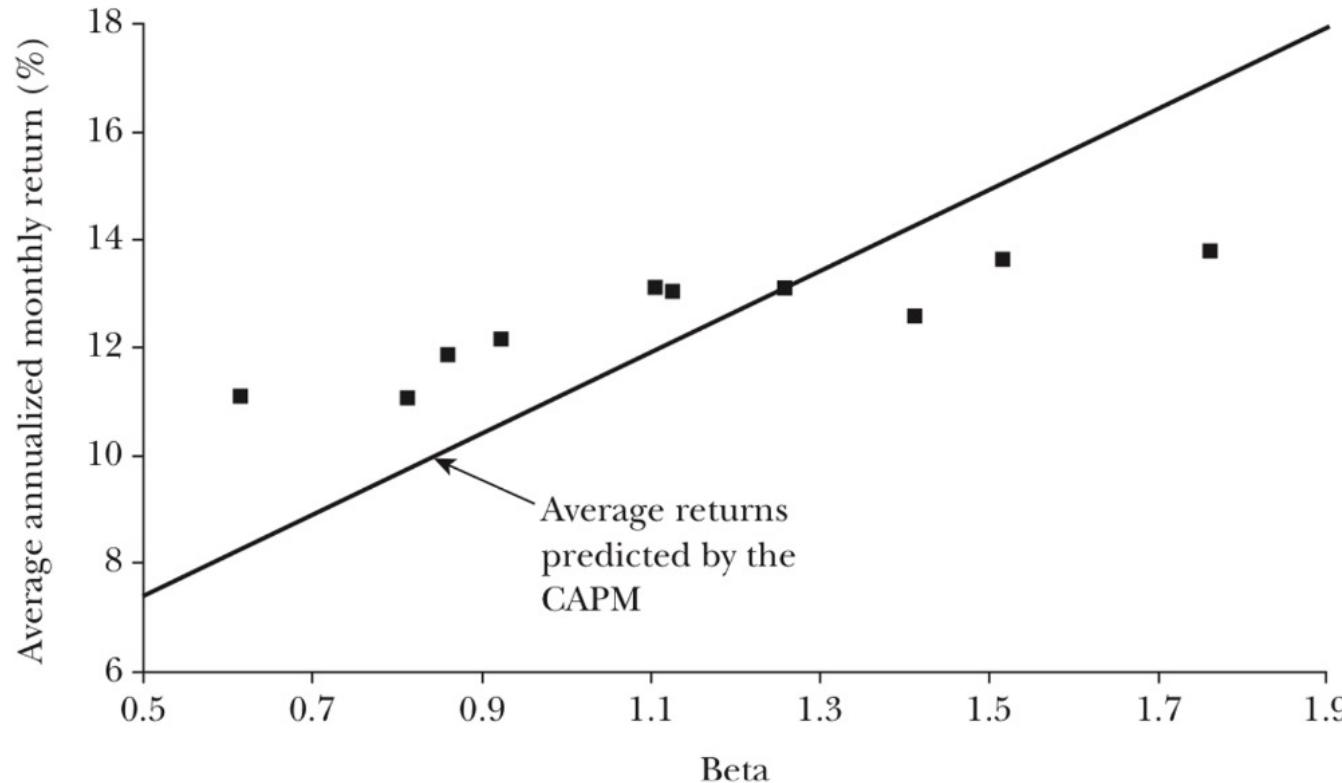
Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns.", YIG

## Limitations of CAPM

### Limitations in $\beta$

수익률과 (사이즈와 독립적인)  $\beta$ 의 상관관계는 CAPM이 예측한 것보다 훨씬 "flat"하다

Average Annualized Monthly Return versus Beta for Value Weight Portfolios Formed on Prior Beta, 1928–2003



Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence.", YIG

## Fama-French Three-Factor Model

2

## Introduction to Theory

그럼  $\beta$  를 보완할 팩터는 무엇인가?

---

- Size (시총) - Banz (1981)
- BE/ME (PBR의 반대) - Stratman (1980)
- E/P (PER의 반대) - Basu (1977)
- Leverage (Debt-equity ratio) - Bhandari (1988)

...

# Fama-French Three-Factor Model

## Introduction to Theory

Eugene Fama, Kenneth French

Three-Factor Model 공식



$$R(t) - R_f(t) = a + b[R_M(t) - R_f(t)] + sSMB(T) + hHML(t) + e(t)$$

- $R - R_f$ : 특정 포트폴리오의 초과수익률
- $R_m - R_f$ : 시장 초과수익률
- SMB: 대형주 대비 소형주 프리미엄 (사이즈 팩터)
- HML: 고밸류주 대비 저밸류주 프리미엄 (BE/ME 팩터)

- 1992-3년 유진 파마와 케네스 프렌치가 주식 수익률을 표현하기 위해 만든 통계적 모델
- 3가지 팩터: 1) 시장 초과 수익률, 2) 사이즈 팩터, 3) BE/ME 팩터를 주장함
- 2013 노벨 경제학상을 수상함 (자산 가격에 대한 실증적 분석)

Source: Carbon Financial, YIG

# Fama-French Three-Factor Model

## Introduction to Theory

시작은 Size, BE/ME, EP, Leverage 팩터를 모두 고려

	$\beta$	ln(ME)	ln(BE/ME)	ln(A/ME)	ln(A/BE)	E/P Dummy	E(+)P
기울기(수익률에 대한)	0.15 (0.46)						
t-stat (절대값이 클수록 기울기가 유의미)		-0.15 (-2.58)					
	-0.37 (-1.21)	-0.17 (-3.41)					
			0.50 (5.71)				
				0.50 (5.69)	-0.57 (-5.34)		
						0.57 (2.28)	4.72 (4.57)
beta와 size에 대한 multivariate regression		-0.11 (-1.99)	0.35 (4.44)				
		-0.11 (-2.06)		0.35 (4.32)	-0.50 (-4.56)		
		-0.16 (-3.06)				0.06 (0.38)	2.99 (3.04)
		-0.13 (-2.47)	0.33 (4.46)			-0.14 (-0.90)	0.87 (1.23)
		-0.13 (-2.47)		0.32 (4.28)	-0.46 (-4.45)	-0.08 (-0.56)	1.15 (1.57)

Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns.", YIG

# Fama-French Three-Factor Model

## Introduction to Theory

### Size 팩터

$\beta$	ln(ME)	ln(BE/ME)	ln(A/ME)	ln(A/BE)	E/P Dummy	E(+)P
0.15 (0.46)	-0.15 (-2.58)					
-0.37 (-1.21)	-0.17 (-3.41)					
	0.50 (5.71)					
		0.50 (5.69)		-0.57 (-5.34)		
					0.57 (2.28)	4.72 (4.57)
-0.11 (-1.99)	0.35 (4.44)					
-0.11 (-2.06)		0.35 (4.32)		-0.50 (-4.56)		
-0.16 (-3.06)					0.06 (0.38)	2.99 (3.04)
-0.13 (-2.47)	0.33 (4.46)				-0.14 (-0.90)	0.87 (1.23)
-0.13 (-2.47)		0.32 (4.28)		-0.46 (-4.45)	-0.08 (-0.56)	1.15 (1.57)

Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns.", YIG

# Fama–French Three–Factor Model

## Introduction to Theory

BE/ME 팩터

Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns.", YIC

# Fama-French Three-Factor Model

## Introduction to Theory

### Leverage 팩터

$\beta$	$\ln(\text{ME})$	$\ln(\text{BE}/\text{ME}) = \ln(\text{A}/\text{ME}) - \ln(\text{A}/\text{BE})$	E/P Dummy	E(+)P
0.15 (0.46)	-0.15 (-2.58)			
-0.37 (-1.21)	-0.17 (-3.41)			
		0.50 (5.71)		
		0.50 (5.69)      -0.57 (-5.34)		
		opposite signs		
			0.57 (2.28)	4.72 (4.57)
-0.11 (-1.99)	0.35 (4.44)			
-0.11 (-2.06)		0.35 (4.32)      -0.50 (-4.56)		
-0.16 (-3.06)			0.06 (0.38)	2.99 (3.04)
-0.13 (-2.47)	0.33 (4.46)		-0.14 (-0.90)	0.87 (1.23)
-0.13 (-2.47)		0.32 (4.28)      -0.46 (-4.45)	-0.08 (-0.56)	1.15 (1.57)

$y = a * \ln(A/\text{ME}) - a * \ln(A/\text{BE})$   
 $y = a[\ln(A/\text{ME}) - \ln(A/\text{BE})]$   
 $y = a[\ln(\text{BE}/\text{ME})]$

Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns.", YIG

# Fama-French Three-Factor Model

## Introduction to Theory

E/P 팩터

$\beta$	ln(ME)	ln(BE/ME)	ln(A/ME)	ln(A/BE)	E/P Dummy	E(+)P
0.15 (0.46)						
	-0.15 (-2.58)					
-0.37 (-1.21)	-0.17 (-3.41)					
		0.50 (5.71)				
			0.50 (5.69)	-0.57 (-5.34)		
					0.57 (2.28)	4.72 (4.57)
-0.11 (-1.99)	0.35 (4.44)					
-0.11 (-2.06)		0.35 (4.32)	-0.50 (-4.56)			
-0.16 (-3.06)						
-0.13 (-2.47)	0.33 (4.46)					
-0.13 (-2.47)		0.32 (4.28)	-0.46 (-4.45)			
				-0.08 (-0.56)	1.10 (1.57)	

when regressed  
w/ size,  
t-stat killed

regressed w/ size  
and BE/ME :  
- dummy killed  
- E(+)P slope killed

0.06  
(0.38) 2.99  
(3.04)

-0.14  
(-0.90) 0.87  
(1.23)

Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns.", YIG

# Fama-French Three-Factor Model

## Introduction to Theory

### Summary

---

- Beta 자체로만은 수익률을 설명할 수 없다
- Leverage 팩터는 BE/ME 팩터의 영향에 흡수된다
- E/P 팩터는 사이즈와 BE/ME 팩터에 흡수된다
- 주식의 수익률은 사이즈, BE/ME 팩터에 의해 설명될 수 있다

## Introduction to Theory

## Summary

positive corr.

	Book-to-Market Portfolios										
	All	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High
All	1.23	0.64	0.98	1.06	1.17	1.24	1.26	1.39	1.40	1.50	1.63
Small-ME	1.47	0.70	1.14	1.20	1.43	1.56	1.51	1.70	1.71	1.82	1.92
ME-2	1.22	0.43	1.05	0.96	1.19	1.33	1.19	1.58	1.28	1.43	1.79
ME-3	1.22	0.56	0.88	1.23	0.95	1.36	1.30	1.30	1.40	1.54	1.60
ME-4	1.19	0.39	0.72	1.06	1.36	1.13	1.21	1.34	1.59	1.51	1.47
ME-5	1.24	0.88	0.65	1.08	1.47	1.13	1.43	1.44	1.26	1.52	1.49
ME-6	1.15	0.70	0.98	1.14	1.23	0.94	1.27	1.19	1.19	1.24	1.50
ME-7	1.07	0.95	1.00	0.99	0.83	0.99	1.13	0.99	1.16	1.10	1.47
ME-8	1.08	0.66	1.13	0.91	0.95	0.99	1.01	1.15	1.05	1.29	1.55
ME-9	0.95	0.44	0.89	0.92	1.00	1.05	0.93	0.82	1.11	1.04	1.22
Large-ME	0.89	0.93	0.88	0.84	0.71	0.79	0.83	0.81	0.96	0.97	1.18

controlling for size, book-to-market equity captures strong variation in average returns, and controlling for book-to-market equity leaves a size effect in average returns.

# Fama–French Three–Factor Model

## Introduction to Theory

### Model Equation

---

$$R(t) - R_f(t) = a + b[R_M(t) - R_f(t)] + sSMB(T) + hHML(t) + e(t)$$

- 사이즈 팩터를 SMB로 표현 → “Small Minus Big” 대형주 대비 소형주 프리미엄
- 기울기  $s$ 를 회귀분석으로 도출해 특정 포트폴리오 수익률에 사이즈 팩터가 얼마나 반영되는지 확인 (“Small” 포트면  $s$ 가 커서 SMB 프리미엄 많이 반영)
- BE/ME(밸류) 팩터를 HML로 표현 → “High Minus Low” 고밸류주 대비 저밸류주 프리미엄
- 기울기  $h$ 를 회귀분석으로 도출해 특정 포트폴리오 수익률에 밸류 팩터가 얼마나 반영되는지 확인 (“High value” 포트 → ↑BE/ME면  $h$ 가 커서 HML 프리미엄 많이 반영)

Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. “The Cross-Section of Expected Stock Returns.”, YIG

Application in Korean Equity Market

3

# Application in Korean Equity Market Implementation Setup

- 분석기간: 2000/1 ~ 2023/11 (287개월)
- 모델(회귀분석)식

$$R(t) - R_f(t) = a + b[R_M(t) - R_f(t)] + sSMB(T) + hHML(t) + e(t)$$

- 종속변수 설정
  - $R$ : 특정 포트폴리오의 수익률
  - $R_f$ : 무위험수익률(이자율)
    - 매월 월초 기준의 CD 91일물 금리
    - CD금리 없는 94년 6월 이전 기간은 콜금리 사용
  - $R - R_f$ : 특정 포트폴리오의 초과수익률 (종속변수)
  - 25개 주식 포트폴리오 (사이즈, BE/ME의 5x5)

- 정석:
  - 매 t년 6월 말에 포트폴리오 리밸런싱
  - 사이즈(시총) 수치는 t년 6월 말 수치
  - BE/ME 수치는 t-1년 중 끝나는 결산 재무제표의 순자산을 t-1년 12월 말 시총을 나눈 값을 사용
- 1. 우선 사이즈 변수로 KOSPI 종목 기준 20%씩 5개 그룹으로 구분
- 2. KOSPI, KOSDAQ 전종목을 해당되는 사이즈 그룹에 할당
- 3. 각 사이즈 그룹 내에서 BE/ME 별로 5개 그룹으로 세분화
- 4. 총 25개의 포트폴리오 형성
  - 포트폴리오 수익률은 동일가중 방식 사용

- 야매:
  - DataGuide의 3 Factor Model 인덱스군 중 Size & Book Value (5x5) 인덱스 수치 사용

- 설명변수 설정
  - $R_M$ : 시장 포트폴리오 수익률
    - KOSPI, KOSDAQ 수익률 가중평균
    - 월별은 KOSPI, KOSDAQ의 월별수익률을 전월 말 시총 비율로 가중평균
  - $R_M - R_f$ : 시장 포트폴리오의 초과수익률 (시장초과수익률 팩터)
  - $SMB$ : 대형주 대비 소형주 프리미엄 (사이즈 백터)
    - 정석:
      - 주식시장 전종목을 사이즈 기준 50:50으로 나누어 S(Small)와 B(Big) 그룹으로 구분
      - 주식시장 전종목을 BE/ME 기준 30:40:30으로 나누어 L(Low), M(Middle), H(High) 그룹으로 구분
      - 2x3=6개의 SL, SM, SH, BL, BM, BH 포트폴리오 형성
    - 야매:
      - Dataguide의 3 Factor Model 인덱스군 중 Size & Book Value (2x3) 인덱스 수치 사용
      - 2x3 포트폴리오에서  $(SL+SM+SH)/3 - (BL+BM+BH)/3$  을 계산한 수익률
  - $HML$ : 고밸류주 대비 저밸류주 프리미엄 (BE/ME 팩터)
    - 2x3 포트폴리오에서  $(SH+BH)/2 - (SL+BL)/2$  를 계산한 수익률
  - $b$ :  $R_m - R_f$  설명변수의 기울기
  - $s$ : SMB 설명변수의 기울기
  - $h$ : HML 설명변수의 기울기
  - $a$ : 절편
  - $e$ : residual (error term)
- 위 회귀분석의 설명력이 높은 것으로 나오면 ( $R^2$  값이 높으면) 주식의 수익률 변화가 3가지 팩터에 의해 잘 설명된다는 뜻 → 위 3 팩터가 주식의 수익률을 결정한다

Source: 김동영. “3 팩터 모델의 한국시장 분석 (후편).”, YIG

# Application in Korean Equity Market Implementation: Excel

Source: YIG

YIG Quant