

绝密★启用前

北京理工大学《离散数学》

2023-2024 学年第一学期期末试卷

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分. 共 100 分. 考试用时 120 分钟.

注意事项:

答题前考生务必将自己的姓名、考试号、考试科目涂写在答卷纸的密封线内. 选择题答案按答卷卡上的要求正确填涂，非选择题答案写在答卷纸上对应题目的答案空格里，答案不要写在试卷上. 考试结束，将答卷卡和答卷纸交回.

第 I 卷（选择题 共 10 分）

一、选择题（共 10 小题，每小题 1 分，共 10 分）

1. 自然数集合 \mathbb{N} 与下述哪个集合不等势？ ()
A. 有理数集合 \mathbb{Q} B. $\{0, 1\} \cup \mathbb{N}$
C. $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ D. $\mathbb{N} - \{1, 2, 3\}$
2. 设 \mathbb{Z}_{12} 为模 12 整数加群. 以下哪个是子群 $\langle 4 \rangle$ 在 \mathbb{G} 中的右陪集？ ()
A. $\{1, 4, 7, 10\}$ B. $\{0, 4, 8\}$
C. $\{3, 6, 9\}$ D. $\{4, 8\}$
3. 设 \mathbb{G} 为 20 阶循环群，其生成元有几个？ ()
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
4. 有向图 $D = \langle V, E \rangle$, $V = \{a, b, c, d, e, f\}$, $E = \{\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle d, e \rangle, \langle f, e \rangle\}$.
则 D 的连通性与哪种图最接近？ ()

- A. 不连通图
- B. 弱连通图

C. 单向连通图

D. 强连通图

5. 已知某二元前缀码中字母 e 对应的编码为 10，则单词 pepper 可能对应的前缀码是什么？（）

A. 11011100

B. 01000101

C. 01100101100

D. 11101111100

6. 树 T 具有 5 个 4 度顶点，其余均为 1 度顶点。则有几种非同构的 T？（）

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

7. 若无向简单图 G 是一个自补图，则 G 的顶点数可能为多少？（）

A. 2 B. 3 C. 5 D. 6

8. Klein 四元群的子群格是以下哪种格？（）

A. 分配格

B. 有补格

C. 五角格

D. 布尔代数

9. K_m, n 的边数为多少？（）

A. mn B. $m+n$ C. $2mn$ D. $2(m+n)$

10. 六阶群的子群的阶数可以是？（）

A、1，2，5

B、2，4

C、 3, 6, 7

D、 2, 3

第II卷 (非选择题 共 90 分)

二、判断题 (共 10 小题, 每小题 1 分, 共 10 分, 真为 "T", 假为 "F")

1. 每一个极小项当其真值指派与编码相同时, 其真值为 1, 在其余 2^{n-1} 种指派情况下均为 0。()
2. 设 R 是整环. 若 R 中每个元素在乘法下都有逆, 则 R 是域。()
3. 若 G 是 n 阶群, 则对 n 的每个正因子 d , G 都有一个 d 阶子群。()
4. 在命题逻辑中, 任何命题公式的主合取范式都是存在的, 并且是唯一的。()
5. 如果一个群不是 Abel 群, 那么这个群中的任意两个元素之间的运算都不可交换。()
6. 完全图不一定是哈密顿图。()
7. 平面图的对偶图一定是连通图。()
8. 无限群中必有无限阶元。()
9. 任何实数区间都与实数集合 \mathbb{R} 等势。()
10. 若图 G 有 50 个顶点和 49 条边, 则 G 是树。()

三、填空题 (共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

1. 设 \mathbb{Z}_{18} 为模 18 整数加群, 则元素 14 的阶是_____。
2. $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$, 则 $R \restriction \{1, 3\} =$ _____。
3. 某班有 54 个学生, 其中有 29 人买了语文参考书, 有 22 人买了数学参考书, 有 11 人两种书都没有买。那么既买了语文书又买了数学书的人有_____个。
4. 设集合 $A = \{a, b, c\}$ 上定义了两个二元运算 * 和 。, 其运算表如下:

*	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

◦	a	b	c
a	a	b	c
b	a	b	c
c	a	b	c

则满足交换律且有幺元的是运算_____，有幂等性且不满足交换律的运算是_____。

5. 树叶带权分别为 1, 2, 3, 4, 5, 7 的最优 2 叉树的权为_____。
6. 平面图 G 有 16 个连通分支, 128 个顶点, 81 个面, 则 G 有_____条边。
7. 一次同余方程 $7x \equiv 10 \pmod{29}$ 的最小正整数解为_____。
8. 用 2 种颜色涂色 3^3 的方格棋盘, 每个方格一种颜色. 如果允许棋盘任意旋转或者翻转, 则不同的着色方案数是_____。
9. $K_{2,3}$ 的点色数为_____， 面色数为_____。
10. 设 n 是正整数, S_n 为 n 的正因子集, S_n 关于整除关系构成格, 令 $n = 3, 4, 5, 6$, 则 $n =$ _____时 S_n 是布尔代数。

四、证明题 (共 2 题, 每题 15 分, 共 30 分)

1. 在一阶逻辑中推证下列结论的有效性:

所有爱学习的人都有知识每个有知识、爱思考的人都有创造力有些爱学习、

爱思考的人是科学家. 所以有些爱学习、有创造力的人是科学家.

设个体域是人的集合, $P(x)$: x 爱学习, $R(x)$: x 有知识,

$S(x)$: x 有创造力, $U(x)$: x 是科学家, $V(x)$: x 爱思考.

2. 证明6阶群中必含有3阶元.

五、计算题（共2题，第一题10分，第二题20分，共30分）

1. 给定解释如下：

$$(1) D=\{2, 3\} \quad (2) a=2 \quad (3) f(2)=3, f(3)=2$$

$$(4) F(x) : f(2)=0, f(3)=1; G(x, y) : G(i, j)=1; i=2, j=3.$$

求公式 $\forall x(F(x) \wedge G(x, a))$ 和 $\exists x(F(f(x) \wedge G(x, f(x)))$ 的值。

2. 某电路中有一个灯泡和三个开关 A, B, C。已知在且仅在下述四种情况下灯亮：

- ① C 的扳键向上, A, B 的扳键向下。
- ② A 的扳键向上, B, C 的扳键向下。
- ③ B, C 的扳键向上, A 的扳键向下。
- ④ A, B 的扳键向上, C 的扳键向下。

设 F 为 1 表示灯亮, 命题变元 p, q, r 分别表示 A, B, C 的扳键向上。

(1) 求的主析取范式。

(2) 在联结词完备集 $\{\neg, \wedge\}$ 上构造 F, 并尽可能地简单。