课程编号：MTH07035　　北京理工大学 2019-2020 学年第一学期

2018 级离散数学 II 期末试题（A 卷）

班级_________ 学号_________ 姓名_________ 成绩________

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	总分
得分									

1. 选择题（共 10 题, 每题 2 分）

1) 设Σ是由有限多字母组成的集合，称为字母表. 由Σ中的字母组成的有序序列称为Σ上的串. 若串中的字母个数为零，则该串叫做空串. 令Σ^*表示Σ上所有有限长的串的集合. 在Σ^*上定义一个连接运算“*”，对任意两个串 x, y, $x*y=xy$.即把串 y 添加到串 x 后面. 则关于$<\Sigma^*,*>$以下哪个判断正确？ (　　)

A. 是代数系统，但不是半群　　B. 是半群，但不是独异点

C. 是独异点，但不是群　　D. 不是代数系统

2) 设 G 为 20 阶循环群，其生成元有几个？ (　　)

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

3) 设 $\mathbf{Z}_{12}$ 为模 12 整数加群. 以下哪个是子群< 4 >在 G 中的右陪集？(　　)

A. {1,4,7,10}　　B. {0,4,8}

C. {3,6,9}　　D. {4,8}

4) Klein 四元群的子群格是以下哪种格？ (　　)

A. 分配格　　B. 有补格

C. 五角格　　D. 布尔代数

5) 设 $S=\{y \mid \exists x(x\in Z \wedge x \bmod 7 \neq 0 \wedge y = x^6 \bmod 7)\}$，则$|S|$是多少？ (　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

6) $K_{m,n}$的边数为多少？ (　　)

A. mn　　B. $m+n$　　C. $2mn$　　D. $2(m+n)$

7) 有向图$D=\langle V,E\rangle$,$V=\{a,b,c,d,e,f\}$,$E=\{\langle a,b\rangle,\langle b,c\rangle,\langle a,d\rangle,\langle d,e\rangle,\langle f,e\rangle$. 则$D$的连通性与哪种图最接近？ (　　)

A. 不连通图　B. 弱连通图　C. 单向连通图　D. 强连通图

8) 树T具有 5 个 4 度顶点，其余均为 1 度顶点。则有几种非同构的T？　(　　)

A. 2　B. 3　C. 4　D. 5

9) 若无向简单图G是一个自补图，则G的顶点数可能为多少？　(　　)

A. 2　B. 3　C. 5　D. 6

10) 已知某二元前缀码中字母 e 对应的编码为 10，则单词 pepper 可能对应的前缀码是什么？　(　　)

A. 11011100　B. 01000101　C. 01100101100　D. 11101111100

2. 判断题（共 10 题，每题 1 分，真为"T"，假为"F"）

1) 设 R 是整环. 若 R 中每个元素在乘法下都有逆，则 R 是域.　(　　)

2) 若 G 是 n 阶群，则对 n 的每个正因子 d，G 都有一个 d 阶子群.　(　　)

3) 无限群中必有无限阶元.　(　　)

4) 代数系统 A 中若存在 a 使得 $a^2 = a$，则 A 上的运算满足幂律.　(　　)

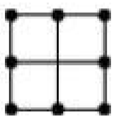
5) 设 a 是群 G 中元素. 则对任意整数 n, $|a^n|$是$|a|$的因子.　(　　)

6) 若图G有 50 个顶点和 49 条边，则G是树.　(　　)

7) 完全图不一定是哈密顿图.　(　　)

8) 平面图的对偶图一定是连通图.　(　　)

9) $K_{2,3}$是欧拉图也是哈密顿图.　(　　)

10) 右图是二部图. 　(　　)

3. 填空题（共 10 题，每题 2 分）

1) 设 $\mathbf{Z}_{18}$ 为模 18 整数加群，则元素 14 的阶是__________.

2) 一次同余方程 $7x \equiv 10 \pmod{29}$ 的最小正整数解为__________.

3) 在域 $\mathbf{Z}_7$ 中，方程组 $\begin{cases} 5x+3y=5 \\ x-4y=3 \end{cases}$ 的解为 $x=$__________, $y=$__________.

4) $56^{-1} \pmod{13}=$ __________.

5) 设 n 是正整数，S_n 为 n 的正因子集，S_n 关于整除关系构成格，令 $n = 3,4,5,6$，则 n=__________时 S_n 是布尔代数.

6) 树叶带权分别为 1,2,3,4,5,7 的最优 2 叉树的权为__________.

7) 轮图$W_n(n \geq 4)$的对偶图为____________.

8) 平面图G有 16 个连通分支，128 个顶点，81 个面，则G有_________条边.

9) n阶无向简单图G及其补图$\bar{G}$都有$n+21$条边，则n=____________.

10) $K_{2,3}$的点色数为_________，面色数为_________，边色数为_________.

4. （10 分）用 2 种颜色涂色 3×3 的方格棋盘，每个方格一种颜色. 如果允许棋盘任意旋转或者翻转，则不同的着色方案数是多少？

5. （10 分）设平面图G的顶点数$v \geq 11$，证明：G的补图$\bar{G}$不是平面图.

6. （10 分）设有 6 个城市$v_1, v_2, \cdots, v_6$,各城市之间的距离如下表所示. 用 Dijkstra 标号法求解v_1到其余城市的最短路径和距离，写出计算过程和结果.

道路	v_1v_2	v_1v_3	v_2v_3	v_2v_4	v_2v_5	v_2v_5	v_4v_5	v_4v_6	v_5v_6
距离	1	4	2	7	5	1	3	2	6

7. （10 分）证明 6 阶群中必含有 3 阶元.

8. （10 分）设 Z 是整数集，⊕是 Z 上如下定义的二元运算：.$(a,b)\oplus(c,d)=(a+c,b+d)$ 这里“+”是整数上的普通加法. 设<G, +>是一个整数加群. 假设f: $Z\times Z\to G$ 是一个群同态，其中$f(1,2)=g_1$，$f(3,5)=g_2$.

1) 证明：< $Z\times Z$, ⊕>是一个阿贝尔群.

2) 请用 g_1 和 g_2 来表示 $f(5,8)$.