

学院\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_任课老师\_\_\_\_\_考场教室\_\_\_\_\_选课号/座位号\_\_\_\_\_

…………密…………封…………线…………以…………内…………答…………题…………无…………效…………

## 北京理工大学 2017-2018 学年第 一 学期期 末 考试 A 卷

课程名称: 离散数学 考试形式: 闭卷笔试 考试日期: 20\_\_年\_\_月\_\_日 考试时长: 120 分钟

课程成绩构成: 平时 10 %, 期中 10 %, 实验 10 %, 期末 70 %

本试卷试题由 六 部分构成, 共 7 页。

题号	一	二	三	四	五	六	合计
得分							

得 分

一、单项选择题 (共 10 分, 共 10 题, 每题 1 分)

1. 设集合  $X=\{1, \{1\}\}$ , 则下列关于集合的运算, 正确的是 ( )。

- 1).  $X-\{1\}=\{1\}$       2).  $X-\{1\}=\{\{1\}\}$       3).  $X-\{1, \{1\}, 2\}=\{2\}$       4).  $\bar{X} \cup \{1, \{1\}\}=\emptyset$ .

2. 设集合  $A=\{a, b, c\}$ ,  $A$  上的关系  $R=\{<a, a>, <b, b>\}$ , 则  $R$  是 ( )。

- 1). 是等价关系但不是偏序关系      2). 是偏序关系但不是等价关系  
3). 既是等价关系又是偏序关系      4). 既不是等价关系又不是偏序关系

3. 设  $f, g$  都是自然数集  $N$  上的函数, 对任意  $x \in N$ ,  $f(x) = x+1$ ,  $g(x) = 2x$ 。下列说法正确的是 ( )。

- 1).  $f \circ g$  既是满射又是单射      2).  $f \circ g$  只是满射  
3).  $f \circ g$  是单射      4).  $f \circ g$  既不是满射也不是单射

4. 设  $P$ : 今天是星期一,  $Q$ : 明天是星期二, 命题“只有今天是星期一, 明天才是星期二”的符号化形式为 ( )

- 1).  $P \rightarrow Q$       2).  $Q \rightarrow P$       3).  $\neg P \rightarrow Q$       4).  $\neg Q \rightarrow P$

5. 设  $B$  不含有  $x$ ,  $(\exists x)(B \rightarrow A(x))$  等价于 ( )

- 1).  $B \rightarrow (\forall x)A(x)$     2).  $(\exists x)(A(x) \vee B)$     3).  $B \rightarrow (\exists x)A(x)$       4).  $(\exists x)(A(x) \wedge B)$  .

学院\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_任课老师\_\_\_\_\_考场教室\_\_\_\_\_选课号/座位号\_\_\_\_\_

……………密……………封……………线……………以……………内……………答……………题……………无……………效……………

6. 设图  $G$  的邻接矩阵为  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ , 则  $G$  的补图  $\bar{G}$  的邻接矩阵为 ( )。

1).  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

2).  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

3).  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

4).  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

7. 简单连通图  $G$  中, 若结点数为 5, 边数为 ( ), 则  $G$  不可能是平面图。

1). 7

2). 8

3). 9

4). 10

8. 设  $A=\{1,2,3\}$ , 在  $A$  上可定义 ( ) 个不同的 2 元运算。

1).  $3^3$

2).  $9^9$

3).  $9^3$

4).  $3^9$

9. 设  $R^+$  为正实数集合,  $*$  是数的乘法运算,  $\langle R^+, * \rangle$  是一个群, 则下列集合关于  $*$  运算能构成该群的子群的是 ( )。

1).  $R^+$  中的有理数

2).  $R^+$  中的无理数

3).  $R^+$  中的自然数

4).  $\{1,2,3\}$

10. 设集合  $A=\{1,2,3\}$ , 格  $\langle P(A), \subseteq \rangle$  的子格有 ( )。

1).  $\{\Phi, \{1,2\}, \{2,3\}\}$

2).  $\{\Phi, \{1\}, \{1,2,3\}\}$

3).  $\{\{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$

4).  $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$

得 分

二、多项选择题题 (共 5 分, 共 5 题, 每题 1 分)

1. 设集合  $A=\{1,2,3\}$ , 则  $A$  上的双射函数有 ( )。

1).  $f=\{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,1 \rangle\}$

2).  $f=\{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,1 \rangle\}$

3).  $f=\{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 3,3 \rangle\}$

4).  $f=\{\langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle\}$

5).  $f=\{\langle 1,1 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 3,1 \rangle\}$

2. 设  $P, Q$  的真值为 0,  $R, S$  的真值为 1, 则下列公式中真值为真的是 ( )

1).  $P \vee (Q \wedge R)$

2).  $P \rightarrow (R \vee S)$

3).  $(P \leftrightarrow Q) \wedge \neg R$

4).  $Q \rightarrow (R \wedge \neg P)$

5).  $\neg (P \vee R) \leftrightarrow (R \vee \neg S)$

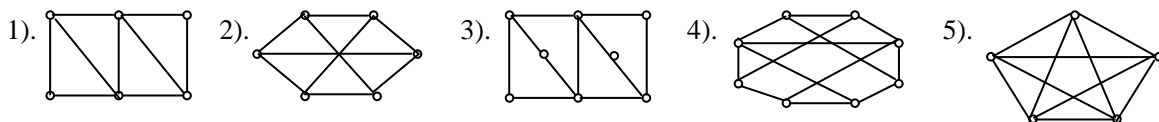
学院\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_任课老师\_\_\_\_\_考场教室\_\_\_\_\_选课号/座位号\_\_\_\_\_

…………密…………封…………线…………以…………内…………答…………题…………无…………效…………

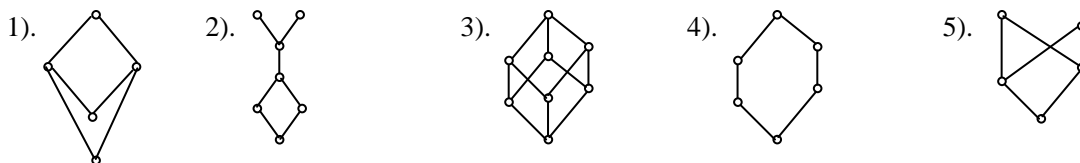
3. 设  $F(x)$ :  $x$  为火车,  $G(y)$ :  $y$  为汽车,  $H(x, y)$ :  $x$  比  $y$  快, 命题“并不是所有的火车都比所有的汽车快”的符号化形式为( )

- 1).  $\neg (\forall x) (F(x) \rightarrow (\forall y) (G(y) \rightarrow H(x, y)))$       2).  $(\exists x) (F(x) \wedge (\exists y) (G(y) \wedge H(y, x)))$   
 3).  $(\exists x) (F(x) \wedge (\exists y) (G(y) \wedge \neg H(x, y)))$       4).  $\neg (\exists x) (F(x) \rightarrow (\forall y) (G(y) \wedge H(x, y)))$   
 5).  $\neg (\forall x) (F(x) \rightarrow (\forall y) (G(y) \wedge H(y, x)))$

4. 下列图中, 是偶图的有 ( )。



5. 下列哈斯图中, 是格的有 ( )。



得 分

三、简答题 (8 分)

1. 试述演绎推理中的全称特指规则 (US)。(2 分)

2. 试述满射的定义。(2 分)

3. 试述有向图的单向连通图的定义。(2 分)

4. 试述二元代数系统中零元的定义。(2 分)

学院\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_任课老师\_\_\_\_\_考场教室\_\_\_\_\_选课号/座位号\_\_\_\_\_

…………密…………封…………线…………以…………内…………答…………题…………无…………效…………

得 分

四、判断分析改错题(如果正确,说明理由,如果不正确,举例说明)(15分)

1. 考虑  $R, S$  是集合  $A$  上的等价关系, 则  $R \cup S$  是否一定是等价关系? 为什么?。(5分)

2. 表达式  $(P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow R) = (P \vee Q) \rightarrow R$  是否成立? 为什么?。(5分)

3. “树是一个偶图”, 这个说法对吗? 为什么?。(5分)

得 分

五、计算题(35分)

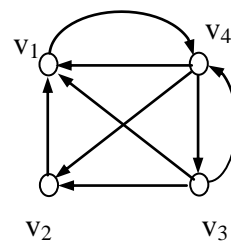
1. 计算  $(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge \neg Q)$  的主析取范式和主合取范式。(7分)

学院\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_任课老师\_\_\_\_\_考场教室\_\_\_\_\_选课号/座位号\_\_\_\_\_

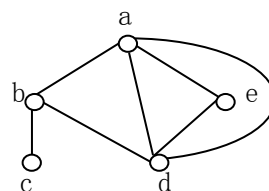
…………密…………封…………线…………以…………内…………答…………题…………无…………效…………

2. 集合  $A=\{a,b,c,d,e,f\}$  上的等价关系  $R=\{<a,a>, <a,b>,<b,a> <b,b>, <e,e>, <e,f>,<f,e> <f,f>,<c,c>, <c,d>,<d,c> <d,d>\}$ , 计算商集  $A/R$ 。(7 分)

3. 图  $G=\langle V,E\rangle$  如右图所示, 利用  $G$  的邻接矩阵求  $G$  中从  $v_3$  到  $v_1$  长度为 4 的通路条数。(7 分)



4. 试写出右图的平面图各个面的边界, 并计算每个边界的长度。(7 分)



学院\_\_\_\_\_姓名 \_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_任课老师\_\_\_\_\_考场教室\_\_\_\_\_选课号/座位号\_\_\_\_\_

…………密…………封…………线…………以…………内…………答…………题…………无…………效…………

5. 设有代数系统 $\langle Z, * \rangle$ ，运算“ $*$ ”定义如下： $\forall a, b \in Z$ ，有： $a * b = a + b + 5$ 。计算该代数系统中的幺元、幂等元、可逆元及其逆元。(7 分)

得 分

六、证明题（27 分）

1. 符号化下列语句，并用演绎法验证其推论是否正确。(9 分)

桌上的每本书都是杰作；写出杰作的人都是天才；某个不出名的人写了桌上的某本书。因此，某个不出名的人是天才。

学院\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_任课老师\_\_\_\_\_考场教室\_\_\_\_\_选课号/座位号\_\_\_\_\_

…………密…………封…………线…………以…………内…………答…………题…………无…………效…………

---

2. 设  $R$  是实数集,  $F$  为  $R$  到  $[0, 1]$  函数的全体。若  $f, g \in F$ , 定义  $\langle f, g \rangle \in S$  当且仅当对任意  $x \in R, f(x) - g(x) \geq 0$ , 证明  $S$  是一个偏序关系。(9 分)

3. 设  $\langle A, * \rangle$  是一个半群,  $e$  是左幺元且对每个  $x \in A$ , 存在  $x^{-1} * x = e$ 。证明: (9 分)

(a) 对任意的  $a, b, c \in A$ , 如  $a * b = a * c$ , 则  $b = c$ ;      (b)  $\langle A, * \rangle$  是一个群。