

学院_____姓名_____学号_____选课/座号_____任课老师_____

.....密.....封.....线.....以.....内.....答.....题.....无.....效.....

北京理工大学《离散数学》2021-2022学年第一学期期末试卷

离散数学(计) 课程考试题 A 卷 (120 分钟) 考试形式: 闭卷笔试 考试日期 20__年__月__日

课程成绩构成: 平时 10 分, 期中 10 分, 实验 10 分, 期末 70 分

	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	合计	复核人 签名
得分												
签名												

得 分

一、单项选择题题 (共 10 分, 共 10 题, 每题 1 分)

- 命题逻辑中, 公式 H 是 G_1, G_2, \dots, G_n 的逻辑结果当且仅当公式是 $(G_1 \wedge G_2 \wedge \dots \wedge G_n) \rightarrow H$ 是 () 的。
 (1)、永真 (2)、永假 (3)、可满足 (4)、不可满足
- 如果命题公式 $G = P \wedge Q$, 则有 $G =$ ()。
 (1)、 $\neg(P \rightarrow Q)$ (2)、 $\neg(P \rightarrow \neg Q)$ (3)、 $\neg(\neg P \rightarrow Q)$ (4)、 $\neg(\neg P \rightarrow \neg Q)$
- 命题公式是永真公式, 当且仅当等价于它的主析取范式中 ()。
 (1)、包含所有极大项 (2)、不包含任何极大项
 (3)、包含所有极小项 (4)、不包含任何极小项
- 设 $A = \{a, b, c, d\}$, A 上的等价关系 $R = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, c \rangle\} \cup I_A$, 则对应于 R 的 A 的划分是 ()
 (1)、 $\{\{a\}, \{b, c\}, \{d\}\}$ (2)、 $\{\{a, b\}, \{c\}, \{d\}\}$
 (3)、 $\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}\}$ (4)、 $\{\{a, b\}, \{c, d\}\}$
- 设集合 X 为人的全体, 在 X 上定义关系 R, S 为 $R = \{\langle a, b \rangle \mid a, b \in X \wedge a \text{ 是 } b \text{ 的父亲}\}$, $S = \{\langle a, b \rangle \mid a, b \in X \text{ 且 } a \text{ 是 } b \text{ 的母亲}\}$, 那么关系 $\{\langle a, b \rangle \mid a, b \in X \wedge a \text{ 是 } b \text{ 的祖母}\}$ 的表达式为 ()

- (1)、 RoS (2)、 $R^{-1}oS$ (3)、 SoR (4)、 RoS^{-1}

6. 下面 () 不能成为图的度数序列。

- (1)、 $(1,2,3,4)$ (2)、 $(1,2,3,6)$ (3)、 $(1,3,5,7)$ (4)、 $(1,3,4,9)$

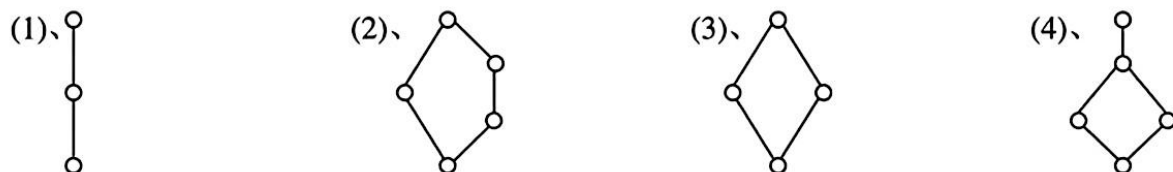
7. 设 3 元完全树 T 有 13 片树叶, 则 T 有 () 个分支点。

- (1)、4 (2)、5 (3)、6 (4)、7

8. 设 $\langle Z, + \rangle$ 是代数系统, 其中 Z 是整数集合, “+”是普通的加法运算, 则下列 () 不成立。

- (1)、存在幺元 (2)、存在零元 (3)、存在幂等元 (4)、每个元都存在逆元

9. 下列哈斯图所表示的格中, () 是布尔代数。



10. 存在 () 个非同构的 4 阶群。

- (1)、1 (2)、2 (3)、3 (4)、4

得 分

二、多项选择题题 (共 5 分, 共 5 题, 每题 1 分)

1. 在整数个体域上, 下列各式中, 真值为真的有 ()。

- (1)、 $(\forall x)(\exists y)(xy=1)$ (2)、 $(\forall x)(\exists y)(xy=x)$ (3)、 $(\exists y)(\forall x)(xy=0)$
 (4)、 $(\forall x)(\exists y)(\forall z)(x+y=z)$ (5)、 $(\forall x)(\forall y)(\exists z)(x-y=z)$

2. 下列命题中, () 是真命题。

- (1)、海水是咸的当且仅当蝙蝠是瞎子 (2)、若太阳从西边落下, 则 2 是奇数
 (3)、如果 3 是奇数, 那么 $1+1=3$ (4)、夏天冷当且仅当冬天热
 (5)、如果成都是直辖市, 那么北京是中国的首都

3. 集合 $A=\{1, 2, 3\}$ 上的下列关系矩阵中具有自反性和对称性的是 ()

- (1)、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (2)、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (3)、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (4)、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (5)、 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

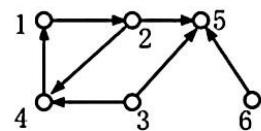
学院_____姓名_____学号_____选课/座号号_____任课老师_____

.....密.....封.....线.....以.....内.....答.....题.....无.....效.....

4. 下列结点子集导出的子图中, 哪些是右图的强向分图。()

1)、 {1, 2, 3} 2)、 {1, 2, 4}

3)、 {5} 4)、 {6} 5)、 {5, 6}



5. 设 H 是群 G 的子群, 则 H 是 G 的不变子群当且仅当 ()。

(1)、 $\forall a \in G$, 有 $aha^{-1} \in H$ (2)、 $\forall a \in H$, 有 $aH = Ha$ (3)、 $\forall a \in G$, 有 $aH = Ha$

(4)、 $\forall a \in G, \forall h \in H$, 有 $aha^{-1} \in H$ (5) $\forall a \in H, \forall h \in H$, 有 $aha^{-1} \in H$

得 分

三、简答题 (10 分)

1、试述命题公式的定义。(2.5 分)

2、试述单射的定义。(2.5 分)

3、试述生成子图的定义。(2.5 分)

4、试述代数系统同构的定义。(2.5 分)

得 分

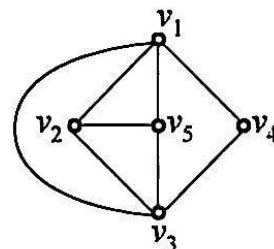
四、判断分析改错题(如果正确, 说明理由, 如果不正确, 举例说明) (16 分)

1、试判断下列推导是否正确, 若不正确, 请改正。(4 分)

- (1) P
- (2) ES (1)
- (3) P
- (4) US (3)
- (5) $P(c) \wedge Q(c)$ T (1) (2) I
- (6) $(\forall x)(P(x) \wedge Q(x))$ UG (5)

2、R、S 是集合 A 上的反对称关系, $R \cup S$ 是否是 A 上的反对称关系? 为什么? (4 分)

3、右图是否是偶图? 为什么? (4 分)



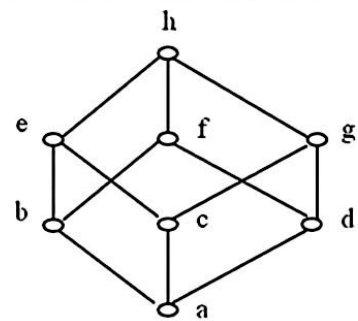
4、设 R 为实数集合, 在 R 上定义二元运算*为: $a*b = a + b - ab$, $\forall a, b \in R$ 。代数系统 $\langle R, * \rangle$ 是否是半群? 为什么? (4 分)

得 分

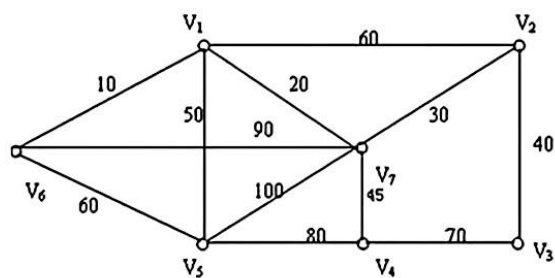
五、计算题 (35 分)

1、计算 $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow R)$ 的主析取范式和主合取范式。(7 分)

2、设集合 $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 上偏序关系的哈斯图如右图所示, 求 A 的最大元和最小元, 并分别求 A 的子集 $B = \{a, b, c, d\}$ 的最大元、最小元、极大元和极小元以及上确界和下确界。(7 分)

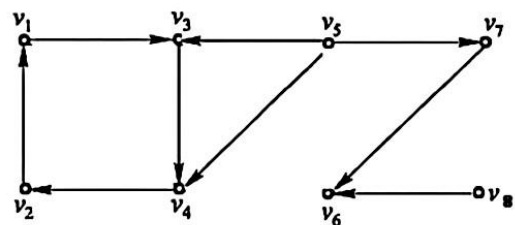


3、右图为一连通赋权图, 计算该图的最小生成树和权值。(7 分)



4、求 8 阶剩余类加群 $G = \langle \underline{8}, +_8 \rangle$ 的所有生成元和所有子群。(7 分)

5、求右图的所有强分图、单向分图和弱分图。(7 分)



学院_____姓名_____学号_____选课/座号号_____任课老师_____

.....密.....封.....线.....以.....内.....答.....题.....无.....效.....

得 分

六、证明题（24 分）

1、符号化下面语句，并用演绎法证明其推导是否正确。(8 分)

有理数和无理数都是实数，虚数不是实数。因此，虚数既不是有理数，也不是无理数。

2、设 R 是集合 A 上的传递关系，证明：对任意的正整数 n , 有 $R^n \subseteq R$ 。(8 分)

学院_____姓名_____学号_____选课/座号号_____任课老师_____

.....密.....封.....线.....以.....内.....答.....题.....无.....效.....

3、设 $\langle G, \circ \rangle$ 是一个群, $a \in G$, 定义 G 上的函数 f 为: $f(x) = a \circ x \circ a^{-1}$, $\forall x \in G$ 。证明: f 是 G 上的自同构映射。(8 分)

