

**离散数学作业一：2020 年 10 月 16 日上课交纸质版（上课前请将作业拍成照片或扫描，发到助教邮箱）**

1.  $A, B, C$  为三个集合。证明  $A-(B \cup C) = (A-B) \cap (A-C)$ ;  $A-(B \cap C) = (A-B) \cup (A-C)$ . (7+7 分)
2. 用数学归纳法证明容斥原理。（15 分）
3. 求整数  $x$  和  $y$ ，使得  $3141x + 1592y = 1$ , 写出计算过程。（7 分）
4. 求方程  $15x + 16y = 17$  的所有整数解，写出计算过程。（7 分）
5. 求线性同余方程  $5x \equiv 1 \pmod{17}$  的所有解，写出计算过程。（7 分）
6. 求下列同余方程组的所有解：
$$\begin{cases} 2x \equiv 1 \pmod{5} \\ 3x \equiv 2 \pmod{7} \\ 4x \equiv 1 \pmod{11} \end{cases}$$
写出计算过程。（15 分）
7.  $p$  为素数， $(m, n) = p$ ，则  $\phi(mn)$  和  $\phi(m)\phi(n)$  之间是什么关系？（10 分）
8. 证明：如果  $6 \mid n$ ，则  $\phi(n) \leq n/3$ . (7 分)
9. 证明：如果  $n-1$  和  $n+1$  均为素数， $n > 4$ ，则  $\phi(n) \leq n/3$ . (8 分)
10.  $7^{355}$  的末位数是什么？末两位数是什么？（5+5 分）