

**离散数学作业二：2020 年 11 月 13 日上课交纸质版（上课前请将作业拍成照片或扫描，发到助教邮箱）**

1. 令  $S = \mathbb{R} - \{-1\}$ , 在  $S$  上定义运算  $*$  :  $a*b = a+b+ab$ . (1) 证明  $\langle S, * \rangle$  是群 ; (2) 在  $S$  中解方程  $2*x*3=7$ . (7+7 分)
2. 证明 :  $G$  是交换群当且仅当对  $G$  中任意元素  $a, b$ ,  $(a*b)^2 = a^2*b^2$ . (12 分)
3.  $g$  是群  $G$  中的任意元素, 证明 : (1)  $g$  和  $g^{-1}$  同阶 ; (2)  $(g^k)^{-1} = (g^{-1})^k$ . (7+7 分)
4. 证明群的同构关系是一种等价关系。 (15 分)
5.  $H$  是群  $G$  的正规子群。对于  $G$  中的任意元素  $a$ ,  $f$  将  $aH$  对应到  $Ha$ .  $f$  是不是  $G$  关于  $H$  的左陪集到右陪集到双射, 为什么 ? (15 分)
6.  $H$  是群  $G$  的正规子群。如果  $a$  和  $b$  属于  $H$  同一个陪集,  $c$  和  $d$  属于  $H$  同一个陪集, 那么  $a*c$  和  $b*d$  属于  $H$  的同一陪集。 (15 分)
7.  $H$  和  $K$  是群  $G$  的正规子群。如果  $G/H$ ,  $G/K$  都是交换群, 那么  $G/(H \cap K)$  也是交换群。 (15 分)