

定量分析雨滴与冰雹对地面的破坏程度

PB19010450 和泳毅

摘要

本文根据对高空抛物的思考，对雨滴和冰雹的下落过程以及对地面的破坏程度进行定量分析。其中通过雨滴和冰雹对地面造成的冲击力来描述对地面的破坏程度。这里主要分为两个问题，问题一是如何分析雨滴和冰雹的下落过程，计算其落地时的速度。问题二是在已知雨滴和冰雹落地速度的基础上如何计算它们对地面的冲击力。

针对问题一，本文关于雨滴设计了两个模型雨滴 $C_d = 0.47$ 模型和雨滴 Park 模型。它们都基于物理运动学方程来计算收尾速度，区别在于雨滴 $C_d = 0.47$ 模型对关键系数空气阻力系数 C_d 进行了一个常数假设，即将其假设为光滑球体的阻力系数。而雨滴 Park 模型则根据 Park 公式，对空气阻力系数进行了较为精确的计算。并通过获取真实记录数据进行对比，雨滴 Park 模型的效果要更加良好，得到了不同直径下雨滴的收尾速度。本文关于冰雹也设计了两个模型：冰雹 $C_d = 0.47$ 模型和冰雹近似模型。同雨滴模型，它们也都基于物理运动学方程来计算收尾速度，并且冰雹 $C_d = 0.47$ 模型对关键系数空气阻力系数 C_d 同样地进行了一个常数假设，而冰雹近似模型则根据相关文献，对空气阻力系数进行了较为精确的估算。并通过获取精确计算数据进行对比，冰雹近似模型的效果要更加良好，得到了不同直径下冰雹的收尾速度。

针对问题二，本文设计了碰撞模型。该模型基于动量定理，结合不同文献来估算或计算雨滴和冰雹与地面的碰撞时间，最终计算出它们对地面的冲击力，描述了它们对地面的破坏程度。

最后，本文对所建立的模型进行了评价，得出了冰雹对地面的破坏程度要远大于雨滴的结论，并分析了造成该结论的原因。

关键字： 收尾速度； 空气阻力系数； 雷诺数； 建模分析；

目录

一、问题重述	3
1.1 问题背景	3
1.2 要解决的具体问题	3
二、问题分析	3
三、模型假设	4
四、名词解释与符号说明	4
4.1 名词解释与说明	4
4.2 主要符号与说明	4
五、模型建立	5
5.1 模型一：雨滴 $C_d = 0.47$ 模型	5
5.2 模型二：雨滴 Park 模型	5
5.3 模型三：冰雹 $C_d = 0.47$ 模型	6
5.4 模型四：冰雹近似模型	6
5.5 模型五：碰撞模型	7
六、模型求解	7
6.1 雨滴	7
6.2 冰雹	8
七、误差分析	10
八、模型评价	10
8.1 模型的优点	10
8.2 模型的缺点	11
九、结论	11
参考文献	11
附录 A 编程语言与软件	13
附录 B 核心代码	13

一、问题重述

1.1 问题背景

高空抛物严重威胁着人们的生命安全。2021 年 3 月 1 日，最新刑法修正案（十一）生效，“高空抛物”正式入刑。

人们在对高空抛物的关注中，也在思考自然现象中的“抛物”事件会带来怎样的危害。为什么在下雨天，雨滴从几千米甚至上万米的高空落下，却没有对人们造成伤害，而冰雹却能带来巨大的损失。

1.2 要解决的具体问题

定量分析不同情形下物体对与地面的破坏程度，即分析物体对于地面的冲击力，这显然依赖于物体和地面的性质。本文主要解决的问题是：根据各种统计数据以及力学定理，定量分析雨滴和冰雹的下落过程和分别对水泥地面的冲击力。

二、问题分析

在雨滴与冰雹下落的问题中，不能简单的使用能量守恒定律，这是因为在雨滴或冰雹下落的过程中存在明显的空气阻力效应，此时忽略空气阻力是不正确的。而流体阻力与雷诺数密切相关，对球体而言，雷诺数由以下公式定义：

$$Re = \frac{d\rho v}{\eta}, \quad (1)$$

其中， d 为球体直径， ρ 为流体密度， v 为物体速度， η 为粘性系数。利用雷诺数可用来确定物体在流体中流动所受到的阻力。雷诺数越小意味着阻力影响越显著，越大意味着惯性影响越显著。

文献 [1] 指出，当雷诺数 Re 在 10^3 到 10^5 之间时，雨滴下落的阻力与速度的平方成正比，遵循流体粘滞阻力公式

$$f = \frac{1}{2}\rho v^2 C_d S, \quad (2)$$

其中 ρ 为流体密度， C_d 为阻力系数， S 是雨滴与流体垂直方向的最大横截面积。而 C_d 则与雷诺数有函数关系，即与物体的材料、大小、所处环境有关。

由式 (2) 可以看出雨滴受到的阻力会随着速度逐渐增大而增大，使雨滴的加速度越来越小，直到加速度变为零。这意味着在重力 mg 、空气浮力 f_1 和阻力 f_2 的共同作用下，雨滴的下落过程分为两个阶段

- 当 $mg > f_1 + f_2$ 时，雨滴做加速度不断减小的变加速运动；
- 当 $mg = f_1 + f_2$ 时，雨滴的加速度变为 0，接着以最大速度作匀速运动，这个速度称为收尾速度。

上述结论也适用于冰雹，最后可以根据收尾速度结合动量定理分析对地面带来的冲击力。

该问题的关键在于空气阻力公式中的 C_d 如何设计与选取，本文则根据对 C_d 进行不同的设计与对比来设计若干模型。

三、模型假设

1. 假设雨滴和冰雹都呈球体，且密度均匀；
2. 假设雨滴在下落过程中不会被蒸发，也不会聚合新的水滴增大体积，冰雹在下落过程中不会破碎；
3. 假设雨滴和冰雹从同一高度开始下落，下落过程中无上升气流与横向风；
4. 假设水泥地面是完全刚性的。

四、名词解释与符号说明

4.1 名词解释与说明

1. 收尾速度：又称自由沉降速度。当物体受到的阻力随着速度增大时，则按照牛顿第二定律，随着速度增大，阻力也增大，速度的变化率变小。最终当加速度趋于零时，速度趋于一个稳定值，这个稳定速度值，就叫做收尾速度。
2. 雷诺数：又称雷诺准数。是流体力学中表征粘性影响的相似准则数，物理上表示惯性力和粘性力量级的比。

4.2 主要符号与说明

表 1 符号说明

符号	含义	符号	含义
d_{rain}	雨滴直径	C_d	阻力系数
d_{hail}	冰雹直径	Re	雷诺数
ρ_{rain}	雨滴密度	η	粘性系数
ρ_{rain}	冰雹密度	v_t	收尾速度
ρ_{air}	空气密度	g	重力加速度

五、模型建立

5.1 模型一：雨滴 $C_d = 0.47$ 模型

雨滴在重力、浮力、阻力的共同作用下的运动方程为

$$(\rho_{rain} - \rho_{air})Vg - \frac{1}{2}\rho_{air}SC_d v^2 = \rho_{rain}V \frac{dv}{dt}, \quad (3)$$

到达稳定状态后 $\frac{dv}{dt} = 0$ ，雨滴的收尾速度为

$$v_t = \sqrt{\frac{2(\rho_{rain} - \rho_{air})Vg}{\rho_{air}SC_d}}.$$

由于假设雨滴下落过程中呈球体不变，在文献 [2] 中，精确地测量了常见几何物体的平均空气阻力系数，其中光滑球体的空气阻力系数约为 0.47，所以假设雨滴下落过程中阻力系数为球体阻力系数，即 $C_d = 0.47$ 。这样有

$$v_t = \sqrt{\frac{4(\rho_{rain} - \rho_{air})d_{rain}g}{1.41\rho_{air}}}.$$

5.2 模型二：雨滴 Park 模型

由于物体的大小不同、材质不同、表面光滑度不同，其对应的阻力系数也可能不相同，模型一中将其假设为常数可能产生较大的误差。于是根据文献 [3] 给出的阻力系数 Park 公式：

$$\begin{aligned} Re \leq 1000, \quad C_d &= \left(\frac{24}{Re}\right) (1 + 0.15Re^{0.687}), \\ Re > 1000, \quad C_d &= 0.438 \left[1 + 0.21 \left(\frac{Re}{1000} - 1\right)^{1.25}\right], \end{aligned} \quad (4)$$

结合到模型一中进行改进。

(1) 雷诺数 $Re \leq 1000$

结合式 (3) 和 (4),

$$(\rho_{rain} - \rho_{air})Vg - \frac{1}{2}\rho_{air}S \frac{24}{Re} (1 + 0.15Re^{0.687}) \left(\frac{\eta Re}{\rho_{air}d_{rain}}\right)^2 = \rho_{rain}V \frac{dv}{dt},$$

到达稳定状态后 $\frac{dv}{dt} = 0$ ，整理得：

$$d_{rain}^3 = \frac{18Re\eta^2 (1 + 0.15Re^{0.687})}{g\rho_{air}(\rho_{rain} - \rho_{air})}. \quad (5)$$

其中 $\eta = 17.1 \times 10^{-6} \text{kg/m}$, $g = 9.8 \text{m/s}^2$ 。假设雨滴密度接近水密度，即设 $\rho_{rain} = 1 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 。为简化计算过程，假设雨滴在下落的过程处于标准条件，即 $\rho_{air} = 1.293 \text{kg/m}^3$ 。

当 $Re \leq 1000$ ，解得： $d_{rain} \leq 1.9657 \text{mm}$ 。之后可以取满足要求的直径值代入式 (5) 计算雷诺数，进而结合式 (1) 计算雨滴的收尾速度：

$$v_t = \frac{\eta Re}{\rho_{air}d_{rain}}. \quad (6)$$

(2) 雷诺数 $Re > 1000$

结合式 (3) 和 (4),

$$(\rho_{rain} - \rho_{air})Vg - 0.219\rho_{air}S \left[1 + 0.21 \left(\frac{Re}{1000} - 1 \right)^{1.25} \right] \left(\frac{\eta Re}{\rho_{air}d_{rain}} \right)^2 = \rho_{rain}V \frac{dv}{dt},$$

到达稳定状态后 $\frac{dv}{dt} = 0$, 整理得:

$$d_{rain}^3 = \frac{0.3285Re^2\eta^2}{g\rho_{air}(\rho_{rain} - \rho_{air})} \left[1 + 0.21 \left(\frac{Re}{1000} - 1 \right)^{1.25} \right]. \quad (7)$$

当 $Re > 1000$, 解得: $d_{rain} > 1.9652\text{mm}$ 。之后可以取满足要求的直径值代入式 (7) 计算雷诺数, 进而由 (6) 式计算雨滴的收尾速度。

5.3 模型三: 冰雹 $C_d = 0.47$ 模型

由于冰雹的重量较大, 可以在下落过程中忽略空气浮力带来的影响, 冰雹在重力、阻力的共同作用下的运动方程为

$$\rho_{hail}Vg - \frac{1}{2}\rho_{air}SC_d v^2 = \rho_{hail}V \frac{dv}{dt}, \quad (8)$$

到达稳定状态后 $\frac{dv}{dt} = 0$, 冰雹的收尾速度为

$$v_t = \sqrt{\frac{2\rho_{hail}Vg}{\rho_{air}SC_d}}.$$

同模型一, 由于假设冰雹下落过程中呈球体不变, 根据文献 [2], 假设冰雹下落过程中的阻力系数为球体阻力系数, 即 $C_d = 0.47$ 。这样有

$$v_t = \sqrt{\frac{4\rho_{hail}d_{hail}g}{1.41\rho_{air}}}.$$

5.4 模型四: 冰雹近似模型

冰雹的直径取值范围较大, 这导致不同直径冰雹的阻力系数也可能相差较大, 根据文献 [5] 的研究, 给出直径为 $5\text{mm} \sim 50\text{mm}$ 的冰雹的阻力系数近似公式:

$$C_d = 0.41d_{hail}^{0.185}, \quad (9)$$

上式中直径的单位为厘米, 并由式 (8), 冰雹的收尾速度为

$$v_t = \sqrt{\frac{4\rho_{hail}g}{1.23 \times (100)^{0.185}\rho_{air}}} d_{hail}^{0.4075}.$$

5.5 模型五：碰撞模型

首先考虑雨滴碰撞水泥地面的情况，由文献 [7]，液滴与固体表面碰撞是一个复杂的变化过程，过程中液滴形状变化依赖很多因素包括液滴自身的性质，如液滴的大小、表面张力、黏度和密度等，碰撞后会发铺展、松弛、反弹等一系列振荡现象直到稳定。这导致雨滴在铺展的过程中，地面受到的冲击力也是一个动态的变化过程。

由文献 [8]，液滴与固体表面碰撞的最大瞬时碰撞力出现在液滴与表面接触到液滴到达铺展系数最大值的过程中，这个时间是非常短的，为研究对地面的破坏程度并且简化问题，此模型计算这个过程中地面受到的平均冲击力。由文献 [9]，直径为 2.64mm，碰撞速度为 2.14m/s 的液滴到达铺展系数最大值的时间为 5ms。这里假设雨滴在碰撞时间 $\Delta t = 0.005s$ 后到达铺展系数最大值，结合动量定理计算冲击力：

$$F = \frac{\rho_{rain} V v_t}{\Delta t} + mg. \quad (10)$$

其次考虑冰雹碰撞水泥地面的情况，由于假设冰雹为球体，所以可以参考球体碰壁时间的计算方式。记 E_1, μ_1 为球体材料的杨氏模量和泊松比， E_2, μ_2 为平面材料的杨氏模量和泊松比， M 为球体质量，文献 [10] 给出的球体碰撞平面时间计算公式为：

$$\Delta t = 1.47 \left(\frac{5M}{4n} \right)^{\frac{2}{5}} \left(\frac{1}{v_t^{\frac{1}{5}}} \right) \left(1 + \frac{1}{K^{\frac{1}{5}}} \right),$$

其中 $n = 4\sqrt{R}/3\pi(\alpha_1 + \alpha_2)$ ， $\alpha_1 = (1 - \mu_1^2)/\pi E_1$ ， $\alpha_2 = (1 - \mu_2^2)/\pi E_2$ ， K 为恢复系数。计算出碰撞时间 Δt 后，结合动量定理计算冲击力：

$$F = \frac{\rho_{hail} V v_t}{\Delta t} + mg. \quad (11)$$

六、模型求解

6.1 雨滴

假设雨滴密度接近水密度，即设 $\rho_{rain} = 1 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 。假设环境处于标准条件， $\rho_{air} = 1.293 \text{kg/m}^3$ 。取 $\eta = 17.1 \times 10^{-6} \text{kg/m}$ ， $g = 9.8 \text{m/s}^2$ 。并且据统计，雨滴的直径在 0 ~ 6mm 之间，取 0 ~ 6mm 若干值作为雨滴直径 d_{rain} ，分别代入雨滴 $C_d = 0.47$ 模型和雨滴 Park 模型，结果见表 2。

其中 V_1 为来自文献 [4] 通过一种不干扰雨滴下落的电法测量的真实结果， V_2 为雨滴 $C_d = 0.47$ 模型计算结果， V_3 为雨滴 Park 模型计算结果。

三组数据的雨滴直径与收尾速度关系图对比见图 1，可见雨滴 Park 模型要更精确，接下来计算雨滴 Park 模型上计算雨滴落地的冲击力，见图 2。

表 2 雨滴收尾速度计算值

$d_{rain}(mm)$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6
$V_1(m/s)$	1.17	1.62	2.06	2.47	2.87	3.27	3.67	4.03	4.64	5.17	5.65	6.09	6.49	6.90	7.27	7.57
$V_2(m/s)$	2.54	2.93	3.28	3.59	3.88	4.15	4.40	4.64	5.08	5.49	5.87	6.22	6.56	6.88	7.19	7.48
$V_3(m/s)$	1.18	1.61	2.02	2.40	2.77	3.13	3.48	3.81	4.46	5.08	5.68	6.26	6.78	7.04	7.26	7.45
$\frac{\Delta V_2}{V_1}(\%)$	117.1	80.9	59.2	45.3	35.2	26.9	19.9	15.1	9.5	6.2	3.9	2.1	1.1	-0.3	-1.1	-1.2
$\frac{\Delta V_3}{V_1}(\%)$	0.9	-0.6	-1.9	-2.8	-3.5	-4.3	-5.2	-5.5	-3.9	-1.7	0.5	2.8	4.5	2.0	-0.1	-1.6
$d_{rain}(mm)$	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4	5.6	5.8
$V_1(m/s)$	7.82	8.06	8.26	8.44	8.60	8.72	8.83	8.92	8.98	9.03	9.07	9.09	9.12	9.14	9.16	9.17
$V_2(m/s)$	7.76	8.04	8.30	8.55	8.80	9.04	9.28	9.51	9.73	9.95	10.16	10.37	10.58	10.78	10.98	11.17
$V_3(m/s)$	7.61	7.76	7.88	8.00	8.10	8.19	8.27	8.34	8.40	8.46	8.51	8.56	8.60	8.64	8.67	8.70
$\frac{\Delta V_2}{V_1}(\%)$	-0.77	-0.25	0.48	1.30	2.33	3.67	5.10	6.61	8.35	10.19	12.02	14.08	16.01	17.94	19.87	21.81
$\frac{\Delta V_3}{V_1}(\%)$	-2.69	-3.72	-4.60	-5.21	-5.81	-6.08	-6.34	-6.50	-6.46	-6.31	-6.17	-5.83	-5.70	-5.47	-5.35	-5.13

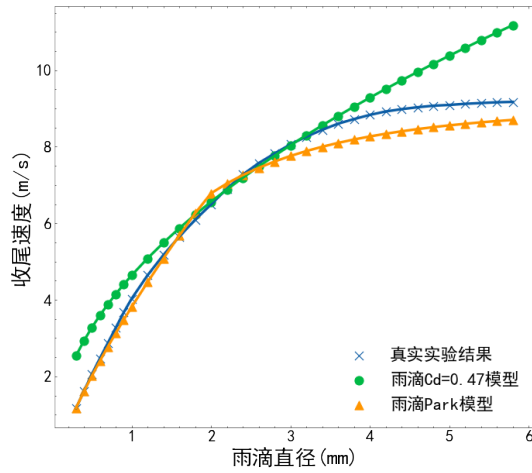


图 1 雨滴直径与收尾速度关系对比图

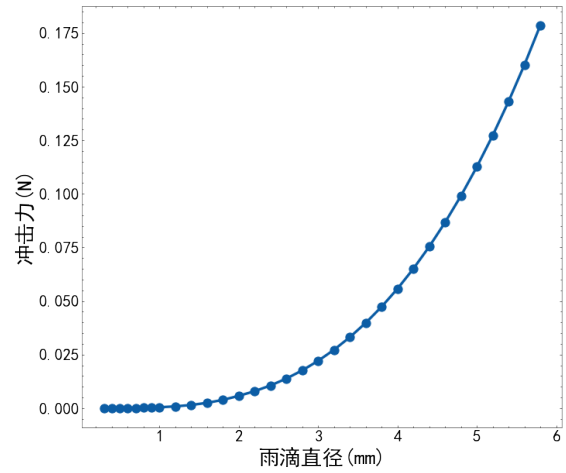


图 2 雨滴直径与冲击力关系图

据中国气象局统计，正常降雨天气中雨滴直径一般不会超过 6mm，当 $d_{rain} = 5.8mm$ ，雨滴的收尾速度为 8.70m/s。由碰撞模型，地面受到的冲击力为

$$F = \frac{1000 \times \frac{4\pi}{3} \times \left(\frac{d_{rain}}{2}\right)^3 \times 8.70}{0.005} + 1000 \times \frac{4\pi}{3} \times \left(\frac{d_{rain}}{2}\right)^3 \times 9.8 \approx 0.179N.$$

可见，如此小的冲击力对水泥地面不会造成什么破坏。

6.2 冰雹

假设冰雹密度接近冰密度，即设 $\rho_{hail} = 0.9 \times 10^3 kg/m^3$ 。因为产生冰雹要求积雨云必须发展到能使个别大水滴冻结的温度，即温度需要达到 $-12 \sim -16^\circ C$ ，所以假设环境空气密度 $\rho_{air} = 1.1kg/m^3$ 。取 $\eta = 17.1 \times 10^{-6} kg/m$ ， $g = 9.8m/s^2$ 。并且一般把直径大

于 5mm 的降水粒子视为冰雹粒子，超过 50mm 的冰雹比较少见，故取 5mm ~ 50mm 若干值作为冰雹直径 d_{rain} ，分别带入冰雹 $C_d = 0.47$ 模型和冰雹近似模型，结果见表 3。

表 3 冰雹收尾速度计算值

$d_{hail}(mm)$	5.0	6.0	8.0	10.0	12.0	14.0	16.0	18.0	20.0	22.0	24.0	26.0
$V_1(m/s)$	11.80			15.50					20.20			
$V_2(m/s)$	10.66	11.68	13.49	15.08	16.52	17.85	19.08	20.23	21.33	22.37	23.36	24.32
$V_3(m/s)$	12.17	13.11	14.74	16.14	17.39	18.52	19.56	20.52	21.42	22.27	23.07	23.84
$\frac{\Delta V_2}{V_1}(\%)$	-9.7			-2.7					5.6			
$\frac{\Delta V_3}{V_1}(\%)$	3.1			4.1					6.0			

$d_{hail}(mm)$	28.0	30.0	32.0	34.0	36.0	38.0	40.0	42.0	44.0	46.0	48.0	50.0
$V_1(m/s)$		25.80					28.60					31.50
$V_2(m/s)$	25.23	26.12	26.98	27.81	28.62	29.40	30.16	30.91	31.64	32.35	33.04	33.72
$V_3(m/s)$	24.57	25.27	25.94	26.59	27.22	27.82	28.41	28.98	29.53	30.07	30.60	31.11
$\frac{\Delta V_2}{V_1}(\%)$		1.24					5.45					7.05
$\frac{\Delta V_3}{V_1}(\%)$		-2.05					-0.66					-1.24

其中 V_1 为文献 [5] 中根据光滑球体阻力系数的精确测量值来对光滑球体冰雹收尾速度的精确计算值， V_2 为冰雹 $C_d = 0.47$ 模型计算结果， V_3 为冰雹近似模型计算结果。

三组数据的冰雹直径与收尾速度关系图对比见图 3，可见冰雹近似模型要比冰雹 $C_d = 0.47$ 模型更精确，接下来在冰雹近似模型上计算冰雹落地的冲击力，见图 4。

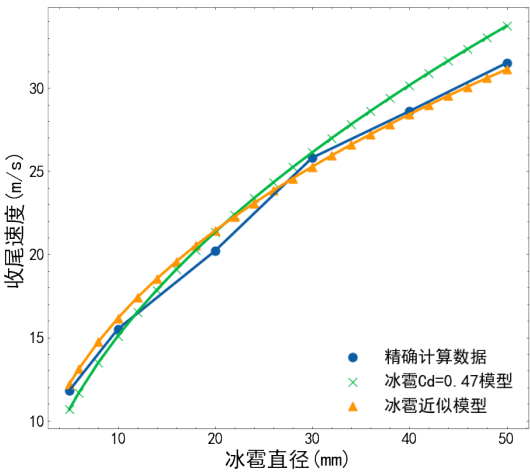


图 3 冰雹直径与收尾速度关系对比图

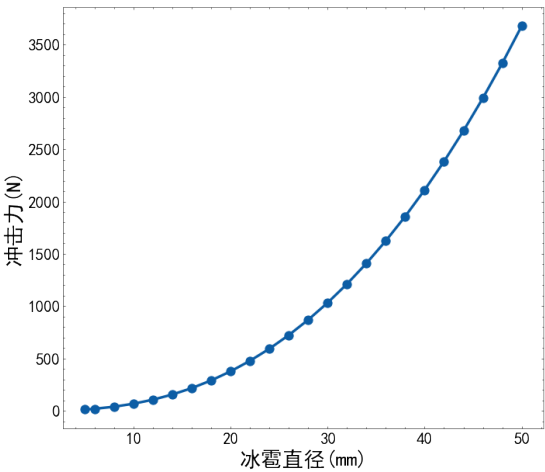


图 4 冰雹直径与冲击力关系图

据中国气象局统计,我国出现的冰雹大多为直径 2 厘米以下,当 $d_{hail} = 20\text{mm}$,冰雹的收尾速度为 21.42m/s 。由碰撞模型,根据文献 [11] 给出的冰雹性质参数,冰雹的杨氏模量和泊松比分别为 $E_1 = 9.38\text{Gpa}$, $\mu_1 = 0.33$,普通水泥地面的表面为中粒式沥青混凝土,根据文献 [12] 沥青路面设计规范中的参数规定,其杨氏模量和泊松比分别为 $E_2 = 1000\text{Mpa}$, $\mu_2 = 0.2$,设 $k = 0.02$,则碰撞时间 $\Delta t = 0.172\text{ms}$,地面受到的冲击力为

$$F = \frac{900 \times \frac{4\pi}{3} \times \left(\frac{d_{hail}}{2}\right)^3 \times 21.42}{0.172 \times 10^{-3}} + 900 \times \frac{4\pi}{3} \times \left(\frac{d_{hail}}{2}\right)^3 \times 9.8 \approx 470.03\text{N}.$$

七、误差分析

本文的模型都存在一定的系统误差和偶然误差。模型一与模型二忽略了实际情况中雨滴不断分裂与聚合的动态变化,这也导致了雨滴的形态不是标准的球体。在雨滴开始下落时呈球体,下落过程中不断聚合新的小水滴,随着直径的增加,雨滴向椭球体过渡,接着变为顶部凸起,底部扁平的弯月形,最后由于直径过大而分裂成若干小水滴。这一动态的过程导致模型中雨滴体积的计算和空气阻力的计算会产生一定的误差。并且雨滴中可能存在一定的杂质,其密度不一定均匀且动态变化,环境空气的密度也随着压强与温度的变化而变化,这也不可避免的导致了误差的存在。

模型三与模型四也同样忽略了冰雹形态不一的情况,实际情况中冰雹也有椭球状、锥状、带有尖锐凸起的不规则状,导致模型中冰雹体积的计算和空气阻力的计算会产生一定的误差。同时冰雹的密度不一定均匀且动态变化,环境空气的密度也随着压强与温度的变化而变化也导致了误差的存在。

模型五的误差主要来源于触地时间的估计,大小不同、收尾速度不同的雨滴触地时间也不尽相同,由于触地时间不易计算,这里根据文献来假设了一个时间,不可避免的导致了误差的存在。但是不同雨滴的触地时间差距非常小,所以误差也相应的小,并且对描述不同直径雨滴的相对关系没有影响。冰雹的不同真实形状也使得同样质量的冰雹有着不同的触地时间,锥状冰雹的触地时间比球状冰雹要小很多,这也导致了冲击力要大很多,但对描述雨滴与冰雹的相对关系没有影响。

八、模型评价

8.1 模型的优点

1. 模型在一定程度上描述并解决了主要问题,即定量分析了雨滴和冰雹分别对水泥地面的冲击力,描述了其对地面的破坏程度,解释了为什么雨滴不会对人类及自然环境造成碰撞损害,而冰雹却常常带来损失;
2. 模型对实际问题适当且合理地进行了简化,将分析聚焦在物理运动过程而不是物体形态及环境变化,其中物理运动学模型对所有下落物体具有通用性;

3. 模型在物理运动学模型上融合了多篇文献的结论进行改进与优化,并获取了实际数据或精确计算数据来进行评价,取得了良好的结果,具有一定的可靠性;
4. 模型一、三分别与模型二、四在阻力系数上形成对比,模型一、二分别与模型三、四在下落物体上形成了对比。

8.2 模型的缺点

1. 模型分别对雨滴和冰雹进行了具体的分析和设计,而没有通过设计一个模型再分别进行计算;
2. 模型假设下落物体为球体,从而使得后续的计算和结论失去了一定的通用性;
3. 模型忽略了横向风以及上升气流,这对结果会造成一定的影响。

九、 结论

本文通过物理运动学方程,结合流体力学中对阻力系数不同的计算方式,对雨滴和冰雹的下落过程分别设计了若干模型进行定量分析,分别计算其收尾速度,并结合碰撞模型最终得出其分别对水泥地面的冲击力。其中直径为 5.8mm 的雨滴对地面造成的冲击力约为 0.179N,直径为 20mm 的冰雹对地面造成的冲击力约为 470.03N。可见雨滴不会对地面造成什么破坏,而冰雹对普通沥青混凝土地面造成的破坏程度随着直径的增大而增大,最大可造成上千牛力的破坏。产生如此冲击力的原因在于冰雹的体积大、质量大,使得其收尾速度高,并且其硬度高,与地面碰撞时间短,这导致瞬时冲击力更高。

参考文献

- [1] 刘雅君. 雨滴下落的收尾速度[J]. 大学物理,2001(12):16-17.
- [2] Hoerner S F. Fluid-dynamic drag[J]. Hoerner fluid dynamics, 1965:17.
- [3] 白更,严海军. 空气阻力系数对水滴运动及蒸发的影响[J]. 水利学报,2011,42(4):450.
- [4] Gunn R,Kinzer G D. The Terminal Velocity of Fall for Water Droplets in Stagnant Air[J]. Journal of Atmospheric Sciences, 1949, 6(4):243-248.
- [5] 徐家骝. 冰雹阻力系数的半经验关系和末速度的近似公式[J]. 兰州大学学报 (自然科学版),1978,14(1):90-103.
- [6] 高德文,赵昶. 雨滴下落的形状和收尾速度[J]. 物理与工程,2019,29(06):65-70.
- [7] 隋涛,蒋亮,汪家道,陈大融. 液滴碰撞固体壁面的铺展特征研究[J]. 润滑与密封,2011,36(07):9-13.

- [8] 张彬, 韩强, 袁小芳, 李景银. 液滴与水平壁面碰撞力的数值研究[J]. 西安交通大学学报, 2013, 47(09): 23-27.
- [9] 周龙玉. 液滴碰撞实验与数值研究[D]. 哈尔滨工程大学, 2013.
- [10] 蔡振岩, 杨诚成. 球与平板碰撞时间的理论计算及实测[J]. 实验室研究与探索, 1995(03): 28-31.
- [11] 张笑宇, 徐绯, 张玉林, 李肖成. 复合材料蜂窝夹芯板冰雹冲击及多次冲击数值研究[J]. 航空科学技术, 2021, 32(12): 74-83.
- [12] JTG D50-2006. 公路沥青路面设计规范[S]. 2006: 61-62.

附录 A 编程语言与软件

编程语言为 Python 3.8，编程软件为 Pycharm。论文排版使用 L^AT_EX。

附录 B 核心代码

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from sympy import *

x_rain=np.array([0.15*2,0.2*2,0.25*2,0.3*2,0.35*2,0.4*2,0.45*2,0.5*2,0.6*2,0.7*2,0.8*2,0.9*2,
                1*2,1.1*2,1.2*2,1.3*2,1.4*2,1.5*2,1.6*2,1.7*2,1.8*2,1.9*2,2*2,2.1*2,2.2*2,
                2.3*2,2.4*2,2.5*2,2.6*2,2.7*2,2.8*2,2.9*2])
x_hail = np.array([5,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26,28,30,32,34,36,38,40,42,44,46,48,50])

def v_rain1(d): #根据模型一，计算雨滴收尾速度
    r = d/2000
    rho1=1000
    rho2=1.29
    V=4/3 * 3.14 * r**3
    S=3.14 * r**2
    return np.sqrt((2*(rho1-rho2)*V*9.8) / (rho2 * S * 0.47) )

def v_rain2(d): #根据模型二，计算雨滴收尾速度
    if d < 1.9:
        d = d/1000
        x = symbols('x')
        Re = nsolve(4.159e-13 * x * (1+0.15*x**0.687)-d**3, x,800)
        return (17.1e-6*Re)/(1.293*d)
    else:
        d = d/1000
        x = symbols('x')
        Re = nsolve(7.59e-15 * (x**2) * (1+0.21*(x/1000-1)**1.25)-(d)**3, x,1000)
        return (17.1e-6*Re)/(1.293*d)

def v_hail1(d): #根据模型三，计算冰雹收尾速度
    r = d/2000
    rho1=900
    rho2=1.1
    V=4/3 * 3.14 * r**3
    S=3.14 * r**2
    return np.sqrt( (2*rho1*V*9.8) / (rho2 * S * 0.47) )

def v_hail2(d): #根据模型四，计算冰雹收尾速度
    d = d/1000
```

```

rho1=900
rho2=1.1
return np.sqrt( (4*rho1*9.8) / (1.23*100**0.185*rho2) ) * d**0.4075

def F_rain(d,v): #根据模型五, 计算雨滴冲击力
    t = 0.005
    r = d/2000
    rho = 1000
    V = 4/3 * 3.14 * r**3
    return rho * V * v / t + rho * V * 9.8

def F_hail(d,v,t): #根据模型五, 计算冰雹冲击力
    r = d/2000
    rho = 900
    V = 4/3 * 3.14 * r**3
    return rho * V * v / t + rho * V * 9.8

def t(d,v): #根据模型五, 计算冰雹与地面的碰撞时间
    r = d/2000
    a1=(1-0.33**2)/(3.14*93800000000)
    a2=(1-0.2**2)/(3.14*10000000000)
    n = 4*np.sqrt(r)/(3*3.14*(a1+a2))
    m = 900 * 4/3 * 3.14 * r**3
    return 1.47*(5/4*m/n)**(2/5)*(1/(v)**(1/5))*3.2

```