
spinach 的题面里面的《退役不学文化课 Oler 竟然能考上 985? 我的 ~ 随机化志愿填报算法果然写得有问题》是什么垃圾轻小说标题

background

这是个原题, 很抱歉, 由于个人水平不足以出三个覆盖不同考点, 难度适宜, 正确性经过严谨检验, 数据构造合理的原创题.

statement

给定序列 $(a_1, a_2 \dots a_n)$ 设 $b_i = \frac{a_i}{i}$

初始时, $a_1 = a_2 \dots a_n = 0$ 进行 m 次操作.

1. 给出 (x, y) 做 $a_x = y$
2. 查询 b 的最长严格上升子序列长度.

I/O + restriction

分数计算与数据范围

10 组数据, 独立计算分数.

$1 \leq x \leq n, 1 \leq y \leq 10^9, 1 \leq n, m \leq 10^5$

数据有一定梯度, 但是没有特性...

输入输出格式

输入

第一行 n, m 两个正整数. 之后 m 行, 每行两个整数 x, y 表示一个操作.

输出

m 行, 表示每次操作后的 LIS 长度.

```
1 3 4
2 2 4
3 3 6
4 1 10000000000
5 1 1
6 -----
7 1
8 1
9 1
```

solution

分块暴力的经典题, 是 BZOJ2957 楼房重建.

先考虑暴力

修改直接做, 然后遍历一下 $b[1..n]$ 更新答案.

我们考虑修改操作 $upd(x, y)$ 生效后答案的变化.

- 如果 $slope(x)$ 很大, $i < x$ 部分的上升子序列可以全都保留, 那么考虑后面的部分的上升子序列 **扔掉一点前缀**使得能够和 (x, y) 拼接上去. - 如果 $slope(x)$ 变小, 那么后面会有一部分之前没有贡献而现在有贡献 (当然这个部分可能是空的).

仔细思考一下, 发现这并不可做...至少很难简单实现. 这就让我们看到. 这个问题需要维护的数据是**无法高效合并**的, 这启发我们使用分块, 让影响局部化, 等到查询的时候再来处理以平衡复杂度.

做法也就比较容易想到了. 对序列分块, 维护**只考虑块内元素的答案 (一个单调增子序列)**, 修改操作直接暴力重构, 这部分复杂度为 $O(S)$, 其中 S 为块大小.

查询时, 我们需要考虑整块前的所有元素对块的影响, 显然我们要记录之前的最大斜率.. 那么拼接操作就是需要在这个块的上升子序列中, 找到一个可以和之前的最大斜率拼接的位置, 保留之后的部分.

这部分使用一个二分即可, 复杂度为 $O(\frac{n}{S} \times \log S)$

这里遇到了修改与查询的复杂度不平衡 (当然常数也不平衡...), 我们可以考虑上个均值不等式看看块大小怎么取最优.

我们不如先假设序列大小和查询次数是同阶的 (这里只是找最优的渐进理论复杂度, 实际上还要考虑众多因素的影响...比较简单的方法是直接造随机数据测试出较好的块大小..).

总复杂度为 $O(n \cdot (S + \frac{n}{S} \cdot \log S)) \geq O(n\sqrt{n \cdot \log S})$...发现不好做, 于是把 $\log S$ 近似为 $\log n$, 这个影响是非常小的...当然为了严谨一点你应该求个导仔细分析一下最小值和最优的 S .

$O(n \cdot (S + \frac{n}{S} \cdot \log n)) \geq O(n\sqrt{n \cdot \log n})$. 当 $S = \frac{n}{\log n}$ 时最优, 即 $S = \sqrt{n \log n}$