

§ 1. 绪论

注意：在每题下面用蓝色写出求解及推导过程，不能只写答案，否则不得分

1、分析以下程序段的时间复杂度（给出推导公式）

```
int s=0, i, j, k;
for(i=0; i<=n; i++)
    for(j=0; j<=i; j++)
        for(k=0; k<j; k++)
            s++;
```

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i \sum_{k=0}^j 1 = \frac{1}{3}n + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n^3$$

$O(n^3)$

2、分析以下程序段的时间复杂度（给出推导公式）

```
void func(int n)
{
    int i=0, s=0;
    while(s<n) {
        i++;
        s=s+i;
    }
}
```

$$s_{last} = \sum_{i=0}^T i = \frac{T(T+1)}{2} \geq n$$
$$T \geq \frac{-1 + \sqrt{1+8n}}{2}$$
$$T = O(\sqrt{n})$$

$O(\sqrt{n})$

3、以下是 4 个算法所有语句频度之和的表达式，其中时间复杂度相同的是 A 和 B（说明理由）

- A $T_1(n) = 2n^3 + 3n^2 + 1000$
- B $T_2(n) = n^3 - n^2 \lg_2 n - 1000$
- C $T_3(n) = n^2 \lg_2 n + n^2$
- D $T_4(n) = n^2 + 1000$

有限项加法是取最大的，四个选项分别是 $O(n^3)$ $O(n^3)$ $O(n^2 \lg(n))$ $O(n^2)$

注：B 处， $\lg n / \lg 2$ 展开中，一次项小于 1，并不会把前面三次方减完。

4、下列函数中渐进时间复杂度最小的是 A（单选，说明理由，大 O 相同则比较常数）

- A $T_1(n) = n \lg_2 n + 5000n$
- B $T_2(n) = n^2 - 8000n$
- C $T_3(n) = n^{\lg_2 n} - 6000n$
- D $T_4(n) = 2n \lg_2 n - 7000 \lg_2 n$

- A. $O(n \lg n)$
- B. $O(n^2)$
- C. $O(n^{(\lg n / \lg 2)})$
- D. $O(n \lg n)$

O 中 AD 最小，比较 AD $n \lg n / \lg 2$ 系数，A 中是 1，D 中是 $2 - 7000/n$ ，n 充分大时，A 更小

【作业要求:】

- 1、**6月10日前**网上提交本次作业（直接在本文件中作答，转换为PDF后提交即可）
- 2、每题所占平时成绩的具体分值见网页
- 3、超过截止时间提交作业会自动扣除相应的分数，具体见网页上的说明