



# Vereinfachung mit Hilfe von Karnaugh-Tafeln (üb. KAR)

## Übungslösungen Digitales Design

### 2 Karnaugh-Tafel

#### 2.1 Darstellung von Monomen

$$Y_1 \quad \begin{array}{c|cc|cc} & \overline{C} & C & \overline{D} & D \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \begin{array}{l} A \\ B \end{array}$$

$$Y_3 \quad \begin{array}{c|cc|cc} & \overline{C} & C & \overline{D} & D \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \begin{array}{l} A \\ B \end{array}$$

$$Y_5 \quad \begin{array}{c|cc|cc} & \overline{C} & C & \overline{D} & D \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \begin{array}{l} A \\ B \end{array}$$

$$Y_2 \quad \begin{array}{c|cc|cc} & \overline{C} & C & \overline{D} & D \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \begin{array}{l} A \\ B \end{array}$$

$$Y_4 \quad \begin{array}{c|cc|cc} & \overline{C} & C & \overline{D} & D \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \begin{array}{l} A \\ B \end{array}$$

$$Y_6 \quad \begin{array}{c|cc|cc} & \overline{C} & C & \overline{D} & D \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \begin{array}{l} A \\ B \end{array}$$

#### 2.2 Monome

$$\bar{B}\bar{D}$$

$$\bar{B}C\bar{D}$$

$$\bar{A}\bar{C}$$

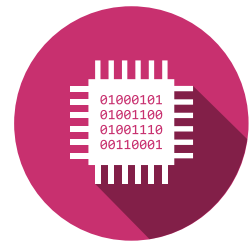
$$\bar{A}C\bar{D}$$

#### 2.3 Darstellung von Polynomen

$$Y_1 \quad \begin{array}{c|cc|cc} & \overline{C} & C & \overline{D} & D \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \begin{array}{l} A \\ B \end{array}$$

$$Y_2 \quad \begin{array}{c|cc|cc} & \overline{C} & C & \overline{D} & D \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \begin{array}{l} A \\ B \end{array}$$

$$Y_3 \quad \begin{array}{c|cc|cc} & \overline{C} & C & \overline{D} & D \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \begin{array}{l} A \\ B \end{array}$$



$y_4$	$\overline{C}$		$\overline{D}$		
	0	0	0	0	
	0	0	0	0	A
	1	1	1	1	B
	0	0	1	1	

$y_5$	$\overline{C}$		$\overline{D}$		
	1	0	0	1	
	1	0	0	1	A
	0	0	0	0	B
	0	0	0	0	

$y_6$	$\overline{C}$		$\overline{D}$		
	0	0	0	0	
	0	0	0	0	A
	0	0	0	0	B
	0	1	1	0	

### 3 Vereinfachung in der Form von Produktsumme

#### 3.1 Karnaugh-Tafel mit 4 Variablen

$$D\bar{B}A^* + \bar{D}\bar{C}^* + B\bar{A}^* + \bar{C}\bar{B} \text{ or}$$

$$D\bar{B}A^* + \bar{D}\bar{C}^* + B\bar{A}^* + \bar{C}\bar{A}$$

#### 3.2 Karnaugh-Tafel mit 5 Variablen

$$\bar{E}\bar{D}\bar{B}^* + C\bar{B}A^* + D\bar{C}BA^* + \bar{D}\bar{B}A^* + E\bar{D}CA^* + EDC\bar{A}$$

#### 3.3 Karnaugh-Tafel mit 5 Variablen

$$\bar{E}\bar{D}\bar{C}^* + \bar{E}\bar{C}\bar{A}^* + \bar{E}\bar{D}\bar{B}\bar{A}^* + DCBA^* + ECB^* + EB\bar{A} \text{ or}$$

$$\bar{E}\bar{D}\bar{C}^* + \bar{E}\bar{C}\bar{A}^* + \bar{E}\bar{D}\bar{B}\bar{A}^* + DCBA^* + ECB^* + \bar{C}\bar{B}\bar{A}$$

#### 3.4 Karnaugh-Tafel mit 5 Variablen

$$\bar{E}DB^* + \bar{C}\bar{B}\bar{A}^* + DBA^* + E\bar{D}CA + \bar{D}\bar{C}\bar{B} + \bar{E}\bar{D}\bar{C}$$

#### 3.5 Karnaugh-Tafel mit 5 Variablen

$$\bar{E}\bar{C}\bar{A}^* + \bar{E}\bar{B}\bar{A}^* + E\bar{C}\bar{B}\bar{A}^* + DA^* + ECB^* + D\bar{B}$$

#### 3.6 Karnaugh-Tafel mit 5 Variablen

$$\bar{C}\bar{B}^* + \bar{D}\bar{C}A^* + DCBA^* + \bar{E}CB + \bar{E}B\bar{A} \text{ or}$$

$$\bar{C}\bar{B}^* + \bar{D}\bar{C}A^* + DCBA^* + \bar{E}CB + \bar{E}\bar{C}\bar{A} \text{ or}$$

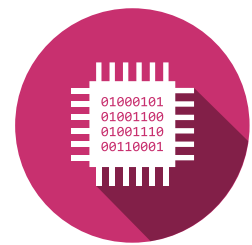
$$\bar{C}\bar{B}^* + \bar{D}\bar{C}A^* + DCBA^* + \bar{E}\bar{D}B + \bar{E}B\bar{A}$$

#### 3.7 Minimale Polynomialform

$$\bar{x}_3x_2\bar{x}_0^* + \bar{x}_2x_0^* + x_1x_0^* + \bar{x}_2x_1^*$$

#### 3.8 Inverse Funktion

$$\bar{E}\bar{C}\bar{A}^* + CB^* + DBA^* + E\bar{B}A^*$$



### 3.9 Minimale Polynomialform

$y$ : 5 termes;  $\bar{y}$ : 4 termes

### 3.10 Funktion von 5 Variablen

$$DCA^* + DCB^* + CBA^* + DBA^* + EDC^* + EBA^* + ECA^* + EDA^* + ECB^* + EDB^*$$

### 3.11 Unvollständig definierte Funktion

$$x_4x_3 + x_2x_1 \text{ or } x_3x_1 + x_4x_2 \text{ or } x_4x_1 + x_3x_2$$

### 3.12 Unvollständig definierte Funktion

$$a = \bar{B}_2\bar{B}_0^* + B_2B_0^* + B_1B_0 + B_3 \text{ or}$$

$$a = \bar{B}_2\bar{B}_0^* + B_2B_0^* + \bar{B}_2B_1 + B_3 \text{ or}$$

$$a = \bar{B}_2\bar{B}_0^* + B_2B_0^* + \bar{B}_2B_1 + B_3\bar{B}_0$$

etc ...

## 4 Vereinfachung von XOR-Funktionen

### 4.1 Darstellung von XOR-Funktionen

$$y_1 \quad \begin{array}{c|cc} & C & D \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} A \\ B \end{array} \right.$$

$$y_3 \quad \begin{array}{c|cc} & C & D \\ \hline 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} A \\ B \end{array} \right.$$

$$y_{7\&8} \quad \begin{array}{c|cc} & C & D \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} A \\ B \end{array} \right.$$

$$y_2 \quad \begin{array}{c|cc} & C & D \\ \hline 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} A \\ B \end{array} \right.$$

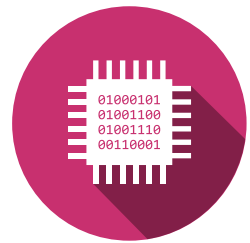
$$y_{4\&5\&6} \quad \begin{array}{c|cc} & C & D \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} A \\ B \end{array} \right.$$

### 4.2 Minimale Polynomialform

$$x_1x_0^* + \bar{x}_2x_0^* + \bar{x}_2x_1^* + \bar{x}_3x_2\bar{x}_0^*$$

### 4.3 Minimale Polynomialform

$$\bar{E}\bar{D}C^* + \bar{E}\bar{C}\bar{B}\bar{A}^* + \bar{E}DBA^* + \bar{E}\bar{D}\bar{A}^* + \bar{E}CB^* + E\bar{D}\bar{C}A^* + EDC\bar{B}^* + E\bar{D}\bar{C}\bar{B}\bar{A}^* + E\bar{D}\bar{B}A \text{ or}$$



$$\bar{E}\bar{D}C^* + \bar{E}\bar{C}\bar{B}\bar{A}^* + \bar{E}DBA^* + \bar{E}\bar{D}\bar{A}^* + \bar{E}CB^* + E\bar{D}\bar{C}A^* + EDC\bar{B}^* + E\bar{D}\bar{C}\bar{B}\bar{A}^* + E\bar{C}\bar{B}A$$

#### 4.4 Darstellung in der Form von XOR von Produkten

-

#### 4.5 Darstellung in der Form von XOR von Produkten

-

#### 4.6 Addierer

-

### 5 Funktionen mit einer grossen Anzahl an Eingängen

#### 5.1 Zahlenvergleich

-

#### 5.2 Binäraddierer

-

#### 5.3 Thermometer-Code zu Binärcode Umwandlung

-

#### 5.4 Übermittlung anhand der Priorität

-

#### 5.5 Logik für Zähler ohne Rückgang auf Null

-

#### 5.6 Addierer mit Sättigung

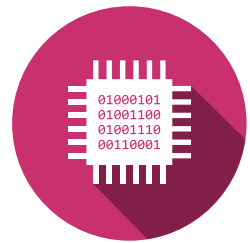
-

#### 5.7 BCD-codierte Zahlen

-

#### 5.8 Mehrheitsfunktion mit 7 Eingängen

-



## 5.9 Arithmetische und logische Einheit

-

## 5.10 Logik für Programmzähler

-

## 5.11 Logik für Stackpointer

-