



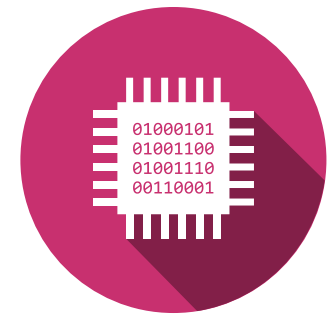
Conception numérique (DiD)

Répresentation numériques et codes

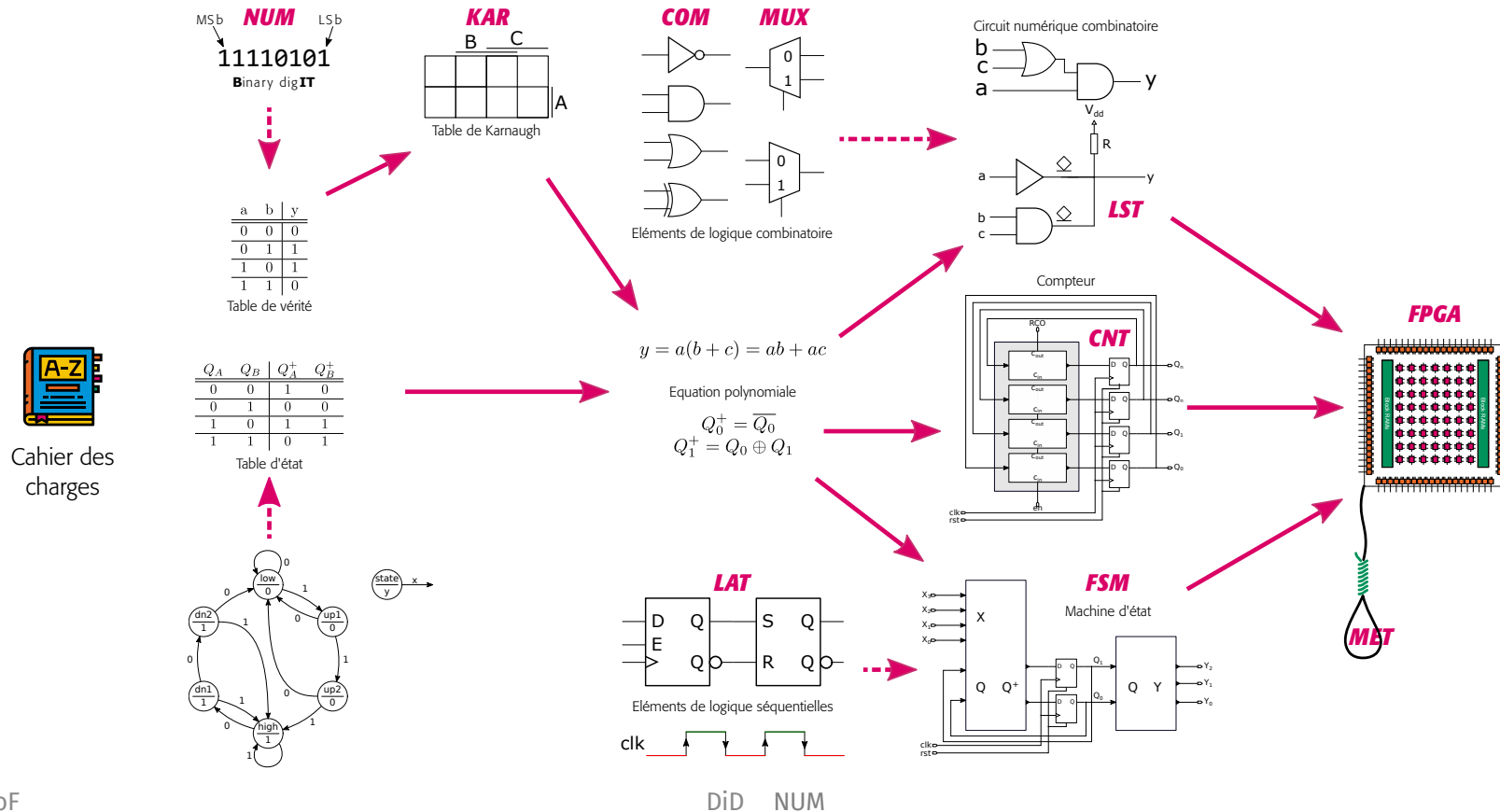
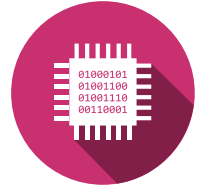
NUM

Filière Systèmes industriels
Filière Energie et techniques environnementales
Filière Informatique et systèmes de communications

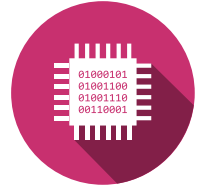
Silvan Zahno silvan.zahno@hevs.ch
Christophe Bianchi christophe.bianchi@hevs.ch
François Corthay francois.corthay@hevs.ch



Situation du thème dans le cours

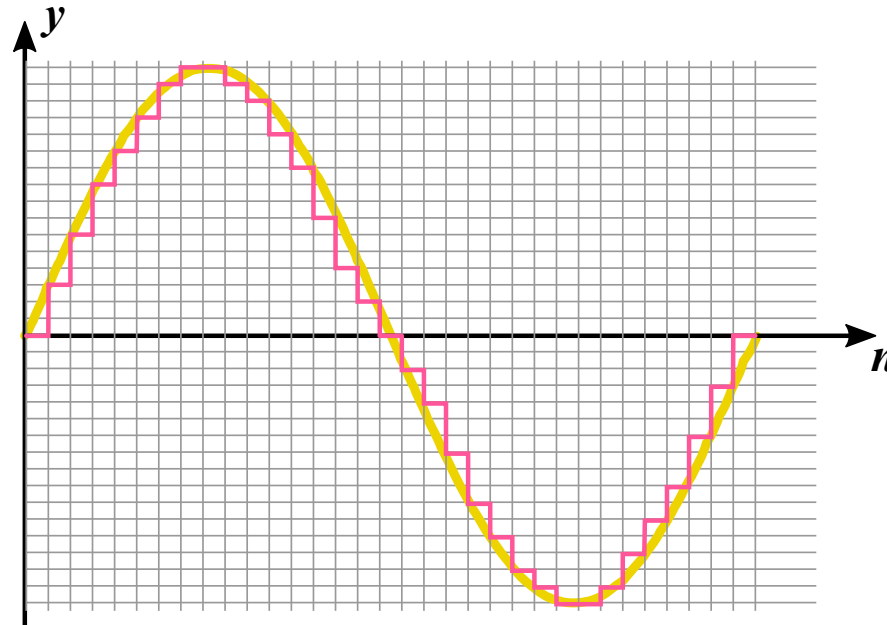
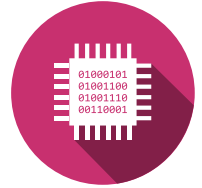


Contenu



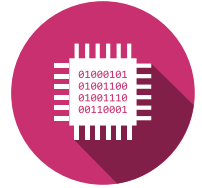
- **Systèmes de numération**
 - Système décimal
 - Système binaire
 - Système hexadécimal
- Conversions entre systèmes de numération
- Opérations sur les nombres logiques
- Codes
- Nombres arithmétiques (signés)

Passage de l'analogique au numérique

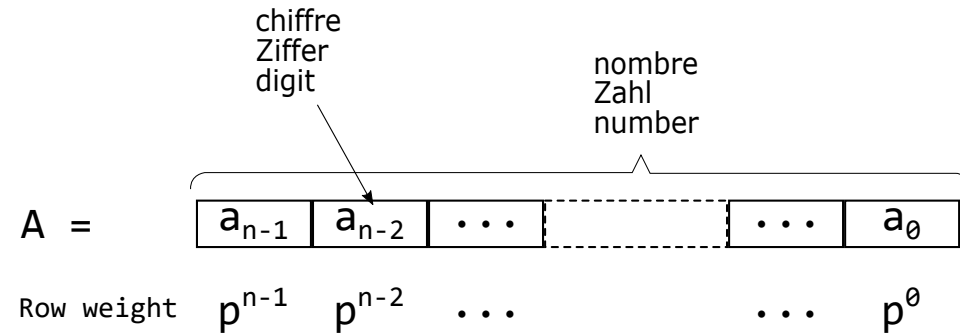


- Temps et amplitude discrets
- Intervalle de temps dépendant de la fréquence
- n : numéro d'échantillon (exemple: 32 échantillons sur la période)
- y : amplitude du signal (exemple: 32 valeurs possible)

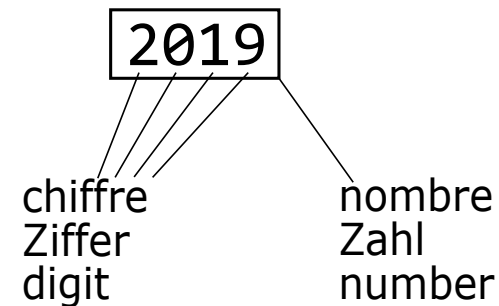
Représentation générale des nombres entiers



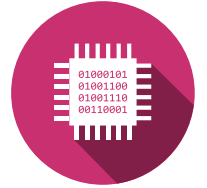
Selon le système de numération par position, un nombre se compose de chiffres



En base 10, $p=10$



Système décimal



De manière générale l'homme utilise la base 10

10 symboles : 0,1,2,3,4,5,6,7,8 et 9

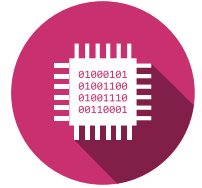
Chaque position correspond à une puissance de 10

⇒ 1000, 100, 10, 1

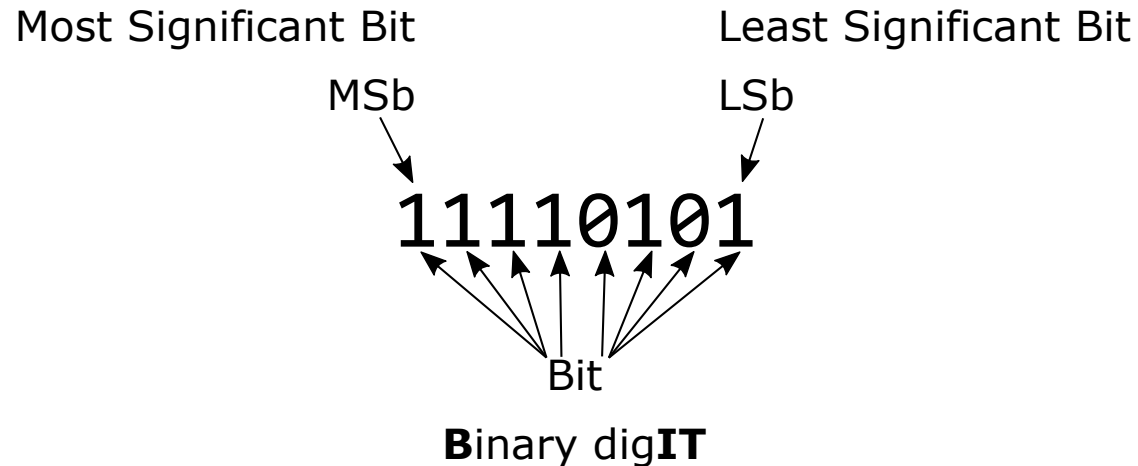
Exemple: $245_{10} = 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$

Système binaire

le Bit



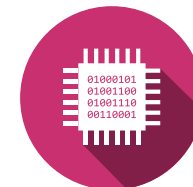
- Les ordinateurs travaillent en base 2
- 2 symboles : 0 et 1
- un chiffre binaire (0/1) s'appelle un BIT (**B**inary dig**IT**)



Exemple: $11110101_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

Système binaire

le Byte



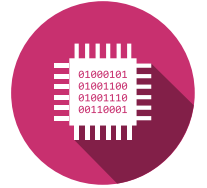
- 8 BIT forment un Byte (octet)

11110101

8 Bit = 1 Byte

- Using IEC standard:
 - 1 KiB = 1'024 bytes (Note: big K)
 - 1 MiB = 1'024 KiB = 1'048'576 bytes
 - 1 GiB = 1'024 MiB = 1'048'576 KiB = 1'073'741'824 bytes
- Using SI standard:
 - 1 kB = 1'000 bytes (Note: small k)
 - 1 MB = 1'000 kB = 1,000,000 bytes
 - 1 GB = 1'000 MB = 1'000'000 KB = 1'000'000'000 bytes

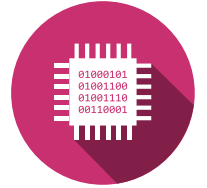
Système hexadécimal



- 16 symboles
- Puissance de 2 ($16 = 2^4$)
regroupement des bits par 4
- Permet d'écrire des nombres binaires
sous forme compacte

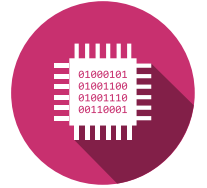
Decimal	Hexadecimal	Binary
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

Écritures



- Décimal
 - 9_{10} , 9_d
- Binaire
 - $0b1001$, 1001_2 , 1001_b
- Hexadécimal
 - $0x9$, 9_{16} , 9_h

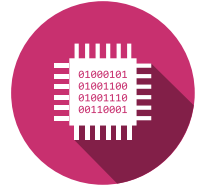
Contenu



- Systèmes de numération
- **Conversions entre systèmes de numération**
 - binaire \Rightarrow décimal
 - décimal \Rightarrow binaire
 - hexadécimal \Rightarrow binaire
 - binaire \Rightarrow hexadécimal
 - hexadécimal \Rightarrow décimal
 - décimal \Rightarrow hexadécimal
- Opérations sur les nombres logiques
- Codes
- Nombres arithmétiques (signés)

Conversion

binaire \Rightarrow décimal

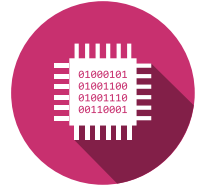


Addition des poids des positions (puissance de 2) où se trouve un 1

$$\begin{array}{cccccccc} 2^7 & 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow \\ 128 & +64 & +32 & +16 & & +4 & +1 & = 245_{10} \end{array}$$

Conversion

décimal \Rightarrow binaire (petit nombre)



- Recherche des puissance de 2 à prendre en compte pour que la somme fournisse le nombre décimal donné
- Commencement à partir des bits de poids forts

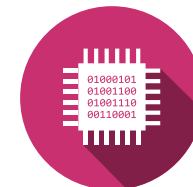
$$77_{10} = 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$$

Diagram illustrating the binary representation of 77₁₀ using powers of 2. The powers of 2 are listed above the binary digits, and lines connect them to the corresponding bits:

Power of 2	128	64	32	16	8	4	2	1
Bit	0	1	0	0	1	1	0	1

Conversion

décimal \Rightarrow binaire (grand nombre)



- Répéter la division par 2 du nombre décimal donné jusqu'à ce que le quotient soit 0

- Le reste de chaque division donne un bit supplémentaire du nombre en commençant par le bit de poids faible

245	/	2	=	122	+	remainder	1	_____
122	/	2	=	61	+	remainder	0	_____
61	/	2	=	30	+	remainder	1	_____
30	/	2	=	15	+	remainder	0	_____
15	/	2	=	7	+	remainder	1	_____
7	/	2	=	3	+	remainder	1	_____
3	/	2	=	1	+	remainder	1	_____
1	/	2	=	0	+	remainder	1	_____

$245_{10} = 111110101_2$

Exercices



- 3.1.c) Effectuer la conversion du nombre binaire pur suivant :

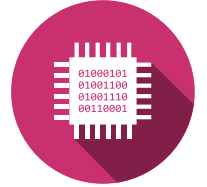
□ $01001010_2 = ?_{10}$

- 3.2.a) Effectuer la conversion du nombre décimal suivant :

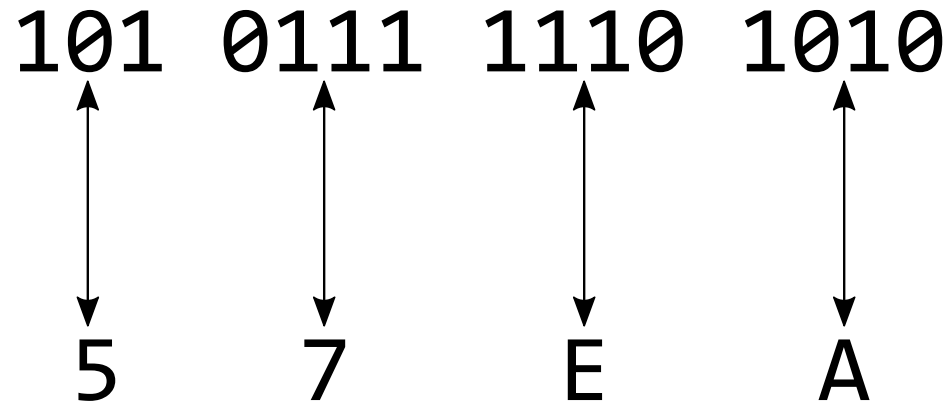
□ $125_{10} = ?_2$

Conversion

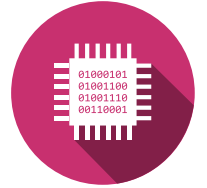
hexadécimal \Rightarrow binaire



- Regroupement des bits par quatre en partant du bit de poids faible et conversion de ces groupes de quatre en leur équivalent hexadécimal



Exercices



- 3.4.c) Effectuer la conversion du nombre binaire pur suivant :

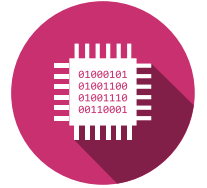
□ $11101011_2 = ?_{16}$

- 3.3.c) Effectuer la conversion du nombre hexadécimal suivant :

□ $AB3D_{16} = ?_2$

Conversion

hexadécimal \Rightarrow décimal

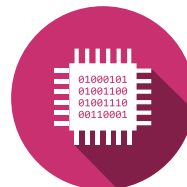


- Addition des produits formés de chaque chiffre hexadécimal et de leur poids positionnel correspondant

$$\begin{array}{cc} \text{F} & \text{5} \\ \downarrow & \downarrow \\ 15 * 16^1 + 5 * 16^0 = 245_{10} \end{array}$$

Conversion

décimal \Rightarrow hexadécimal



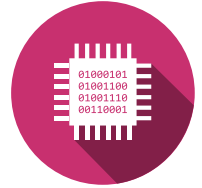
- Répéter la division par 16 du nombre décimal donné jusqu'à ce que le quotient soit 0.
- Le nombre hexadécimal se compose alors des restes successifs de chacune des divisions sachant que le premier reste trouvé correspond au digit de poids faible et que le dernier reste correspond au digit de poids fort

$$\begin{array}{lcl} 245 & / & 16 = 15 + \text{remainder } 5 \\ 15 & / & 16 = 0 + \text{remainder } 15 \end{array}$$

$\swarrow \quad \searrow$

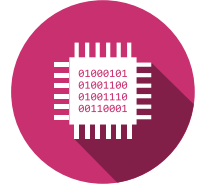
$$245_{10} = F5_{16}$$

Contenu



- Systèmes de numération
- Conversions entre systèmes de numération
- **Opérations sur les nombres logiques**
 - Addition
 - Soustraction
 - Multiplication
- Codes
- Nombres arithmétiques (signés)

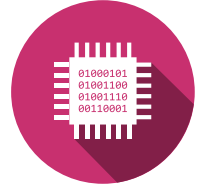
Addition de nombres binaires



- Comme dans le système décimal: du LSb au MSb avec propagation du report sur les colonnes suivantes
- Max 1 bit supplémentaire

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 6 \\ \hline 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \textcolor{red}{1} \textcolor{red}{1} \\ 0010 \\ + 0110 \\ \hline 1000 \end{array}$$

Soustraction de nombres binaire



- Comme dans le système décimal: du LSb au MSb avec propagation de la demande d'emprunt sur les colonnes suivantes

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 4 \\ \hline 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1011 \\ - 0100 \\ - 1 \\ \hline 0111 \end{array}$$

- Soustraction aussi possible avec une addition $11 - 4 = 11 + (-4)$

Exercices



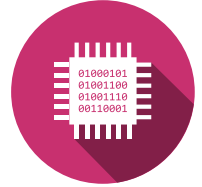
- 4.1.b) Effectuer dans le système binaire l'opération suivante :

□ $00001111_2 + 01011010_2$

- 4.2.c) Effectuer dans le système binaire l'opération suivante :

□ $00110100_2 - 00101000_2$

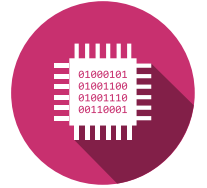
Multiplication de nombres binaire



- Comme dans le système décimal: par suite de multiplications partielles et d'additions. Les multiplications partielles se limitent dans le système binaire à des décalages à gauche du premier multiplieur.

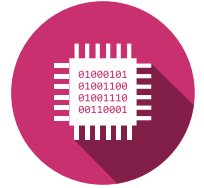
11	1011	1 st multiplieur
x 13	x 1101	2 nd multiplieur
143	00000000	Initialisation
	+ 1011	
	00001011	1 st product
	+ 0000	Multiplier shift
	00001011	2 nd product
	+ 1011	Multiplier shift
	00110111	3 rd product
	+ 1011	Multiplier shift
	10001111	Result

Contenu

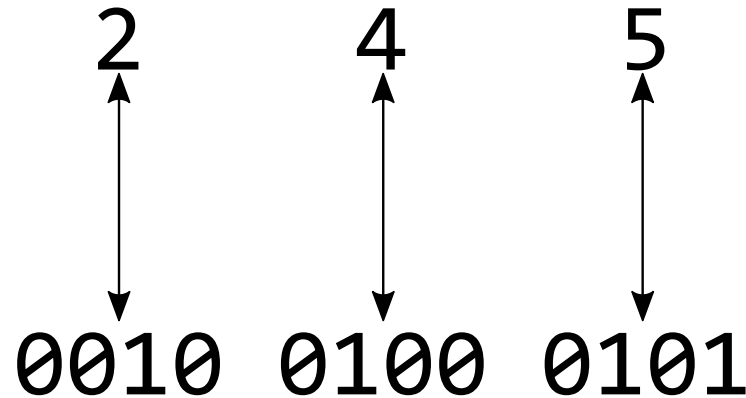


- Systèmes de numération
- Conversions entre systèmes de numération
- Opérations sur les nombres logiques
- **Codes**
 - Décimal codé binaire (BCD)
 - Code Gray
- Nombres arithmétiques (signés)

Binary coded decimal (BCD)

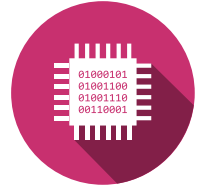


- Chaque chiffre d'un nombre décimal est représenté par son équivalent binaire
- Il faut 4 bits pour coder chaque chiffre décimal de 0 à 9
- Utilisé pour les systèmes d'affichage



- Arithmétique plus complexe!

Gray code



- Un code linéaire particulier conçu de telle sorte qu'un seul chiffre du nombre change lorsqu'on passe d'un mot au suivant
- Code de Gray binaire réfléchi
- Utilisé pour les encodeurs de position

$$b_3 = g_3$$

$$b_2 = b_3 \oplus g_2 = g_3 \oplus g_2$$

$$b_1 = b_2 \oplus g_1 = g_3 \oplus g_2 \oplus g_1$$

$$b_0 = b_1 \oplus g_0 = g_3 \oplus g_2 \oplus g_1 \oplus g_0$$

$$g_3 = b_3$$

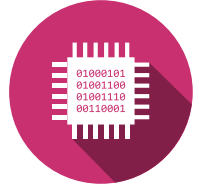
$$g_2 = b_3 \oplus b_2$$

$$g_1 = b_2 \oplus b_1$$

$$g_0 = b_1 \oplus b_0$$

Decimal	Binary	Gray	
0	0000	0000	
1	0001	0001	
2	0010	0011	Mirror
3	0011	0010	
4	0100	0110	Mirror
5	0101	0111	
6	0110	0101	
7	0111	0100	Mirror
8	1000	1100	
9	1001	1101	
10	1010	1111	
11	1011	1110	
12	1100	1010	
13	1101	1011	
14	1110	1001	
15	1111	1000	

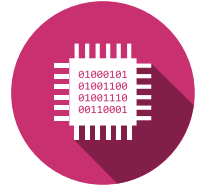
Gray code



0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

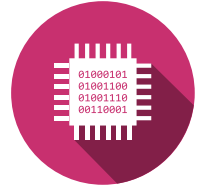
0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

Contenu



- Systèmes de numération
- Conversions entre systèmes de numération
- Opérations sur les nombres logiques
- Codes
- **Nombres arithmétiques (signés)**
 - Signe et amplitude (Bias Notation)
 - Complément à 1 (1st-Complement)
 - Complément à 2 (2nd-Complement)

Représentation par signe - amplitude



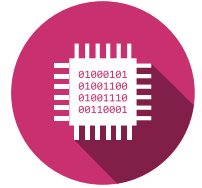
- Nombres positifs = nombres logiques
- Nombres positifs ou négatifs = nombres arithmétiques
- précéder le nombre par un bit dont la valeur est par exemple 0 lorsque le signe est positif et 1 lorsque le signe est négatif

	S							
+1	0	0	0	0	0	0	0	1
-1	1	0	0	0	0	0	0	1

$$-(2^{n-1} - 1) \leq A \leq 2^{n-1} - 1$$
$$-7 \leq A \leq 7 \quad n=4$$

- Mais ... double représentation du 0

Biased-Notation



- coder un nombre entier positif ou négatif A sous la forme d'un nombre N tel que $N = A + R$, où $R = 2^{n-1} - 1$ est un biais positif choisi de telle sorte que N soit toujours positif.

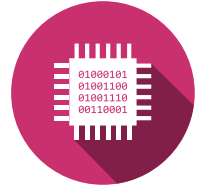
Representation	Min		...		Zero		...		Max
Shift decimal	0	1		126	127	128		254	255
Decimal	-127	-126		-1	0	1		127	128
Shift binary	00000000	00000001		01111110	01111111	10000000		11111110	11111111

$$-(2^{n-1} - 1) \leq A \leq 2^{n-1}$$

$$-7 \leq A \leq 8 \quad n=4$$

- Une seule représentation du 0
- Mais ... représentation non idéale des nombres positifs (\neq représentation binaire du nombre logique), pas utilisée dans la pratique.

Complément à 1

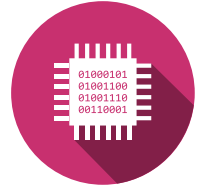


- représentation biaisée mais appliquée uniquement aux nombres négatifs
- les nombres positifs restent inchangés
- $R = 2^n - 1$
- le complément à 1 se calcule très simplement par négation logique de tous les bits du nombre

$$\begin{array}{rcl} 125 & & = 01111101 \\ \downarrow & & \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ -125 & R - 125 = 255 - 125 = 130 = & 10000010 \end{array}$$
$$-(2^{n-1} - 1) \leq A \leq 2^{n-1} - 1$$
$$-7 \leq A \leq 7 \quad n=4$$

- Mais ... double représentation du 0
- Peu utilisé en pratique

Complément à 2

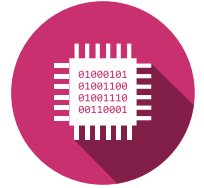


- Idem que complément à 1 mais avec $R = 2^n$, donc complément à 1 +1.
- le complément à 2 se calcule très simplement en parcourant le nombre de droite à gauche en appliquant la règle suivante : tous les bits rencontrés jusqu'au premier 1 y compris sont conservés, tous les suivants sont inversés.

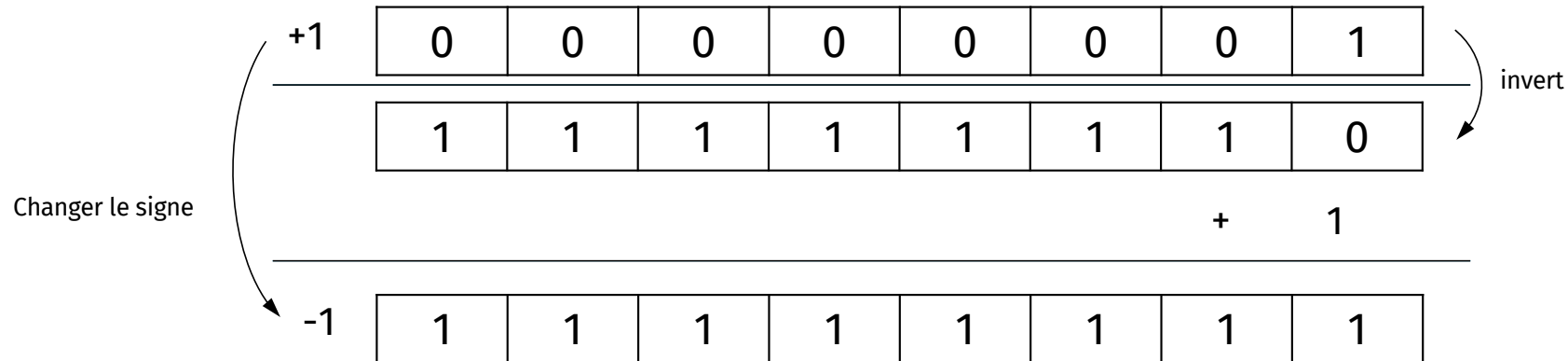
$$\begin{aligned} -(2^{n-1} - 1) &\leq A \leq 2^{n-1} \\ -8 &\leq A \leq 7 \end{aligned} \quad n=4$$

0	1	1	0	1	0	0	0
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
0	1	1	0	1	0	0	0
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
1	0	0	1	1	0	0	0
inverted				unchanged			

Complément à 2



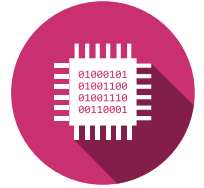
- Extrêmement simple pour changer le signe



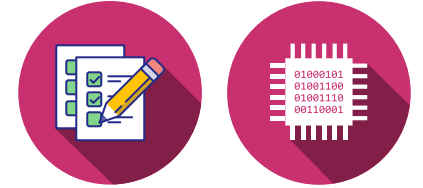
Complément à 2

Gammes

	0	0	0	
7	1	1	1	
6	1	1	0	
5	1	0	1	
4	1	0	0	
3	0	1	1	+3
2	0	1	0	+2
1	0	0	1	+1
0	0	0	0	+0
	1	1	1	-1
	1	1	0	-2
	1	0	1	-3
	1	0	0	-4
	0	1	1	
	DiD	NUM		



Exercices

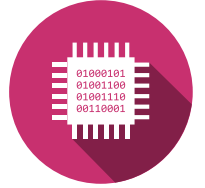


- 6.1.d) Donner la représentation en signe-amplitude, complément à 1 et complément à 2 sur huit bits des nombres décimaux et binaires purs suivants :

□ 00011010_2

□ -104_{10}

Références



- [Max95] (anglais) Systèmes de numération
- [Alm89] (anglais) Exemples d'opérations
- [Wak00] (anglais) Exemples d'opérations, multiplication
- [Beu01] (allemand) Exemples d'opérations
- [Die88] (anglais) Exemples d'opérations

WHY ARE THERE MIRRORS ABOVE BEDS

WHY DO I SAY UH

WHY IS SEA SALT BETTER

WHY ARE THERE TREES IN THE MIDDLE OF FIELDS

WHY IS THERE NOT A POKEMON MMO

WHY IS THERE LAUGHING IN TV SHOWS

WHY ARE THERE DOORS ON THE FREEWAY

WHY ARE THERE SO MANY SUCHOST-EXE RUNNING

WHY AREN'T ANY COUNTRIES IN ANTARCTICA

WHY ARE THERE SCARY SOUNDS IN MINECRAFT

WHY IS THERE KICKING IN MY STOMACH

WHY ARE THERE TWO SLASHES AFTER HTTP

WHY ARE THERE CELEBRITIES

WHY DO SNAKES EXIST

WHY DO OYSTERS HAVE PEARLS

WHY ARE DUCKS CALLED DUCKS

WHY DO THEY CALL IT THE CLAP

WHY ARE KYLE AND CARTMAN FRIENDS

WHY IS THERE AN ARROW ON AANG'S HEAD

WHY ARE TEXT MESSAGES BLUE

WHY ARE THERE MUSTACHES ON CLOTHES

WHY WUBA LUBBA DUB DUB MEANING

WHY IS THERE A WHALE AND A POT FALLING

WHY ARE THERE SO MANY BIRDS IN SWISS

WHY IS THERE SO LITTLE RAIN IN WALLIS

WHY IS WALLIS WEATHER FORECAST ALWAYS WRONG

WHY ARE THERE MALE AND FEMALE BIKES

WHY ARE THERE BRIDESMAIDS

WHY DO DYING PEOPLE REACH UP

HOW FAST IS LIGHTSPEED

WHY ARE OLD KLINGONS DIFFERENT

WHY ARE THERE TINY SPIDERS IN MY HOUSE

WHY DO SPIDERS COME INSIDE

WHY ARE THERE HUGE SPIDERS IN MY HOUSE

WHY ARE THERE LOTS OF SPIDERS IN MY HOUSE

WHY ARE THERE SPIDERS IN MY ROOM

WHY ARE THERE SO MANY SPIDERS IN MY ROOM

WHY DO SPYDER BITES ITCH

WHY IS DYING SO SCARY

WHY IS THERE NO GPS IN LAPTOPS

WHY DO KNEES CLICK

WHY ARE THERE GHOSTS

WHY ARE THERE DOGS AFRAID OF FIRE

WHY ARE THERE NO KINGS IN EUROPE

WHY IS THERE CAFFEINE IN MY SHAMPOO

WHY HAVE DINOSAURS NO FUR

WHY DO IGUANAS DIE

WHY AREN'T ECONOMISTS RICH

WHY DO AMERICANS CALL IT SOCCER

WHY ARE MY EARS RINGING

WHY IS 42 THE ANSWER TO EVERYTHING

WHY CAN'T NOBODY ELSE LIFT THORS HAMMER

WHY IS MARVIN ALWAYS SO SAD

WHY ARE THERE ANTS IN MY LAPTOP

WHY IS EARTH TILTED

WHY IS SPACE BLACK

WHY IS OUTER SPACE SO COLD

WHY ARE THERE PYRAMIDS ON THE MOON

WHY IS NASA SHUTTING DOWN

WHY ARE THERE GHOSTS

WHY IS THERE AN OWL IN MY BACKYARD

WHY IS THERE AN OWL OUTSIDE MY WINDOW

WHY IS THERE AN OWL ON THE DOLLAR BILL

WHY DO OWLS ATTACK PEOPLE

WHY ARE FPGA's EVERYWHERE

WHY ARE THERE HELICOPTERS CIRCLING MY HOUSE

WHY ARE THERE GODS

WHY ARE THERE TWO SPOCKS

WHY ARE MY BOOBS ITCHY

WHY ARE CIGARETTES LEGAL

WHY ARE THERE DUCKS IN MY POOL

WHY IS JESUS WHITE

WHY IS THERE LIQUID IN MY EAR

WHY DO Q TIPS FEEL GOOD

WHY DO PEOPLE DIE

WHY AREN'T THERE GUNS IN

WHY ARE THERE NO GPS IN LAPTOPS

WHY DO KNEES CLICK

WHY ARE THERE GHOSTS

WHY ARE THERE DOGS AFRAID OF FIRE

WHY ARE THERE NO KINGS IN EUROPE

WHY ARE THERE MIRRORS ABOVE BEDS

WHY DO I SAY UH

WHY IS SEA SALT BETTER

WHY ARE THERE TREES IN THE MIDDLE OF FIELDS

WHY IS THERE NOT A POKEMON MMO

WHY IS THERE LAUGHING IN TV SHOWS

WHY ARE THERE DOORS ON THE FREEWAY

WHY ARE THERE SO MANY SUCHOST-EXE RUNNING

WHY AREN'T ANY COUNTRIES IN ANTARCTICA

QUESTIONS

CAN BE ASKED BY ANYONE ANYTIME

WHY ARE THERE GHOSTS



WHAT IS <https://xkcd.com/1256/>

WHY DO THEY SAY T-MINUS

WHY ARE THERE OBELISKS

WHY ARE WRESTLERS ALWAYS WET

WHY AREN'T MY ARMS GROWING



WHY ARE MY BOOBS ITCHY

WHY ARE CIGARETTES LEGAL

WHY ARE THERE DUCKS IN MY POOL

WHY IS JESUS WHITE

WHY IS THERE LIQUID IN MY EAR

WHY DO Q TIPS FEEL GOOD

WHY DO PEOPLE DIE

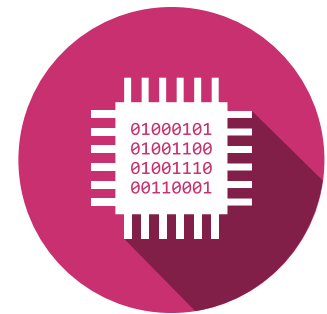
WHY AREN'T THERE GUNS IN



Hes·so  **VALAIS
WALLIS**



Haute Ecole d'Ingénierie
Hochschule für Ingenieurwissenschaften



Silvan Zahno silvan.zahno@hevs.ch
Christophe Bianchi christophe.bianchi@hevs.ch
François Corthay francois.corthay@hevs.ch