

# Kombinatorische Logikfunktionen (üb. COM)

## Übungen Digitales Design

## 2 Darstellungen von kombinatorischen Funktionen

### 2.1 Wahrheitstabelle

Erstellen Sie die Wahrheitstabelle einer Steuerschaltung für einen Stockwerk eines Lifts. Das System beträgt folgende Eingänge:

- *door\_open* : ist dieses Signal auf '1', so soll der Lift stehen bleiben,
- *call* : ist dieses Signal auf '1', so soll der Lift zum Stockwerk,
- *lower* : im Falle eines Anrufs soll der Lift aufsteigen,
- *higher* : im Falle eines Anrufs soll der Lift hinabsteigen.

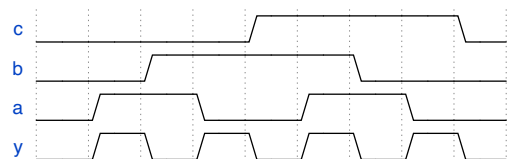
Sind *lower* und *higher* beide auf '0', heisst das, dass der Lift am Stockwerk ist. Das System erstellt folgende Ausgänge:

- *motor\_en* : ist dieses Signal auf '1', so ist läuft der Motor,
- *up* : ist dieses Signal auf '1' und läuft der Motor, so steigt der Lift auf; ist dieses Signal auf '0' und läuft der Motor, so steigt der Lift hinab.

Das hier analysierte System nimmt den Fall nicht im Kauf, wo der Lift schon läuft.

### 2.2 Wahrheitstabelle aus einem Zeitdiagramm

Erstellen Sie die Wahrheitstafel der Funktion, welche durch den nebenstehenden Zeitdiagramm bestimmt ist.



### 2.3 Darstellung durch Venn-Diagramm

Stellen Sie die folgende Funktionen in einem Venn-Diagramm dar.

$$y_1 = \overline{a}b$$

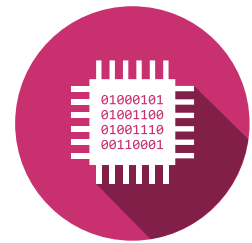
$$y_3 = \overline{a}\overline{b}\overline{c}$$

$$y_5 = \overline{a}\overline{b} + \overline{b}\overline{c}$$

$$y_2 = \overline{a}\overline{b}c$$

$$y_4 = ab + \overline{b}c$$

$$y_6 = a + ab$$



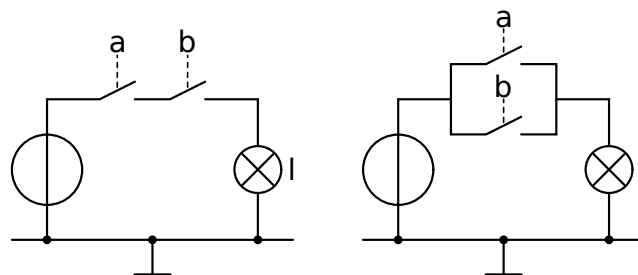
## 2.4 Vereinfachung durch Venn-Diagramm

Stellen Sie die Funktion  $ab + a\bar{c} + bc$  in einem Venn-Diagramm dar. Zeigen Sie, dass ein Term des Polynoms überflüssig ist.

## 3 Elementare Logikfunktionen

### 3.1 Schalter-Schaltungen

Bestimmen Sie die Beziehung zwischen den Steuersignalen  $a$  und  $b$  und dem Ausgang  $I$  jeder Schaltung der folgenden Abbildung.



Die Schalter sind zu, wenn der Steuersignal auf '1' ist.

### 3.2 Wahrheitstabelle von elementaren Funktionen

Ergänzen Sie die nebenstehende Wahrheitstabelle.

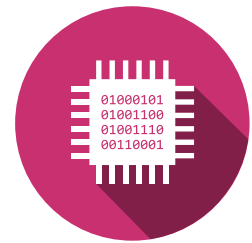
Vergleichen Sie das Ergebnis mit der Wahrheitstabelle der UND-Funktion von 2 Eingängen.

$C$	$B$	$A$	$CA$	$CB$	$BA$
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

### 3.3 Elementarfunktionen in einer Wahrheitstabelle

Schreiben Sie eine algebraische Form der in der nebenstehenden Wahrheitstabelle definierten Funktionen.

$C$	$B$	$A$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$
0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0



### 3.4 Zahlendecodierung

Um die an einem roten Licht angehaltenen Autofahrer der unmittelbaren Ankunft des grünen Lichtes zu benachrichtigen, erstellen Sie eine kleine Schaltung, welche momentan ein orangefarbiges Licht einschaltet.

Dazu verfügen Sie über eine Uhr, die einklinkt, im Augenblick wo der Prozeß der Lichteränderung anfangen soll. Diese Uhr erzeugt jede Sekunde einen neuen Binärcode, von 000 bis 111, und hört nach 7 Sekunden auf. Die 3 Ausgangssignale (*red*, *orange* und *green*) folgen dem folgenden Pflichtenheft:

- Das rote Licht bleibt bis und mit der 5. Sekunde angezündet.
- Das orangefarbige Licht geht anfangs der 3. Sekunde an, und geht zur gleichen Zeit wie das rote Licht aus.
- Das grüne Licht geht an, sobald das rote Licht ausgeht.

Stellen Sie die Wahrheitstabelle, die dazugehörige Karnaugh-Tafeln und die entsprechende kombinatorische Schaltung (für die drei Lichter) dar.

## 4 Boolesche Algebra

### 4.1 Beweise

Beweisen Sie die folgenden Beziehungen:

$$a + \bar{a}b = a + b$$

$$a * (a + b) = a$$

$$a + ab = a$$

### 4.2 De Morgan

Mit Hilfe der De Morganschen Gesetzen, finden Sie die Polynomialform der Funktion

$$\overline{a + b + \bar{c}d}$$

### 4.3 Redundanz mit XOR-Funktion

Ein System soll 2 Bits,  $a$  und  $b$ , übermitteln. Aus Sicherheitsgründen übermittelt er noch einen zusätzlichen Bit gegeben durch die Gleichung  $y = a \oplus b$ .

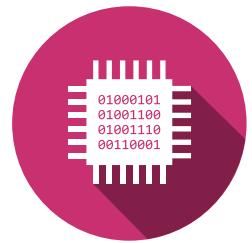
Zeigen Sie, dass es möglich ist, wenn das Bit  $a$  während der Übermittlung verloren gegangen ist, es mit Hilfe von  $b$  und  $y$  wiederherzustellen.

### 4.4 XOR-Funktion

Schreiben Sie die Funktion  $\overline{a \oplus b}$  auf Polynomialform.

### 4.5 Polynomialform

Bestimmen Sie die Polynomialform der Funktion



$$\overline{\overline{a}b + \overline{b}c + \overline{c}a}$$

