

Kombinatorische Logikfunktionen

Übungen Digitales Design

1 | COM - Darstellungen von kombinatorischen Funktionen

1.1 Wahrheitstabelle

Erstellen Sie die Wahrheitstabelle einer Steuerschaltung für einen Stockwerk eines Lifts. Das System beträgt folgende Eingänge:

- **door_open** : ist dieses Signal auf '1', so soll der Lift stehen bleiben,
- **call** : ist dieses Signal auf '1', so soll der Lift zum Stockwerk,
- **lower** : im Falle eines Anrufs soll der Lift aufsteigen,
- **higher** : im Falle eines Anrufs soll der Lift hinabsteigen.

Sind **lower** und **higher** beide auf '0', heisst das, dass der Lift am Stockwerk ist. Das System erstellt folgende Ausgänge:

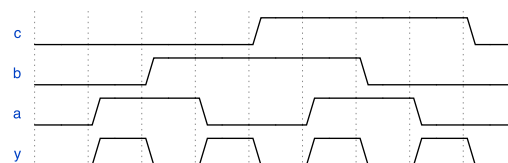
- **motor_en** : ist dieses Signal auf '1', so ist läuft der Motor,
- **up** : ist dieses Signal auf '1' und läuft der Motor, so steigt der Lift auf; ist dieses Signal auf '0' und läuft der Motor, so steigt der Lift hinab.

Das hier analysierte System nimmt den Fall nicht im Kauf, wo der Lift schon läuft.

com/representation-01

1.2 Wahrheitstabelle aus einem Zeitdiagramm

Erstellen Sie die Wahrheitstafel der Funktion, welche durch den nebenstehenden Zeitdiagramm bestimmt ist.



com/representation-02

1.3 Darstellung durch Venn-Diagramm

Stellen Sie die folgende Funktionen in einem Venn-Diagramm dar.

$$y_1 = a\bar{b}$$

$$y_3 = \bar{a}\bar{b}\bar{c}$$

$$y_5 = \bar{a}\bar{b} + \bar{b}\bar{c}$$

$$y_2 = \bar{a}\bar{b}c$$

$$y_4 = ab + \bar{b}c$$

$$y_6 = a + ab$$

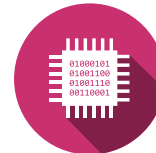
com/representation-03



1.4 Vereinfachung durch Venn-Diagramm

Stellen Sie die Funktion $ab + a\bar{c} + bc$ in einem Venn-Diagramm dar. Zeigen Sie, dass ein Term des Polynoms überflüssig ist.

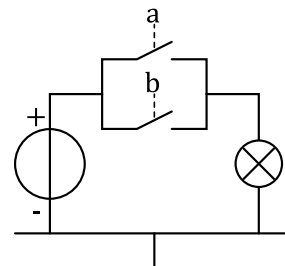
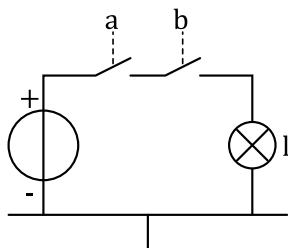
com/representation-04



2 | COM - Elementare Logikfunktionen

2.1 Schalter-Schaltungen

Bestimmen Sie die Beziehung zwischen den Steuersignalen a und b und dem Ausgang l jeder Schaltung der folgenden Abbildung.



Die Schalter sind zu, wenn der Steuersignal auf '1' ist.

com/logic-functions-01

2.2 Wahrheitstabelle von elementaren Funktionen

Ergänzen Sie die nebenstehende Wahrheitstabelle.

Vergleichen Sie das Ergebnis mit der Wahrheitstabelle der UND-Funktion von 2 Eingängen.

C	B	A	CA	CB	BA
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

com/logic-functions-02

2.3 Elementarfunktionen in einer Wahrheitstabelle

Schreiben Sie eine algebraische Form der in der nebenstehenden Wahrheitstabelle definierten Funktionen.

C	B	A	Y_1	Y_2	Y_3
0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0

*com/logic-functions-03*

2.4 Zahlendecodierung

Um die an einem **roten** Licht angehaltenen Autofahrer der unmittelbaren Ankunft des **grünen** Lichtes zu benachrichtigen, erstellen Sie eine kleine Schaltung, welche momentan ein **orangefarbiges** Licht einschaltet.

Dazu verfügen Sie über eine Uhr, die einklinkt, im Augenblick wo der Prozess der Lichterveränderung anfangen soll. Diese Uhr erzeugt jede Sekunde einen neuen Binärcode, von 000 bis 111, und hört nach 7 Sekunden auf. Die 3 Ausgangssignale (**red**, **orange** und **green**) folgen dem folgenden Pflichtenheft:

- Das **rote** Licht bleibt bis und mit der 5. Sekunde angezündet.
- Das **orangefarbige** Licht geht anfangs der 3. Sekunde an, und geht zur gleichen Zeit wie das **rote** Licht aus.
- Das **grüne** Licht geht an, sobald das **rote** Licht ausgeht.

Stellen Sie die Wahrheitstabelle, die dazugehörige Karnaugh-Tafeln und die entsprechende kombinatorische Schaltung (für die drei Lichter) dar.

com/logic-functions-04



3 | COM - Boolesche Algebra

3.1 Beweise

Beweisen Sie die folgenden Beziehungen:

$$a + \bar{a}b = a + b \quad (1)$$

$$a * (a + b) = a \quad (2)$$

$$a + ab = a \quad (3)$$

com/algebra-01

3.2 De Morgan

Mit Hilfe der De Morganschen Gesetzen, finden Sie die Polynomialform der Funktion

Using De Morgan's laws, find the polynomial form of the function

$$\overline{a + b + \bar{c}d}$$

com/algebra-02

3.3 Redundanz mit XOR-Funktion

Ein System soll 2 Bits, a und b , übermitteln. Aus Sicherheitsgründen übermittelt er noch einen zusätzlichen Bit gegeben durch die Gleichung $y = a \oplus b$.

Zeigen Sie, dass es möglich ist, wenn das Bit a während der Übermittlung verloren gegangen ist, es mit Hilfe von b und y wiederherzustellen.

com/algebra-03

3.4 XOR-Funktion

Schreiben Sie die Funktion $\overline{a \oplus b}$ auf Polynomialform.

com/algebra-04

3.5 Polynomialform

Bestimmen Sie die Polynomialform der Funktion

$$\overline{ab + \bar{b}c + \bar{c}a}$$

com/algebra-05



4 | COM - Vollständige Operatoren

4.1 Erstellung einer Funktion mit Hilfe von NAND-Gattern

Mit Hilfe nur von NAND-Gattern zeichnen Sie das vollständige Schema einer Schaltung, welche die folgende Funktion erstellt.

$$y = (ab + cd + e + f * (\bar{g} + h)) * \bar{i} \quad (4)$$

com/operators-01

4.2 Erstellung einer Funktion mit Hilfe von NAND-Gattern

Mit Hilfe nur von NAND-Gattern mit 2 Eingängen zeichnen Sie das vollständige Schema einer Schaltung, welche die folgende Funktion erstellt.

$$y = \bar{a}bc + \bar{c}\bar{d}f + ae \quad (5)$$

com/operators-02

4.3 Erstellung einer Funktion mit Hilfe von NAND-Gattern

Mit Hilfe nur von NAND-Gattern mit 2 Eingängen zeichnen Sie das vollständige Schema einer Schaltung, welche die XOR-Funktion von 4 Eingängen erstellt.

com/operators-03

4.4 NOR-Operator

Beweisen Sie, dass ein NOR-Gatter ein vollständiges Operator ist.

com/operators-04

4.5 Erstellung einer Funktion mit Hilfe von NOR-Gattern

Mit Hilfe nur von NOR-Gattern zeichnen Sie das vollständige Schema einer Schaltung, welche die folgende Funktion erstellt

$$y = (ab + cd + e + f * (\bar{g} + h)) * \bar{i} \quad (6)$$

com/operators-05

4.6 Erstellung einer Funktion mit Hilfe von invertierenden Gattern

In den Integrierten Schaltungen verwendet man lieber NAND- und NOR-Gatter als AND- und OR-Gatter. Mit Hilfe von Invertern, NAND- und NOR-Gattern zeichnen Sie das vollständige Schema einer Schaltung, welche die folgende Funktion erstellt.

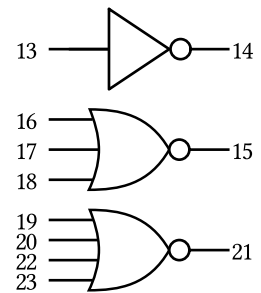
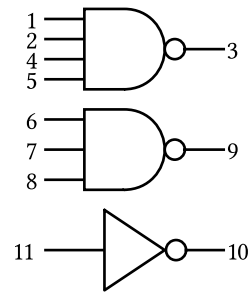
$$y = (ab + cd + e + f * (\bar{g} + h)) * \bar{i} \quad (7)$$

com/operators-06



4.7 Mehrzweckschaltung

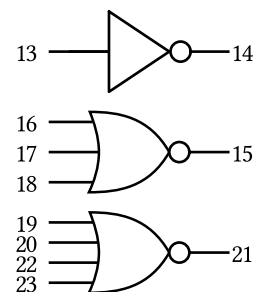
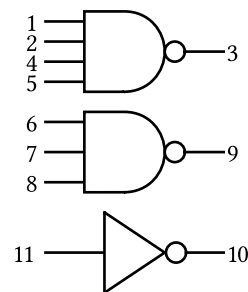
Die Schaltung 74HC7006 dient dazu, eine breite Wahl von Funktionen erstellen zu lassen. Zeigen Sie, dass man mit dieser Schaltung AND-, NAND-, OR- und NOR-Schaltungen bis auf 9 Eingängen erstellen kann.



com/operators-07

4.8 Erstellung einer XOR-Funktion

Die Schaltung 74HC7006 dient dazu, eine breite Wahl von Funktionen erstellen zu lassen. Realisieren Sie damit eine XOR-Funktion mit 3 Eingängen. Verwenden Sie eine minimale Anzahl an diesen Bausteinen.



com/operators-08