

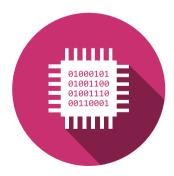


Conception numérique (DiD)

Fonctions logique combinatoire COM

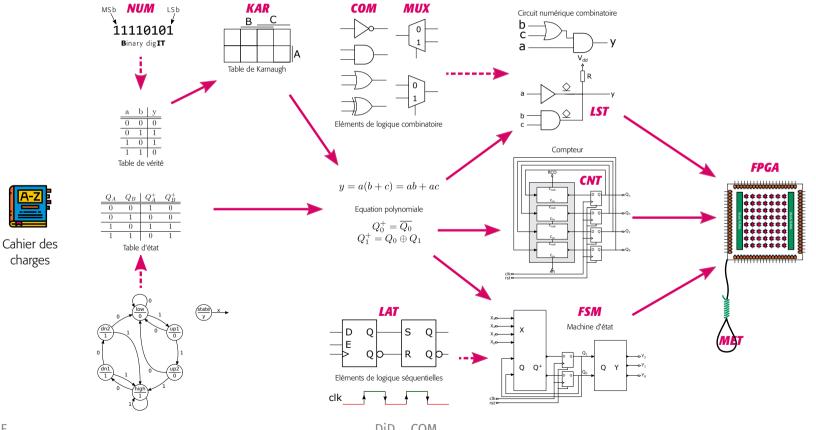
Filière Systèmes industriels Filière Energie et techniques environmentales Filière Informatique et systèmes de communications

Silvan Zahno <u>silvan.zahno@hevs.ch</u> Christophe Bianchi <u>christophe.bianchi@hevs.ch</u> François Corthay <u>francois.corthay@hevs.ch</u>



Situation du thème dans le cours





ZaS, BiC, CoF DiD COM

Contenu



- Représentations de fonctions logiques combinatoires
 - Table de vérité
 - Chronogramme
 - Diagramme de Venn
- Fonctions logiques élémentaires
 - Tampon (Buffer)
 - Inverseur (Inverter)
 - ET (AND)
 - OU (OR)
 - OU-exclusif (XOR)
- Algèbre booléenne
- Opérateurs complets

Example de fonction logique



- Un système de ventilation est utilisé pour régler la température d'un local.
- En règle générale, si la T° extérieure > T° local alors enclenchement de la ventilation pour réchauffer la salle.
- Toutefois, en été et de jour, la ventilation s'utilise pour refroidir la salle: si la T° extérieure
 T° local alors la ventilation est également mise en marche.

Table de vérité (Truth Table)



Hiver	Nuit	Ext_chaud	Ventilation
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Table de vérité (Truth Table)



Hiver	Nuit	Ext_chaud	Ventilation
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Chronogramme (Chronogram)



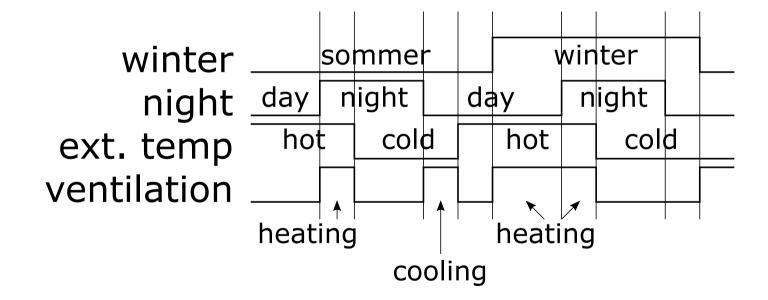
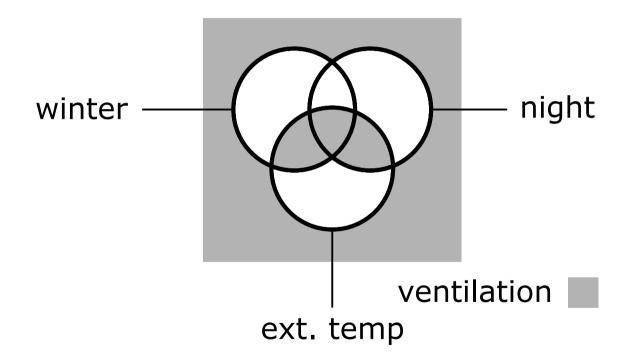


Diagram de Venn (Venn Diagram)





Exercise 1.1 (com/representation-01)



Dresser la table de vérité du système d'appel d'un ascenseur pour un étage. Le système comporte les entrées suivantes :

- door_open : quand ce signal est à '1', l'ascenseur doit rester arrêté,
- call : quand ce signal est à '1' et si la porte est fermée, l'ascenseur doit se diriger à l'étage,
- lower: en cas d'appel, l'ascenseur doit monter,
- higher: en cas d'appel, l'ascenseur doit descendre.

Lorsque lower et higher sont tous les deux à '0', cela indique que l'ascenseur est à l'étage. Le système fournit les sorties suivantes :

- motor_en : quand ce signal est à '1', le moteur est enclenché,
- up : quand ce signal est à '1' et le moteur est enclenché, l'ascenseur monte ; quand ce signal est à '0' et le moteur est enclenché, l'ascenseur descend.

Le système analysé ici ne traite pas le cas où l'ascenseur est en train de se déplacer pour une course.

Contenu

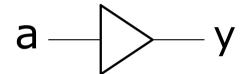


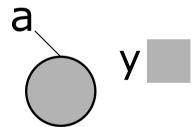
- Représentations de fonctions logiques combinatoires
- Fonctions logiques élémentaires
 - Tampon (Buffer)
 - Inverseur (Inverter)
 - ET (AND)
 - OU (OR)
 - OU-exclusif (XOR)
- Algèbre booléenne
- Opérateurs complets

Tampon (Buffer)



a	у
0	0
1	1



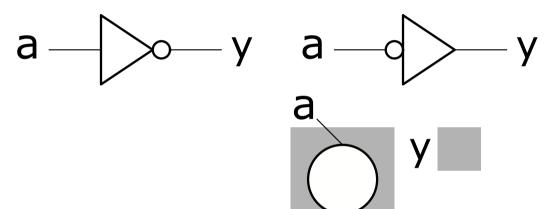


$$y = a$$

Inverseur (Inverter)



a	у
0	1
1	0

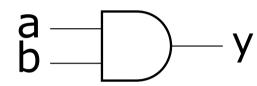


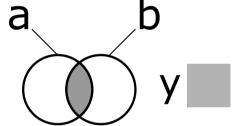
$$y = \bar{a}$$

Et (AND)



a	b	у
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1





$$y = a * b$$

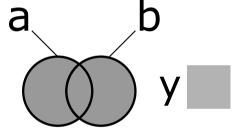
Ou (OR)



2		
a		. \/
D	/ /	y

a	b	у
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$y = a + b$$



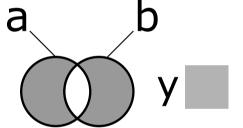
Ou-exclusif (XOR)



a b	у у

a	b	У
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$y = a \oplus b$$



Exercise 2.2 (com/logic-functions-02)





- Compléter la table de vérité ci-contre.
- Comparer le résultat avec la table de vérité de la fonction ET de 2 entrées.

С	В	Α	CA	СВ	ВА
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Contenu



- Représentations de fonctions logiques combinatoires
- Fonctions logiques élémentaires

Algèbre booléenne

- Opérations algébriques
- Lois de De Morgan
- XOR et inverter
- Forme polynomiale
- Opérateurs complets

Opérateurs



$$y = \bar{a}$$

$$y = a * b$$

$$y = a + b$$

$$y = a \oplus b$$

Commutativité



Associativité



Distributivité



$$a * (b + c) = a * b + a * c$$

$$b = a * b + a * c$$

$$b = a * b + a * c$$

$$a * (b + c) = a * b + a * c$$

$$a * (b + c) = a * b + a * c$$

$$a * (b + c) = a * b + a * c$$

$$a * (b + c) = a * b + a * c$$

Eléments neutres et absorbants



$$a * 1 = a$$
$$a * 0 = 0$$

$$a + 0 = a$$
$$a + 1 = 1$$

$$a \bigoplus 0 = a$$
$$a \bigoplus 1 = \overline{a}$$

Lois de De Morgan



$$\overline{a*b*c} = \overline{a} + \overline{b} + \overline{c}$$

$$\overline{a+b+c} = \bar{a}*\bar{b}*\bar{c}$$

Exercise 3.3 (com/algebra-03)





• Un système doit transmettre 2 bits d'information, a et b. Par mesure de sécurité, il transmet un bit supplémentaire donné par l'expression $y = a \oplus b$

Montrer que si le bit a est perdu lors de la transmission, il est possible de le retrouver à l'aide de b et y.

Formes polynomiales



Monômes

 $\bar{a}c$

Polynôme

 $ab + \bar{a}c + b\bar{c}$

 Produit de somme Product of OR

$$(a+b)*(\overline{a}+c)*(b+\overline{c})$$

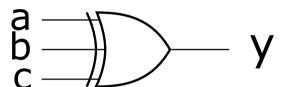
 Ou-exclusiv de produit XOR of Products

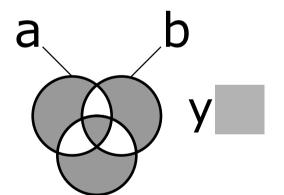
$$a\overline{b} \oplus ac \oplus \overline{b}c$$

Formes polynomiales

Ou-exclusif (XOR)







$$001 \Rightarrow \bar{a}\bar{b}c$$

$$010 \Rightarrow \bar{a}b\bar{c}$$

$$100 \Rightarrow a\bar{b}\bar{c}$$

$$111 \Rightarrow abc$$

$$a \oplus b \oplus c$$

Formes polynomiales

Ou-exclusif (XOR) et inversion



Contenu



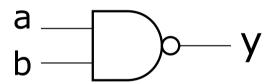
- Représentations de fonctions logiques combinatoires
- Fonctions logiques élémentaires
- Algèbre booléenne

Opérateurs complets

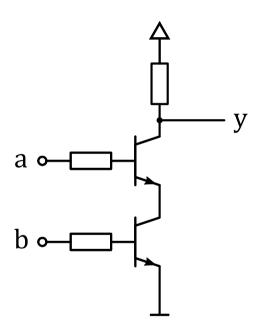
- Opérateur NAND
- Transformation NAND
- Opérateur NOR

Opérateur NAND

• Circuit Transistor







Opérateur NAND



• Deux représentations selon la loi de De Morgan









$$a \longrightarrow y \equiv a \longrightarrow y$$

$$b = b = b = b$$



$$a \longrightarrow y \equiv a \longrightarrow y$$

$$\begin{array}{c}
 a \\
 b
 \end{array}$$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \hline
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \hline
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \hline
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 & a \\ & a$



$$a \longrightarrow y \equiv a \longrightarrow y$$

$$\begin{array}{c}
 a \\
 b
 \end{array}$$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \hline
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \hline
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \hline
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 a \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{c}
 & a \\ & a$

$$a \longrightarrow y = b \longrightarrow y$$

Opérateur NAND



$$a - y \equiv a - y$$

$$b = b = b = b$$

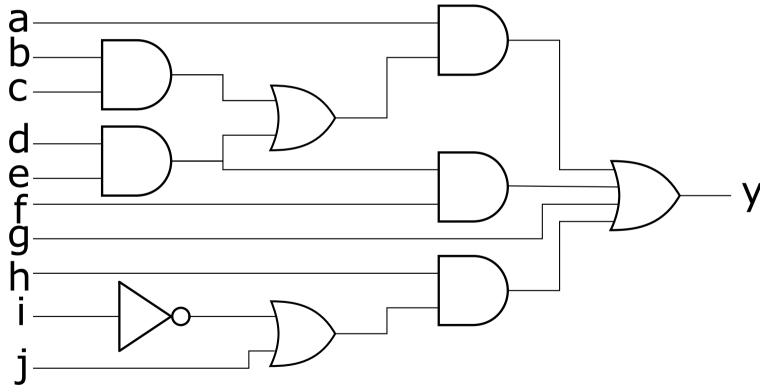
$$\begin{array}{c} a \\ b \\ \end{array}$$

ZaS, BiC, CoF DiD COM 38

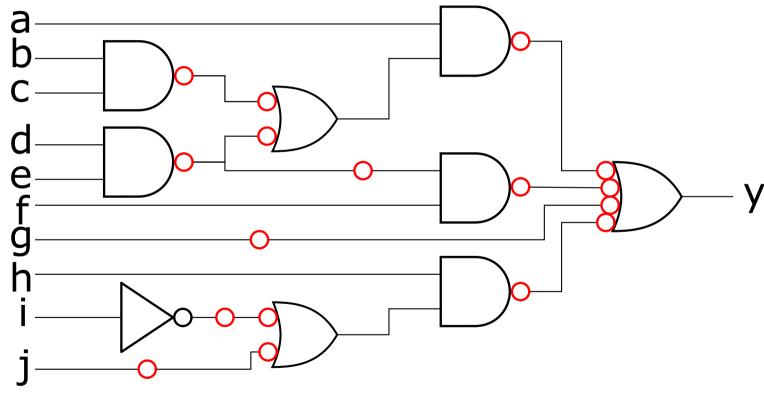
Opérateur NOR



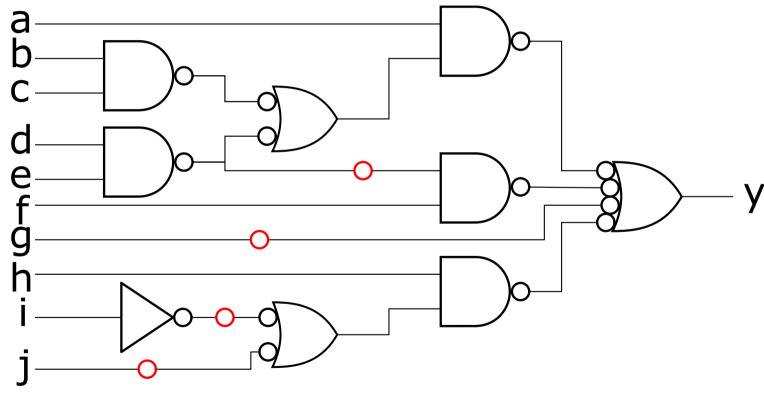




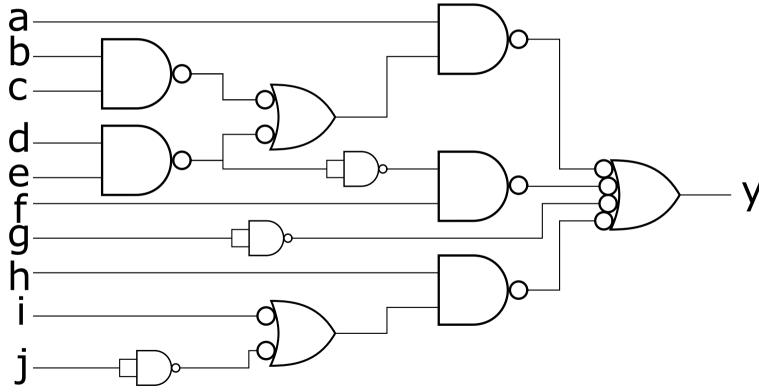












Exercise 4.1 (com/operators-01)





A l'aide de portes NAND, dessiner le schéma complet d'un circuit réalisant la fonction

$$y = (ab + cd + e + f * (\bar{g} + h)) * \bar{i}$$

Références



- [Max95] (anglais) Facile à lire
- [Man91] (allemand) Facile à lire
- [Toc92] (français) Facile à lire
- [Kün97] (allemand) Utilisation de symboles ISO

WHY ARE THERE MIRRORS ABOVE BEDS

WHY DO I SAY WHY IS SEA SALT BETTER IN

WHY IS THERE NOT A POKEMON MMO WHY IS THERE LAUGHING IN TV SHOWS ARE THERE DOORS ON THE FREEWAY ARE THERE SO MANY SVCHOST-EXE RUNNING AREN'T ANY COUNTRIES IN ANTARCTICA WHY ARE THERE SCARY SOUNDS IN MINECRAFT WHY IS THERE KICKING IN MY STOMACH WHY ARE THERE TWO SLASHES AFTER HTTP WHY ARE THERE CELEBRITIES WHY DO SNAKES EXIST WHY DO OYSTERS HAVE PEARLS WHY ARE DUCKS CALLED DUCKS WHY DO THEY CALL IT THE CLAP WHY IS THERE AN ARROW ON AANG'S HEAD X WHY ARE TEXT MESSAGES BLUE WHY ARE THERE MUSTACHES ON CLOTHES WHY WUBA LUBBA DUB DUB MEANING IS THERE A WHALE AND A POT FALLING WHY ARE THERE SO MANY BIRDS IN SWISS WHY IS THERE SO LITTLE RAIN IN WALLIS WHY IS WALLIS WEATHER FORECAST ALWAYS WRONG

WHY HAVE DINOSAURS NO FUR WHY ARE SWISS AFRAID RWHY IS THERE A LINE THROUGH HI TO WHY IS THERE A RED LINE THROUGH HTTPS ON TWITTER

WHY AREN'T MY ARMS GROWING WHY ARE THERE SO MANY CROWS IN ROCHESTER & WHY IS TO BE OR NOT TO BE FUNNY

WHY DO CHILDREN GET CANCER 🗢

WHY IS POSEIDON ANGRY WITH ODYSSEUS

WHY AREN'T ECONOMISTS RICH WHY DO AMERICANS CALL IT SOCCER & WHY ARE MY EARS RINGING WHY IS 42 THE ANSWER TO EVERYTHING WHY CAN'T NOBODY ELSE LIFT THORS HAMMER S **SWHY IS THERE ICE IN SPACE** WHY IS MARVIN ALWAYS SO SAD

WHY IS SPACE BLACK WHY IS OUTER SPACE SO COLD WHY ARE THERE PYRAMIDS ON THE MOON WHY IS NASA SHUTTING DOWN A

THERE MALE AND FEMALE BIKES E WHY ARE THERE TINY SPIDERS IN MY HOUSE ' DO SPIDERS COME INSIDE

WHY ARE THERE HUGE SPIDERS IN MY HOUSE $_{
m H}$ WHY ARE THERE LOTS OF SPIDERS IN MY HOUSE $\overline{oldsymbol{\lambda}}$ 为WHY ARE THERE SO MANY SPIDERS IN MY ROOM

SPYDER BITES ITCH

WHY ARE THERE **GHOSTS**



WHY IS THERE AN OWL IN MY BACKYARD WHY IS THERE AN OWL OUTSIDE MY WINDOW WHY IS THERE AN OWL ON THE DOLLAR BILL WHY DO OWLS ATTACK PEOPLE WHY ARE FPGA'S EVERYWHERE WHY ARE THERE HELICOPTERS CIRCLING MY HOUSE WHY ARE THERE GODS

WHY ARE THERE TWO SPOCKS 'IS https://xkcd·com/1256/ THEY SAY T-MINUS WHY ARE THERE OBELISKS MWHY ARE WRESTLERS ALWAYS WET

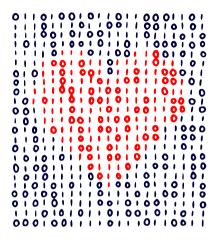
WHY ARE MY BOOBS ITCHY WHY DO Q TIPS FEEL GOOD

> WHY AREN'T THERE GUNS IN

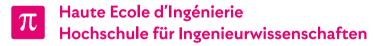
WHY ARE KYLE AND CARTMAN FRIENDS

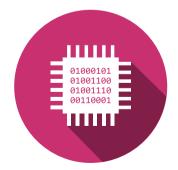
WHY ARE THERE BRIDESMAIDS WHY DO DYING PEOPLE REACH UP HOW FAST IS LIGHTSPEED WHY ARE OLD KLINGONS DIFFERENT

WHY ARE THERE SQUIRRELS









Silvan Zahno <u>silvan.zahno@hevs.ch</u> Christophe Bianchi <u>christophe.bianchi@hevs.ch</u> François Corthay <u>francois.corthay@hevs.ch</u>