



Fonctions logiques combinatoires

Exercices Conception numérique

1 | COM - Représentations de fonctions combinatoires

1.1 Table de vérité

Dresser la table de vérité du système d'appel d'un ascenseur pour un étage. Le système comporte les entrées suivantes:

- **door_open** : quand ce signal est à '1', l'ascenseur doit rester arrêté,
- **call** : quand ce signal est à '1' et si la porte est fermée, l'ascenseur doit se diriger à l'étage,
- **lower** : en cas d'appel, l'ascenseur doit monter,
- **higher** : en cas d'appel, l'ascenseur doit descendre.

Lorsque **lower** et **higher** sont tous les deux à '0', cela indique que l'ascenseur est à l'étage. Le système fournit les sorties suivantes:

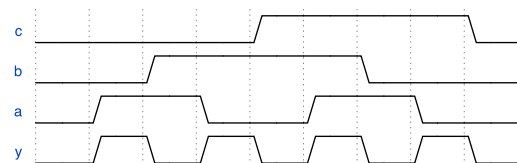
- **motor_en** : quand ce signal est à '1', le moteur est enclenché,
- **up** : quand ce signal est à '1' et le moteur est enclenché, l'ascenseur monte; quand ce signal est à '0' et le moteur est enclenché, l'ascenseur descend.

Le système analysé ici ne traite pas le cas où l'ascenseur est en train de se déplacer pour une course.

com/representation-01

1.2 Table de vérité à partir d'un chronogramme

Dresser la table de vérité de la fonction spécifiée par le chronogramme de la figure ci-contre.



com/representation-02

1.3 Représentation par diagramme de Venn

Représenter dans un diagramme de Venn les fonctions suivantes.

$$y_1 = a\bar{b}$$

$$y_3 = \bar{a}\bar{b}\bar{c}$$

$$y_5 = \bar{a}\bar{b} + \bar{b}\bar{c}$$

$$y_2 = \bar{a}\bar{b}c$$

$$y_4 = ab + \bar{b}c$$

$$y_6 = a + ab$$

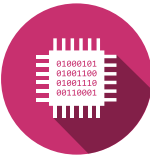
com/representation-03



1.4 Simplification par diagramme de Venn

Représenter la fonction $ab + a\bar{c} + bc$ dans un diagramme de Venn. Montrer qu'un des termes du polynôme est inutile.

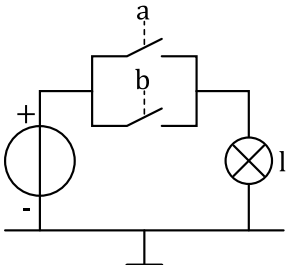
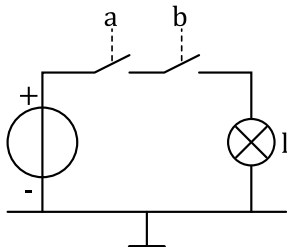
com/representation-04



2 | COM - Fonctions logiques élémentaires

2.1 Circuits à interrupteurs

Déterminer la relation entre les commandes a et b et la sortie l pour chacun des circuits de la figure suivante.



Les interrupteurs sont fermés quand le signal de commande est à '1'.

com/logic-functions-01

2.2 Table de vérité de fonctions élémentaires

Compléter la table de vérité ci-contre.
Comparer le résultat avec la table de vérité de la fonction ET de 2 entrées.

C	B	A	CA	CB	BA
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

com/logic-functions-02

2.3 Fonctions élémentaires dans une table de vérité

Donner une forme algébrique des fonctions spécifiées par la table de vérité ci-contre.

C	B	A	Y_1	Y_2	Y_3
0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0



2.4 Décodage de nombres

Afin d'avertir les automobilistes arrêtés à un feu **rouge** de l'arrivée imminente du feu **vert**, concevoir un petit circuit permettant d'enclencher momentanément un feu **orange**.

Pour cela nous disposons d'une horloge qui s'enclenche au moment où le processus de changement de feu doit commencer. Cette horloge délivre pour chaque seconde un code binaire allant de 000 à 111 et s'arrête après 7 secondes.

Les 3 signaux de sorties (**red**, **orange** et **green**) suivent les spécifications suivantes:

- Le feu **rouge** reste allumé jusqu'à la 5ème seconde y comprise.
- Le feu **orange** s'allume dès que la 2ème seconde est passée et s'éteint en même temps que le feu **rouge**.
- Le feu **vert** s'allume dès que le feu **rouge** s'éteint.

Etablir la table de vérité et le circuit combinatoire correspondant à l'enclenchement des 3 feux.



3 | COM - Algèbre booléenne

3.1 Démonstrations

Démontrer les formules suivantes:

$$a + \bar{a}b = a + b \quad (1)$$

$$a * (a + b) = a \quad (2)$$

$$a + ab = a \quad (3)$$

com/algebra-01

3.2 De Morgan

A l'aide des relations de De Morgan, déterminer l'expression polynomiale de la fonction $\overline{a + b + \bar{c}d}$

com/algebra-02

3.3 Redondance avec la fonction OU-exclusif

Un système doit transmettre 2 bits d'information, a et b . Par mesure de sécurité, il transmet un bit supplémentaire donné par l'expression $y = a \oplus b$.

Montrer que si le bit a est perdu lors de la transmission, il est possible de le retrouver à l'aide de b et de y .

com/algebra-03

3.4 Fonction OU-exclusif

Donner l'expression de la fonction $\overline{a \oplus b}$ sous forme polynomiale.

com/algebra-04

3.5 Forme polynomiale

Déterminer l'expression polynomiale de la fonction $\overline{ab} + \bar{b}\bar{c} + \bar{c}\bar{a}$

com/algebra-05



4 | COM - Opérateurs complets

4.1 Réalisation de fonction à l'aide de portes NAND

A l'aide de portes NAND, dessiner le schéma complet d'un circuit réalisant la fonction

$$y = (ab + cd + e + f * (\bar{g} + h)) * \bar{i} \quad (4)$$

com/operators-01

4.2 Réalisation de fonction à l'aide de portes NAND

A l'aide de portes NAND à 2 entrées uniquement, dessiner le schéma complet d'un circuit réalisant la fonction.

Using 2-input NAND gates only, draw the complete circuit diagram of a circuit performing the function.

$$y = \bar{a}bc + \bar{c}\bar{d}f + ae \quad (5)$$

com/operators-02

4.3 Réalisation de fonction à l'aide de portes NAND

A l'aide de portes NAND à 2 entrées uniquement, dessiner le schéma complet d'un circuit réalisant la fonction ou-exclusif à 4 entrées.

com/operators-03

4.4 Opérateur NOR

Démontrer que la porte NOR est un opérateur complet.

com/operators-04

4.5 Réalisation de fonction à l'aide de portes NOR

A l'aide de portes NOR, dessiner le schéma complet d'un circuit réalisant la fonction

$$y = (ab + cd + e + f * (\bar{g} + h)) * \bar{i} \quad (6)$$

com/operators-05

4.6 Réalisation de fonction à l'aide de portes inverseuses

Dans les circuits intégrés, on utilise des portes NAND et NOR plutôt que des portes AND et OR. A l'aide d'inverseurs, de portes NAND et NOR, dessiner le schéma complet d'un circuit réalisant la fonction.

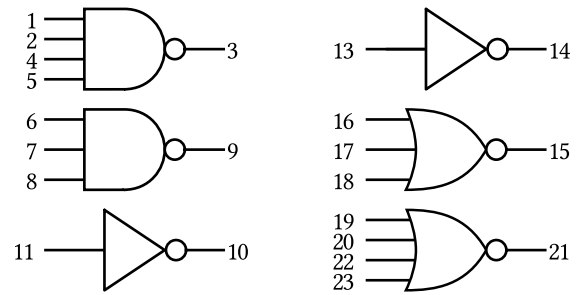
$$y = (ab + cd + e + f * (\bar{g} + h)) * \bar{i} \quad (7)$$

com/operators-06



4.7 Circuit polyvalent

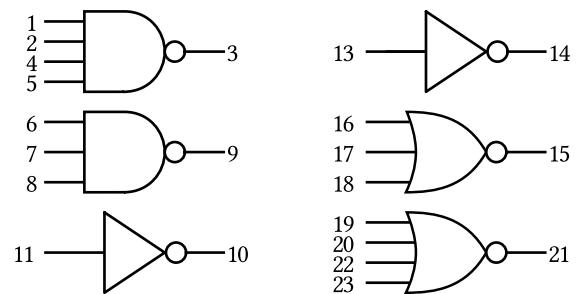
Le circuit 74HC7006 est prévu pour permettre de réaliser une large gamme de fonctions. Montrer qu'avec ce circuit on peut réaliser les fonctions AND, NAND, OR et NOR jusqu'à 9 entrées.



com/operators-07

4.8 Réalisation d'une fonction OU-exclusif

Le circuit 74HC7006 est prévu pour permettre de réaliser une large gamme de fonctions. Réaliser une fonction OU-exclusif à 3 entrées en utilisant un nombre minimal de ce type de circuits.



com/operators-08