

中国人民大学附属中学学生用书

初中数学练习册  
(八年级·下)

人大附中数学组 编写



第十九	一次函数 (1)
第二十章	数据的分析 (39)
第二十一章	一元二次方程 (54)
第二十二章	二次函数 (77)
第二十三章	旋转 (111)
第二十四章	圆 (143)
第二十五章	概率初步 (138)



## 第十九章 一次函数

### 19.1 变量与函数 (1)

#### 一、选择题

1.一个长方体的高为 5, 底面的宽为  $a$ , 底面的长是宽的 2 倍, 则这个长方体的体积  $V$  可以表示为  $V=10a^2$ , 其中自变量是 ( )

- A.  $V$       B.  $a$       C.  $10a$       D.  $10a^2$

2.小明以  $4km/h$  的速度匀速前进, 则他行走的路程  $s(km)$  与时间  $t(h)$  之间的函数关系式是 ( )

- A.  $s=4t$       B.  $S=4000t$       C.  $s=\frac{t}{4}$       D.  $s=\frac{4}{t}$

3.给出解析式: ①  $y=-2x$     ②  $y^2=x^2$     ③  $y=\sqrt{x-1}$     ④  $y=|x|$     ⑤  $|y|=x$ , 其中  $y$  是  $x$  的函数的有 ( )

- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

4.在某个变化过程中有两个边路  $x$  和  $y$ , 如果  $y$  是  $x$  的函数, 那么以下说法中正确的是 ( )

- A. 当  $x$  可以取任意实数值时,  $y$  也一定可以取任意实数值;  
B. 当  $y$  可以取任意实数值时,  $x$  也一定可以取任意实数值;  
C. 对于  $y$  的取值范围内某一个确定的值, 都有唯一确定的  $x$  的值与之对应;  
D. 对于  $x$  的取值范围内某一个确定的值, 都有唯一确定的  $y$  的值与之对应;

5.某函数满足条件: 当  $x=1$  时,  $y=2$ ; 当  $x=0$  时,  $y=1$ . 给出结论:

- ①这个函数一定是  $y=x+1$  ②这个函数可以是  $y=x^2+1$  ③这个函数可以是  $y=\sqrt{x+1}$

- ④有无数多个函数满足这样的条件. 其中正确的有 ( )

- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

#### 二、填空题

6.已知  $x+2y-3=0$ , 用含  $x$  的代数式表示  $y$  \_\_\_\_\_, 用含  $y$  的代数式表示  $x$  \_\_\_\_\_.

7.函数  $y=\frac{1}{x+1}$  中, 自变量  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_, 函数  $y=\sqrt{x-4}$  中, 自变量  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

8.已知函数  $y=2x^2-1$ , 则当  $x=2$  时, 对应的函数值  $y=$  \_\_\_\_\_, 当函数值  $y=17$  时, 对应的自变量  $x$  的值是 \_\_\_\_\_.

9.一个矩形的面积为 10, 两条对角线长分别为  $x$  和  $y$ , 那么  $y$  与  $x$  之间的函数关系是 \_\_\_\_\_, 其中常量是 \_\_\_\_\_, 变量是 \_\_\_\_\_,  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

10.某种货物的进价是每件 5 元, 售出时的标价是每件 5.8 元, 那么获得的利润  $y$  (元) 与售出的数量  $x$  (件) 之间的函数关系式是 \_\_\_\_\_.

11.弹簧的原长为  $10cm$ , 没加上一个砝码后弹簧就伸长  $0.5cm$ , 那么弹簧的长度  $y$  ( $cm$ ) 和所加砝码的数量  $x$  (个) 之间的函数关系式是 \_\_\_\_\_, 其中常量是 \_\_\_\_\_, 变量是 \_\_\_\_\_,  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

12.求下列函数中自变量  $x$  的取值范围;

$$(1) \ y = \frac{1}{x+2} \quad (2) \ y = \sqrt{x-1} + \sqrt{6-2x} \quad (3) \ y = \frac{2}{\sqrt{x+1}} \quad (4) \ y = \frac{\sqrt{x-3}}{x-4}$$

13.已知等腰三角形的周长为 30, 其中底边长为  $x$ , 腰长为  $y$ .

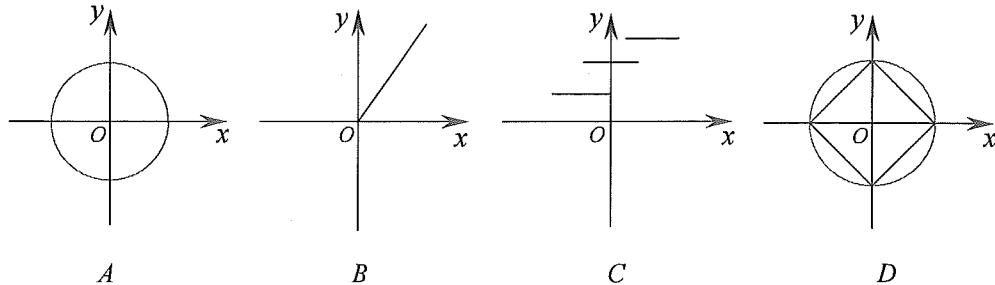
- (1) 请写出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式, 并求出其中自变量  $x$  的取值范围;
- (2) 当这个三角形中有一个角为  $60^\circ$  时, 求  $x$  的值.

★14.通过学习, 你认为确定一个函数的自变量的取值范围时, 需要考虑哪些方面的因素?

## 19.1 变量与函数 (2)

### 一、选择题

1. 下面的图中，表示  $y$  是  $x$  的函数图象的是 ( )



2. 函数  $y = \sqrt{2x - 4}$  中，自变量  $x$  的取值范围时 ( )

- A.  $x \neq 2$       B.  $x > 2$       C.  $x \geq 2$       D.  $x \leq 2$

3. 给出函数：①  $y = x$  ②  $y = \sqrt{x^2}$  ③  $y = (\sqrt{x})^2$  ④  $(\sqrt[3]{x})^3$ ，其中图象能够完全重合的是 ( )

- A. ①和②      B. ②和③      C. ③和④      D. ①和④

4. 以下说法中，正确的是 ( )

- A. 画函数图象时，只要将描好的点顺次用线段连接即可；  
 B. 函数  $y = 2x (x \geq 0)$  的图象经过一、三象限；  
 C. 任何一个函数的图象至少要经过两个象限；  
 D. 对于一个确定的函数图象，一条平行于  $y$  轴的直线至多与它有一个交点；

★5. 已知一个函数的图象关于  $y$  轴对称，且过点  $(-1, 2)$ ，给出结论：

- ①这个函数的图象一定也过点  $(-1, -2)$ ；  
 ②这个函数的图象一定也过点  $(1, 2)$ ；  
 ③这个函数的图象可以过点  $(1, -2)$ ；  
 ④这个函数如果有最大值或最小值，那这个最大值或最小值一定是当  $x=0$  时的函数值；  
 其中说法正确的有 ( )

- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

### 二、填空题

6. 函数的三种表示方法是 \_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_.

7. 用“描点法”画函数图象的一般步骤是 \_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_.

8. 已知点  $(2, 3)$  在某函数图象上，将该函数向上平移一个单位，那么点 \_\_\_\_\_ 一定在平移后的函数图象上。

9. 函数：①  $y = \frac{1}{x+1}$  ②  $y = \sqrt{x+1}$  ③  $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$  中，自变量的取值范围时  $x \neq -1$  的是 \_\_\_\_\_. (填序号)

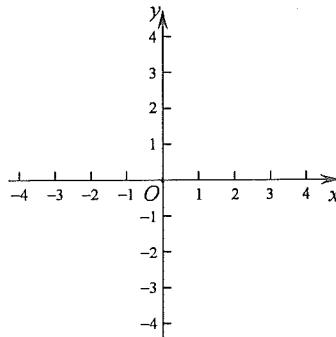
10. 已知线段  $AB$  长 50 厘米，已知机器甲虫从  $A$  点出发，沿线段  $AB$  爬向  $B$  点，设甲虫爬完全程的时间为  $t$  (秒)，速度是  $v$  (厘米/秒) 且最大速度是 10 厘米/秒，给出结论：

- ① 甲虫不可能在 4 秒之内爬完全程；  
 ② 甲虫用 10 秒爬完全程，平均速度是 5 厘米/秒；  
 ③  $v$  关于  $t$  的函数图象完全位于第一象限内；  
 其中正确的是 \_\_\_\_\_, (填序号)

### 三、解答题

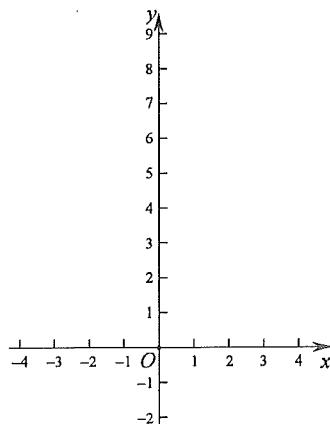
11.用“描点法”画出函数  $y=x$  的图象.

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y$	...								...



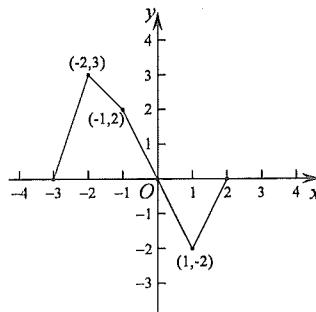
12.用“描点法”画出函数  $y=\frac{1}{2}x^2$  的图象.

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y$	...								...



13.根据右边呈折线段形态的函数图象回答问题.

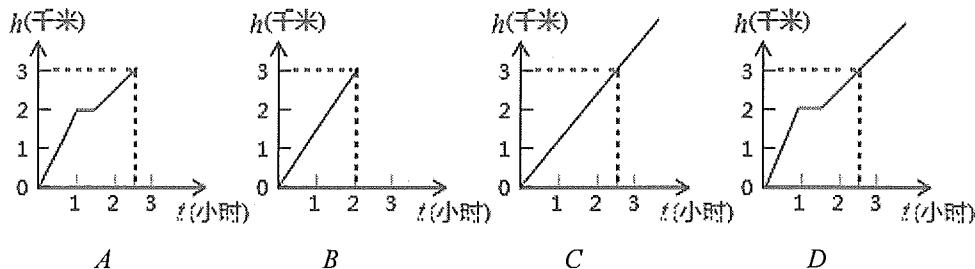
- (1) 图中函数的自变量取值范围是\_\_\_\_\_;
- (2) 当\_\_\_\_\_时,  $y < 0$ ;
- (3) 当\_\_\_\_\_时,  $y$  随  $x$  的增大而增大;
- (4) 图象在第二象限内的部分与  $x$  轴围城的图形的面积是\_\_\_\_\_.



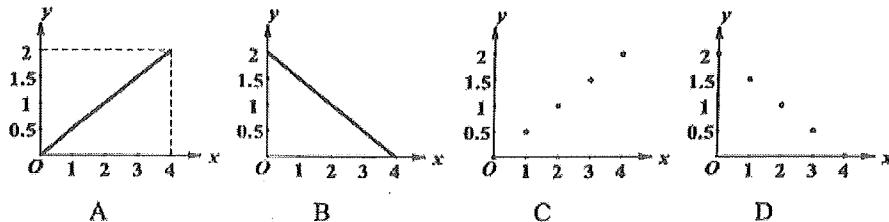
## 19.1 变量与函数 (3)

### 一、选择题

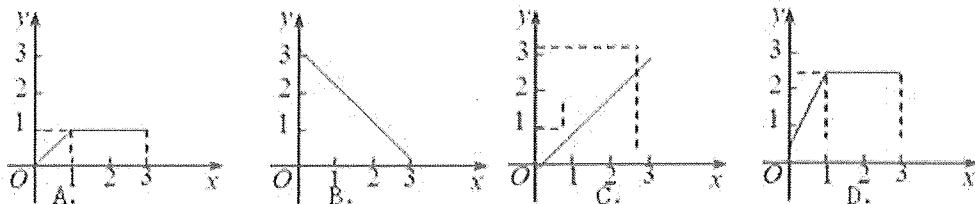
1. 某游客为爬上 3 千米高的山顶看日出，先用 1 小时爬了 2 千米，休息 0.5 小时后，用 1 小时爬上山顶。游客爬山所用时间  $t$  与山高  $h$  间的函数关系用图形表示是（ ）



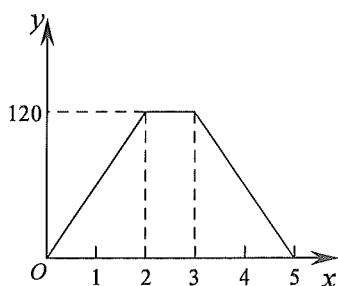
2. 小明带了 2 元钱去买笔，每支笔的价格是 0.5 元，那么小明买完笔后剩下的钱数  $y$  (元) 与买到的笔的数量  $x$  (支) 之间的函数图象大致是（ ）



3. 矩形  $ABCD$  中， $AB=2$ ， $BC=1$ ，点  $P$  从点  $B$  出发，沿线路  $B—C—D$  匀速运动到点  $D$  停止，则  $\triangle ABP$  的面积  $y$  与点  $P$  运动的路程  $x$  之间的函数图象大致是（ ）

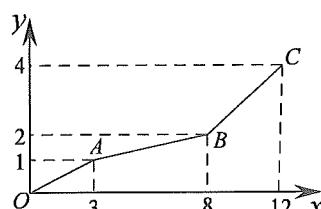


4. 在一次运输任务中，一辆汽车将一批货物从甲地运往乙地，到达乙地卸货桔皮返回，设汽车从甲地出发  $x$  (小时)，汽车与甲地的距离为  $y$  (千米)，且  $y$  与  $x$  之间的函数关系如右图所示，则下列说法中，不正确的是（ ）



- A. 甲乙两地相距 120 千米；  
 B. 汽车从甲地出发到乙地是以 60 千米/小时的速度匀速行驶的；  
 C. 汽车卸货所用的时间为 1 小时；  
 D. 汽车在整个过程中的平均速度是 30 千米/小时；

5. 某人从家骑电动车去单位上班，他所走的路程  $y$  (千米) 与所用的时间  $x$  (分钟) 之间的函数关系如右图所示，其中  $OA$  段为平路， $AB$  段为上坡路， $BC$  段为下坡路，下班后，如果他沿原路返回，且走平路，上坡路，下坡路的度数分别于上班时相应的速度保持一致，那么他从单位回到家需要的时间是 ( )



- A. 12 分钟      B. 15 分钟      C. 25 分钟      D. 27 分钟

## 二、填空题

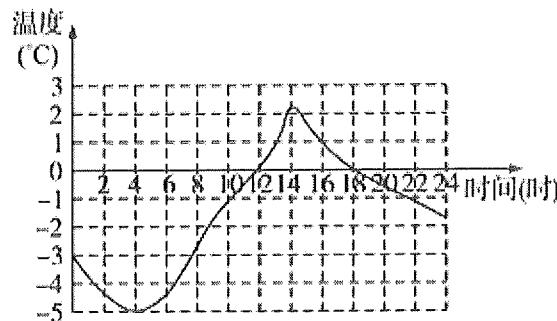
6. 某生物研究所的水池有两个进水管和一个出水管，进水管的水流速为 2 立方米/分，出水管的水流速为 1 立方米/分，如果水池中原有 10 立方米的水，最大容量为 40 立方米，同时打开三个水管道水池放满水，再将它们同时关闭，这一过程中水池中的水量  $V$  (立方米) 与打开水管后经过的时间  $t$  (分钟) 之间的函数关系式是 \_\_\_\_\_，其中自变量  $t$  的取值范围是 \_\_\_\_\_。

7. 如右图，等腰直角  $\triangle ABC$  的直角边长与正方形  $MNPQ$  的边长均为 20 厘米，边  $AC$  与  $MN$  在同一条直线上，开始时点  $A$  与点  $N$  重合， $\triangle ABC$  以 2 厘米/秒的速度向左运动，最终点  $A$  与点  $M$  重合，则重叠部分的面积  $y$  (平方厘米) 与时间  $t$  (秒) 之间的函数关系式为 \_\_\_\_\_。

8. 小王早晨去上班，开始他以 50 米/分的速度行走，走了 3 分钟后发现再这样下去就迟到了，于是以 150 米/分的速度小跑前进，设小王所走的路程是  $s$  (米)，出发后经过的时间是  $t$  (分)。

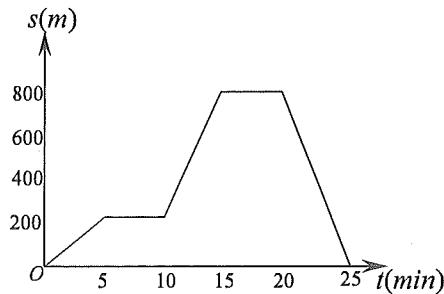
- (1) 在小王出发后的 3 分钟内， $s$  与  $t$  之间的函数关系式是 \_\_\_\_\_；  
(2) 在小王出发 3 分钟后， $s$  与  $t$  之间的函数关系式是 \_\_\_\_\_；  
(3) 如果小王家距离单位 900 米，那么这一次他出发后经过 \_\_\_\_\_ 分钟到达单位。

9. 下图是某地 2 月份某天的温度随时间变换的折线图，请你结合图象回答下列问题：



- (1) 10 时的温度是 \_\_\_\_\_ ℃，温度是 0℃ 的时刻时 \_\_\_\_\_ 时；  
(2) 最暖和的时刻大约是 \_\_\_\_\_ 时，温度在 -3℃ 以下的持续时间为 \_\_\_\_\_ 小时；  
(3) 你从图象中还能获得哪些信息？(写出 1-2 条即可)

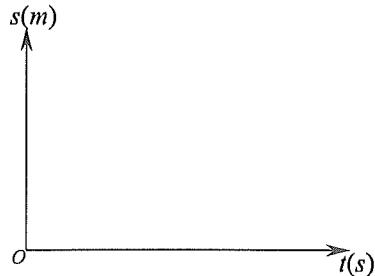
10. 小明某天离家，先在  $A$  处办事儿后，再到  $B$  处购物，购物后回家，下图描述了他离家的距离  $s$  (米) 与离家后的时间  $t$  (分钟) 之间的函数关系，请根据图象回答下列问题：



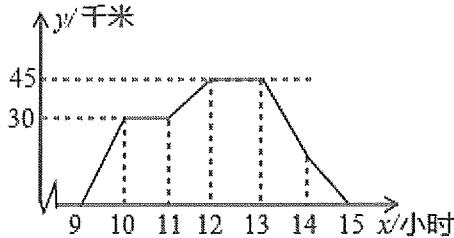
- (1)  $A$  处于小明家的距离是\_\_\_\_\_米，小明在从家到  $A$  处过程中的速度是\_\_\_\_\_米/分。
- (2) 小明在  $B$  处购物所用的时间是\_\_\_\_\_分钟，他从  $B$  处回家过程中的速度是\_\_\_\_\_米/分。
- (3) 如果小明家， $A$  处和  $B$  处在同一条直线上，那么小明从离家到回家这一过程的平均速度为\_\_\_\_\_米/分。

### 三、解答题

11. 正方形  $ABCD$  的边长为  $6\text{cm}$ ，点  $P$  从点  $A$  出发，沿路线  $A—B—C—D—A—\cdots$  沿正方形的边运动 2 圈，又回到  $A$  点停止。若点  $P$  在  $AB$ ， $CD$  边上运动的速度是 2 厘米/秒，并且第一次回到  $A$  点后停顿了 2 秒再重新出发，请你画出点  $P$  在此过程中所走的路程  $s$  (米) 与时间  $t$  (秒) 之间的函数图象。



12. 甲乙两地的距离为 45 千米，下图中的折现表示某车离甲地距离  $y$  (千米) 与时间  $x$  (时) 之间的函数关系，有一客车 9 点从乙地出发，以 45 千米/小时的速度匀速行驶，并往返于甲乙两地之间（乘客上下车停留时间忽略不计）。



- (1) 从折线图可以看出，骑车人一共休息了\_\_\_\_\_次，共休息了\_\_\_\_\_小时；
- (2) 请在图中画出 9 至 15 点之间客车与甲地距离  $y$  (千米) 随时间  $x$  (时) 变化的函数图象；
- (3) 由图象可以看出，在\_\_\_\_\_时，骑车人与客车同时位于\_\_\_\_\_地（填“甲”或“乙”）。除此以外的行进过程中，有\_\_\_\_\_次是骑车人与客车迎面相遇，有\_\_\_\_\_次是客车从背面追上骑车人。

★13.如图①,是公交公司某条公交线路的收支差额 $y$ (即票价总收入减去运营成本)与乘客量 $x$ 之间的函数图象。

目前这条线路亏损,为了扭亏,有关部门举行提高票价听证会

乘客代表认为:公交公司应改善管理,降低运营成本,以此举实现扭亏。

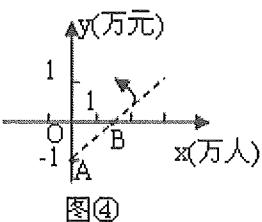
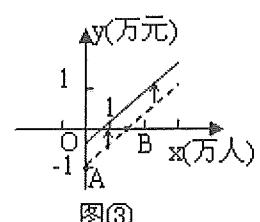
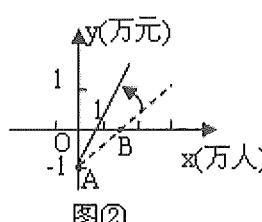
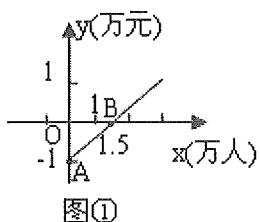
公交公司认为:运营成本难以下降,公司已尽力,应适当提高票价才能扭亏。

根据这两种意见,可以把图①分别改画成图②和图③。

(1)说明图①中点A、点B的实际意义;

(2)你认为图②和图③两个图象中,反映乘客的意见是图\_\_\_\_\_,反映公司意见的是图\_\_\_\_;

(3)如果公交公司采用适当提高票价,又减少成本的办法实现扭亏为赢,请你在图④中画出符合这种办法的 $y$ 与 $x$ 大致函数关系的图象。



## 19.2.1 正比例函数 (1)

### 一、填空题

1. 按下列要求写出解析式:

- (1) 一本笔记本的单价为 2 元, 现购买  $x$  本与付费  $y$  元的关系式为\_\_\_\_\_.
- (2) 若正方形的周长为  $p$ , 边长为  $a$ , 那么边长  $a$  与周长  $p$  之间的关系式为\_\_\_\_\_.
- (3) 一辆汽车的速度为  $60\text{km}/\text{h}$ , 则行驶路程  $s$  ( $\text{km}$ ) 与行驶时间  $t$  ( $\text{h}$ ) 之间的关系式为\_\_\_\_\_.
- (4) 圆的半径为  $r$ , 则圆的周长为  $c$  与半径  $r$  之间的关系式为\_\_\_\_\_.

2. 形如\_\_\_\_\_的函数叫做正比例函数, 其中\_\_\_\_\_叫做比例系数。

3. 可以证明, 正比例函数  $y=kx$  ( $k$  是常数,  $k \neq 0$ ) 的图像是一条经过\_\_\_\_\_点与点  $(1, \underline{\quad})$  的\_\_\_\_\_.

4. 若函数  $y=-2x^{m+2}+n-2$  是正比例函数, 则  $m$  的值是\_\_\_\_\_,  $n$  的值为\_\_\_\_\_.
5. 若直线  $y=kx$  过点  $A(-5, 3)$ , 则  $k=\underline{\quad}$ , 如果这条直线上点  $A$  的横坐标  $x_A=4$ , 那么他的纵坐标  $y_A=\underline{\quad}$ .
6. 正比例函数  $y=(3m+5)x-6$ , 当  $m\underline{\quad}$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大.

### 二、选择题

7. 下列各函数关系属于正比例函数的是( )

- A. 圆的面积  $S$  与它的半径  $r$
- B. 面积一定时, 矩形的长  $y$  与宽  $x$
- C. 路程一定时, 行走的速度  $v$  与时间  $t$
- D. 三角形底边一定时, 它的面积  $s$  与这个底边上的高  $h$

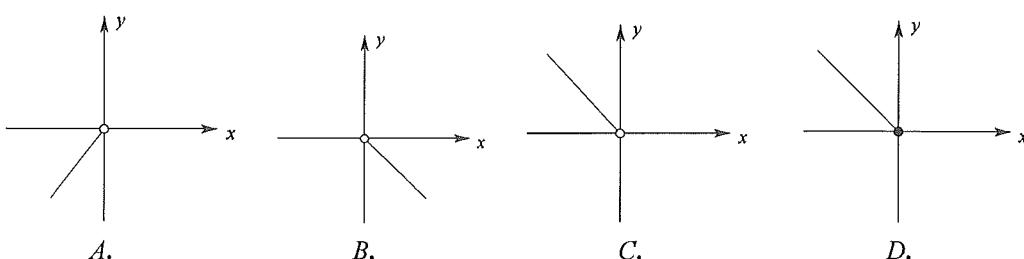
8. 关于函数  $y=\frac{1}{3}x$ , 下列结论中, 正确的是( )

- A. 函数图像经过点  $(1, 3)$
- B. 函数图像经过二、四象限
- C.  $y$  随  $x$  的增大而增大
- D. 不论  $x$  为何值, 总有  $y>0$

9. 已知正比例函数  $y=kx$  ( $k \neq 0$ ) 的图像过第二、四象限, 则( )

- A.  $y$  随  $x$  的增大而增大
- B.  $y$  随  $x$  的增大而减小
- C. 不论  $x$  如何变化,  $y$  不变
- D. 当  $x<0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大; 当  $x>0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小

10. 如图, 函数  $y=-x$  ( $x<0$ ) 的图像是( )



11. 函数  $y=-2x$  的图像一定经过下列四个点中的( )

- A.  $(1, 2)$
- B.  $(-2, 1)$
- C.  $(\frac{1}{2}, -1)$
- D.  $(-1, \frac{1}{2})$

12. 下列函数中正比例函数的个数是( )

- ①  $y=\frac{x}{2}$
- ②  $y=\frac{1}{x}$
- ③  $y=-\frac{1}{2x}$
- ④  $y=2x$
- ⑤  $y=x^2+1$
- ⑥  $y=5x+2$

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

### 三、解答题

13. 用扫描点法画出下列函数的图像：

(1)  $y=2x$

解：列表：

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...	$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = 2x$	...								...	$y = 2x$	...							...	

描点、连线：

(2)  $y=-2x$

解：列表：

描点、；连线：

观察函数图像，完成下列问题：

当  $k>0$  时，直线经过\_\_\_\_\_象限， $y$  随  $x$  的增大而\_\_\_\_\_.

当  $k<0$  时，直线经过\_\_\_\_\_象限， $y$  随  $x$  的增大而\_\_\_\_\_.

14. 一个函数的图像是经过原点的直线，并且这条直线经过点(1, -3).

- (1) 求这个函数的解析式；
- (2) 当  $x$  为何值时， $y < -6$ ？
- (3) 当  $x \geq 2$  时，求  $y$  的取值范围 .

15. 已知  $z=m+y$ ,  $m$  是常数， $y$  是  $x$  的正比例函数，当  $x=2$  时， $z=1$ ；当  $x=3$  时， $z=-1$ ，求  $z$  与  $x$  的函数关系。

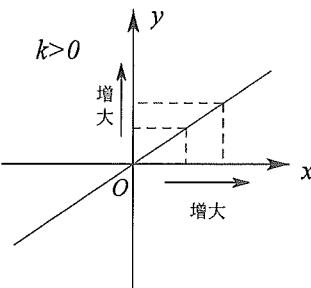
#### 19.2.1 正比例函数(2)

### 一、选择题

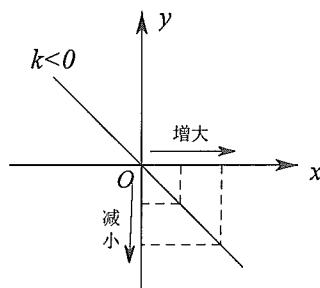
1. 下列函数中，正比例函数有（ ）  
 (1)  $y = -2x$  (2)  $y = \sqrt{x}$  (3)  $y = -\frac{1}{x}$  (4)  $v = \frac{s}{\sqrt{2}}$  (5)  $y = \frac{2}{3}x - 1$  (6)  $y = 2\pi r$   
 (7)  $y = 2x^2$
- A. 1个      B. 2个      C. 3个      D. 4个
2. 如果函数  $y = (m-2)x^{m-1}$  是正比例函数，那么（ ）  
 A.  $m=1$       B.  $m=2$       C.  $m=0$       D.  $m=2$  或  $m=0$
3. 函数  $y=kx$  的图像经过点  $P(-1, 3)$  则  $k$  的值为（ ）.  
 A. 3      B. -3      C.  $\frac{1}{3}$       D.  $-\frac{1}{3}$
4. 已知  $A(3, a)$   $B(b, -3)$   $C(1, \frac{3}{2})$  三点在直线  $y=kx$  上，则  $a+b$  的值为（ ）  
 A.  $\frac{5}{2}$       B.  $\frac{3}{2}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}$
5. 若  $y$  与  $x$  成正比例，且当  $x=-\frac{1}{3}$  时， $y=2$ ，则当  $y=\frac{3}{5}$  时， $x$  的值是（ ）  
 A.  $-\frac{18}{5}$       B.  $-\frac{1}{10}$       C.  $\frac{18}{5}$       D.  $\frac{1}{10}$
6. 已知函数  $y=-4x$ ，自变量  $x$  的取值范围是  $-3 \leq x \leq 2$ ，求函数  $y$  的最大值和最小值分别是（ ）  
 A. -8, -12      B. 8, -12      C. 12, 8      D. 12, -8

### 二、填空题

7. 函数  $y=kx$  ( $k \neq 0$ ) 的图像过  $P(-3, 3)$ ，则  $k=$ \_\_\_\_\_，图像过第\_\_\_\_\_象限.
8.  $y$  与  $x$  成正比例，当  $x=3$  时， $y=-1$ ，则  $y$  关于  $x$  的函数关系式是\_\_\_\_\_.
9. 函数  $y=-5x$  的图像经过第\_\_\_\_\_象限，经过点  $(0, \underline{\hspace{1cm}})$  与点  $(1, \underline{\hspace{1cm}})$ ， $y$  随  $x$  的增大而\_\_\_\_\_.
10. 直线  $y=-3x$  经过点  $A(x_1, y_1)$  和点  $B(x_2, y_2)$ ，若  $x_1 < x_2$ ，则  $y_1 \underline{\hspace{1cm}} y_2$ .
11. 若直线  $y=(m-3)x$  经过第二、四象限，则  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
12. 如图①，当  $k>0$  时，直线  $y=kx$  经过第\_\_\_\_\_象限，从左向右\_\_\_\_\_因此正比例函数  $y=kx$ ，当  $k>0$  时， $y$  随  $x$  的增大而\_\_\_\_\_；如图②当  $k<0$  时，直线  $y=kx$  经过第\_\_\_\_\_象限，从左向右\_\_\_\_\_，因此正比例函数  $y=kx$ ，当  $k<0$  时， $y$  随  $x$  的增大反而\_\_\_\_\_.



(第 12 题图①)



(第 12 题图②)

### 三、解答题

13. 若  $y-2$  与  $x$  成正比例,  $x=2$  时,  $y=8$ , 求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式, 并求出  $y=-4$  时  $x$  的值.

14. 已知函数  $y=(|a|-3)x^2 - 2(a+3)x$  是关于  $x$  的正比例函数

(1) 求正比例函数的解析式;

(2) 若它的图像有两点  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ , 当  $x_1 < x_2$  时, 试比较  $y_1, y_2$  的大小.

15. 已知蜡烛燃烧时长度的变化与时间成正比例关系, 一根长为  $21cm$  的蜡烛点燃 6 分钟后, 蜡烛变短了  $3.6cm$ , 设蜡烛点燃  $x$  分钟后变短了  $y cm$ .

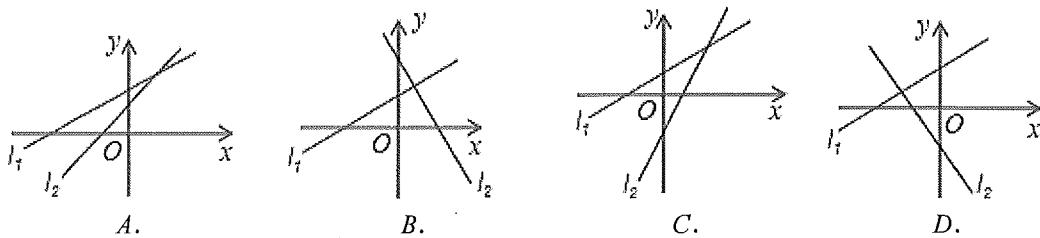
(1) 求函数  $y$  关于自变量  $x$  的解析式, 并写出自变量的取值范围;

(2) 画出次函数的图像.

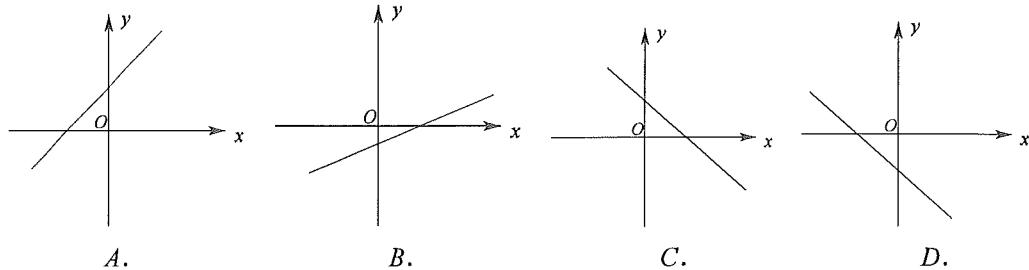
## 19.2.2 一次函数 (1)

### 一、选择题

1. 一次函数  $y=-x+2$  的图像不经过 ( )  
A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限
2. 已知直线  $y=kx+b$  不经过第二象限, 也不经过原点, 则下列结论正确的是 ( )  
A.  $k>0, b>0$       B.  $k>0, b<0$       C.  $k<0, b>0$       D.  $k<0, b<0$
3. 下列说法正确的是 ( )  
A. 直线  $y=kx+k$  必经过点  $(-1, 0)$   
B. 若点  $p_1(x_1, y_1)$  和  $p_2(x_2, y_2)$  在直线  $y=kx+b$  ( $k<0$ ) 上, 且  $x_1 > x_2$ , 那么  $y_1 > y_2$   
C. 若直线  $y=kx+b$  经过点  $A(m, -1)$ ,  $B(1, m)$ , 当  $m < -1$  时, 该直线不经过第二象限  
D. 若一次函数  $y=(m-1)x+m^2+2$  的图像与  $y$  轴交点纵坐标是 3, 则  $m=\pm 1$
4. 如图所示, 直线  $l_1: y=ax+b$  和  $l_2: y=bx-a$  在同一坐标系中的图像大致是 ( )



5. 下列函数中,  $y$  随  $x$  的增大而增大的是 ( )  
A.  $y=-3x$       B.  $y=2x-1$       C.  $y=-3x+10$       D.  $y=-2x-1$
6. 已知正比例函数  $y=kx$  ( $k \neq 0$ ) 的函数值  $y$  随  $x$  的增大而增大, 则一次函数  $y=kx-k$  的图像大致是 ( )



### 二、填空题

7. 若函数  $y=(m-3)x+2-m$  是一次函数, 则  $m$  \_\_\_\_\_.
8. 在一次函数  $y=-2x+3$  中, 当  $x=3$  时,  $y=$ \_\_\_\_\_; 当  $x=$ \_\_\_\_\_ 时,  $y=5$ .
9. 一次函数  $y=2x-3$  的图像不经过第\_\_\_\_\_象限; 直线  $y=-3x+2$  的图像不经过第\_\_\_\_\_象限.
10. 一次函数  $y=-\frac{1}{2}x+3$  的图像与  $y$  轴的交点坐标是\_\_\_\_\_, 与  $x$  轴的交点坐标是\_\_\_\_\_, 一般的, 一次函数  $y=kx+b$  与  $y$  轴的交点坐标是\_\_\_\_\_, 与  $x$  轴的交点坐标是\_\_\_\_\_.
11. 在同一个直角坐标系中, 把直线  $y=-2x$  向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_个单位就得到  $y=-2x+3$  的图像; 若向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_个单位就得到  $y=-2x-5$  的图像; 将直线  $y=-x+1$  向下平移 2 个单位, 可得直线\_\_\_\_\_.
12. 若点  $(3, y_1)$  和  $(4, y_2)$  都是直线  $y=-2x+1$  是的点, 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$ ; 若点  $(x_1, y_1)$  和点  $(x_2, y_2)$  都是直线  $y=3x-2$  上的两点, 且  $x_1 < x_2$ , 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$ .

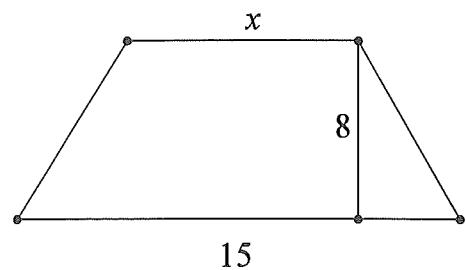
### 三、解答题

13. 已知一次函数  $y=2x+b$  的图像与  $y$  轴的交点到  $x$  轴的距离是 4, 求其函数解析式.

14. 已知一次函数  $y=(1-2m)x+m-1$ , 若函数  $y$  随  $x$  的增大而减小, 并且函数的图像经过第二、三、四象限, 求  $m$  的取值范围.

15. 梯形的上底长为  $x$ , 下底长为 15, 高为 8.

- (1) 写出梯形的面积  $y$  与上底  $x$  的关系式;
- (2) 当  $x$  每增加 1 时,  $y$  是如何变化的?
- (3) 当  $x=0$  时,  $y$  等于多少? 此时  $y$  的意义是什么?



## 19.2.2 一次函数 (2)

### 一、选择题

1. 若一次函数  $y=3x-b$  的图像经过点  $P(1, -1)$ , 则改函数图象必经过点 ( )  
A.  $(-1, 1)$       B.  $(2, 2)$       C.  $(-2, 2)$       D.  $(2, -2)$
2. 已知一次函数的图像与直线  $y=-x+1$  平行, 且过点  $(8, 2)$ , 那么此一次函数的解析式为 ( )  
A.  $y=-x-2$       B.  $y=-x-6$       C.  $y=-x+10$       D.  $y=-x-1$
3. 已知一次函数  $y=2x+a$  与  $y=-x+b$  的图像都经过点  $A(-2, 0)$  且与  $y$  轴分别交于  $B, C$  两点, 则  $\triangle ABC$  的面积为 ( )  
A. 4      B. 5      C. 6      D. 7
4. 一次函数  $y=(2m+2)x+m$  中,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 且其图像不经过第一象限, 则  $m$  的取值范围是 ( )  
A.  $m>-1$       B.  $m<-1$       C.  $m=-1$       D.  $m<1$
5. 把直线  $y=-2x$  向上平移后得到直线  $AB$ , 直线  $AB$  经过点  $(m, n)$ , 且  $2m+n=6$ , 则直线  $AB$  的解析式是 ( )  
A.  $y=2x-3$       B.  $y=-2x-6$       C.  $y=-2x+3$       D.  $y=-2x+6$
6. 已知点  $(-2, y_1)$ ,  $(-1, y_2)$ ,  $(1, y_3)$  都在直线  $y=-3x+b$  上, 则  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$  的值的大小关系是 ( )  
A.  $y_3 < y_2 < y_1$       B.  $y_1 < y_2 < y_3$       C.  $y_2 < y_1 < y_3$       D.  $y_3 < y_1 < y_2$

### 二、填空题

7. 一次函数  $y=-x-2$  的图像经过第 \_\_\_\_\_ 象限,  $y$  随  $x$  的增大而 \_\_\_\_\_.
8. 已知点  $(-1, a)$ ,  $(2, b)$  在直线  $y=3x+8$  上, 则  $a, b$  的大小关系是 \_\_\_\_\_.
9. 已知直线  $y=kx+b$  经过点  $(9, 0)$  和点  $(24, 20)$ , 则这条直线的函数解析式是 \_\_\_\_\_.
10. 直线  $y=2x-3$  与  $x$  轴交点坐标为 \_\_\_\_\_ 与  $y$  轴交点坐标 \_\_\_\_\_; 图像经过 \_\_\_\_\_ 象限,  $y$  随  $x$  的增大而 \_\_\_\_\_, 图像与坐标轴所围成的三角形的面积是 \_\_\_\_\_.
11. 若直线  $y=kx+b$  平行直线  $y=-3x+2$ , 且与  $x$  轴交点的横坐标为  $-5$ , 则  $k=$  \_\_\_\_\_.
12. 如果直线  $y=-2x+k$  与两坐标轴所围成的三角形面积是  $9$ , 则  $k$  的值为 \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

13. 已知点  $A(1, 4)$ ,  $B(2, m)$ ,  $C(6, -1)$  在同一条直线上, 求  $m$  的值.
14. 已知一次函数  $y=kx+2b+4$  的图象经过点  $(-1, -3)$ ,  $k$  满足等式  $|k-3|-4=0$ , 且  $y$  随  $x$  的增大而减小, 求这个一次函数解析式.

15. 已知一次函数的图像经过点  $A(2, 2)$  和点  $B(-2, -4)$ .

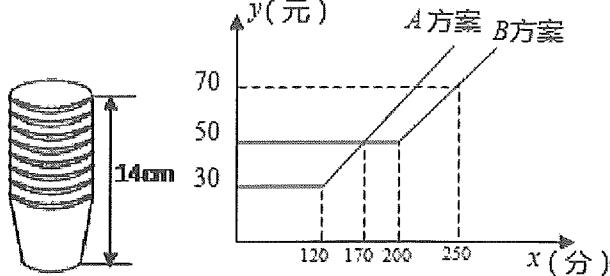
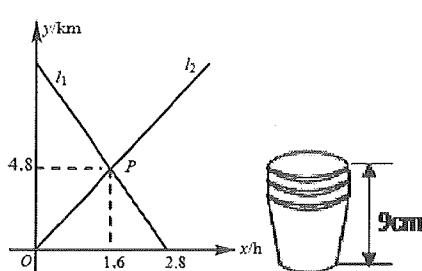
- (1) 求直线  $AB$  的解析式;
- (2) 求图像与  $x$  轴、 $y$  轴的交点  $C$ 、 $D$  的坐标，并求出直线  $AB$  与坐标轴所围成三角形的面积;
- (3) 如果点  $M(a, \frac{1}{2})$  和  $N(-4, b)$  在直线  $AB$  上，求  $a$ 、 $b$  的值.

## 19.2.2 一次函数 (3)

### 一、选择题

1. 小敏从  $A$  地出发向  $B$  地行走，同时小聪从  $B$  地出发向  $A$  地行走，如图所示，相交于点  $P$  的两条线段  $l_1$ 、 $l_2$  分别表示小敏、小聪离  $B$  地的距离  $y(km)$  与已用时间  $x(h)$  之间的关系，则小敏、小聪行走的速度分别是（ ）。

A. 3km/h 和 4km/h      B. 3km/h 和 3km/h      C. 4km/h 和 4km/h      D. 4km/h 和 3km/h



2. 如图，小明在超市帮妈妈买回一袋纸杯，他把纸杯整齐地叠放在一起，请你根据图中的信息，若小明把 100 个纸杯整齐叠放在一起时，它的高度约（ ）

A. 106cm      B. 110 cm      C. 114 cm      D. 116cm

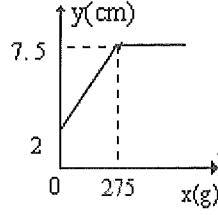
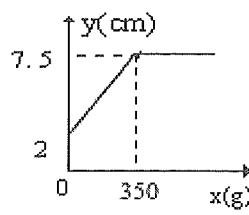
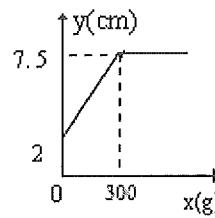
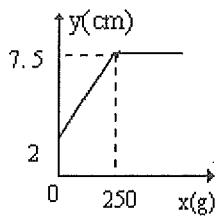
3. 如图，某电信公司提供了  $A$ 、 $B$  两种方案的移动通讯费用  $y$ (元) 与通话时间  $x$ (元) 之间的关系，则以下说法错误的是（ ）

A. 若通话时间少于 120 分，则  $A$  方案比  $B$  方案便宜 20 元  
 B. 若通话时间超过 200 分，则  $B$  方案比  $A$  方案便宜 12 元  
 C. 若通讯费用为 60 元，则  $B$  方案比  $A$  方案的通话时间多  
 D. 若两种方案通讯费用相差 10 元，则通话时间是 145 分或 185 分

4. 某班同学在探究弹簧的长度跟外力的变化关系时，实验记录得到的相应数据如下表：

砝码的质量 ( $x$ 克)	0	50	100	150	200	250	300	400	500
指针位置 ( $y$ 厘米)	2	3	4	5	6	7	7.5	7.5	7.5

$y$  关于  $x$  的函数图象是（ ）



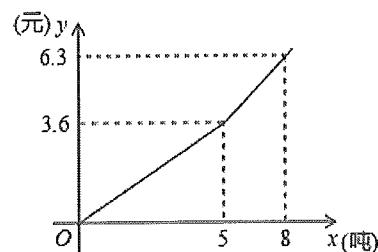
## 二、解答题

5. 小明根据某个一次函数关系式填写了下表, 其中有一格不慎被墨汁遮住了, 想想看, 该空格里原来填的数是多少? 解释你的理由?

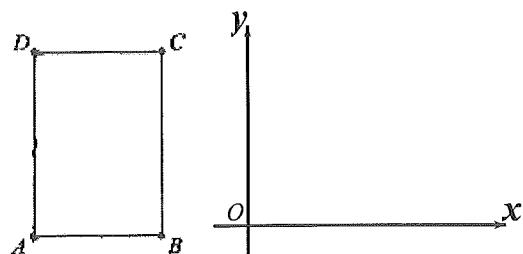
$x$	-2	-1	0	1
$y$	3		1	0

6. 某自来水公司为了鼓励市民节约用水, 采取分段收费标准。居民每月应交水费  $y$ (元)是用水量  $x$ (吨)的函数, 其图象如图所示:

- (1) 分别写出  $0 < x \leq 5$  和  $x > 5$  时,  $y$  与  $x$  的函数解析式;
- (2) 若某用户居民该月用水 3.5 吨, 问应交水费多少元? 若该月交水费 9 元, 则用水多少吨?
- (3) 观察图象, 利用函数解析式, 回答自来水公司采取的收费标准.



7. 如图①, 在长方形  $ABCD$  中,  $AB=3cm$ ,  $BC=4cm$ , 点  $P$  沿边按  $A-B-C-D$  的方向运动到点  $D$ (但不与  $A$ 、 $D$  两点重合). 求  $\triangle APD$  的面积  $y(cm^2)$  与点  $P$  所行的路程  $x(cm)$  之间的函数关系式并在图②中画出其图像.



图①

图②

### 19.3.1 一次函数与一元一次方程

#### 一、选择题

1. 直线  $y=3x+9$  与  $x$  轴的交点是 ( )  
A. (0, -3)      B. (3, 0)      C. (0, 3)      D. (-3, 0)
2. 直线  $y=kx+3$  与  $x$  轴的交点是 (1, 0), 则  $k$  的值是 ( )  
A. 3      B. 2      C. -2      D. -3
3. 已知直线  $y=kx+b$  与直线  $y=3x-1$  交于  $y$  轴同一点, 则  $b$  的值是 ( )  
A. 1      B. -1      C. 3      D. -3
4. 将方程  $x+3y=7$  全部的解写成坐标  $(x, y)$  的形式, 那么这些坐标描出的点都在直线 ( ) 上  
A.  $y = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}$       B.  $y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$       C.  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$       D.  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{7}{3}$
5. 对于  $y_1=2x-1$ ,  $y_2=4x-2$ , 下列说法中正确的个数是 ( )  
① 两直线平行; ② 两直线交于  $y$  轴于同一点; ③ 两直线交于  $x$  轴于同一点;  
④ 方程  $2x-1=0$  与  $4x-2=0$  的解相同; ⑤ 当  $x=1$  时,  $y_1=y_2=1$ .  
A. 0 个      B. 1 个      C. 2 个      D. 3 个

#### 二、填空题

6. 已知直线  $AB \parallel x$  轴, 且点  $A$  的坐标是 (-1, 1), 则直线  $y=x$  与直线  $AB$  的交点是 \_\_\_\_\_.  
7. 直线  $y=3x+6$  与  $x$  轴的交点的横坐标  $x$  的值是方程  $2x+a=0$  的解, 则  $a$  的值是 \_\_\_\_\_.  
8. 已知直线  $y=2x+8$  与  $x$  轴和  $y$  轴的交点的坐标分别是 \_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_, 与两条坐标轴围成的三角形的面积是 \_\_\_\_\_.  
9. 已知关于  $x$  的方程  $mx+n=0$  的解是  $x=-2$ , 则直线  $y=mx+n$  与  $x$  轴的交点坐标是 \_\_\_\_\_.  
10. 方程  $3x+2=8$  的解是 \_\_\_\_\_, 则函数  $y=3x+2$  在自变量  $x$  等于 \_\_\_\_\_ 时的函数值是 8.  
11. 直线  $y=ax+b$  与  $x$  轴的交点为 (-2, 0), 则方程  $ax=-b$  的解是 \_\_\_\_\_.  
12. 已知  $2x+3y=6$ :  
(1) 如果把  $x$ 、 $y$  看成是未知数, 那么  $2x+3y=6$  是关于  $x$ 、 $y$  的 \_\_\_\_\_.  
(2) 若把  $2x+3y=6$  转化为用含  $x$  的代数式表示  $y$ , 则  $y=$  \_\_\_\_\_. 如果将  $x$  看成是自变量, 那么  $y$  是  $x$  的 \_\_\_\_\_. 这样一个二元一次方程  $2x+3y=6$  就对应一个 \_\_\_\_\_.  
(3) 由于直线  $y=-\frac{2}{3}x+2$  上每个点的坐标  $(x, y)$  满足一次函数 \_\_\_\_\_, 并且这个有序实数对  $(x, y)$  也满足方程  $2x+3y=6$ , 都是方程  $2x+3y=6$  的 \_\_\_\_\_. 反过来, 方程  $2x+3y=6$  的每一个解组成的有序实数对  $(x, y)$  也都满足一次函数 \_\_\_\_\_, 并且以  $(x, y)$  为坐标的点都在直线 \_\_\_\_\_ 上.

#### 三、解答题

13. 已知直线  $y=kx-3$  经过点  $M(-2, 1)$ , 求此直线与  $x$  轴、 $y$  轴的交点坐标.
14. 一次函数的图象与  $x$  轴交于点  $(6, 0)$ , 与  $x$  轴、 $y$  轴围成的三角形的面积是 9, 求这个一次函数的解析式.

15. 已知一次函数  $y=kx+b$  的图像经过  $A(2, 4)$ 、 $B(0, 1)$  两点，与  $x$  轴交于点  $C$ ，求：

- (1) 一次函数的解析式；
- (2)  $\triangle AOC$  的面积.

## 19.3.2 一次函数与一元一次不等式

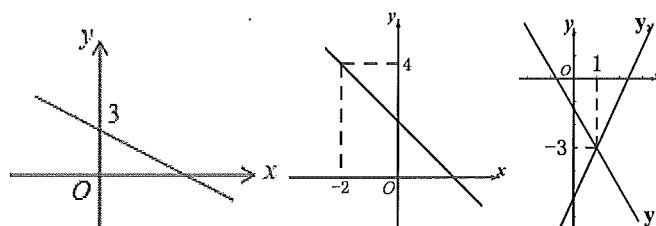
### 一、选择题

1. 直线  $y=x-1$  上的点在  $x$  轴上方时对应的自变量的范围是( )  
 A.  $x>1$       B.  $x\geq 1$       C.  $x<1$       D.  $x\leq 1$
2. 已知直线  $y=2x+k$  与  $x$  轴的交点为  $(-2, 0)$ , 则关于  $x$  的不等式  $2x+k<0$  的解集是 ( )  
 A.  $x>-2$       B.  $x\geq -2$       C.  $x<-2$       D.  $x\leq -2$
3. 已知关于  $x$  的不等式  $ax+1>0$  ( $a\neq 0$ ) 的解集是  $x<1$ , 则直线  $y=ax+1$  与  $x$  轴的交点是 ( ).  
 A.  $(0, 1)$       B.  $(-1, 0)$       C.  $(0, -1)$       D.  $(1, 0)$
4. 函数  $y=kx+b$  的图象如图所示, 则关于  $x$  的不等式  $kx+b<0$  的解集是( ).  
 A.  $x>0$       B.  $x<0$       C.  $x>2$       D.  $x<2$
- 
- The first graph shows a line  $y = k_1x + b$  passing through  $(2, 0)$ . The second graph shows two lines  $y = k_2x$  and  $y = k_1x + b$  intersecting at  $(-1, 0)$ . The third graph shows the lines  $y = x$  and  $y = -x + 1$  dividing the plane into four quadrants labeled I, II, III, and IV.

5. 直线与  $l_1: y=k_1x+b$  与直线  $l_2: y=k_2x$  在同一平面直角坐标系中的图象如图所示, 则关于  $x$  的不等式  $k_1x+b>k_2x$  的解集为( )  
 A.  $x>-1$       B.  $x<-1$       C.  $x>-2$       D.  $x<-2$
6. 直线  $y=x$  和  $y=-x+1$  把平面分成 I、II、III、IV 四个部分(包括边界在内, 如图), 则满足  $y\leq x$  且  $y\geq -x+1$  的点  $(x, y)$  必在( )  
 A. 第 I 部分      B. 第 II 部分      C. 第 III 部分      D. 第 IV 部分

### 二、填空题

7. 如图, 直线  $y=kx+b$  与  $y$  轴交于  $(0, 3)$ , 则当  $x<0$  时,  $y$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



8. 一次函数  $y=kx+b$  的图象如图, 则当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,  $y<4$ .  
 9. 当自变量  $x$  的值满足 \_\_\_\_\_ 时, 直线  $y=-x+2$  上的点在  $x$  轴下方.  
 10. 已知直线  $y=x-2$  与  $y=-x+2$  相交于点  $(2, 0)$ , 则不等式  $x-2\geq-x+2$  的解集是\_\_\_\_\_.  
 11. 已知关于  $x$  的不等式  $kx-2>0$  ( $k\neq 0$ ) 的解集是  $x<-3$ , 则直线  $y=-kx+2$  与  $x$  轴的交点是\_\_\_\_\_.  
 12. 一次函数  $y_1=k_1x+b_1$  与  $y_2=k_2x+b_2$  的图象如图所示, 则当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,  $y_1 < y_2$ ; 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,  $y_1=y_2$ ; 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,  $y_1 > y_2$ .

### 三、解答题

13. 已知一次函数  $y = -2x + 3$ :

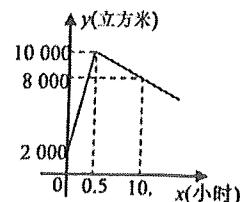
- (1) 画出函数的图象;
- (2) 当  $x$  为何值时,  $y > 0$ ?
- (3) 当  $-2 \leq x \leq 3$  时, 求  $y$  的变化范围, 并指出当  $x$  为何值时,  $y$  有最大值?

14. 已知函数  $y_1 = kx - 2$  和  $y_2 = -3x + b$  相交于点  $A(2, -1)$ .

- (1) 求  $k, b$  的值;
- (2) 在同一坐标系中画出两个函数的图象, 利用图象求当  $x$  取何值时有: ①  $y_1 \geq y_2$ ; ②  $y_1 < 0$  且  $y_2 < 0$ .

15. 星期天 8:00 到 8:30, 燃气公司给平安加气站的储气罐注入天然气. 之后, 一位工作人员以每车 20 立方米的加气量, 依次给在加气站排队等候的若干辆车加气. 储气罐中的储气量  $y$  (立方米) 与时间  $x$  (小时) 的函数关系如图所示.

- (1) 8:00 到 8:30, 燃气公司向储气罐注入了多少立方米的天然气?
- (2) 当  $x \geq 0.5$  时, 求储气罐中的储气量  $y$  (立方米) 与时间  $x$  (小时) 的函数解析式;
- (3) 请你判断, 正在排队等候的第 18 辆车能否在当天 10:30 之前加完气? 请说明理由.



### 19. 3. 3 一次函数与二元一次方程组

一、填空题

1. 一次函数  $y=5x+m$  与  $y=kx+5$  的图象的交坐标为  $(2, 9)$ , 则  $m=$  \_\_\_\_\_,  $k=$  \_\_\_\_\_.

2. 方程组  $\begin{cases} 3x = -4 + y \\ y - 3 = 2x \end{cases}$  的解为 \_\_\_\_\_; 所以点  $(-1, 1)$  是直线 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_ 交点.

3. 无论  $m$  为何值时, 直线  $y=x+2m$  与直线  $y=-x+4$  的交点都不能在第 \_\_\_\_\_ 象限.

4. 已知直线  $y_1=2x-7$  和  $y_2=-3x+8$ , 当  $x>3$  时,  $y_1 > y_2$ ; 当  $x<3$  时,  $y_1 < y_2$  则直线

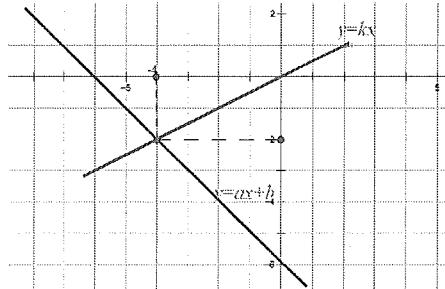
$y_1=2x-7$  与  $y_2=-3x+8$  的交点坐标为 \_\_\_\_\_.

5. 直线  $AB \parallel x$  轴, 且  $A$  点坐标为  $(1, -2)$ , 则直线  $AB$  上的任意一点的坐标都是  $-2$ , 此时我们称直线  $AB$  为  $y=-2$ , 那么直线  $y=3$  与直线  $x=2$  的交点是 \_\_\_\_\_.

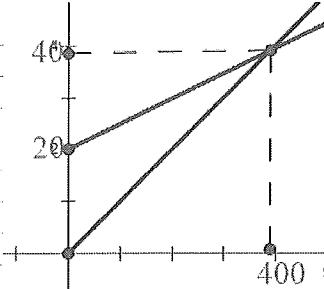
6. 一次函数  $y=-x+1$  与  $y=x-7$  的交点坐标是 \_\_\_\_\_, 它们的图象与  $y$  轴围成的三角形的面积是 \_\_\_\_\_.

7. 如图, 已知函数  $y=ax+b$  和  $y=kx$  的图象交于点  $P$  则根据图象可得, 二元一次方程组

$\begin{cases} y = ax + b \\ y = kx \end{cases}$  的解是 \_\_\_\_\_.



(第 7 题图)



(第 8 题图)

8. 一家电信公司给顾客提供两种上网收费方式: 方式  $A$  以  $0.1$  元/分的价格按上网时间计费, 方式  $B$  除收  $20$  元月基费外, 再以  $0.05$  元/分的价格上网时间计费, 设上网时间为  $x$  分

若按方式  $A$  则  $y_A=$  \_\_\_\_\_ 元; 若按方式  $B$  则  $y_B=$  \_\_\_\_\_, 在同一直角坐标系中的

图像如图所示:

当  $0 < x < 400$  时, \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_; 当  $x=400$  时, \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_;

当  $x > 400$  时, \_\_\_\_\_ > \_\_\_\_\_;

因此, 当一个月内上网时间少于  $400$  分时, 选择方式 \_\_\_\_\_ 合算,

当一个月内上网时间等于  $400$  分时, 选择方式 \_\_\_\_\_.

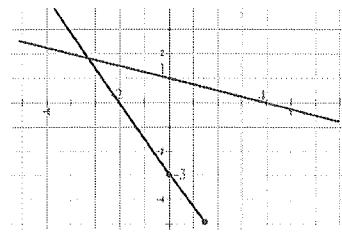
当一个月内上网时间多于  $400$  分时, 选择方式 \_\_\_\_\_ 合算.

9. 若直线  $=2x-4$  与  $y=-x+m$  的交点在第一象限, 求  $m$  的取值范围.

## 二、解答题

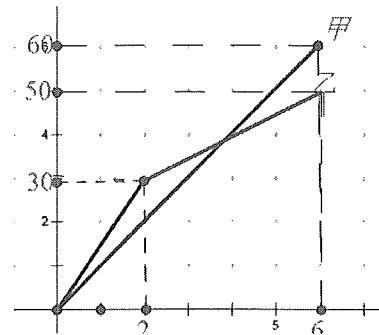
两个一次函数的图象如图所示

- (1) 分别求出两个一次函数的解析式;
- (2) 求出两个一次函数图象的交点坐标;
- (3) 求这两条直线与  $y$  轴围成三角形的面积.



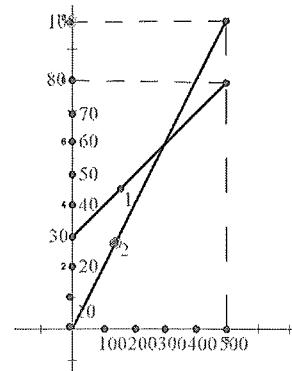
11. 甲、乙两个工程队分别同时开挖两段河渠，所挖河的长度  $y$  (m) 与挖掘时间  $x$  (h) 的关系如图所示，请根据图象提供的信息解答下列问题

- (1) 乙队开挖到  $30m$  时，用了 \_\_\_\_\_ h，开挖  $6h$  时甲队比乙队多挖了 \_\_\_\_\_ m;
- (2) 请你求出：
  - ①甲队在  $0 \leq x \leq 6$  的时段内， $y$  与  $x$  之间的函数关系式；
  - ②乙队在  $2 \leq x \leq 6$  的时段内， $y$  与  $x$  之间的函数关系式；
  - ③当  $x$  为何值时，甲、乙两队在施工过程中所挖河渠的长度相等？



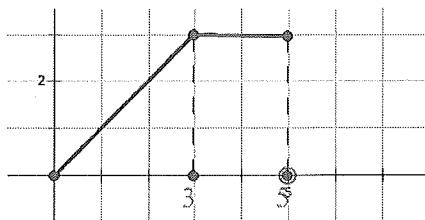
12. 某通讯公司推出①、②两种通讯收费方式供用户选择，其中一种有月租费，另一种无月租费，且两种收费方式的通讯时间  $x$  (分钟) 与收费  $y$  (元) 之间的函数关系如图所示

- (1) 有月租费的收费方式是(填①或②)，月租费是\_\_\_\_\_元；
- (2) 分别求出①、②两种收费方式中  $y$  与自变量  $x$  之间的函数关系式；
- (3) 请你根据用户通讯时间的多少，给出经济实惠的选择建议

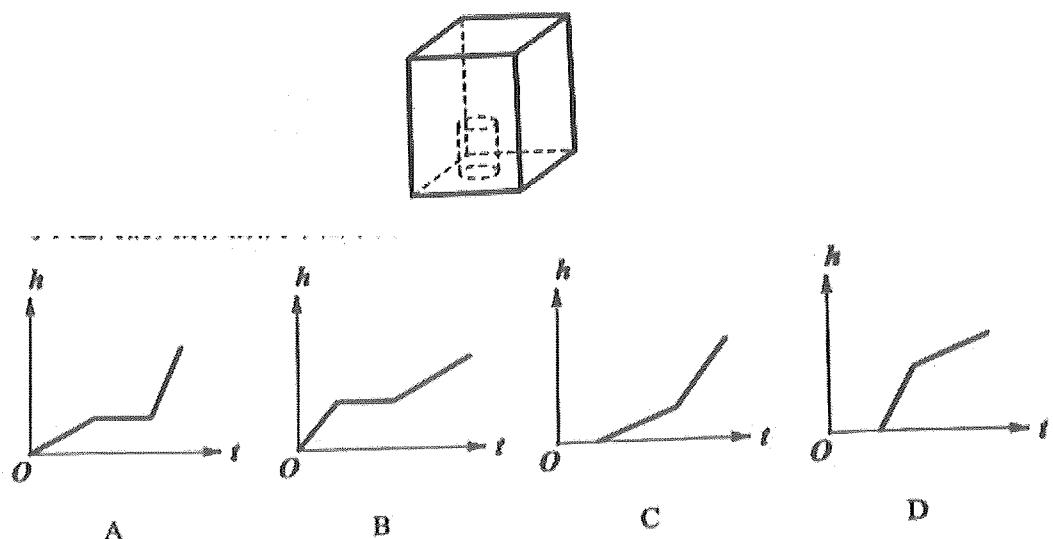


## 19.4 一次函数与实际问题 (1)

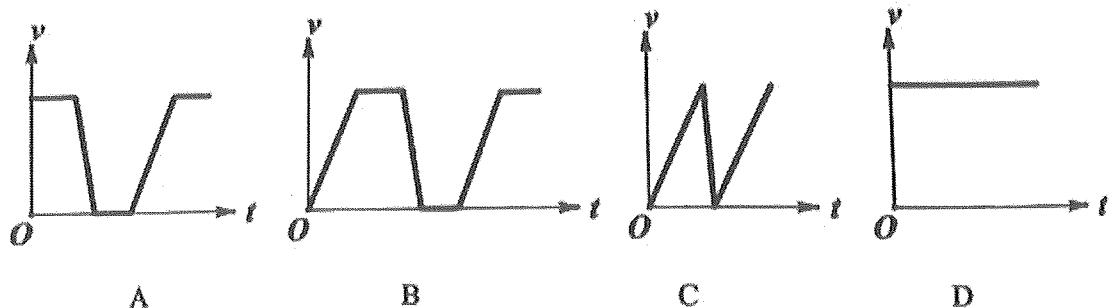
1. 某村办工厂今年前五个月中，每月某种产品的产量  $c$  (件) 关于时间 (月) 的函数图象如右图所示那么该厂对这种产品的生产符合描述 ( )



- A. 1月至3月每月生产量逐月增加，4、5两月每月生产量逐月减少。  
 B. 1月至3月每月生产量逐月增加，4、5两月每月生产量与3月持平。  
 C. 1月至3月每月生产量逐月增加，4、5两月均停止生产。  
 D. 1月至3月每月生产量不变，4、5两月均停止生产。
2. 如图，圆柱形开口杯底固定在长方体塑料盒底，向盒内匀速注入水（倒在圆柱形杯外），盒中水面高度是  $h$ ，注水时间为  $t$ ，则  $h$  与  $t$  之间的关系大致为下图中的 ( )



3. 一列货运火车从北京站出发，匀加速行驶一段时间后开始匀速行驶，过了一段时间，火车到达下一个车站停下，装完货之后又匀加速行驶，一段时间后再次开始匀速行驶，那么火车的速度  $v$  与行驶时间  $t$  之间的函数图象大致是 ( )



4. 某班同学在探究弹簧的长度随外力的变化关系时，使用 50 克个的砝码进行实验，记录得到的相应数据如下表，则弹簧的长度  $y$ （厘米）与砝码的质量  $x$ （克）之间的函数关系式是（ ）

砝码的个数	0	1	2	3	4	5	6	7
弹簧长度（厘米）	5	6	7	8	9	10	11	12

- A.  $y=x+5$       B.  $y=\frac{1}{50}x$       C.  $y=50x+5$       D.  $y=\frac{1}{50}x+5$

5. 据查，某存车处某日的存车量为 4000 辆次，其中变速车存车费是每辆一次 0.3 元，通车存车费是每辆一次 0.2 元，若普通车存车数为  $x$  辆次，存车费总收入为  $y$  元，则  $y$  关于  $x$  的函数是（ ）

- A.  $y=0.1x+8000$       (0≤x≤4000)      B.  $y=-0.1x+1200$       (0≤x≤4000)  
C.  $y=-0.1x+8000$       (0≤x≤4000)      D.  $y=0.1x+12000$       (0≤x≤4000)

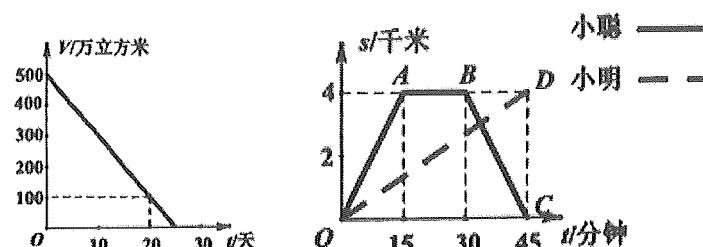
## 二、填空题

6. 气温随着高度的增加而下降，其一般规律是：从地面到高空 11km 处，每升高 1km 气温下降 6°C；高于 11km 时，气温几乎不再变化。设地面的气温为 30°C，高空中  $x$  km 处的气温为  $y$  °C，则当 0≤x≤11 时， $y$  与  $x$  之间的函数关系式是\_\_\_\_\_。

7. 某风景区团体票的收费标准是：20 人以内（含 20 人）每人 25 元，超过 20 人的，超过部分每人 10 元，则当一个参观团超过 20 人时，应收门票费  $y$ （元）与团内游客数  $x$ （人）之间的函数关系式是\_\_\_\_\_。若某参观团所付的门票费用是 840 元，则该团有\_\_\_\_\_名游客。

8. 某公司销售人员的个人月收入与其每月的销售量成一次函数关系，当其售出 100 件时月收入为 2800 元，售出 200 件时月收入为 3400 元，则当其月收入为 4600 元时，售出的货品为\_\_\_\_\_件。

9. 某造纸厂污水处理的剩余污水随着时间的增加而减少，剩余污水量  $V$ （万立方米）与污水处理时间  $t$ （天）之间的关系如右图所示，则  $V$  与  $t$  之间的函数关系式是\_\_\_\_\_，平均每天可处理污水\_\_\_\_\_万立方米。



10. 小聪和小明沿同一条路同时从学校出发到新华书店去买书，学校与新华书店的路程是 4 千米。小聪骑自行车，小明步行。图中折线  $O-A-B-C$  和线段  $OD$  分别表示两人离学校的路程  $s$ （千米）与所经过的时间  $t$ （分钟）之间的函数关系。根据图象回答

- (1) 小聪在书店买书的时间为\_\_\_\_\_分钟，小聪返回学校的速度为\_\_\_\_\_千米/分钟；  
(2) 小明离开学校的路程  $s$ （千米）与所经过的时间  $t$ （分钟）之间的函数关系式是\_\_\_\_\_；  
(3) 当小聪与小明迎面相遇时，他们离学校的路程是\_\_\_\_\_千米。

### 三、解答题

1. 某市按以下标准收取水费：用水量不超过 20 吨时，按 1.2 元/吨收费；用水量超过 20 吨时，超过部分按 1.5 元/吨收费。设某家庭某月用水  $x$  吨，应交水费为  $y$  元。

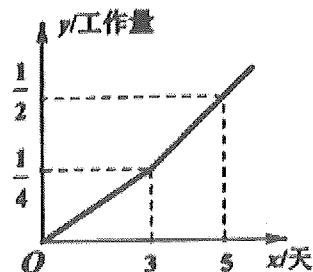
(1) 求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式。

(2) 若该家庭当月的水费是平均每吨 1.25 元，那么这个家庭应交的水费是多少元？

12. 某家庭装修房屋，由甲、乙两个装修公司合作完成，先由甲装修公司单独装 3 天，剩下的工作由甲、乙两个装修公司共同完成，工程进度满足右图所示的函数关系，该家庭共支付工资 8000 元。设工作量为  $y$ ，工作天数为  $x$

(1) 请求出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式，并求出  $x$  的取值范围；

(2) 若按所承担工作量的多少支付工资，则甲公司应得多少元钱？



★13. 一手机经销商计划购进某品牌的  $A$  型、 $B$  型、 $C$  型三款手机共 60 部，每款手机至少要购进 8 部，

且恰好用完购机款 61000 元。设购进  $A$  型手机  $x$  部， $B$  型手机  $y$  部，三款手机的进价和售价如下表

手机型号	$A$ 款	$B$ 款	$C$ 款
进价（单位：元/部）	900	1200	1100
预售价（单位：元/部）	1200	1600	1300

(1) 请求出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式，并求出  $x$  的取值范围；

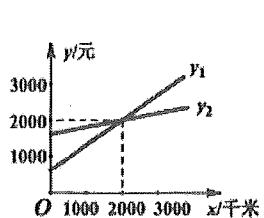
(2) 假设所购进的手机全部售出，在此过程中经销商需额外支出各种费用共 1500 元，请求出预估利润  $P$ （元）与  $x$  之间的函数关系；(注：预估利润=预售总额—购机款—额外费用)

(3) 在(2)的条件下，请求出  $P$  的最大值，并求出此时购进三款手机各多少部。

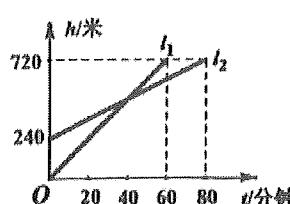
## 19. 4 一次函数与实际问题 (2)

### 一、选择题

1. 以下几何关系中,  $y$  是  $x$  的比例函数的是 ( )  
 A. 圆的半径为  $x$ , 面积为  $y$   
 B. 矩形的面积为 100, 两邻边长分别为  $x$  和  $y$   
 C. 正方体的棱长为  $x$ , 体积为  $y$   
 D. 含 30 度的直角三角形的斜边长为  $x$ , 30 度所对的直角边长为  $y$
2. 某种工艺品 1 月份的单价为 15 元/件, 由于过节, 2 月份的单价上升为 20 元/件, 设购买该工艺品  $x$  件时, 1 月份花费  $y_1$  元, 2 月份花费  $y_2$  元, 则关于  $x$ ,  $y_1$  和  $y_2$  的以下说法中, 错误的是 ( )  
 A.  $y_1, y_2$  都与  $x$  成正比例, 其中  $y_1 = 15x$ ,  $y_2 = 20x$   
 B.  $x$  的取值范围是自然数, 所以函数  $y_1, y_2$  的图象都不是直线  
 C.  $x > 0$  时当  $y_1 < y_2$ , 所以只要购买了该商品, 一定是 2 月份的花费多  
 D. 当两个月各购买该商品  $x$  件 ( $x > 0$ ) 时,  $y_1 : y_2 = 3 : 4$
3. 某单位准备与汽车租赁公司签订租车合同, 以每月用车  $x$  千米计算, 甲公司每月收取的租费为  $y_1$  元, 乙公司每月收取的租费为  $y_2$  元, 若  $y_1, y_2$  与  $x$  之间的函数关系如右图所示, 其中  $x=0$  对应的函数值为月固定租货费, 则下列判断中不一定正确的是 ( )  
 A. 当月用车路程为 2000 千米时, 两家公司租货费相同  
 B. 当月用车路程为 2500 千米时, 租乙公间的车比较合算  
 C. 除去月固定租费, 甲公司每公里收取的费用比乙公司多  
 D. 乙公司的月固定租货费比甲公司多 200 元



(第 3 题图)



(第 4 题图)

4. 小强和爷爷去爬山, 爷爷先出发一段时间后小强再出发, 途中小强追上了爷爷并最终先爬到山顶, 两人所爬的高度  $h$  (米) 与小强出发后的时间  $t$  (分钟) 的函数关系如右图所示。  
 给出结论①山的高度是 720 米, ②  $l_1$  表示的是爷爷爬山的情况,  $l_2$  表示的是小强爬山的情况,  
 ③小强爬山的速度是爷爷的 2 倍, ④爷爷比小强先出发 20 分钟。其中正确的有 ( )  
 A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

5. 春节期间，某客运站旅客流量不断增大，旅客往往需要长时间排队等候购票。经调查发现，每天开始售票时，已约有 400 人排队等候，此后每分钟又有 4 位旅客进入售票厅准备购票，而售票厅的一个售票窗口每分钟只能办理 3 位旅客的购票事宜。某天售票厅排队等候购票的人数  $y$  (人) 与售票了开放后的时间  $x$  (分钟) 的关系如图所示，其中前  $a$  分钟只开放了两个售票窗口，

那么  $a$  的值和  $a$  分钟后共开放的售票窗口数分别是 ( )

A. 24, 3

B. 24, 4

C. 40, 3

D. 40, 5

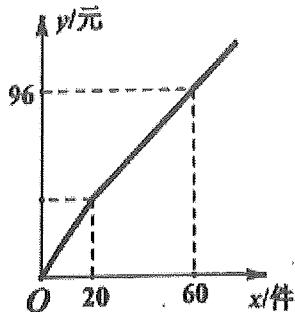
二、填空

6. 随着海拔高度的升高，大气压强下降，空气中的含氧量也随之下降，又知含氧量  $y$  ( $g/m^3$ ) 与大气压强  $x$  ( $kPa$ ) 成正比例函数关系。当  $x=36$  时， $y=108$ ， $y$  与  $x$  的函数关系式是\_\_\_\_\_。

7. 某工厂生产甲乙两种产品，其有工人 200 名，每人每天可以生产 5 件甲产品或 3 件乙产品，若甲产品每件可获利 4 元，乙产品每件可获利 7 元，工厂每天安排  $x$  人生产甲产品，其余人生产乙产品，则每日的利润  $y$  (元) 与  $x$  之间的函数关系式为\_\_\_\_\_。

8. 小红参加一次象棋比赛。规定胜一局得 2 分，平一局得 1 分，负一局得 0 分。一共比赛了 20 局，得了 30 分，设她胜了  $x$  局，平了  $y$  局。则  $y$  与  $x$  之间的函数关系式是\_\_\_\_\_。其中  $x$  的取值范出是\_\_\_\_\_。

9. 某商场销售某种商品时，顾客一次购买 20 件以内的(含 20 件)按原价付款，超过 20 件的，超出部分按原价的 7 折付款，若付款的总数  $y$  (元) 与客一次所购买数量  $x$  (件) 之间的函数关系如右图，则这种商品每件的原价为\_\_\_\_\_元。



- ★10. 单位组织职工观看某场足球比赛，球票的原价为每张 100 元，在购买门票时，体育场给出了两种不同的团体购票方案，方案一：单位赞助 1000 元，则该单位所购门票的价格为每张 60 元；方案二：不交助贾，当购买票数不超过 100 张时，按原价收费，超过 100 张时，超出部分每张 80 元，设某单位购  $x$  张，总费用为  $y$  元

(1) 若该单位采用方案一购票，则  $y$  与  $x$  之间的函数关系式为\_\_\_\_\_。

(2) 若该单位采用方案二购票，则当  $0 \leq x \leq 100$  时， $y$  与  $x$  之间的函数关系式为\_\_\_\_\_。

当  $x > 100$  时， $y$  与  $x$  之间的函数关系式为\_\_\_\_\_。

- (3) 若甲、乙两单位共购买了本场足球赛门票 700 张(每个单位都至少购买了 10 张)，共付费 58000 元，且甲单位付费较多，则甲单位采用方案\_\_\_\_\_ (填“一”或“二”) 购票\_\_\_\_\_ 张，乙单位采用方案\_\_\_\_\_ (填“一”或“二”) 购票\_\_\_\_\_ 张。

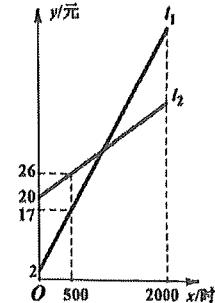
### 三、解答题

11. 某学校要印制一批《学生手册》，甲印刷厂提出：每本收 1 元印刷费，另收 500 元制费；乙印刷厂提出：每本收 2 元印费，不收制版费。

- (1) 写出甲、乙两厂的收费  $y_{\text{甲}}$  (元)、 $y_{\text{乙}}$  (元) 与印制数量  $x$  (本) 之间的函数关系式。
- (2) 该学校选择哪间印刷厂印制《学生手册》比较合算？请说明理由。

12. 如图， $l_1$ 、 $l_2$  分别表示一种白炽灯和一种节能灯的费用  $y$  (费用 = 灯的售价 + 电费，单位：元) 与照明时间  $x$  (时) 的函数图象，假设两种灯的使用寿命都是 2000 小时，照明效果一样。

- (1) 根据图象分别求出  $l_1$ 、 $l_2$  的函数解析式。
- (2) 如果电费是 0.5 元 / 度，求两种灯各自的功率；(注：功率单位：瓦，1 度 = 1000 瓦  $\times$  1 小时)
- (3) 若照明时间不超过 2000 小时，如何选择两种灯具，能使使用者更合算？



★13.  $A$ 、 $B$  两个蔬菜基地要向  $C$ 、 $D$  两城市运送蔬菜，已知  $A$  基地有蔬菜 200 吨， $B$  基地有蔬菜 300 吨， $C$  城需要蔬菜 240 吨， $D$  城需要蔬菜 260 吨，又知从  $A$  基地运往  $C$ 、 $D$  两处的费用分别为每吨 20 元和每吨 25 元，从  $B$  基地运往  $C$ 、 $D$  两处的费用分别为每吨 15 元和每吨 18 元，设从  $B$  基地运往  $C$  处的蔬菜为  $x$  吨， $A$ 、 $B$  两个蔬菜基地的总运费为  $w$  元。

- (1) 求  $w$  与  $x$  之间的函数关系式，并写出  $x$  的取值范围；
- (2) 求总运费最小时的调运方案及此时的总运费；
- (3) 如果从  $B$  基地运往  $C$  城的运费每吨减少  $m$  元 ( $m > 0$ )，其余线路的运费不变，请根据  $m$  的值讨论并写出总运费最小时的调运方案。

## 综合练习 (1)

### 一、选择题

1. 下列表达式中,  $y$  是  $x$  的函数的是 ( )

- A.  $y^2 = x$       B.  $|y| = x + 1$       C.  $y = |x|$       D.  $y^2 = 1 - x^2$

2. 对于圆的面积公式  $S = \pi R^2$ , 以下说法中正确的是 ( )

- A.  $S$  与  $\pi$  成正比例      B.  $S$  与  $R$  成正比例  $\pi$

- C.  $S$  与  $R^2$  成正比例      D.  $S$  与  $R^2$  成反比例

3. 关于函数  $y = -2x + 1$ , 下列结论正确的是 ( )

- A. 图象必经过点  $(-2, 1)$       B. 图象经过第一、二、三象限

- C. 当  $x > \frac{1}{2}$  时,  $y < 0$       D.  $y$  随  $x$  的增大而增大

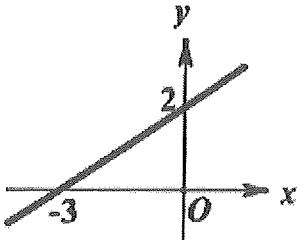
4. 直线  $y = -x - 2$  与直线  $y = x + 3$  的交点为 ( )

- A.  $\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right)$       B.  $\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$       C.  $(0, 2)$       D.  $(0, 3)$

5. 点  $A(-5, y_1)$  和  $B(-2, y_2)$  都在直线  $y = -3x + 2$  上, 则  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系是 ( )

- A.  $y_1 > y_2$       B.  $y_1 = y_2$       C.  $y_1 < y_2$       D. 无法确定

6. 右图是一次函数  $y = kx + b$  的图象, 若  $y > 0$ , 则  $x$  的取值范围是 ( )



- A.  $x > 0$       B.  $x > 2$       C.  $x > -3$       D.  $-3 < x < 2$

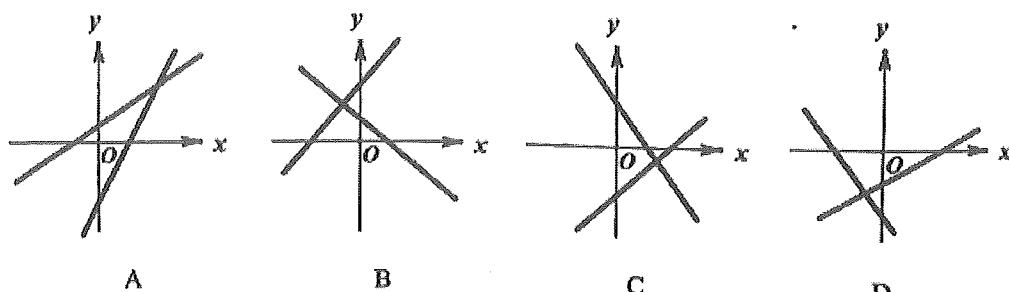
7. 如果一次函数  $y = x + k + 1$  的图象经过一、二、四象限, 则  $k$  的取值范围是 ( )

- A.  $k > -1$       B.  $k < -1$       C.  $k < 0$       D.  $1 < k < 0$

8. 对任意实数  $a$ , 函数  $y = (a-1)x + 3 - 2a$  一定经过点 ( ).

- A.  $(0, 1)$       B.  $(1, 2)$       C.  $(2, 1)$       D.  $(3, 0)$

9. 函数  $y = ax + b$  和  $y = bx + a$  的图象在同一坐标系内的位置大致是 ( )



10. 给出下列说法：①直线  $y=-2x+4$  与直线  $y=x+1$  的交点坐标是  $(1, 2)$ ；②一次函数  $y=kx+b$  若  $k>0, b<0$ ，那么它的图象过第一、二、三象限；③函数  $y=-6x$  是一次函数，且  $y$  随  $x$  增大而减小；④已知一次函数的图象与直线  $y=-x+1$  平行，且过点  $(8, 2)$ ，那么此一次函数的解析式为  $y=-x+6$ ；⑤直线  $y=k+k-1$  必经过点  $(-1, -1)$ . 其中正确的有

( )

- A. 2个    B. 3个    C. 4个    D. 5个

## 二、填空题

11. 函数  $y=\frac{1}{x+3}$  中，自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_； $y=\frac{\sqrt{x+3}}{x+1}$  中，自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_； $y=\sqrt{x+3}+\sqrt{5-x}$  中，自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

12. 若函数  $y=(m-3)x+m^2-9$  是正比例函数，则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

13. 若一次函数  $y=(m-1)x+n-2$  的图象不经过第一象限，则  $m$  \_\_\_\_\_,  $n$  \_\_\_\_\_.

14. 已知直线  $y=kx+4$  与两坐标轴围成的三角形面积为 4，则  $k$  的值是\_\_\_\_\_.

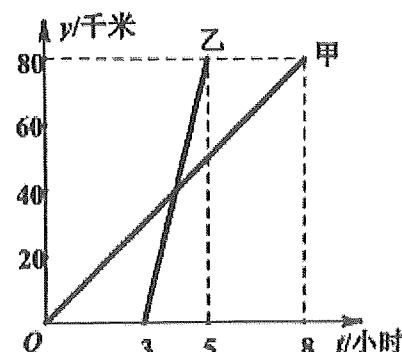
15. 若直线  $y=-x+a$  和直线  $y=x+b$  的交点坐标为  $(m, 8)$ ，则  $a+b=$ \_\_\_\_\_.

16. 已知一次函数  $y=kx+b$ ，当自变量取值范围是  $-4 < x < 4$  时，相应的函数值的范围是  $-2 < y < 6$ ，则这个函数的解析式为\_\_\_\_\_.

17. 已知  $O$  为坐标原点，点  $A(2, m)$  在直线  $y=2x$  上，在  $x$  轴上有一点  $B$  使得  $\triangle AOB$  的面积为 8，则直线  $AB$  与  $y$  轴的交点坐标为\_\_\_\_\_.

18. 若直线  $y=3x-1$  与直线  $y=x-k$  的交点在第四象限，则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

19. 已知甲骑自行车，乙骑摩托车，他们沿相同路线由  $A$  地到  $B$  地，行驶的路程  $y$  (千米) 与行驶时间  $t$  (小时) 之间的关系如右图所示，根据图象回答下列问题：



- (1)  $A$ 、 $B$ 两地的路程为\_\_\_\_\_千米；  
(2) 出发较早的是\_\_\_\_\_，早\_\_\_\_\_小时；  
(3) 到达时间较早的是\_\_\_\_\_早\_\_\_\_\_小时；  
(4) 甲的速度为乙的速度为\_\_\_\_\_小时，乙的速度为\_\_\_\_\_；  
(5) 乙在距  $A$  地\_\_\_\_\_千米处追及甲，此时甲行驶了\_\_\_\_\_小时，乙行驶了\_\_\_\_\_小时。

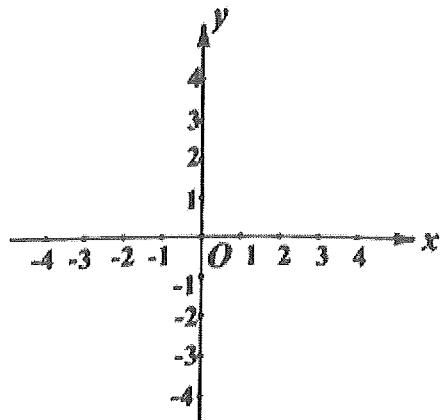
★20. 已知函数  $y=x+b$ ，当  $x=1$  时， $-1 \leq y \leq 1$ ，当  $x=2$  时， $0 \leq y \leq 2$ ，则当  $x=3$  时， $y$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

### 三、解答题

21. 已知  $y-3$  与  $x$  成正比例，且  $x=2$  时， $y=7$ ，求  $y$  与  $x$  的函数关系式。

22. 在同一坐标系内画出一次函数  $y_1=-x+1$  和  $y_2=2x-2$  的图象，并回答下列问题：

- (1) 直线  $y_1=-x+1$  和  $y_2=2x-2$  的交点坐标是\_\_\_\_\_；  
(2) 当\_\_\_\_\_时， $y_1 < y_2$ 。

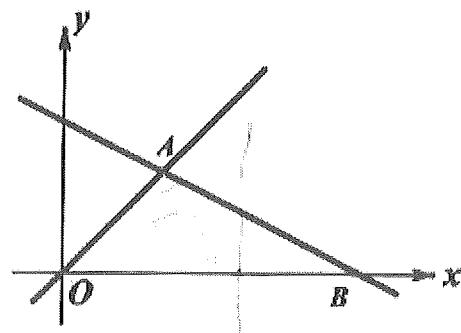


23. 已知三点  $A(1,3)$ ,  $B(-2,0)$ ,  $C(2,4)$ ，求直线  $AB$  的解析式，并用两种不同的方法判断点  $C$  是否在直线  $AB$  上。

24. 已知直线  $y=(2k-5)x+(k-4)$  经过第一、三、四象限，化简  $|k-2|+|5-k|$ .

★25. 如图，直线  $AB$  与直线  $OA$  交于点  $A(3, 3)$ ，点  $B$  的坐标为  $B(9, 0)$ ，

- (1) 直线  $OA$  的解析式为 \_\_\_\_\_, 直线  $AB$  的解析式为 \_\_\_\_\_;
- (2) 设点  $P(x, 0)$  在线段  $OB$  上运动（不与  $O$ 、 $B$  两点重合），过点  $P$  作与  $x$  轴垂直的直线  $l$ ，设  $\triangle AOB$  位于直线  $l$  左侧的部分面积为  $S$ ，请直接写出  $S$  关于  $x$  的函数关系式；
- (3) 在 (2) 的前提下，当  $S=\frac{9}{2}$  时，一动点  $M$  在平面内自点  $C(2, 0)$  出发，先到达直线  $OA$  上的一点  $Q$ ，再到达直线  $l$  上的一点  $R$ ，最后又运动到点  $C$ ，请你画出点  $M$  运动的最短路径，并求出使点  $M$  运动的总路径最短的点和点  $R$  的坐标。



## 综合练习 (2)

### 一、选择题

1. 在式子①  $y = 3x + 1$ , ②  $y = x^2 - 1$ , ③  $y = \sqrt{x}$ , ④  $y = |x|$ , ⑤  $|y| = |x|$ . 中,  $y$  是  $x$  的函数的有 ( )

- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

2. 下各点中, 在函数  $y = x^2 - 2x - 3$  的图象上的是 ( )

- A.  $(0, 1)$       B.  $(1, 2)$       C.  $(2, 1)$       D.  $(3, 0)$

3. 下列一次函数中,  $y$  随  $x$  增大而增大的有 ( )

$$\textcircled{1} y = 8x - 7, \textcircled{2} y = 6 - 5x, \textcircled{3} y = -8 + 5x, \textcircled{4} y = (\sqrt{5} - \sqrt{7})x, \textcircled{5} y = 9x.$$

- A. ①②③      B. ①②⑤      C. ①③⑤      D. ①④⑤

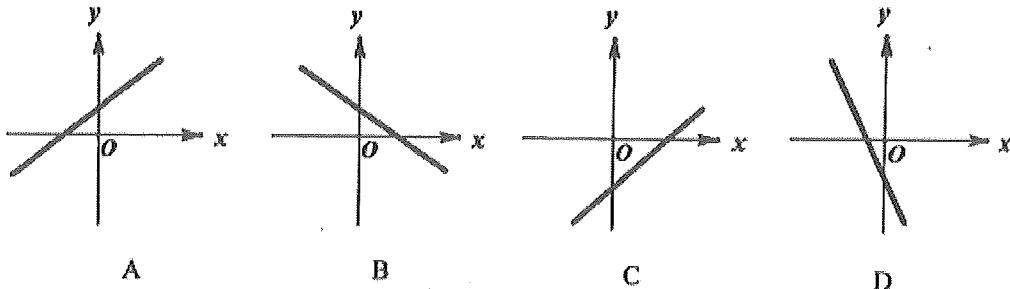
4. 直线  $y = x + 3k$  与直线  $y = x + 6$  的交点在  $y$  轴上, 则  $k$  的值为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C. 2      D. -2

5. 次函数  $y = kx + k - 1$  的图象经过一、三、四象限, 则  $k$  的取值范围是 ( )

- A.  $0 < k < 1$       B.  $k < 0$       C.  $k > 0$       D.  $k > 1$

6. 当  $k < 0$  时,  $y = -kx + k$  的图象大致是 ( )



7. 已知一次函数  $y = kx + b$  的图象如右图, 则当  $x < 0$  时,  $y$  的取值范围是 ( )

- A.  $-2 < y < 0$       B.  $y < -2$       C.  $y < 0$       D.  $y > -2$

8. 要从直线  $y = \frac{4}{3}x$  得到直线  $y = \frac{4x+2}{3}$  就要把直线  $y = \frac{4}{3}x$  ( )

- A. 向上平移  $\frac{2}{3}$  个单位      B. 向下平移  $\frac{2}{3}$  个单位

- C. 向左平移  $\frac{2}{3}$  个单位      D. 向右平移  $\frac{2}{3}$  个单位

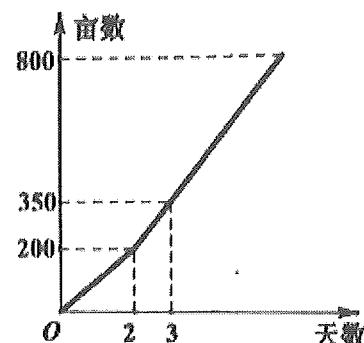
9. 在函数  $y = kx$  ( $k < 0$ ) 的图象上有三个点  $A_1(x_1, y_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3)$ . 已知

$x_1 < x_2 < 0 < x_3$  则下列各式中, 正确的是 ( )

- A.  $y_1 < 0 < y_3$       B.  $y_3 < 0 < y_1$       C.  $y_2 < 0 < y_3$       D.  $y_3 < 0 < y_2$

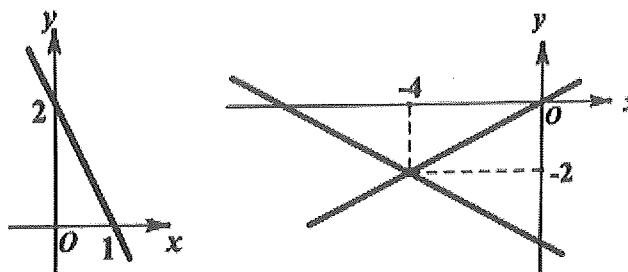
10. 某农场租用播种机播种小麦，在甲播种机播种 2 天后，又调来乙播种机参与播种，直至完成 800 亩的播种任务，播种亩数与天数之间的函数关系如下图所示，那么完成全部播种任务共用了（ ）

A. 4 天      B. 5 天      C. 6 天      D. 7 天



## 二、填空题

11. 函数  $y = \frac{\sqrt{2-x}}{x+3}$ ，自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
12. 已知函数  $y = x^2 - 6$ ，当  $x=3$  时， $y=$ \_\_\_\_\_；当  $y=19$  时， $x=$ \_\_\_\_\_.
13. 直线  $y=kx-2$  和  $y=2x+k$  的交点的横坐标为 2，则  $k=$ \_\_\_\_\_.
14. 直线  $y=kx+b$  平行于直线  $y=3x$ ，且过点  $(1, -2)$ ，则其解析式为\_\_\_\_\_.
15. 直线  $y=x+b$  过点  $A(-1, 0)$ ，交  $y$  轴于点  $B$ ，且  $S_{\triangle AOB}=1$ ，则其解析式为\_\_\_\_\_.
16. 若一次函数  $y=(1-k)x+2k-4$  的图象不过第一象限，则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
17. 右图是一次函数  $y=ax+b$  的图象，则关于  $x$  的不等式  $ax+b < 0$  的解集为\_\_\_\_\_.



18. 若一次函数  $y=(m+4)x+m-1$  的图象与  $y$  轴的交点在  $x$  轴的下方，则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

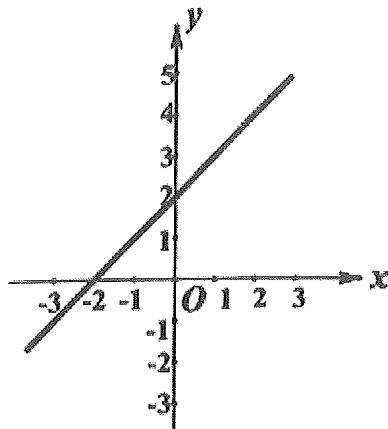
19. 如右图，已知函数  $y=ax+b$  和  $y=kx$  的图象交于点  $P$ ，根据图象可知关于  $\begin{cases} y=ax+b \\ y=kx \end{cases}$  的二元一次方程组的解是\_\_\_\_\_.

- ★20. 已知一次函数  $y=kx+3$  在  $-2 \leq x \leq 2$  时，均有  $y \geq 1$  成立，则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

21. 如图, 平面直角坐标系中画出了函数  $y=kx+b$  的图象.

- (1) 根据图象求  $k$ ,  $b$  的值;
- (2) 在图中画出  $y=-2x+5$  的图象;
- (3) 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时, 函数  $y=kx+b$  的函数值大于函数  $y=-2x+5$  的函数值.

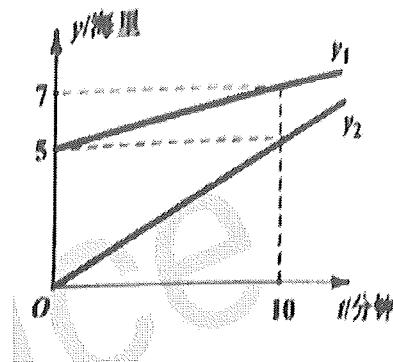


22. 已知一次函数的图象经过  $M(-2, -3)$ ,  $M(1, 3)$  两点

- (1) 求这个一次函数的解析式
- (2) 设图象与  $x$  轴,  $y$  轴交点分别是  $A$ 、 $B$ , 求点  $A$ ,  $B$  的坐标
- (3) 求此函数图象与  $x$  轴,  $y$  轴所围成的三角形的面积

23. 某边防部队接到情报, 近海处有一艘可疑船只  $A$  正向海里出海方向行驶, 边防部队迅速派出快艇  $B$  追赶, 在追赶过程中, 设可疑船只  $A$  相对于海岸的距离为  $y_1$  (海里), 快艇  $B$  相对于海岸的距离为  $y_2$  (海里), 追赶时间为  $t$  (分钟),  $y_1$ 、 $y_2$  与  $t$  之间的函数关系如图所示, 请结合图象解答下列问题:

- (1) 分别求出  $y_1$ 、 $y_2$  与  $t$  之间的函数解析式
- (2) 快艇  $B$  需要多长时间才能追上可疑船只  $A$ ?



24. 已知直线  $l: y=kx+6$  与  $x$  轴交于点  $B (-8, 0)$ ，又知点  $A$  的坐标为  $(-6, 0)$

(1) 求  $k$  的值；

(2) 若点  $P (x, y)$  是直线  $l$  在第二象限内部分上的一个动点，当点  $P$  运动过程中，请求出  $\triangle OPA$  的面积  $S$  和  $x$  的函数关系式，并写出自变量  $x$  的取值范围：

(3) 在 (2) 的条件下，当  $S=\frac{27}{8}$  时，点  $P$  的坐标为\_\_\_\_\_

★25. 某公司决定引进一条新的生产线，并从现有的 100 名职工中选派一部分人到新的生产线工作。分工后，继续在老生产线从事工作的职工人均年产值可增加 20%，而在新生产线从事工作的职工人均年产值为原人均年产值的 4 倍。设原人均年产值为 5 万元，分配到新生产线的职工为  $x$  人，分工后的年总产值为  $y$  万元。

(1) 请求出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式；

(2) 如果希望在分工后，老生产线的年总产值不少于原来的年总产值，而新生产线的年总产值不少于原年总产值的一半，那么分配到新生产线的人数可以是多少？

(3) 在 (2) 的条件下，分配多少人到新生产线时，公司的年总产值最大？这时年总产值的增长率是多少？

## 第二十章 数据的分析

### 20.1 数据的代表 (1)

#### 一、填空题

1. 已知 7, 4, 5 和  $x$  的平均数是 6 则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$
2. 某组学生进行“引体向上”测试，有 2 名学生做了 8 次，其余 4 名学生分别做了 10 次、7 次、6 次、9 次，那么这组学生的平均成绩是  $\underline{\hspace{2cm}}$  次，在平均成绩之上的有  $\underline{\hspace{2cm}}$  人。
3. 如果一组数据中有 3 个 6、4 个 -1、2 个 -2、1 个 0 和 3 个  $x$ ，其中平均数为  $x$ ，那么  $x = \underline{\hspace{2cm}}$
4. 某班 50 名学生平均身高  $168\text{cm}$ ，其中 30 名男生平均身高  $170\text{cm}$ ，则 20 名女生的平均身高为  $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$
5. 某校规定学生的学期体育成绩由三部分组成：体育课外活动占学期成绩的 10%，理论测试占 30%，体育技能测试占 60%，一名同学上述三项成绩依次为 90, 92, 73 分，则这名同学本学期的体育成绩为  $\underline{\hspace{2cm}}$  分，可以看出，三项成绩中  $\underline{\hspace{2cm}}$  的成绩对本学期的影响做最大。
6. 某次射击训练中，一小组的成绩如下表所示：

环数/环	6	7	8	9
人数/人	1	3		2

若该组的平均成绩为 7.7 环，则成绩为 8 环的人数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

#### 二、选择题

7. 如果数据 2, 3,  $x$ , 4 的平均数是 3，那么  $x$  等于 ( )  
*A. 2      B. 3      C. 3.5      D. 4*
8. 某居民大院月底统计用电情况，其中 3 户用电 45 度，5 户用电 50 度，6 户用电 42 度，则每户平均用电 ( )  
*A. 41 度      B. 42 度      C. 45.5 度      D. 46 度*
9. 某同学使用计算器求 30 个数据平均数时，错将其中一个数据 105 输入为 15，那么所求出平均数与实际平均数的差是 ( )  
*A. 0.5      B. 3      C. -0.5      D. -3*

10. 在一次青年歌手大奖赛上，七位评委为某位歌手打出的分数如下：9.5、9.4、9.6、9.9、

9.3、9.7、9.0，去掉一个最高分和一个最低分后，嗯，所剩数据的平均数是（ ）

- A. 9.2      B. 9.3      C. 9.4      D. 9.5

11. 某商场用加权平均数来确定什锦糖的单价，由单价为15元/千克的甲种糖果10千克，单价为12元/千克的乙种糖果20千克，单价为10元/千克的丙种糖果30千克混合成的什锦糖果的单价定为（ ）

- A. 11元/千克      B. 11.5元/千克      C. 12元/千克      D. 12.5元/千克

12.  $m$ 个 $x_1$ ， $n$ 个 $x_2$ 和 $r$ 个 $x_3$ ，由这些数据组成一组数据的平均数是（ ）

- A.  $\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$       B.  $\frac{m+n+r}{3}$       C.  $\frac{mx_1 + nx_2 + rx_3}{3}$       D.  $\frac{mx_1 + nx_2 + rx_3}{m+n+r}$

### 三、解答题

13. 在一次英语口试中，已知50分1人、60分2人、70分5人、90分5人、100分1人，

其余的为85分

已知该班平均成绩为80分，问该班有多少人？

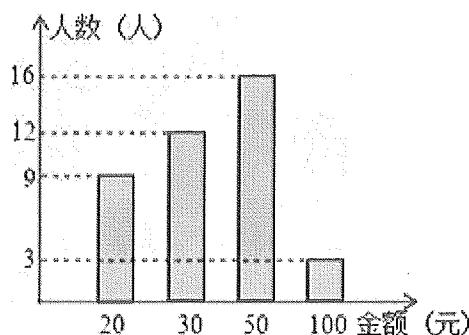
14. 某校欲招聘一名数学教师，学校对甲、乙、丙三位候选人进行了三项能力测试，各项测试成绩满分为100分，根据结果择优录用，三位候选人的各项测试成绩如下表所示：

测试项目	测试成绩		
	甲	乙	丙
教学能力	85	73	73
科研能力	70	71	65
组织能力	64	72	84

(1) 如果根据三项测试的平均成绩，谁将会被录用，说明理由；

(2) 根据实际需要，学校将教学、科研和组织能力测试得分按5:3:2的比例确定每人的成绩，谁将会被        录用，说明理由。

15. 四川汶川大地震发生后，某中学八年级（1）班共有 40 名同学参加了“我为灾区献爱心”的活动，活动结束后，生活委员小林将捐款情况进行了统计，并绘制成如右的统计图。



- (1) 求这 40 名同学捐款的平均数；
- (2) 该校共有学生 1200 名，请根据该班的捐款情况，估计这个中学的捐款总数大约是多少元？

## 20.1 数据的代表 (2)

### 一、填空题

1. 数据 8、9、8、10、8、8、10、7、9、8 的中位数是\_\_\_\_\_，众数是\_\_\_\_\_.
2. 一组数据的中位数是  $m$ ，众数是  $n$ ，则将这组数据中每个数都减去  $a$  后，新数据的中位数是\_\_\_\_\_，众数是\_\_\_\_\_.
3. 一组数据 1、2、 $a$  的平均数为 2，另一组数据 -1、 $a$ 、1、2、 $b$  的唯一众数为 -1，则数据 -1、 $a$ 、1、2、 $b$  的中位数为\_\_\_\_\_.
4. 资阳市某学校初中 2008 级有四个绿化小组，在植树节这天种下柏树的棵树如下：10、10、 $x$ 、8，若这组数据的众数和平均数相等，那么它的中位数是\_\_\_\_\_棵.
5. 数据 92、96、98、100、 $x$  的众数是 96，则其中位数和平均数分别是\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_.
6. 在篮球比赛中，某队员连续 10 场比赛中每场的得分情况如下表所示：

场次（场）	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分（分）	13	4	13	16	6	19	4	4	4	7

则在这 10 场比赛中他得分的中位数和众数分别是\_\_\_\_\_

7.6 月 5 日是世界环境日，为了普及环保知识，增强环保意识，某市第一中学举行了“环保知识竞赛”，为了了解本次竞赛的成绩情况，学校团委从中抽取部分学生成绩（满分为 100 分，得分取整数）进行了统计，并绘制出一张频率分布表

分组	频数	百分比
49.5~59.5	4	8%
59.5~69.5	6	12%
69.5~79.5	10	20%
79.5~89.5	16	32%
89.5~100.5	14	28%

若这组被抽查的学生成绩的中位数是 80 分，则被抽查的学生中得分为 80 分的至少有\_\_\_\_\_人。

## 二、选择题

8.如果一组数据中，23、25、28、22 出现的次数依次为 2、5、3、4 次，并且没有其他的数  
据，则这组数据的众数和中位数分别是（ ）

- A.24、25      B.23、24      C.25、25      D.23、25

9.为了筹备班里的新年联欢会，班长以全班同学最爱吃哪几种水果做民意调查，以决定最终  
买什么水果，该次调查结果最终应该由数据的（ ）决定。

- A.平均数    B.中位数    C.众数    D.无法确定

10.为了参加市中学生篮球运动会，一支校篮球队准备购买 10 双运动鞋，各种尺码的统计如  
下表所示，则这 10 双运动鞋尺码的众数和中位数分别为（ ）

尺码/厘米	25	25.5	26	26.5	27
购买量/双	2	4	2	1	1

- A.25.5、26      B.26、25.5      C.26、26      D.25.5、25.5

11.某校五个绿化小组一天植树的棵树如下：10、10、12、 $x$ 、8.已知这组数据的众数与平均  
数相同，那么这组数据的平均数是（ ）

- A.12      B.10      C.8      D.9

12.有 7 个数由小到大排列，其平均数是 38.如果这组数中前 4 个数的平均数是 33，后 4 个数  
的平均数是 42，那么这 7 个数的中位数是（ ）

- A.34      B.16      C.38      D.20

## 三、解答题

13.某公司销售部有营销人员 15 人，销售部为了制定某种商品的销售金额，统计了 15 个人  
的销售量如下（单位：件）：

1800、510、250、250、210、250、210、  
210、150、210、150、120、120、210、150

求这 15 个销售员该月销量的中位数和众数。

14. 随机抽取我市一年（按 365 天计）中的 30 天平均气温状况如下表：

温度 (°C)	-8	-1	7	15	21	24	30
天数	3	5	5	7	6	2	2

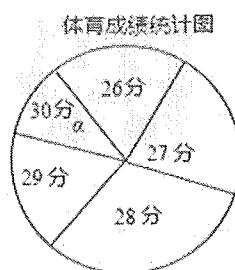
请你根据上述数据回答问题：

- (1) 该组数据的中位数是什么？
- (2) 若当气温在  $18^{\circ}\text{C} \sim 25^{\circ}\text{C}$  为市民“满意温度”，则我市一年中达到市民“满意温度”的大约有多少天？

15. 为了解某校九年级学生体育测试成绩情况，现从中随机抽取部分学生的体育成绩统计如下，其中右侧扇形统计图中的圆心角  $\alpha$  为  $36^{\circ}$ .

体育成绩统计表

体育成绩/分	人数/人	百分比/%
26	8	16
27		24
28	15	
29		
30	$m$	



根据上面提供的信息，回答下列问题：

- (1) 写出样本容量、 $m$  的值及抽取部分学生体育成绩的中位数；
- (2) 已知该校九年级共有 500 名学生，如果体育成绩达 28 分以上（含 28 分）为优秀，请你估计该校九年级学生体育成绩达到优秀的总人数.

## 20.2 数据的波动

### 一、填空题

1. 一组数据：12、13、15、14、16、18、19、14，则这组数据的极差是\_\_\_\_\_.
2. 数据1、3、2、5和 $x$ 的平均数是3，则这组数据的方差是\_\_\_\_\_.
3. 一个样本的方差 $s^2 = \frac{1}{12}[(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 + \dots + (x_n - 3)^2]$ ，则样本容量是\_\_\_\_\_，样本平均数是\_\_\_\_\_.
4. 已知 $x_1, x_2, x_3$ 的平均数 $\bar{x} = 10$ ，方差 $s^2 = 3$ ，则 $2x_1, 2x_2, 2x_3$ 的平均数为\_\_\_\_\_，方差为\_\_\_\_\_.
5. 一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的极差是8，则另一组数据 $2x_1 + 1, 2x_2 + 1, \dots, 2x_n + 1$ 的极差是\_\_\_\_\_.
6. 某次跳绳比赛中，统计甲、乙两班学生每分钟跳绳的成绩（单位：次）情况如下表：

班级	参加人数	平均次数	中位数	方差
甲	45	135	149	180
乙	45	135	151	130

下列三个命题：

- (1) 甲班平均成绩低于乙班平均成绩；
  - (2) 甲班成绩的波动比乙班成绩的波动大；
  - (3) 甲班成绩优秀人数少于乙班成绩优秀人数。（跳绳次数 $\geq 150$ 次为优秀）
- 其中正确的命题是\_\_\_\_\_。（只填序号）

### 二、选择题

7. 有一组数据如下：3、 $a$ 、4、6、7，它们的平均数是5，那么这组数据的方差是（ ）  
*A. 10      B.  $\sqrt{10}$       C. 2      D.  $\sqrt{2}$*
8. 关于数据-4、1、2、-1、2，下面结果中，错误的是（ ）  
*A. 中位数为1      B. 方差为26      C. 众数为2      D. 平均数为0*
9. 甲、乙、丙、丁四人进行射击测试，每人10次射击成绩的平均数均为9.2环，方差分别为 $s_{\text{甲}}^2 = 0.56$ ， $s_{\text{乙}}^2 = 0.60$ ， $s_{\text{丙}}^2 = 0.50$ ， $s_{\text{丁}}^2 = 0.45$ ，则成绩最稳定的是（ ）  
*A. 甲      B. 乙      C. 丙      D. 丁*

10. 已知数据：2、-1、3、5、6、5，则这组数据的众数和极差分别是（ ）

- A. 5 和 7      B. 6 和 7      C. 5 和 3      D. 6 和 3

11. 某班抽取 6 名同学参加体能测试，成绩如下：85、95、85、80、80、85. 下列表述错误的

是（ ）

- A. 众数是 85      B. 平均数是 85      C. 中位数是 80      D. 极差是 15

12. 一鞋店试销一种新款女鞋，试销期间卖出情况如下表：

型号	22	22.5	23	23.5	24	24.5	25
数量/双	3	5	10	15	8	3	2

鞋店经理最关心哪种型号的鞋最畅销，则下列统计量最有意义的是（ ）

- A. 平均数      B. 众数      C. 中位数      D. 方差

### 三、解答题

13. 从甲、乙两种农作物中抽取 10 株苗，分别测得它的苗高如下：（单位：cm）

甲：9、10、11、12、7、13、10、8、12、8；

乙：8、13、12、11、10、12、7、7、9、11；

试问哪种农作物的苗长得比较整齐？

14. 甲、乙两个组各 10 名同学进行英语口语会话测试，每个人测试 5 次，每个同学合格的次

数分别如下：

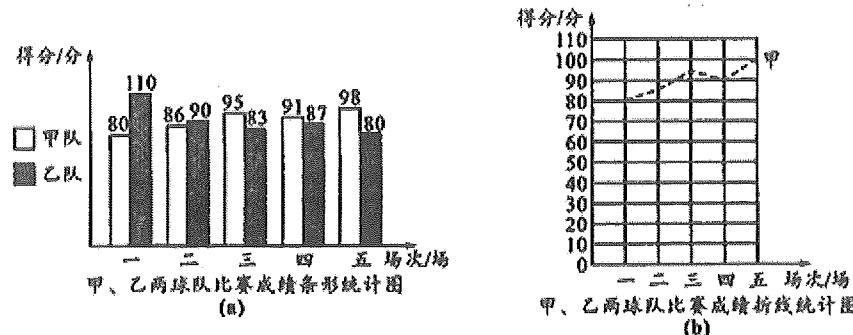
甲组：4、1、2、2、1、3、3、1、2、1；

乙组：4、3、0、2、1、3、3、0、1、3；

(1) 如果合格 3 次以上（含 3 次）为及格标准，请你说明哪个小组的及格率高；

(2) 请你比较两个小组口语会话的合格次数谁比较稳定。

15. 甲、乙两支篮球队在集训期内进行了五场比赛，将比赛成绩进行统计后，绘制成如图(a)、图(b)的统计图。



- (1) 在图(b)中画出折线表示乙队在集训期内这五场比赛成绩的变化情况；
- (2) 已知甲队五场比赛成绩的平均分  $\bar{x}_\text{甲} = 90$  分，请你计算乙队五场比赛成绩的平均分  $\bar{x}_\text{乙}$ ；
- (3) 就这五场比赛，分别计算两队成绩的极差；
- (4) 如果从甲、乙两队中选派一支球队参加篮球锦标赛，根据上述统计情况，试从平均分、折线的走势、获胜场数和极差四个方面分别进行简要分析，你认为选派哪支球队参加更能取得好成绩？

## 综合练习

### 一、选择题

1. 数据 1、2、3、4、5 的平均数是 ( )

- A.1      B.2      C.3      D.4

2. 在九年级体育中考中, 某校某班参加仰卧起坐测试的一组女生(每组 8 人) 测试成绩如下  
(单位: 次/分):

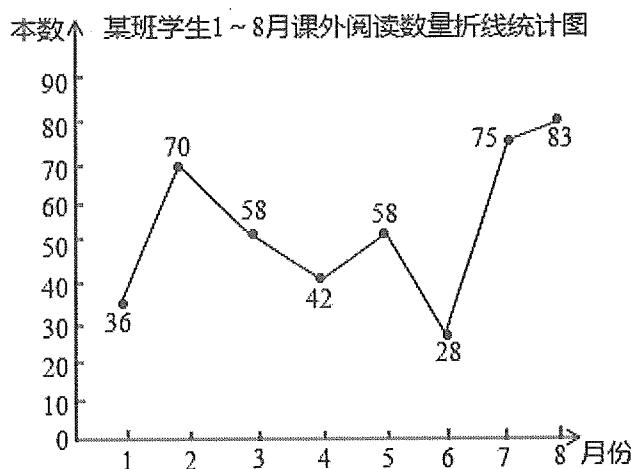
44、45、42、48、46、43、47、45. 则这组数据的极差为 ( )

- A.2      B.4      C.6      D.8

3. 如果一组数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的方差是 3, 则另一组数据  $x_1 + 5, x_2 + 5, \dots, x_n + 5$  的方差是 ( )

- A.3      B.8      C.9      D.14

4. 班长统计去年 1~8 月“书香校园”活动中全班同学的课外阅读量(单位: 本), 绘制了右图所示的折线统计图, 则下列说法正确的是 ( )



- A. 极差是 47      B. 众数是 42  
C. 中位数是 58      D. 每月阅读量超过 40 的有 4 个月

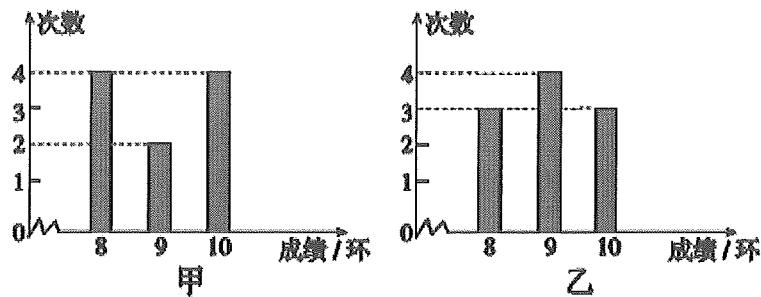
5. 下列说法中正确的是 ( )

- A. 想了解某河段的水质, 宜采用全面调查  
B. 想了解某种饮料中含色素的情况, 宜采用抽样调查  
C. 数据 1、1、2、2、3 的众数是 3  
D. 一组数据的波动越大, 方差越小

6. 某课外学习小组有 5 人，在一次数学测试中的成绩分别是：120，100，135，100，125，则它们的成绩的平均数和众数分别是（ ）

- A. 116 和 100      B. 116 和 125      C. 106 和 120      D. 106 和 135

7. 下图是甲、乙两人 10 次射击成绩（环数）的条形统计图，则下列说法正确的是（ ）



- A. 甲比乙的成绩稳定  
B. 乙比甲的成绩稳定  
C. 甲、乙两人的成绩一样稳定  
D. 无法确定谁的成绩更稳定

8. 北京今年 6 月某日部分县的高气温如下表：则这 10 个区县该日最高气温的众数和中位数分别是（ ）

区县	大兴	通州	平谷	顺义	怀柔	门头沟	延庆	昌平	密云	房山
最高气温	32	32	30	32	30	32	29	32	30	32

- A. 32,32      B. 32,30      C. 30,32      D. 32,31

9. 某校七年级有 13 名同学参加百米竞赛，预赛成绩各不相同，要取前 6 名参加决赛，小梅已经知道了自己的成绩，她想知道自己能否进决赛，还需要知道这 13 名同学成绩的（ ）  
A. 中位数      B. 众数      C. 平均数      D. 极差

10. 某农科院对甲、乙两种甜玉米各用 10 块相同条件的试验田进行试验，得到两个品牌每公顷产量的两组数据，其方差分别为  $s_{\text{甲}}^2 = 0.002$ 、 $s_{\text{乙}}^2 = 0.03$ ，则（ ）

- A. 甲比乙的产量稳定      B. 乙比甲的产量稳定  
C. 甲、乙的产量一样稳定      D. 无法确定哪一品种的产量更稳定

## 二、填空题

11. 为了解全国初中毕业生的睡眠状况，比较合适的调查方式是\_\_\_\_\_。（填“全面调查”或“抽样调查”）

12. 在参加“森林重庆”的植树活动中，某班六个绿化小组植树的棵树分别是：10、9、9、10、11、9，则这组数据的众数是\_\_\_\_\_.
13. 某校艺术节演出中，5位评委给某个节目打分如下：9分，9.3分，8.9分，8.7分，9.1分，则该节目的平均得分是\_\_\_\_\_分.
14. 某生数学科课堂表现位90分，平时作业为92分，期末考试为85分，若这三项成绩分别按30%、30%、40%的比例计入总评成绩，则该生数学科总评成绩是\_\_\_\_\_分.
15. 数据9.30、9.05、9.10、9.40、9.20、9.10的众数是\_\_\_\_\_；中位数是\_\_\_\_\_.
16. 甲、乙、丙三位选手各10次射击成绩的平均数和方差，统计如下表：
- | 选手  | 甲     | 乙     | 丙     |
|-----|-------|-------|-------|
| 平均数 | 9.3   | 9.3   | 9.3   |
| 方差  | 0.026 | 0.015 | 0.032 |
- 则射击成绩最稳定的选手是\_\_\_\_\_。（填“甲”、“乙”、“丙”中的一个）
17. 在某校九年级安全疏散演习中，各班疏散的时间分别是3分钟、2分40秒、3分20秒、3分30秒、2分45秒，这次演习中，疏散时间的极差为\_\_\_\_\_秒.
18. 一段时间内，鞋店为了解某牌女鞋的销售情况，对各种尺码鞋的销量进行了统计分析，在“平均数”、“中位数”、“众数”、“方差”等统计量中，店主最关心的统计量是\_\_\_\_\_.
19. 某灯具厂从一万件同批次产品中随机抽取了100件进行质检，发现其中有5件不合格，估计该厂这一万件产品中不合格品约为\_\_\_\_\_件.
20. 已知2、3、5、 $m$ 、 $n$ 五个数据的方差是2，那么3、4、6、 $m+1$ 、 $n+1$ 五个数据的方差是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

21. 某班数学兴趣小组收集了本市 4 月份 30 天的日最高气温的数据，经过统计分析获得了两条信息和一个统计表：

信息 1：4 月份日最高气温的中位数是  $15.5^{\circ}\text{C}$ ；

信息 2：日最高气温是  $17^{\circ}\text{C}$  的天数比日最高气温是  $18^{\circ}\text{C}$  的天数多 4 天

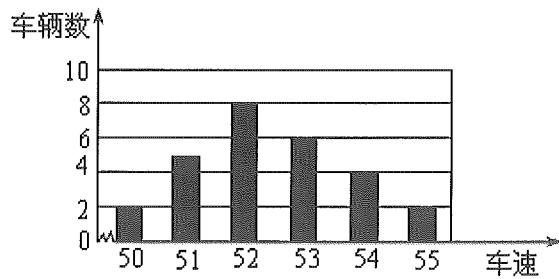
4 月份日最高气温统计表

气温 $^{\circ}\text{C}$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
天数/天	2	3		5	4			2	2	3

请根据上述信息回答下列问题：

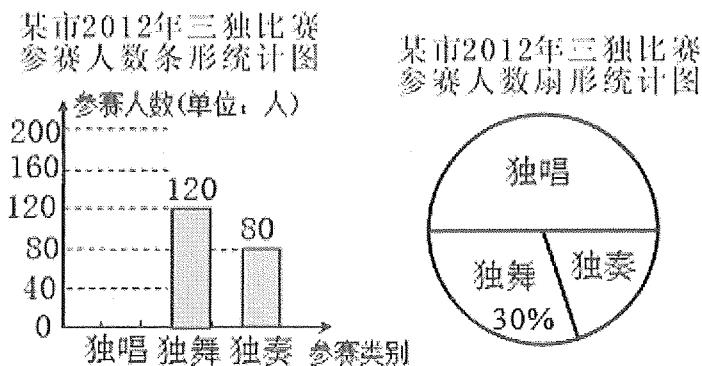
- (1) 4 月份的最高气温是  $13^{\circ}\text{C}$  的有 \_\_\_\_\_ 天，  $16^{\circ}\text{C}$  的有 \_\_\_\_\_ 天，  $17^{\circ}\text{C}$  的有 \_\_\_\_\_ 天。
- (2) 4 月份最高气温的众数是 \_\_\_\_\_  $^{\circ}\text{C}$ ， 极差是 \_\_\_\_\_  $^{\circ}\text{C}$ 。

22. 下图是交警在一个路口统计的某个时段来往车辆的车速情况（单位：千米/时）



- (1) 找出该样本数据的众数和中位数；
- (2) 计算这些车的平均速度；（结果精确到 0.1）
- (3) 若某车以  $50.5$  千米/时的速度经过该路口，能否说该车的速度要比一半以上车的速度快？并说明判断理由。

23. 某市每年都要举行中小学三独比赛（包括独唱、独舞、独奏三个类别），右图是该市 2013 年参加三独比赛的不完整的参赛人数统计图。



- (1) 该市参加三独比赛的总人数是 \_\_\_\_\_ 人，图中独唱所在的扇形的圆心角的度数是 \_\_\_\_\_ 度，并把条形统计图补充完整；
- (2) 从这次参赛选手中随机抽取 20 人调查，其中有 9 人获奖，请你估算今年全市约有多少人获奖？

24. 为了推动课堂教学改革，打造高效课堂，配合我市“两型课堂”的课题研究，连城中学对八年级部分学生就一期来“分组合作学习”方式的支持程度进行调查，统计情况如图。试根据图中提供的信息，回答下列问题：

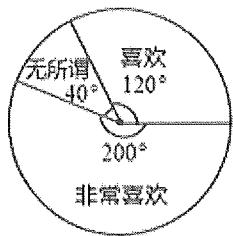


图1

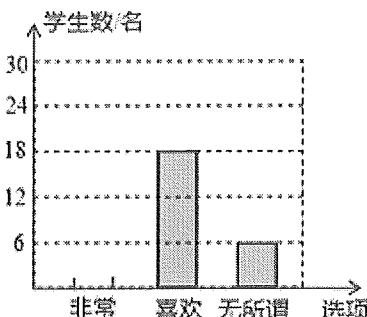


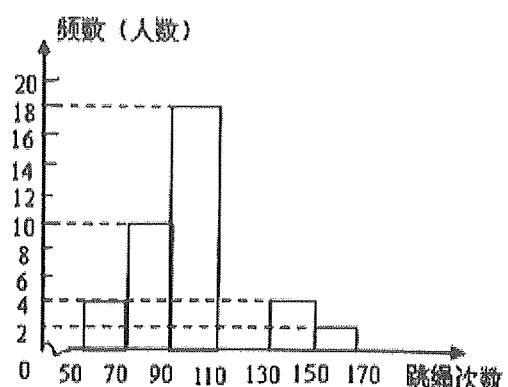
图2

- (1) 求本次被调查的八年级学生的人数，并补全条形统计图；
- (2) 若该校八年级学生共有 180 人，请你估计该校八年级有多少名学生支持“分组合作学习”方式（含“非常喜欢”和“喜欢”两种情况的学生）？

25. 某中学为了了解七年级男生入学时的跳绳情况，随机抽取 50 名刚入学的男生进行个人一分钟跳绳测试，并以测试数据为样本，绘制出部分频数分布表和部分频图数分布直方图（如图所示），根据图表解答下列问题：

- (1)  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (2) 这个样本数据的中位数落在第        组；
- (3) 若该校七年级入学时男生共有 150 人，请估计此时该校七年级男生个人一分钟跳绳成绩为优秀的人数（注：一分钟跳绳次数达到 130 次及以上为优秀）

组别	次数 $x$	频数（人数）
第 1 组	$50 \leq x < 70$	4
第 2 组	$70 \leq x < 90$	$a$
第 3 组	$90 \leq x < 110$	18
第 4 组	$110 \leq x < 130$	$b$
第 5 组	$130 \leq x < 150$	4
第 6 组	$150 \leq x < 170$	2



## 第二十一章 一元二次方程

### 21.1 一元二次方程

#### 一、填空题

1. 只含有\_\_\_\_\_个未知数，并且未知数的\_\_\_\_\_次数是2的方程，叫做一元二次方程，它的一般形式为\_\_\_\_\_.
2. 把 $x(x-2)=4x^2-3x$ 化成一般形式为\_\_\_\_\_，二次项系数为\_\_\_\_\_，一次项系数为\_\_\_\_\_，常数项为\_\_\_\_\_.
3. 已知方程 $(a-4)x^{|a|-2}+2x+a=0$ 是一个一元二次方程，则 $a$ 的值为\_\_\_\_\_.
4. 若 $x=2$ 是方程 $a^2x^2-x+1=0$ 的一个解，则 $a$ 的值是\_\_\_\_\_.
5. 方程 $(x+2)^2=8$ 的根是\_\_\_\_\_.
6. 若关于 $x$ 的方程 $x^{2a+b}-x^{a-b}+1=0$ 是一元二次方程，则 $a,b$ 的值分别为\_\_\_\_\_.

#### 二、填空题

7. 下列方程中一元二次方程的个数为( )  

① $x^2-2=0$	② $x^2+y^2=1$	③ $\sqrt{x^2-4}=5$	④ $x+\frac{1}{x}=2$
-------------	---------------	--------------------	---------------------

A. 1个	B. 2个	C. 3个	D. 4个
-------	-------	-------	-------
8. 下列选项中是一元二次方程的是( )  

A. $x^2+2x-5$	B. $\frac{3x}{x^2+2}=1$	C. $t^2-t+1=0$	D. $x+7=0$
---------------	-------------------------	----------------	------------
9. 方程 $(m^2-1)x^2+mx-5=0$ 是关于 $x$ 的一元二次方程，则 $m$ 满足的条件是( ).  

A. $m \neq 1$	B. $m \neq 0$	C. $m \neq -1$	D. $m \neq \pm 1$
---------------	---------------	----------------	-------------------

10. 方程 $3x^2+9=0$ 的根为( ).  

A. 3	B. -3	C. $\pm 3$	D. 无实数根
------	-------	------------	---------

11. 用配方法解方程 $x^2-\frac{2}{3}x+1=0$ 正确的解法是( )  

A. $(x-\frac{1}{3})^2=\frac{8}{9}$ , $x=\frac{1}{3}\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$	B. $(x-\frac{1}{3})^2=-\frac{8}{9}$ , 原方程无解
--	---

C. $(x-\frac{2}{3})^2=\frac{5}{9}$ , $x_1=\frac{2}{3}+\frac{\sqrt{5}}{3}$ , $x_2=\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{5}}{3}$	D. $(x-\frac{2}{3})^2=1$ , $x_1=\frac{5}{3}$ , $x_2=-\frac{1}{3}$
--	---
12. 已知 $x=-1$ 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根( $b \neq 0$ )，则 $\sqrt{\frac{a}{b}+\frac{c}{b}}=( )$   

A. 1	B. -1	C. 0	D. 2
------	-------	------	------

#### 三、解答题

- 13.(1)若方程 $(m-1)x^2+\sqrt{m}x=1$ 是关于 $x$ 的一元二次方程.求 $m$ 的取值范围.

(2)如果  $x=1$  是方程  $ax^2+bx+3=0$  的一个根, 求  $(a-b)^2+4ab$  的值.

14.(1)关于  $x$  的一元二次方程  $(a-1)x^2+x+a^2-1=0$  的一个根为 0, 则求  $a$  的值.

(2)如果关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$  中的二次项系数与常数项之和等于一次项系数, 求证:  $-1$  必是该方程的一个根.

15.(1)解方程:

$$\textcircled{1} 16x^2 - 25 = 0; \quad \textcircled{2} 12(2-x)^2 - 9 = 0;$$

$$\textcircled{3} 3x^2 - \frac{16}{3} = 0; \quad \textcircled{4} (x-5)^2 = (3x+2)^2;$$

(2)已知  $a$  是方程  $x^2 - 2008x + 1 = 0$  的一个根, 求  $a^2 - 2007a + \frac{2008}{a^2 + 1}$  的值.

## 21.2 降次—解一元二次方程 (1)

### 一、填空题

1. 填上适当的数使下面各等式成立:

①  $x^2 - 5x + = (x-)^2$ ; ②  $x^2 + 4x + = (x+)^2$ ; ③  $x^2 + \frac{2}{3}x + = (x+)^2$ ; ④  $x^2 - \frac{b}{a}x + = (x-)^2$ ;

2. 方程  $x^2 + 4x - 5 = 0$  的解是\_\_\_\_\_.

3. 代数式  $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$  的值为 0, 则  $x$  的值为\_\_\_\_\_.

4. 已知  $(x+y)(x+y+2) - 8 = 0$ , 求  $x+y$  的值, 若设  $x+y = z$ , 则原方程可变为\_\_\_\_\_.  
所以求出  $z$  的值即为  $x+y$  的值, 所以  $x+y$  的值为\_\_\_\_\_.

5. 无论  $x$ 、 $y$  取任何实数, 多项式  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 16$  的值总是\_\_\_\_\_数.

6. 如果  $16(x-y)^2 + 40(x-y) + 25 = 0$ , 那么  $x$  与  $y$  的关系是\_\_\_\_\_.

### 二选择题

7. 将二次三项式  $x^2 - 4x + 1$  配方后得 ( ) .

- A.  $(x-2)^2 + 3$  B.  $(x-2)^2 - 3$  C.  $(x+2)^2 + 3$  D.  $(x+2)^2 - 3$

8. 已知  $x^2 - 8x + 15 = 0$ , 左边化成含有  $x$  的完全平方式, 其中正确的是 ( ).

- A.  $x^2 - 8x + (-4)^2 = 31$  B.  $x^2 - 8x + (-4)^2 = 1$   
C.  $x^2 + 8x + 4^2 = 1$  D.  $x^2 - 4x + 4 = -11$

9. 如果  $mx^2 + 2(3-2m)x + 3m-2 = 0 (m \neq 0)$  的左边是一个关于  $x$  的完全平方式, 则  $m$  等于 ( ).

- A. 1 B. -1 C. 1 或 9 D. -1 或 9

10. 配方法解方程  $2x^2 - \frac{4}{3}x - 2 = 0$  应把它先变形为 ( ).

- A.  $(x - \frac{1}{3})^2 = \frac{8}{9}$  B.  $(x - \frac{2}{3})^2 = 0$  C.  $(x - \frac{1}{3})^2 = \frac{8}{9}$  D.  $(x - \frac{1}{3})^2 = \frac{10}{9}$

11. 下列方程中, 一定有实数解的是 ( ).

- A.  $x^2 + 1 = 0$  B.  $(2x^2 + 1) = 0$  C.  $(2x^2 + 1) + 3 = 0$  D.  $(\frac{1}{2}x - a)^2 = a$

12. 已知  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 14 = 0$ , 则  $x+y+z$  的值是 ( ).

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

### 三、解答题

13. 用配方法解下列方程:

(1)  $3x^2 - 5x = 2$ ; (2)  $x^2 + 8x = 9$ ;

$$(3) \quad x^2 + 12x - 15 = 0;$$

$$(4) \quad \frac{1}{4}x^2 - x - 4 = 0;$$

$$(5) \quad 2x^2 + 12x + 10 = 0;$$

$$(6) \quad x^2 + px + q = 0 (p^2 - 4q \geq 0)$$

14. (1) 设  $a > b > 0, a^2 + b^2 = 3ab$ , 求  $\frac{a+b}{a-b}$  的值

(2) 已知代数式  $x^2 - 5x + 7$ , 先用配方法说明: 不论  $x$  取何值, 这个代数式的值总是正数; 再求出当  $x$  取何值时, 这个代数式的值最小, 最小值是多少?

15. 如果  $x^2 - 4x + y^2 + 6y + \sqrt{z+2} + 13 = 0$ , 求  $(xy)^z$  的值.

## 21.2 降次——解一元二次方程 (2)

### 一、 填空题

1. 一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的求根公式是 \_\_\_\_\_, 条件是 \_\_\_\_\_.
2. 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时, 代数式  $x^2 - 8x + 12$  的值是 -4.
3. 若关于  $x$  的一元二次方程  $(m-1)x^2 + x + m^2 + 2m - 3 = 0$  有一根为 0, 则  $m$  的值是 \_\_\_\_\_.
4. 方程  $3x^2 - 2x + 4 = 0$  中,  $b^2 - 4ac = \underline{\hspace{2cm}}$ , 则该一元二次方程实数根 \_\_\_\_\_.
5. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 4x - m = 0$  的一个根是  $\sqrt{5} - 2$ , 则  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ , 方程的另一个根是 \_\_\_\_\_.
6. 如果关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 6x + c = 0$  ( $c$  是常数) 没有实数根, 那么  $c$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

### 二、 选择题

7. 用公式法解方程  $4x^2 - 12x = 3$ , 得到 ( ).  
A.  $x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{2}$       B.  $x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{2}$       C.  $x = \frac{-3 \pm 2\sqrt{3}}{2}$       D.  $x = \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{2}$
8. 方程  $\sqrt{2}x^2 + 4\sqrt{3}x + 6\sqrt{2} = 0$  的根是 ( ).  
A.  $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = \sqrt{3}$       B.  $x_1 = 6, x_2 = \sqrt{2}$   
C.  $x_1 = 2\sqrt{2}, x_2 = \sqrt{2}$       D.  $x_1 = x_2 = -\sqrt{6}$
9.  $(m^2 - n^2)(m^2 - n^2 - 2) - 8 = 0$ , 则  $m^2 - n^2$  的值是 ( ).  
A. 4      B. -2      C. 4 或 -2      D. -4 或 2
10. 方程  $x^2 + x - 1 = 0$  的一个根是 ( ).  
A.  $1 - \sqrt{5}$       B.  $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$       C.  $-1 + \sqrt{5}$       D.  $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$
11. 方程  $x^2 - x + 2 = 0$  的根的情况是 ( ).  
A. 只有一个实数根      B. 有两个不相等的实数根  
C. 有两个相等的实数根      D. 没有实数根
12. 若最简二次根式  $\sqrt{m^2 - 7}$  和  $\sqrt{8m + 2}$  可以合并, 则  $m$  的值为 ( ).  
A. 9 或 -1      B. -1      C. 1      D. 9

### 三、解答题

13. 用公式法解下列方程:

$$(1) \quad x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$(2) \quad 2x^2 - x = 6$$

$$(3) \quad 4x^2 - 3x - 1 = x - 2$$

$$(4) \quad 3x(x-3) = 2(x-1) \bullet (x+1)$$

$$(5) \quad (x-2)(x+5) = 8$$

$$(6) \quad (x+1)^2 = 2(x+1)$$

14. (1) 设  $m$  是实数, 求关于  $x$  的方程  $x^2 - (m+3)x + m + 2 = 0$  的根.

(2) 如果关于  $x$  的一元二次方程  $(ax+1) \bullet (x-a) = a-2$  的各项系数之和等于 3, 求  $a$  的值并解此方程.

15. 设  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的两根

(1) 试推导  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ ;

(2) 求代数式  $a(x_1^3 + x_2^3) + b(x_1^2 + x_2^2) + c(x_1 + x_2)$  的值.

## 21.2 降次—解一元二次方程(3)

### 一、填空题

1.  $x^2 - 5x$  因式分解结果为\_\_\_\_\_;  $2x(x-3) - 5(x-3)$  因式分解的结果是\_\_\_\_\_.
2. 方程  $(2x-1)^2 = 2x-1$  的根是\_\_\_\_\_.
3. 二次三项式  $x^2 + 20x + 96$  分解因式的结果为\_\_\_\_\_.  
如果令  $x^2 + 20x + 96$ , 那么它的两个根是\_\_\_\_\_.
4. 方程  $2x(x-2) = 3(x-2)$  的解是\_\_\_\_\_.
5. 若  $(2x+3y)^2 + 2(2x+3y) - 8 = 0$ , 则  $2x+3y$  的值为\_\_\_\_\_.

6. 已知  $y = x^2 - 6x + 9$ , 当  $x =$  \_\_\_\_\_ 时,  $y$  的值为 0; 当  $x =$  \_\_\_\_\_ 时,  $y$  的值等于 9.

### 二、选择题

7. 方程  $x(x+1)(x-2) = 0$  的根是( )  
A. -1, 2    B. 1, -2    C. 0, -1    D. 0, 1, 2
8. 若关于  $x$  的一元二次方程的根分别为 -5, 7, 则该方程可以为( ).  
A.  $(x+5)(x-7) = 0$     B.  $(x-5)(x+7) = 0$   
C.  $(x+5)(x+7) = 0$     D.  $(x-5)(x-7) = 0$
9. 方程  $(x+4)(x-5) = 1$  的根为( )  
A.  $x=4$     B.  $x=5$     C.  $x_1 = 4, x_2 = 5$     D. 以上结论都不对
10. 下列命题①方程  $kx^2 - x - 2 = 0$  是一元二次方程; ②  $x=1$  与方程  $x^2 = 1$  是同解方程;  
③ 方程  $x^2 = x$  与方程  $x=1$  是同解方程; ④ 由  $(x+1)(x-1) = 0$  可得  $x+1=0$  或  $x-1=0$   
其中正确的命题有( )  
A. 0 个    B. 1 个    C. 2 个    D. 3 个
11. 如果不为零的  $n$  是关于  $x$  的方程  $x^2 - mx + n = 0$  的根, 那么  $m-n$  的值为( )  
A.  $-\frac{1}{2}$     B. -1    C.  $\frac{1}{2}$     D. 1
12. 方程  $x(x-1)=2$  的解是( )  
A.  $x=-1$     B.  $x=-2$     C.  $x_1 = 1, x_2 = -2$     D.  $x_1 = -1, x_2 = 2$

### 三、解答题

13. 用因式分解法解下列方程

(1)  $3x(x-1) = 2(1-x)$                   (2)  $(x+1)^2 = 25$

$$(3) 9x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$(4) 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$(5) x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0$$

$$(6) x^2 + 2(p-q)x - 4pq = 0$$

14.(1)已知等腰三角形的底边长为 9,腰是方程  $x^2 - 10x + 24 = 0$  的一个根,求这个三角形的周长;

(2)已知实数  $(x^2 - x)^2 - 4(x^2 - x) - 12 = 0$  求  $x^2 - x - 1$  的值.

15.设方程  $(2000x)^2 - 2001 \times 1999x - 1 = 0$  的较大根为  $a$ ,方程  $x^2 + 1998x - 1999 = 0$  的较小根为  $b$ ,求  $a-b$  的值.

## 21.2 降次一解一元二次方程(4)

### 一、填空题

1. 解方程:  $2(x-1)^2 - 1 = 0$ , 较好的方法是\_\_\_\_\_.
2. 解方程:  $(2x-1)^2 - 2(2x-1) = 3$ , 较好的方法是\_\_\_\_\_.
3. 已知  $3x^2 - 6$  的值等于 21, 则  $x$  的值为\_\_\_\_\_.
4. 已知  $y_1 = 2x^2 + 7x - 1$ ,  $y_2 = 6x + 2$  当  $x$  取\_\_\_\_\_时  $y_1 = y_2$ .
5. 已知实数  $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12 = 0$ , 则  $x^2 + x + 1$  的值为\_\_\_\_\_.

### 二、填空题

6. 方程  $x^2 + 6x + 9 = 0$  的根是( )  
A.  $x=3$       B.  $x_1 = x_2 = 3$       C.  $x=-3$       D.  $x_1 = x_2 = -3$
7.  $0.2x^2 + 0.7 = 2.5$  的根是( )  
A.  $x=3$       B.  $x=\pm 3$       C.  $x=\pm 9$       D.  $x=-3$
8. 已知  $(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 - 1) - 6 = 0$ , 则  $x^2 + y^2$  的值是( )  
A. 3 或 -2      B. -3 或 2      C. 3      D. -2
9.  $\sqrt{5}x^2 - x = 0$  的根是( )  
A.  $x = \frac{\sqrt{5}}{5}$       B.  $x_1 = 0, x_2 = \frac{\sqrt{5}}{5}$       C.  $x_1 = 0, x_2 = -\sqrt{5}$       D.  $x = \sqrt{5}$
10.  $(x-2)^2 = x-2$  的根是( )  
A.  $x=2$       B.  $x=1$  或  $x=3$       C.  $x=3$

### 三、解答题

11. 用适当方法解方程

$$(1) 3x^2 + x - 1 = 0; \quad (2) 2(\sqrt{2}x - 3)^2 = 12;$$

$$(3) (3x-2)^2 = 4(3-x)^2; \quad (4) (x-1)(x+2) = -2;$$

$$(5) x^2 - 3|x| + 2 = 0$$

12.(1)解关于  $x$  的方程:  $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$

(2)探索方程  $(m^2 - 3m + 2)x^2 + (m - 2)x + 7 = 0$ , 当  $m$  为何值时①是一元二次方程; ②是一元一次方程.

13.解方程  $(x-2)(x+1)(x+4)(x+7)=19$ .

## 21.2 降次一解一元二次方程(5)

### 一、填空题

1. 一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 根的判别式为  $\Delta = b^2 - 4ac$ ,

当  $b^2 - 4ac > 0$  时, 方程有两个不相等的实数根;

当  $b^2 - 4ac = 0$  时, 方程有两个相等的实数根;

当  $b^2 - 4ac < 0$  时, 方程没有实数根.

2. 方程  $4x^2 - 3x = 0$  的根的判别式的值是\_\_\_\_\_.

3. 若关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x - m = 0$  有两个相等的实数根, 则  $m$  的值是\_\_\_\_\_.

4. 关于  $x$  的方程  $(a-5)x^2 - 4x - 1 = 0$  有实数根, 则  $a$  满足\_\_\_\_\_.

### 二、选择题

5. 已知一元二次方程  $x^2 + x - 1 = 0$ , 下列判断正确的是( )

- A. 该方程有两个相等的实数根    B. 该方程有两个不相等的实数根  
C. 该方程无实数根                      D. 该方程根的情况不确定

6. 方程  $x^2 - 3x = 4$  根的判别式的值是( )

- A. -7    B. 25    C. ±5    D. 5

7. 下列一元二次方程中没有实数根的是( )

A.  $x^2 + 2x - 1 = 0$     B.  $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 = 0$

C.  $x^2 + x - 2 = 0$     D.  $x^2 + \sqrt{2}x + 1 = 0$

8. 如果关于  $x$  的方程  $(m-2)x^2 - (2m-1)x + m = 0$  只有一个实数根, 那么方程

$mx^2 - (m+2)x + 4 - m = 0$  的根的情况是( )

- A. 没有实数根                      B. 有两个不相等的实数根  
C. 有两个相等的实数根            D. 只有一个实数根

9. 已知关于  $x$  的方程  $(m+2)x^2 - 3x + 1 = 0$  有两个不相等的实数根, 则  $m$  的取值范围是

( )

- A.  $m < \frac{1}{4}$  且  $m \neq -2$     B.  $m < -\frac{1}{4}$  且  $m \neq -2$     C.  $m < \frac{1}{4}$     D.  $m < -\frac{1}{4}$

### 三、解答题

10. 当  $m$  为何值时, 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x + m - \frac{1}{2} = 0$  有两个相等的实数根? 此时这两个相等的实数根是多少?

11.若关于  $x$  的一元二次方程  $(1-2k)x^2 - 2\sqrt{k+1}x - 1 = 0$  有两个不相等的实数根,求  $k$  的取值范围.

12.已知关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + 1 = 0 (a \neq 0)$  有两个相等的实数根,求  $k$  的值.

13.求证:不论  $k$  取何实数,方程  $(k^2 + 1)x^2 - 2kx + (k^2 + 4) = 0$  都没有实根.

★14.已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2(2m-3)x + 4m^2 - 14m + 8 = 0$

- (1)若  $m > 0$ ,求证:方程有两个不相等的实数根;
- (2)若  $12 < m < 40$  ( $m$  为整数),且方程有两个整数根,求  $m$  的值

## 21.2 降次一解一元二次方程(6)

一、不解方程，判断方程根的情况

1.不解方程，判断下列方程的根的情况

(1)  $x^2 - 3x - 2 = 0$ ; (2)  $2x^2 + 3x = 0$ ; (3)  $3x^2 + 2 = 2\sqrt{6}x$ ;

(4)  $(m^2 - m)x^2 - (2m - 1)x + 1 = 0$  (关于  $x$  的方程)

2.不解方程判断方程  $ax^2 + c = 0$  ( $a \neq 0$  根的情况)

二、根据方程根的情况确定特定系数(字母的取值范围)

3.对于实数  $u$ 、 $v$ ，定义一种运算“ $*$ ”为:  $u*v = uv + v$ . 若关于  $x$  的方程  $x*(ax) = -\frac{1}{4}$  有两个相等的实数根，求满足条件的实数  $a$  的值.

4.已知  $m$ 、 $n$  为整数，关于  $x$  的方程  $x^2 - mx - n + 3 = 0$  有两个不相等的实数根；  
 $x^2 + (m - 6)x - n - 7 = 0$  有两个相等的实数根； $x^2 + (m - 4)x - n + 5 = 0$  无实数根；求  $m$  的值.

5.已知关于  $x$  的方程  $(m^2 - m)x^2 - 2mx + 1 = 0$  有两个不相等的实数根.

(1)求  $m$  的取值范围.

(2)若  $m$  为整数且  $m < 3$ ， $a$  是方程的一个根，求代数式  $2a^2 - 3a - \frac{2a^2 + 1}{4} + 3$  的值.

6. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 - 2ax - a + 2b = 0$ , 其中  $a, b$  为实数.
- (1) 若此方程有一个根为  $2a(a < 0)$ , 判断  $a$  与  $b$  的大小关系并说明理由;
  - (2) 若对于任何实数  $a$ , 此方程都有实数根, 求  $b$  的取值范围.

### 三、应用根的判别式判断三角形的形状

7. 已知  $a, b, c$  为  $\triangle ABC$  的三边, 当  $m > 0$  时, 关于  $x$  的方程  $c(x^2 + m) + b(x^2 - m) - 2\sqrt{m}ax = 0$  有两个相等的实数根, 求证  $\triangle ABC$  为直角三角形.

8. 已知  $a, b, c$  为  $\triangle ABC$  的三边, 且方程  $(x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) = 0$  有两个相等的实数根, 试判断  $\triangle ABC$  的形状

## \*21.2 降次一解一元二次方程(7)

### 一、填空题

1.如果  $x_1$ 、 $x_2$  是方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的两个根, 那么,  $\frac{1}{x_1} = -\frac{b}{a}$ ,  $\frac{1}{x_2} = \frac{c}{a}$ .

2.如果  $x_1$ 、 $x_2$  是方程  $x^2 - 3x - 2 = 0$  两个实根, 则  $(x_1 - 2)(x_2 - 2) =$  \_\_\_\_\_.

3.方程  $x^2 - 2x - m = 0$  的两个根是  $x_1$ 、 $x_2$ , 且  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

4.请你将下表中空格处补充完整:( $x_1$ 、 $x_2$  是所给方程的两个实数根)

方程	$x_1$	$x_2$	$k$
$x^2 - 3x + k = 0$		1	
$2x^2 - kx + 1 = 0$			
$kx^2 + 2x - 1 = 0$	1		-3

5.已知  $x_1$ 、 $x_2$  是关于  $x$  的方程  $x^2 + x - 3 = 0$  的两个根, 求  $x_1^2 + x_1 =$  \_\_\_\_\_;

$$x_1^3 - 4x_2^2 + 19 =$$
 \_\_\_\_\_;

### 二、选择题

6.已知方程  $x^2 - 2 = 0$  的两个根是  $x_1$ 、 $x_2$ , 那么这两个根与方程中系数的关系是( )

- A.  $x_1 + x_2 = -2$       B.  $x_1 \cdot x_2 = 2$       C.  $x_1 + x_2 = 2$       D.  $x_1 \cdot x_2 = -2$

7.若  $x_1$ 、 $x_2$  是一元二次方程的两个根, 且  $x_1 + x_2 = 1$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -12$  那么这个一元二次方程是( )

- A.  $x^2 + x - 12 = 0$       B.  $x^2 - x - 12 = 0$       C.  $x^2 + x + 12 = 0$       D.  $x^2 - x - 12 = 0$

8.若  $x_1$ 、 $x_2$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + x + n - 2 = mx$  的两个实数根, 且  $x_1 < 0$ ,  $x_2 - 3x_1 < 0$ ,

则必有( ).

- A.  $m > 1$ ,  $n > 2$       B.  $m > 1$ ,  $n < 2$       C.  $m < 1$ ,  $n > 2$       D.  $m < 1$ ,  $n < 2$

9.已知方程  $2x^2 - 6x + 5 = 0$ , 下列判断正确的是( )

- A. 方程两实数根的和等于 3      B. 方程两实数根的积等于  
C. 方程有两个不相等的实数根      D. 方程无实数根

### 三、解答题

10.已知方程  $2x^2 - (m-1)x + m^2 - 3 = 0$  两个根互为相反数, 请你求出方程的两个根.

11. 设  $x_1$ 、 $x_2$  是关于  $x$  的方程  $x^2 + 2ax + a^2 + 4a - 2 = 0$  的两个实数根, 当  $a$  为何值时,  $x_1^2 + x_2^2$  有最小值? 最小值是多少?

12. 已知关于  $x$  的方程  $k^2x^2 - 2(k+1)x + 1 = 0$  有两个实数根

(1) 求实数  $k$  的取值范围;

(2) 当  $k=1$  时, 设所给方程的两个实数根为  $x_1$ 、 $x_2$ , 求  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$  的值.

13. 已知  $x_1$ 、 $x_2$  是方程  $2x^2 - 2x + m + 1 = 0$  的两个实根.

(1) 求实数  $m$  的取值范围

(2) 如果  $x_1$ 、 $x_2$  满足不等式  $7 + 4x_1x_2 > x_1^2 + x_2^2$ , 且  $m$  为整数, 求  $m$  的值.

14. 已知  $x_1$ 、 $x_2$  是方程  $x^2 - 2kx + k^2 - k = 0$  的两个实根, 是否存在常数  $k$ , 使  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{3}{2}$  成立?

若存在, 请求出  $k$  的值; 若不存在, 请说明理由.

## 21.3 实际问题与一元二次方程(1)

### 一、填空题

1. 乌鲁木齐农牧区校舍改造工程初见成效，农牧区最漂亮的房子是学校。2005 年市政府对农牧区校舍改造的投入资金是 5786 万元，2007 年校舍改造的投入资金是 8058.9 万元，若设这两年投入农牧区校舍改造资金的年平均增长率为  $x$ ，则根据题意可列方程为\_\_\_\_\_。

2. 某商场在促销活动中，将原价 36 元的商品，连续两次降价  $m\%$  后售价为 25 元。根据题意可列方程为\_\_\_\_\_。

3. 某种药品原价为 100 元，经过连续两次的降价后，价格变为 64 元，如果每次降价的百分率是一样的，那么每次降价的百分率是\_\_\_\_\_。

### 二、选择题

4. 某种商品零售价经过两次降价后的价格为降价前的 81%，则平均每次降价( )

- A. 10%      B. 19%      C. 9.5%      D. 20%

5. 某农机厂四月份生产零件 50 万个，第二季度共生产零件 182 万个。设该厂五、六月份平均每月的增长率为  $x$ ，那么  $x$  满足的方程是( )

A.  $50(1+x)^2 = 182$       B.  $50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 182$

C.  $50(1+2x)^2 = 182$       D.  $50 + 50(1+x) + 50(1+2x)^2 = 182$

6. 某学校准备修建一个面积为 200 平方米的矩形花园，它的长比宽多 10 米，设花园的宽为  $x$  米，则可列方程为( )。

A.  $x(x-10) = 200$       B.  $2x + 2(x-10) = 200$

C.  $x(x+10) = 200$       D.  $2x + 2(x+10) = 200$

### 三、解答题

7. 为落实国务院调控政策，使“居者有其屋”某市加快了廉租房的建设力度，2010 年市政府共投资 2 亿元人民币建设了廉租房 8 万平方米，预计到 2012 年底三年共累计投资 9.5 亿元人民币建设廉租房，若在这两年内每年投资的增长率相同，求每年市政府投资的增长率。

8. 某校团委准备举办学生绘画展览，为美化画面，在长为 30cm，宽为 20cm 的矩形画面四周镶上宽度相等的彩纸，并使彩纸的面积恰好与原画面面积相等(如图)，求彩纸的宽度。

9.某商场销售一批名牌衬衫，平均每天可售出 20 件，每件盈利 45 元，为了扩大销售、增加盈利，尽快减少库存，商场决定采取适当的降价措施，经调查发现，如果每件衬衫每降价 1 元，商场平均每天可多售出 4 件，若商场平均每天盈利 210 元每件衬衫应降价多少元？

★10.通过市场调查，一段时间内某地区某一种农副产品的需求数量  $y$ (千克)与市场价格  $x$ (元/千克)( $0 < x < 30$ )存在下列关系：

$x$ (元/千克)	5	10	15	20
$y$ (千克)	4500	4000	3500	3000

又假设该地区这种农副产品在这段时间内的生产数量  $z$ (千克)与市场价格  $x$ (元/千克)成正比例关系： $z=400x$ ( $0 < x < 30$ ).现不计其它因素影响，如果需求数量  $y$  等于生产数量  $z$ ，那么此时市场处于平衡状态。

- (1)求  $y$  关于  $x$  的函数解析式；
- (2)根据以上市场调查，请你分析：当市场处于平衡状态时，该地区这种农副产品的市场价格与这段时间内农民的总销售收入各是多少？
- (3)如果该地区农民对这种农副产品进行精加工，此时生产数量  $z$  与市场价格  $x$  的函数关系发生改变，而需求数量  $y$  与市场价格  $x$  的函数关系未发生变化，那么当市场处于平衡状态时，该地区农民的总销售收入比未精加工市场平衡时增加了 17600 元.请问这时该农副产品的价格为多少元？

## 21.3 实际问题与一元二次方程(2)

### 一、填空题

1. 实际问题中常见的基本等量关系:

(1) 工作效率=\_\_\_\_\_;

(2) 距离=\_\_\_\_\_.

2. 某工厂 2006 年的年产量为  $a$  ( $a > 0$ ), 如果每年递增 10%, 那么 2007 年的年产量是\_\_\_\_\_. 2008 年的年产量是\_\_\_\_\_, 这三年的总产量是\_\_\_\_\_.

3. 某商品连续两次降价 10% 后的价格为  $a$  元, 该商品的原价为\_\_\_\_\_.

### 二、选择题

4. 两个连续奇数中, 设较大一个为  $x$ , 那么另一个为( )

- A.  $x+1$     B.  $x+2$     C.  $2x+1$     D.  $x-2$

5. 某厂一月份生产产品  $a$  件, 如果二月份比一月份增加 2 倍, 三月份的产量是二月份的 2 倍, 那么三个月的产品总件数是( )

- A.  $5a$     B.  $7a$     C.  $9a$     D.  $10a$

6. 某市 2008 年国内生产总值(GDP)比 2007 年增长了 12%, 由于受到国际金融危机的影响预计 2009 年比 2008 年增长 7%, 则这两年 GDP 年平均增长率  $x\%$  满足的关系是( )

- A.  $12\% + 7\% = x\%$     B.  $(1+12\%)(1+7\%) = 2(1+x\%)$   
C.  $12\% + 7\% = 2x\%$     D.  $(1+12\%)(1+7\%) = (1+x\%)^2$

7. 由于国家出台对房屋的限购令, 我省某地的房屋价格原价为 2400 元/米<sup>2</sup>, 通过连续两次

降价  $a$  后, 售价变为 2000 元/米<sup>2</sup>, 下列方程中正确的是( )

A.  $2400(1-a^2) = 2000$     B.  $2000(1-a^2) = 2400$

C.  $2400(1+a^2) = 2000$     D.  $2000(1+a^2) = 2400$

### 三、解答题

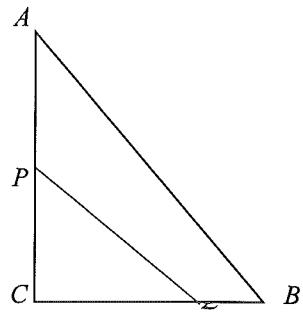
8. 上海市某电脑公司 2007 年的各项经营收入中, 经营电脑配件的收入为 600 万元, 占全年经营总收入的 40%. 该公司预计 2009 年经营总收入要达到 2160 万元, 且计划从 2007 年到 2009 年, 每年经营总收入的年增长率相同. 问 2008 年经营总收入为多少万元?

9. 在一块长方形镜面玻璃的四周镶上与它的周长相等的边框, 制成一面镜子, 镜子的长与宽的比是 2:1. 已知镜面玻璃的价格是每平方米 120 元, 边框的价格是每米 30 元, 另外制作这面镜子还需加工费 45 元. 设制作这面镜子的总费用是  $y$  元, 镜子的宽是  $x$  米.

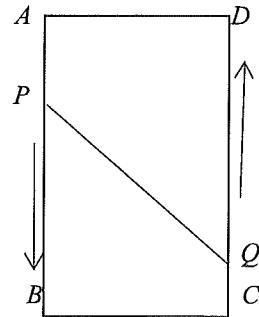
(1) 求  $y$  与  $x$  之间的关系式;

(2) 如果制作这面镜子共花了 195 元, 求这面镜子的长和宽.

10.如图,  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AC=8, BC=6$ . $P, Q$  分别在  $AC, BC$  边上, 同时由  $A, B$  两点出发, 分别沿  $AC, BC$  的方向向点  $C$  匀速移动, 它们的速度都是 1 米/秒, 几秒后  $\triangle PCQ$  的面积为  $Rt\triangle ABC$  的面积的一半?



11.如图, 已知  $A, B, C, D$  为矩形的四个顶点,  $AB$  长为 16 厘米,  $AD$  长为 6 厘米.动点  $P, Q$  分别从  $A, C$  同时出发, 点  $P$  以 3 厘米/秒的速度向点  $B$  移动, 一直到点  $B$  为止, 点  $Q$  以 2 厘米/秒的速度向点  $D$  移动, 当  $P, Q$  两点从出发开始到几秒时, 点  $P, Q$  间的距离是 10 厘米?



## 综合练习

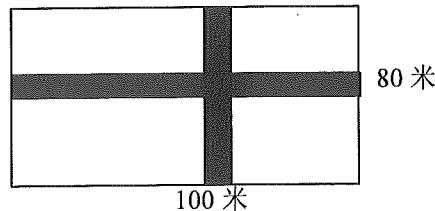
### 一、填空题

1. 若将方程  $x^2 + 6x = 7$  化为  $(x + m)^2 = 16$ , 则  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ .
2. 现定义运算“ $\star$ ”, 对于任意实数  $a$ 、 $b$ , 都有  $a \star b = a^2 - 3a + b$ , 如:  $3 \star 5 = 3^2 - 3 \times 3 + 5$ , 若  $x \star 2 = 6$ , 则实数  $x$  的值是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
3. 若一个一元二次方程的两个根分别是  $Rt\Delta ABC$  的两条边长, 且  $S_{\triangle ABC} = 3$ , 请写出一个符合题意的一元二次方程  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
4. 某企业 2010 年底缴税 40 万元, 2012 年底缴税 48.4 万元, 设这两年该企业缴税的年平均增长率为  $x$ , 根据题意, 可得方程  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
5. 若两个不等实数  $m$ 、 $n$  满足条件:  $m^2 - 2m - 1 = 0$ ,  $n^2 - 2n - 1 = 0$ , 则  $m^2 + n^2$  的值是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
6. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 - (a+b)x + ab - 1 = 0$ ,  $x_1$ 、 $x_2$  是此方程的两个实数根, 现给出三个结论: ①  $x_1 \neq x_2$ ; ②  $x_1 x_2 < ab$ ; ③  $x_1^2 + x_2^2 < a^2 + b^2$ . 则正确结论的序号是  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (填上你认为正确结论的所有序号)
7. 若  $|b-1| + \sqrt{a-4} = 0$ , 且一元二次方程  $kx^2 + ax + b = 0$  有实数根, 则  $k$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
8. 若关于  $x$  的方程  $(x-2)(x^2 - 4x + m) = 0$  有三个根, 且这三个根恰好可以作为一个三角形的三条边的长, 则  $m$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
9. 若关于  $x$  的方程  $kx^2 - 2x - 1 = 0$  有两个不相等的实数根, 则  $k$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
10. 若方程  $2x^2 - 2x + 3a - 4 = 0$  有两个不相等的实数根, 则  $a$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
11.  $|a-2| - \sqrt{a^2 + 16 - 8a}$  的值等于  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

### 二、选择题

11. 如图, 在长为 100 米, 宽为 80 米的矩形场地上修建两条宽度相等且互相垂直的道路, 剩余部分进行绿化, 要使绿化面积为 7644 米<sup>2</sup>, 则道路的宽应为多少米? 设道路的宽为  $x$  米, 则可列方程为 ( )

- A.  $100 \times 80 - 100x - 80x = 7644$       B.  $(100-x)(80-x) + x^2 = 7644$   
C.  $(100-x)(80-x) = 7644$       D.  $100x + 80x = 356$



- 12.一元二次方程  $2x^2 - 5x + 1 = 0$  的根的情况是 ( )  
 A. 有两个不相等的实数根      B. 有两个相等的实数根  
 C. 没有实数根      D. 无法确定
- 13.若关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x + m = 0$  有两个不相等的实数根, 则  $m$  的取值范围是 ( )  
 A.  $m < -1$       B.  $m < 1$   
 C.  $m > -1$       D.  $m > 1$
- 14.已知一元二次方程: ①  $x^2 + 2x + 3 = 0$ ; ②  $x^2 - 2x - 3 = 0$ . 下列说法正确的是 ( )  
 A. ①②都有实数解      B. ①无实数解, ②有实数解  
 C. ①有实数解, ②无实数解      D. ①②都无实数解
- 15.一元二次方程  $(x + 6)^2 = 16$  可转化为两个一元一次方程, 其中一个一元一次方程是  
 $x + 6 = 4$ , 则另一个一元一次方程是 ( )  
 A.  $x - 6 = -4$       B.  $x - 6 = 4$   
 C.  $x + 6 = 4$       D.  $x + 6 = -4$
- 16.如果三角形的两边长分别是方程  $x^2 - 8x + 15 = 0$  的两个根, 那么连接这个三角形三边的中点, 得到的三角形的周长可能是 ( )  
 A. 5.5      B. 5  
 C. 4.5      D. 4
- 17.若关于  $x$  的方程  $x^2 - 4x + m = 0$  没有实数根, 则  $m$  的取值范围是 ( )  
 A.  $m < -4$       B.  $m > -4$   
 C.  $m < 4$       D.  $m > 4$
- 18.已知实数  $a, b$  分别满足  $a^2 - 6a + 4 = 0$ , 且  $a \neq b$ , 则  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$  的值是 ( )  
 A. 7      B. -7  
 C. 11      D. -11
- 19.已知关于  $x$  的方程  $kx^2 + (1-k)x - 1 = 0$ , 下列说法正确的是 ( )  
 A. 当  $k=0$  时, 方程无解  
 B. 当  $k=1$  时, 方程有一个实数解  
 C. 当  $k=-1$  时, 方程有两个相等的实数解  
 D. 当  $k \neq 0$  时, 方程总有两个不相等的实数解
- 20.若  $a, b$  是  $x^2 + 2x - 2006 = 0$  的两根, 则  $a^2 + 3a + b =$  ( )  
 A. 2006      B. 2005  
 C. 2004      D. 2002

### 三、解答题

21.解方程:

$$(1) x^2 + x - 1 = 0; \quad (2) 2x^2 - 2x + 1 = 0.$$

22.给出三个多项式：① $2x^2 + 4x - 4$ ；② $2x^2 + 12x + 4$ ；③ $2x^2 - 4x$ .请你任选其中两个多项式进行加法运算（写出所有可能的结果），并求出令结果为 0 的  $x$  的值.

23.雅安地震牵动着全国人民的心，某单位开展了“一方有难，八方支援”赈灾捐款活动，第一天收到捐款 10000 元，第二天收到捐款 12100 元.

- (1) 如果第二天、第三天收到捐款的增长率相同，求捐款增长率；
- (2) 按照(1)中收到捐款的增长速度，第四天该单位能收到多少捐款？

24.已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (2k+1)x + k^2 + k = 0$ .

- (1) 求证：方程有两个不相等的实数根；
- (2) 若  $\triangle ABC$  的两边  $AB$ 、 $AC$  的长是方程的两个实数根，第三边  $BC$  的长为 5，当  $\triangle ABC$  是等腰三角形时，求  $k$  的值.

25.人教版教科书对分式方程验根的归纳如下：“解分式方程时，去分母后所得整式方程的解有可能使原分式方程中的分母为 0，因此应如下检验：将整式方程的解代入最简公分母，如果最简公分母的值不为 0，则整式方程的解是原分式方程的解；否则，这个解不是原分式方程的解.”

请你根据对这段话的理解，解决下面问题：已知关于  $x$  的方程  $\frac{m-1}{x-1} - \frac{x}{x-1} = 0$  无解，方程

$x^2 + kx + 6 = 0$  的一个根是  $m$ .

- (1) 求  $m$  和  $k$  的值；
- (2) 求方程  $x^2 + kx + 6 = 0$  的另一个根.

## 第二十二章 二次函数

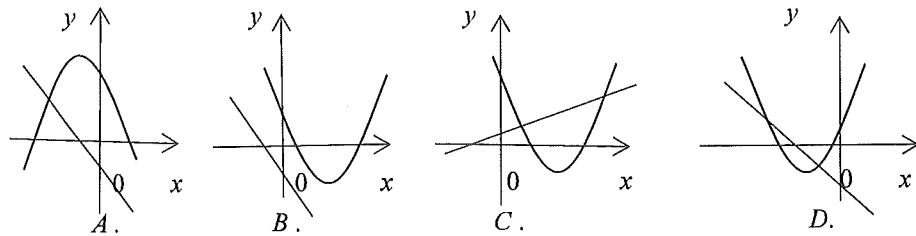
### 一、填空题

1. 用总长为  $60\text{ cm}$  的铁丝围成矩形场地, 矩形面积  $S(\text{cm}^2)$  与矩形的一边长  $x(\text{cm})$  之间的关系式是\_\_\_\_\_.
2. 函数  $y = -\frac{2}{3}x^2$  的图象开口\_\_\_\_\_，对称轴是\_\_\_\_\_，顶点坐标是\_\_\_\_\_.
3. 函数  $y = x^2$  的图象是\_\_\_\_\_，对称轴是\_\_\_\_\_，顶点坐标是\_\_\_\_\_；  
当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大; 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小;  
当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时,  $y$  有最\_\_\_\_\_值.
4. 函数  $y = (m^2 + m)x^{m^2 - 2m - 1}$  是关于  $x$  的二次函数, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.
5. 二次函数  $y = (m - 1)x^2$  开口向下, 则  $m \underline{\hspace{2cm}}$ .
6. 函数  $y = kx^{k^2 - 2k - 6}$  是二次函数, 当  $k = \underline{\hspace{2cm}}$  时, 函数有最小值.

### 二、选择题

7. 下列函数属于二次函数的是( )  
*A.*  $xy = 1$       *B.*  $y = x(x - 2)$   
*C.*  $y = \sqrt{x^2 + 1}$       *D.*  $y = 2x^2 - (2x^2 + x)$
8. 下列说法中正确的是( )  
*A.* 在函数  $y = 2x^2$  中, 当  $x = 0$  时,  $y$  有最大值 0  
*B.* 在函数  $y = 2x^2$  中, 当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小  
*C.* 抛物线  $y = 2x^2$ ,  $y = -x^2$ ,  $y = -\frac{1}{2}x^2$  中, 抛物线  $y = 2x^2$  的开口最小  
*D.* 不论  $a$  取何值,  $y = ax^2$  的顶点都是坐标原点
9. 函数  $y = mx^{m^2 - 2m - 1}$  是关于  $x$  的二次函数, 则  $m$  的值为( )  
*A.* 3      *B.* -1      *C.* -3      *D.* -1 或 3
10. 点  $A(2, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$  是函数  $y = -3x^2$  的图像上两点, 则  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系是( )  
*A.*  $y_1 > y_2$       *B.*  $y_1 < y_2$       *C.*  $y_1 = y_2$       *D.* 不能确定
11. 下列关于函数  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) 的说法中错误的有( )个  
①它的图像是抛物线; ②对称轴是  $y$  轴; ③顶点坐标是  $(0, 0)$ ; ④当  $a > 0$  时有最大值; ⑤当  $a > 0$  时  $y$  随  $x$  的增大而增大; ⑥当  $a < 0$  时, 开口向下  
*A.* 1      *B.* 2      *C.* 3      *D.* 4

12. 在同一直角坐标系中，函数  $y = mx + m$  和函数  $y = -mx^2 + 2x + 2$  ( $m$  是常数，且  $m \neq 0$ ) 的图像可能是（ ）



### 三、解答题

13. 一个二次函数，它的对称轴是  $y$  轴，顶点是原点，且经过点  $(-1, -2)$

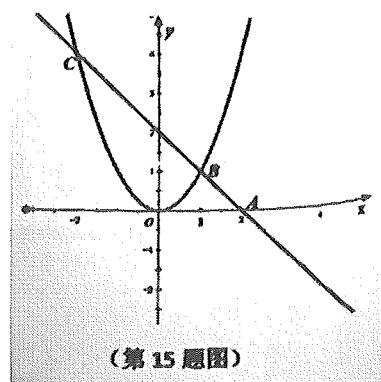
- (1) 写出这个函数的解析式；
- (2) 画出这个函数的图像；
- (3) 对称轴的左侧， $y$  随  $x$  的增大而怎样变化？
- (4) 这个函数有最大值还是最小值？这个值是多少？

14. 函数  $y = (m-2)x^{m^2-3m-2}$  为二次函数

- (1) 若其函数图像开口向上，求函数的解析式；
- (2) 若当  $x \geq 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小，求函数的解析式；

★15. 已知, 如图: 直线  $AB$  过  $x$  轴上的点  $A(2,0)$ , 且与抛物线  $y = ax^2$  相交于  $B, C$  两点,  
点  $B$  的坐标为  $(1,1)$

- (1) 若直线  $AB$  和抛物线的函数解析式;
- (2) 如果抛物线上有一点  $D$ , 使得  $S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BCO}$ , 求点  $D$  的坐标;



## 22.1 二次函数及其图像 (2)

### 一、填空题

1. 已知  $a \neq 0$ , ,

抛物线  $y = ax^2$  的顶点坐标为\_\_\_\_\_，对称轴为\_\_\_\_\_；

抛物线  $y = ax^2 + c$  的顶点坐标为\_\_\_\_\_，对称轴为\_\_\_\_\_；

抛物线  $y = a(x - m)^2$  的顶点坐标为\_\_\_\_\_，对称轴为\_\_\_\_\_.

2. 把抛物线  $y = 2x^2$  向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_个单位，就得到抛物线\_\_\_\_\_.

3. 抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2$  向左平移 3 个单位，就得到抛物线\_\_\_\_\_.

4. 抛物线  $y = 3(x + 1)^2$  的开口向\_\_\_\_\_，顶点坐标是\_\_\_\_\_.

5. 抛物线  $y = m(x + n)^2$  向左平移 2 个单位后，得到的函数关系式是  $y = -3(x - 4)^2$ ，则  $m = _____$ ， $n = _____$ .

6. 抛物线  $y = -4(x - 2)^2$  与  $y$  轴的交点坐标是\_\_\_\_\_，与  $x$  轴的交点坐标是\_\_\_\_\_.

### 二、选择题

7. 要得到抛物线  $y = \frac{1}{3}(x - 4)^2$ ，可将抛物线  $y = \frac{1}{3}(x + 1)^2$  ( )

- A. 向上平移 5 个单位      B. 向下平移 5 个单位  
C. 向左平移 5 个单位      D. 向右平移 5 个单位

8. 下列各组抛物线中能够互相平移得到的是 ( )

A.  $y = 2x^2$  与  $y = 3x^2$       B.  $y = 2x^2$  与  $y = x^2 + 2$

C.  $y = 2x^2 + 3$  与  $y = 3x^2 + 2$       D.  $y = 2x^2$  与  $y = 2x^2 - 1$

9. 抛物线  $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2$  的顶点坐标是( )

- A. (0, -2)      B. (0, 2)      C. (-2, 0)      D. (2, 0)

10. 抛物线  $y = -2(x - 1)^2$  向左平移 4 个单位，得到的抛物线解析式为 ( )

A.  $y = -2(x - 5)^2$       B.  $y = -2(x + 3)^2$

C.  $y = -2(x - 1)^2 + 4$       D.  $y = -2(x - 1)^2 - 4$

11. 点  $A(2, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$  是函数  $y = (x - 1)^2$  的图像上两点，则  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系是 ( )

- A.  $y_1 > y_2$       B.  $y_1 < y_2$       C.  $y_1 = y_2$       D.  $y_1 \geq y_2$

12. 抛物线  $y = a(x-1)^2$  与  $y = 2x^2 - 3$  的形状完全相同，则  $a$  的值是（ ）

- A. 2      B. -2      C.  $\pm 2$       D. 不能确定

三、解答题

13. 填表

函数	开口方向	顶点	对称轴	最值	对称轴右侧的增减性
$y = 3x^2$					
$y = -2x^2 + 1$					
$y = \frac{1}{2}(x-1)^2$					

14. 顶点坐标为  $(-3, 0)$ , 开口方向与抛物线  $y = -x^2$  的方向相反, 形状相同, 求抛物线解析式.

☆15. 若抛物线  $y = ax^2 + k$  的顶点在直线  $y = -2$  上, 且  $x = 1$  时,  $y = -3$ , 求抛物线解析式.

## 22.1 二次函数及其图象 (3)

### 一、填空题

1. 把抛物线  $y = -2x^2$  先向左平移 3 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度可得到抛物线  
\_\_\_\_\_.
2. 抛物线  $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 3$  的顶点坐标为 \_\_\_\_\_, 对称轴为 \_\_\_\_\_.
3. 抛物线  $y = \frac{1}{3}(x+2)^2 - 1$  有最 \_\_\_\_\_ 点, 其坐标是 \_\_\_\_\_, 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,  $y$  随  $x$  的增大而减小.
4. 抛物线  $y = a(x-h)^2 + k$  与抛物线  $y = -a(x-h)^2 + k$  的开口大小 \_\_\_\_\_, 它们关于 \_\_\_\_\_ 对称.
5. 若抛物线  $y = m(x+1)^2$  过点  $(1, -4)$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.
6. 若抛物线  $y = a(x-1)^2 + k$  上有一点  $A(3, -1)$ , 则点  $A$  关于对称轴的对称点  $A'$  的坐标为  
\_\_\_\_\_.

### 二、选择题

7. 抛物线  $y = -\frac{1}{3}(x-1)^2$  向右平移 2 个单位后, 得到的抛物线解析式为 ( ).

A.  $y = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 2$       B.  $y = -\frac{1}{3}(x-1)^2 - 2$

C.  $y = -\frac{1}{3}(x-3)^2$       D.  $y = -\frac{1}{3}(x+1)^2$

8. 抛物线  $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 - 1$  的顶点坐标是 ( ).

A.  $(-2, 1)$       B.  $(-2, -1)$       C.  $(2, 1)$       D.  $(2, -1)$

9. 顶点坐标为  $(-2, 3)$ , 开口方向和大小与抛物线相同的解析式为 ( ).

A.  $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$       B.  $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 3$

C.  $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$       D.  $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$

10. 点  $A(2, y_1), B(3, y_2)$  是二次函数  $y = m(x-1)^2 + 2$  的图象上两点, 且  $y_1 > y_2$  则 ( ) .

- A.  $(-2, 1)$       B.  $(-2, -1)$       C.  $(2, 1)$       D.  $(2, -1)$

11. 已知抛物线  $y = (m+1)x^2 + 5$  有最高点, 则  $m$  的范围是 ( ) .

- A.  $m < -1$       B.  $m > -1$       C.  $m \leq -1$       D.  $m \geq -1$

12. 在平面直角坐标系中, 如果抛物线  $y = 2x^2$  不动, 而把  $x$  轴、  $y$  轴分别向上、 向右平移 2 个单位, 那么在新坐标系下抛物线的解析式是 ( ) .

- A.  $y = 2(x-2)^2 + 2$       B.  $y = 2(x-2)^2 - 2$

- C.  $y = 2(x+2)^2 - 2$       D.  $y = 2(x+2)^2 + 2$

### 三、解答题

13. 已知抛物线的顶点为  $(-2, -4)$ , 且经过点  $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ , 求此抛物线的解析式.

14. 把二次函数  $y = a(x-h)^2 + k$  的图象先向左平移 3 个单位长度, 再向上平移 4 个单位长

度可得二次函数  $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 + 3$  的图象

(1) 求  $a, h, k$  的值;

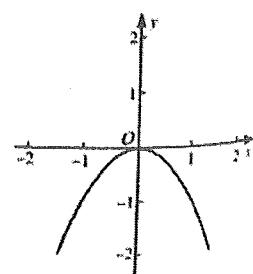
(2) 指出二次函数  $y = a(x-h)^2 + k$  的开口方向、 对称轴、 顶点坐标;

(3) 当  $1 \leq x \leq 5$  时, 求函数  $y$  的取值范围.

☆15. 已知,如图, 在平面直角坐标系  $xoy$  中, 抛物线  $l_1$  的解析式为  $y = -x^2$ , 将抛物线  $l_1$  平移后得到抛物线  $l_2$ , 若抛物线  $l_2$  经过点  $(0, 2)$ , 且其顶点  $A$  的横坐标为最小正整数.

(1) 求抛物线  $l_2$  的解析式;

(2) 若将抛物线  $l_2$  沿其对称轴继续上下平移, 得到抛物线  $l_3$ , 设抛物线  $l_3$  的顶点为  $B$ , 直线  $OB$  与抛物线  $l_3$  的另一个交点为  $C$ . 当  $OB = OC$ , 求  $C$  的坐标.



(第 15 题图)

## 22.1 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 及其图象 (1)

### 一、填空题

1. 把二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  配方成  $y = a(x - h)^2 + k$  形式为 \_\_\_\_\_, 顶点坐标是 \_\_\_\_\_, 对称轴是直线 \_\_\_\_\_. 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时,  $y$  最值= \_\_\_\_\_; 当  $a < 0$  时,  $x$  \_\_\_\_\_ 时,  $y$  随着  $x$  增大而减小;  $x$  \_\_\_\_\_ 时,  $y$  随着  $x$  增大而增大.
2. 抛物线  $y = 2x^2 - 3x - 5$  的顶点坐标为 \_\_\_\_\_. 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时,  $y$  有最 \_\_\_\_\_ 值是 \_\_\_\_\_, 与  $x$  轴的交点是 \_\_\_\_\_, 与  $y$  轴的交点是 \_\_\_\_\_, 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,  $y$  随着  $x$  增大而减小;  $x$  \_\_\_\_\_ 时,  $y$  随着  $x$  增大而增大.
3. 抛物线  $y = 3 - 2x - x^2$  的顶点坐标是 \_\_\_\_\_, 它与  $x$  轴的交点坐标是 \_\_\_\_\_, 与  $y$  轴的交点坐标是 \_\_\_\_\_.
4. 把二次函数  $y = x^2 - 4x + 5$  配方成  $y = a(x - h)^2 + k$  的形式, 得 \_\_\_\_\_, 这个函数的图像有最 \_\_\_\_\_ 点, 这个点的坐标为 \_\_\_\_\_.
5. 已知二次函数  $y = x^2 + 4x - 3$ , 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时, 函数  $y$  有最值 \_\_\_, 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时, 函数  $y$  随着  $x$  增大而增大, 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时,  $y = 0$ .
6. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ .
  - (1) 若抛物线的顶点是原点, 则 \_\_\_\_\_;
  - (2) 若抛物线进过原点, 则 \_\_\_\_\_;
  - (3) 若抛物线的顶点在  $y$  轴上, 则 \_\_\_\_\_;
  - (4) 若抛物线的顶点在  $x$  轴上, 则 \_\_\_\_\_.
7. (1) 抛物线  $y = ax^2 + bx$  必过 \_\_\_\_\_ 点.  
(2) 若二次函数  $y = mx^2 - 3x + 2m - m^2$  经过原点, 则  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ , 则它的解析式是 \_\_\_\_\_.  
(3) 若抛物线  $y = x^2 - 4x + c$  顶点在  $x$  轴上, 则  $c$  的值是 \_\_\_\_\_.  
(4) 若二次函数  $y = ax^2 + 4x + a$  的最大值是 3, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

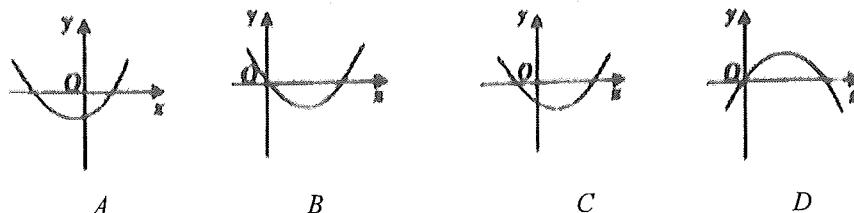
### 二、选择题

8. 抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 - x$  的顶点坐标是 ( ).  
A.  $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$       B.  $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$       C.  $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$       D.  $(1, 0)$

9. 二次函数  $y = ax^2 + x + 1$  的图像必过点 ( ) .

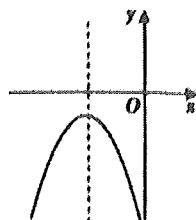
- A.  $(0, a)$       B.  $(-1, -a)$       C.  $(-1, a)$       D.  $(0, -a)$

10. 函数  $y = x^2 + mx - 2 (m < 0)$  的图象是 ( ) .

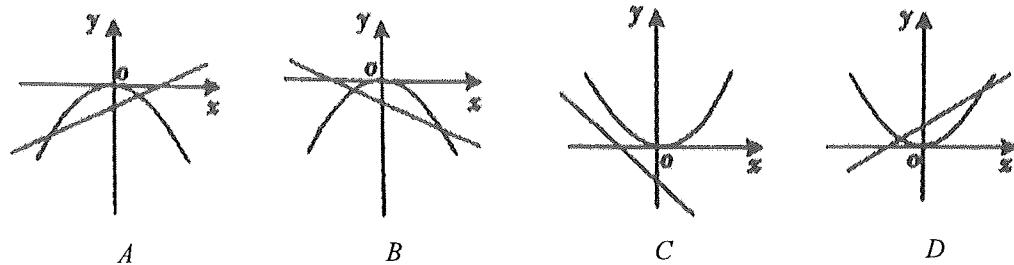


11. 二次函数  $y = mx^2 + 2mx - (3 - m)$  的图象如右图所示, 那么  $m$  的取值范围是 ( ) .

- A.  $m > 0$       B.  $m > 3$       C.  $m < 0$       D.  $0 < m < 3$



12. 在同一坐标系内, 函数  $y = kx^2$  和  $y = kx - 2 (k \neq 0)$  的图象大致如图 ( ) .



### 三、解答题

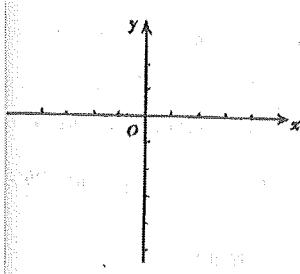
13. 已知二次函数  $y = 2x^2 + 4x - 6$  .

- (1) 将其化成  $y = a(x - h)^2 + k$  形式;
- (2) 写出开口方向, 对称轴方程, 顶点坐标;
- (3) 求图象与量坐标轴的交点坐标;
- (4) 画出函数图象;
- (5) 说明其图象与抛物线  $y = x^2$  的关系;
- (6) 当  $x$  取何值时,  $y$  随  $x$  增大而减小;
- (7)  $x$  取何值时,  $y > 0, y = 0, y < 0$ ;
- (8) 当  $x$  取何值时, 函数  $y$  有最值? 并求出最值?
- (9)  $y$  取何值时,  $-4 < x < 0$ ;

(10) 求函数图象与两坐标轴交点所围成的三角形面积.

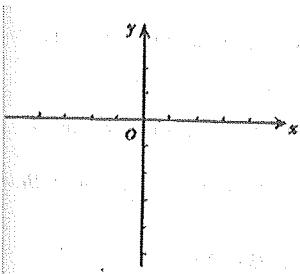
14. 画出  $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$  的图象，并求：

- (1) 顶点坐标与对称轴方程；
- (2) 当  $x$  取何值时， $y$  随  $x$  增大而减小？取何值时， $y$  随  $x$  增大而增大？
- (3) 当  $x$  取何值时，函数有最大值或最小值，其值是多少？
- (4) 当  $x$  取何值时， $y > 0, y = 0, y < 0$ ？
- (5) 当  $y$  取何值时， $-2 \leq x \leq 2$ ？



15. 已知函数  $y_1 = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  和  $y_2 = mx + n$  的图象交于  $(-2, -5)$  点和  $(1, 4)$  点，并且  $y_1 = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象与  $y$  轴交于点  $(0, 3)$ .

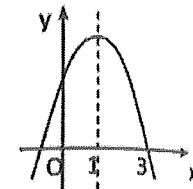
- (1) 求函数  $y_1$  和  $y_2$  的解析式，并画出函数示意图；
- (2)  $x$  为何值时，①  $y_1 > y_2$ ；②  $y_1 = y_2$ ；③  $y_1 < y_2$ 。



## 22.1 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 及其图象 (2)

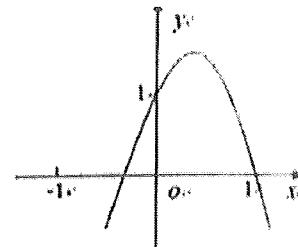
### 一、填空题

1. 函数  $y=x^2-4x+3$  的图象与  $x$  轴的两个交点及它和轴的两个焦点为定点所构成的三角形面积为 \_\_\_\_\_ 平方单位.
2. 抛物线  $y=ax^2+bx(a>0,b>0)$  的图象经过第 \_\_\_\_\_ 象限.
3. 已知二次函数  $y=-2x^2+4x+m+2$ , 若  $x_1=-4, x_2=-1, x_3=1$ , 则相对应的函数的值大小关系是 \_\_\_\_\_ .
4. 已知二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象如图所示, 对称轴为直线  $x=1$ , 则  $a-b+c$  \_\_\_\_\_ ;  $4a+2b+c$  \_\_\_\_\_ .



### 二、选择题

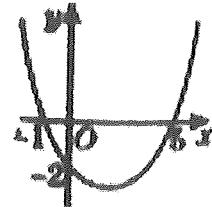
5. 已知抛物线  $y=ax^2+bx+c$  的图象如图所示, 则下列结论: ①  $c=1$ ; ②  $a+b+c=0$ ; ③  $a-b+c<0$ ; ④  $b^2-4ac>0$ , 其中正确的个数是 ( ).
- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4



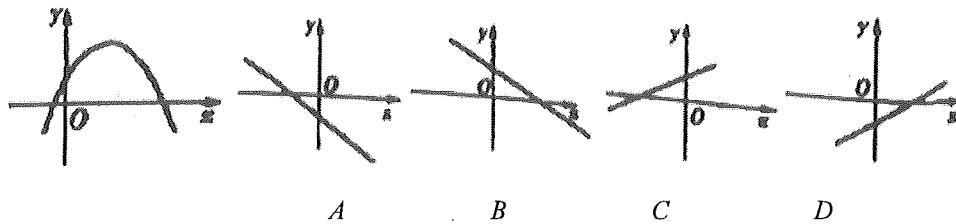
6. 二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象(局部)如图所示, 则下列四个判断中, 错误的是 ( ).
- |                    |                |
|--------------------|----------------|
| A. $a>0, b>0, c<0$ | B. $b^2-4ac>0$ |
| C. $a+b+c>0$       | D. $b<a+c$     |

7. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象如右图所示, 则下列结论: ①  $a - b + c = 0$ ; ②  $x = -1$  和  $x = 6$  时, 函数值相等; ③  $4a + b = 0$ ; ④ 当  $y = -2$  时,  $x$  的值只能取 0. 其中正确的个数是 ( ) .

A. 1      B. 2      C. 3      D. 4



8. 已知  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如左图所示, 则函数  $y = ax - b$  的图象 ( ) .

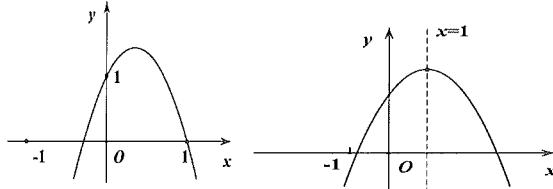


- 9、函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图像如右图所示, 则下列关系式中成立的是 ( ) .

- A.  $0 < -\frac{b}{2a} < 1$       B.  $0 < -\frac{b}{2a} < 2$   
 C.  $1 < -\frac{b}{2a} < 2$       D.  $-\frac{b}{2a} = 1$

- 10、已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图像如图所示, 有下列 5 个结论: ①  $abc > 0$ ; ②  $b < a + c$ ; ③  $4a + 2b + c > 0$ ; ④  $2c < 3b$ ; ⑤  $a + b > m(am + b)$ , ( $m \neq 1$  的实数) 其中正确的结论有 ( ) .

A. 2 个      B. 3 个      C. 4 个      D. 5 个



9题图

10题图

- 11、已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$ , 且  $a < 0$ ,  $b = 0$ ,  $c < 0$ , 则图像一定经过 ( ) 象限.

A. 三、四      B. 一、三、四      C. 一、二、三、四      D. 二、三、四

12、已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$ , 且  $a < 0$ ,  $a - b + c > 0$ , 则一定有 ( ) .

- A.  $b^2 - 4ac > 0$       B.  $b^2 - 4ac = 0$       C.  $b^2 - 4ac < 0$       D.  $b^2 - 4ac \leq 0$

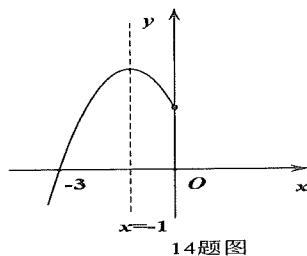
三、解答题

13、已知抛物线  $y = x^2 - 3kx + 2k + 4$ .

(1)  $k$  为何值时, 抛物线关于  $y$  轴对称; (2)  $k$  为何值时, 抛物线经过原点.

14、如图是二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图像的一部分; 图像经过  $A(-3, 0)$ , 对称轴为  $x = -1$ ,

给出四个结论: ①  $b^2 > 4ac$ ; ②  $2a + b = 0$ ; ③  $a - b + c = 0$ ; ④  $5a < b$  其中正确的是 ( ).  
(填序号)



14题图

15、定义  $\{a, b, c\}$  为函数  $y = ax^2 + bx + c$  的“特征数”. 如: 函数  $y = x^2 - 2x + 3$  的“特征数”是

$\{1, -2, 3\}$ , 函数  $y = 2x + 3$  的“特征数”是  $\{0, 2, 3\}$ , 函数  $y = -x$  的“特征数”是  $\{0, -1, 0\}$

(1) 将“特征数”是  $\left\{0, \frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right\}$  的函数图像向下平移 2 个单位, 得到一个新函数, 这个新函数

的解析式是\_\_\_\_\_.

(2) 在(1)中, 平移前后两个函数分别与  $y$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点, 与直线  $x = \sqrt{3}$  分别交于  $D$ 、 $C$  两点, 判断以  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四点为顶点的四边形的形状, 说明理由并计算其周长.

## 22.1 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 解析式的确定 (1)

### 一、填空题

1、二次函数解析式通常有三种形式：①一般式\_\_\_\_\_；②顶点式\_\_\_\_\_；③双根式\_\_\_\_\_.

2、若二次函数  $y=x^2-2x+a^2-1$  的图像经过点  $(1,0)$ ，则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

3、已知抛物线的对称轴为直线  $x=2$ ，与轴的一个交点为  $(-\frac{3}{2}, 0)$ ，则它与  $x$  轴的另一个交点为\_\_\_\_\_.

4、二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图像如图所示，求：

(1) 对称轴方程\_\_\_\_\_；(2) 函数解析式\_\_\_\_\_；

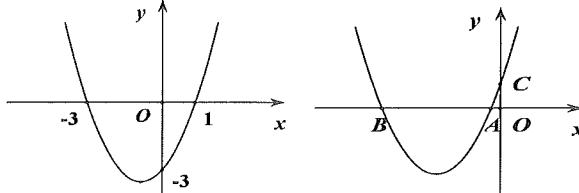
(3) 当  $x=$ \_\_\_\_\_时， $y$  随  $x$  增大而减小；

(4) 由图像回答：

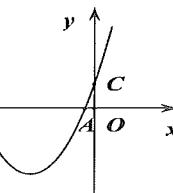
当  $y>0$  时， $x$  的取值范围\_\_\_\_\_；

当  $y=0$  时， $x=$ \_\_\_\_\_；

当  $y<0$  时， $x$  的取值范围\_\_\_\_\_.



4题图



8题图

5、抛物线  $y=ax^2+bx+c$  过  $(0,4)$ ,  $(1,3)$ ,  $(-1,4)$  三点，则抛物线的解析式\_\_\_\_\_.

6、抛物线  $y=ax^2+bx+c$  过  $(-3,0)$ ,  $(1,0)$  两点，与  $y$  轴的交点为  $(0,4)$ ，则抛物线的解析式为\_\_\_\_\_.

7、抛物线  $y=ax^2+bx+c$  的顶点为  $(2,4)$ ，且过  $(1,2)$  点，则抛物线的解析式\_\_\_\_\_.

8、如图，抛物线  $y=ax^2+bx+c$  与  $x$  轴的交点为  $A, B$  ( $B$  在  $A$  左侧)，与  $y$  轴的交点为  $C$ ， $OA=OC$ . 用等式\_\_\_\_\_表示  $a, b, c$  数量关系.

### 二、解答题

9、二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图像过点  $A(-2,5)$ ，且当  $x=2$  时  $y=-3$ ，求这个二次函数的解析式，并判断点  $B(0,3)$  是否在这个函数的图像上.

10、抛物线  $y=ax^2+bx+c$  经过  $(0,0)$   $(12,0)$  两点，其顶点的纵坐标是 3，求这个抛物线的解析式。

11、抛物线经过  $(-1, -1)$  点，它的对称轴是  $x+2=0$  直线，且在  $x$  轴上截得线段的长度为  $2\sqrt{2}$ ，求抛物线的解析式。

12、抛物线  $y=ax^2+bx+c$  的顶点坐标为  $(2,4)$ ，且过原点，求抛物线的解析式。

13、把抛物线  $y=(x-1)^2$  沿  $y$  轴向上或向下平移后所得抛物线经过点  $Q(0,3)$ ，求平移后的抛物线的解析式。

14、已知函数  $y_1 = ax^2 + bx + c$ ，它的顶点坐标为  $(-3, -2)$ ， $y_1$  与  $y_2 = 2x + m$  交于点  $(1, 6)$ ，求  $y_1, y_2$  的函数解析式。

## 22.2、用函数观点看一元二次方程

### 一、填空题

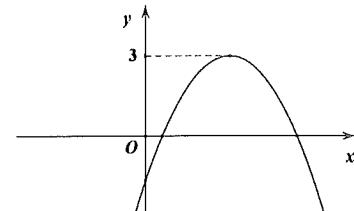
- 1、若二次函数  $y = x^2 - 3x + m$  的图像与  $x$  轴只有一个交点，则  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 2、若二次函数  $y = mx^2 - (2m+2)x - 1 + m$  的图像与  $x$  轴有两个交点，则  $m$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}.$
- 3、若抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的系数  $a, b, c$  满足  $a - b + c = 0$ ，则这条抛物线必经过点  $\underline{\hspace{2cm}},$
- 4、关于  $x$  的方程  $x^2 - x - n = 0$  没有实数根，则抛物线  $y = x^2 - x - n$  的顶点在第  $\underline{\hspace{1cm}}$  象限.
- 5、已知直线  $y = 5x + k$  与抛物线  $y = x^2 + 3x + 5$  交点的横坐标为 1，则  $k = \underline{\hspace{1cm}}$ ，交点坐标为  $\underline{\hspace{2cm}}.$
- 6、当  $m = \underline{\hspace{1cm}}$  时，函数  $y = 2x^2 + 3mx + 2m$  的最小值为  $\frac{8}{9}.$

### 二、选择题

- 7、函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图像如图所示，那么关于  $x$  的方程

$ax^2 + bx + c - 3 = 0$  的根的情况是（ $\quad$ ）.

- A. 有两个不相等的实数根    B. 有两个异号实数根  
C. 有两个相等的实数根    D. 无实数根



7题图

- 8、二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  对于  $x$  的任何值都恒为负值的条件是（ $\quad$ ）.

- A.  $a > 0, \Delta > 0$     B.  $a > 0, \Delta < 0$     C.  $a < 0, \Delta > 0$     D.  $a < 0, \Delta < 0$

- 9、直线  $y = 4x + 1$  与抛物线  $y = x^2 + 2x + k$  有唯一交点，则  $k$  是（ $\quad$ ）.

- A. 0    B. 1    C. 2    D. -1

- 10、二次函数  $y = ax^2 + bx + c$ ，若  $ac < 0$ ，则其图像与  $x$  轴（ $\quad$ ）.

- A. 有两个交点    B. 有一个交点    C. 没有交点    D. 可能有一个交点

11、 $y = x^2 + kx + 1$  与  $y = x^2 - x - k$  的图像相交，若有一个交点在  $x$  轴上，则值为（ ）。

- A. 0      B. -1      C. 2      D.  $\frac{1}{4}$

12、 $m, n (m < n)$  是关于  $x$  的方程  $1 - (x-a)(x-b) = 0$  的两个根，且  $a < b$ ，则  $a, b, m, n$

的大小关系是（ ）。

- A.  $m < a < b < n$       B.  $a < m < n < b$       C.  $a < m < b < n$       D.  $m < a < n < b$

### 三、解答题

13、二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0, a, b, c$  是常数) 中，自变量  $x$  与函数  $y$  的对应值如下

表：

$x$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3
$y$	-2	$-\frac{1}{4}$	1	$\frac{7}{4}$	2	$\frac{7}{4}$	1	$-\frac{1}{4}$	-2

判断二次函数图像的开口方向，并写出它的顶点坐标：

(2) 一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0, a, b, c$  是常数) 的两个根  $x_1, x_2$  的取值范围是下列选项中的哪一个\_\_\_\_\_。

- ①  $-\frac{1}{2} < x_1 < 0, \frac{3}{2} < x_2 < 2$       ②  $-1 < x_1 < -\frac{1}{2}, 2 < x_2 < \frac{5}{2}$   
③  $\frac{1}{2} < x_1 < 0, 2 < x_2 < \frac{5}{2}$       ④  $-1 < x_1 < -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} < x_2 < 2$

14、 $m$  为常数时，抛物线  $y = (m-1)x^2 + 2mx + m-1$  与  $x$  轴没有交点？

15、当  $m$  取何值时，抛物线  $y = x^2$  与直线  $y = x + m$ ，(1) 有公共点；(2) 没有公共点。

16、已知抛物线  $y = -x^2 - (m-4)x + 3(m-1)$  与  $x$  轴交于  $A, B$  两点，与  $y$  轴交于  $C$  点。

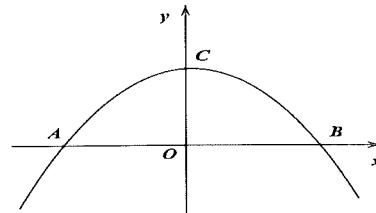
(1) 求  $m$  的取值范围。

(2) 若  $m < 0$ ，直线  $y = kx - 1$  经过点  $A$  并与  $y$  轴交于点  $D$ ，且  $AD \cdot BD = 5\sqrt{2}$ ，求抛物线的解析式。

### 22.3 实际问题与二次函数 (1)

#### 一、填空题

- 1、矩形窗户的周长是  $6m$ , 写出窗户的面积  $y (m^2)$  与窗户的宽  $x (m)$  之间的函数关系式 \_\_\_\_\_. 写出自变量  $x$  的取值范围 \_\_\_\_\_.
- 2、拱桥呈抛物线, 其函数关系式为  $y = -\frac{1}{4}x^2 + c$ , 当拱桥下水位线在  $AB$  位置时, 上面宽为  $12m$ , 这时上面离桥拱顶端的高度是 \_\_\_\_\_.



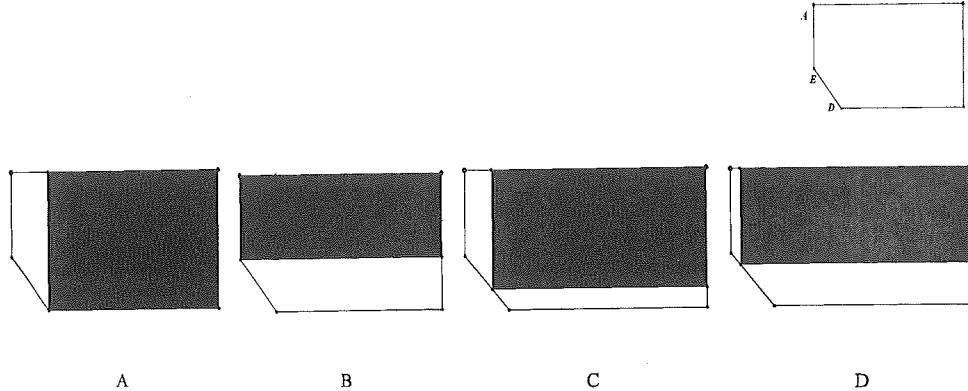
2题图

- 3、某种商品每件的进价为  $30$  元, 在某段时间内若以每件  $x$  元出售, 可卖出  $(100-x)$  件, 当出售价格是 \_\_\_\_\_ 元时, 才能使利润最大.
- 4、两个数的和为  $6$ , 这两个数的积的最大值是 \_\_\_\_\_.
- 5、某商场销售一批名牌衬衣, 平均每天可售出  $20$  件, 每件盈利  $40$  元.为了扩大销售, 增加利润, 尽快减少库存, 商场决定采取适当的降价措施.经调查发现: 如果每件衬衫降价  $1$  元, 商场平均每天可多售出  $2$  件.则商场降价后每天盈利  $y$  (元)与降价  $x$  (元)的函数关系式为 \_\_\_\_\_.
- 6、周长为  $13$  cm 的矩形铁板上剪去一个等边三角形 (这个等边三角形的一边是矩形的宽), 则矩形宽为 \_\_\_\_\_ cm 时, 剩下的面积最大.

#### 二、选择题

- 7、童装专卖店销售一种童装, 若这种童装每天获利  $y$  元与销售数量  $x$  元满足关系  $y = -x^2 + 50x - 500$ , 则要想获得最大利润每天必须卖出 ( ) .
- A. 25 件    B. 20 件    C. 30 件    D. 40 件
- 8、一台机器原价  $100$  万元, 若每年的折旧率是  $x$ , 两年后这台机器约为  $y$  万元, 则  $y$  与  $x$  的函数关系式为 ( ) .
- A.  $y = 100(1-x)^2$     B.  $y = 100(1-x)$     C.  $y = 100 - x^2$     D.  $y = 100(1+x)^2$
- 9、某商店经营皮鞋, 已知所获利润为  $y$  元与销售的单价  $x$  元之间的关系为  $y = -x^2 + 24x + 2956$ , 则获利最多为 ( ) .
- A. 3144    B. 3100    C. 144    D. 2956

10、有一块缺角矩形地皮  $ABCDE$  (如图), 其中  $AB=110m$ ,  $BC=80m$ ,  $CD=90m$ ,  $\angle EDC=135^\circ$ . 现准备用此块地建一座地基为长方形(图中用阴影部分表示)的实验大楼, 以下四个方案中, 地基面积最大的是 ( ) .



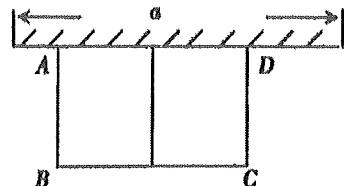
11、长为  $20\text{ cm}$ , 宽为  $10\text{ cm}$  的矩形, 四个角上剪去边长为  $x\text{ cm}$  的小长方形, 然后把四边折起来, 作成底面为  $y\text{cm}^2$  的无盖的长方体盒子, 则  $y$  与  $x$  的关系式为 ( ) .

- A.  $y=(10-x)(20-x)$  ( $0 < x < 5$ )      B.  $y=10 \times 20 - 40x^2$  ( $0 < x < 5$ )  
 C.  $y=(10-2x)(20-2x)$  ( $0 < x < 5$ )      D.  $y=200+4x^2$  ( $0 < x < 5$ )

### 三、解答题

12、如图, 有长为  $24m$  的篱笆, 围成中间隔有一道篱笆的长方形的花圃, 且花圃的长可借用一段墙体 (墙体的最大可用长度  $a=10m$ ) .

- (1) 如果所围成的花圃的面积为  $45m^2$ , 试求宽  $AB$  的长;  
 (2) 按题目的设计要求, 能围成面积比  $45m^2$  更大的花圃吗? 如果能, 请求出最大面积, 并说明围法; 如果不能, 请说明理由.



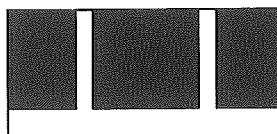
13、某商场以每件 30 元的价格购进一种商品, 试销中发现, 这种商品每天的销售量  $m$  件与每件的销售价  $x$  (元) 满足一次函数  $m=162-3x$ .

- (1) 写出商场卖这种商品每天的销售利润  $y$  元与每件销售价  $x$  元间的函数关系式;  
 (2) 如果商场要想每天获得最大的销售利润, 每件商品的售价定为多少最为合适? 最大销售利润为多少?

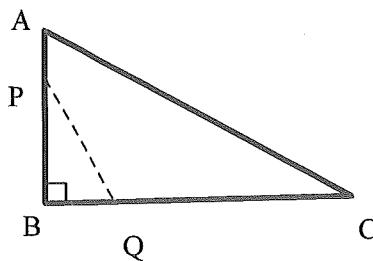
## 22. 3 实际问题与二次函数 (2)

### 一、填空题

- 边长为  $x\text{ cm}$  的正方体、表面积为  $y\text{ cm}^2$ 、则  $y$  与  $x$  之间的函数关系式为\_\_\_\_\_。
- 半径是 2 的圆，如果半径增加  $x$  时，增加的面积  $s$  与  $x$  之间的关系表达式为\_\_\_\_\_。
- 将一条长为  $20\text{ km}$  的铁丝剪成两段，并以每一段铁丝的长度为周长各做成一个正方形，则这两个正方形面积之和的最小值是\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$
- 如图，八一广场要设计一个矩形花坛，花坛的长、宽分别为  $200m$ 、 $120m$ ，花中有一横两纵的通道，横、纵通道的宽度分别为  $3xm$ 、 $2xm$ 。三条通道的总面积  $s\text{ m}^2$ ：则  $s$  与  $x$  之间的关系表达式为\_\_\_\_\_。

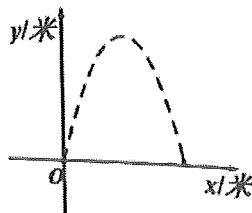


第 4 题图

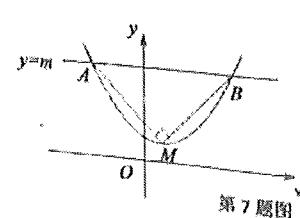


第 5 题图

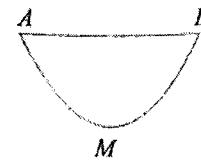
- 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=12\text{ mm}$ ， $BC=24\text{ mm}$ ，动点  $P$  从点  $A$  开始沿边  $AB$  向  $B$  以  $2\text{ mm/s}$  的速度移动（不与点  $B$  重合），动点  $Q$  从点  $B$  开始沿边  $BC$  向  $C$  以  $4\text{ mm/s}$  的速度移动（不与点  $C$  重合）。如果  $P$ 、 $Q$  分别从  $A$ 、 $B$  同时出发，那么经过\_\_\_\_\_秒，四边形  $APQC$  的面积最小。
- 我校门口有一喷水池，水从地面喷出，喷出水的路径是一条抛物线，如果以水平地面为  $x$  轴，建立如图所示的平面直角坐标系，水在空中划出的曲线是抛物线  $y=-x^2+4x$ （单位：米）的一部分：则水喷出的最大高度是\_\_\_\_\_米。



第 6 题图



第 7 题图

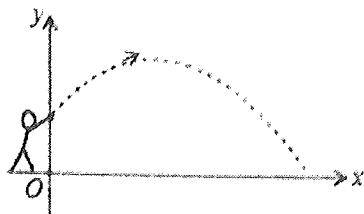


准蝶形  $AMB$

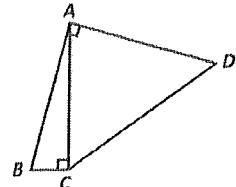
7. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$  的顶点为  $M$ ，直线  $y = m$  与  $x$  轴平行，且与抛物线交于点  $A$  和点  $B$ ，如果  $\triangle AMB$  为等腰直角三角形，我们把抛物线上  $A$ 、 $B$  两点之间部分与线段  $AB$  围成的图形称为该抛物线的准蝶形，顶点  $M$  称为碟顶，线段  $AB$  的长称为碟宽，抛物线  $y = \frac{1}{3}x^2$  的碟宽为\_\_\_\_\_。

## 二、解答题

8. 如图，小李推铅球，如果铅球运行时离地面的高度  $y$  (米) 关于水平距离  $x$  (米) 的函数解析式为  $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$ ，把它化为  $y = a(x - h)^2 + k$  的形式，并指出铅球运动过程中最高点离地面的距离是多少米？



9. 如图，四边形  $ABCD$  中， $\angle BAD = \angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = AD$ ， $AC = 4BC$ ，设  $CD = x$ ，四边形  $ABCD$  的面积为  $y$ ，求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式。



10. 已知抛物线  $y = x^2 + 2(2n-1)x + n^2 - 1$  ( $n$  为常数)。

- (1) 当该抛物线经过坐标原点，并且顶点在第四象限时，求抛物线的解析式；
- (2) 设  $A$  是(1)所确定的抛物线上位于  $x$  轴下方、且在对称轴左侧的一个动点，过  $A$  作  $x$  轴的平行线，交抛物线于另一点  $D$ ，再作  $AB \perp x$  轴于  $B$ ， $CD \perp x$  轴于  $C$ 。问矩形  $ABCD$  的周长是否存在最大值？如果存在，请求出这个最大值，并指出此时  $A$  点的坐标；如果不存在，请说明理由。

11. 二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的图象与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点， $A$  点在原点的左侧， $B$  点的坐标为  $(3, 0)$ ，与  $y$  轴交于  $C(0, -3)$  点，点  $P$  是直线  $BC$  下方的抛物线上一动点。
- (1) 求这个二次函数的表达式；
- (2) 当点  $P$  运动到什么位置时，四边形  $ABPC$  的面积最大？并求出此时  $P$  点的坐标和四边形  $ABPC$  的最大面积。

## 综合练习 (1)

### 一、选择题

1. 抛物线  $y = x^2 - 2x + 1$  的顶点坐标是 ( ).  
A.  $(1, 0)$       B.  $(-1, 0)$       C.  $(-2, 1)$       D.  $(2, -1)$
2. 二次函数  $y = x^2 + 2x - 5$  有 ( ).  
A. 最大值  $-5$       B. 最小值  $-5$       C. 最大值  $-6$       D. 最小值  $-6$
3. 由二次函数  $y = 2(x-3)^2 + 1$ , 可知 ( ).  
A. 其图象的开口向下      B. 其图象的对称轴为直线  $x = -3$   
C. 其最小值为  $1$       D. 当  $x < 3$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大
4. 抛物线  $y = kx^2 - 7x - 7$  的图象和  $x$  轴有交点, 则  $k$  的取值范围是 ( ).  
A.  $k \geq -\frac{7}{4}$       B.  $k \geq -\frac{7}{4}$  且  $k \neq 0$       C.  $k > -\frac{7}{4}$       D.  $k > -\frac{7}{4}$  且  $k \neq 0$
5. 抛物线  $y = (x+2)^2 - 3$  可以由抛物线  $y = x^2$  平移得到, 则下列平移过程正确的是 ( ).  
A. 先向左平移  $2$  个单位, 再向上平移  $3$  个单位  
B. 先向左平移  $2$  个单位, 再向下平移  $3$  个单位  
C. 先向右平移  $2$  个单位, 再向下平移  $3$  个单位  
D. 先向右平移  $2$  个单位, 再向上平移  $3$  个单位
6. 将抛物线  $y = 2x^2 - 12x + 16$  绕它的顶点旋转  $180^\circ$ , 所得抛物线的解析式是 ( ).  
A.  $y = -2x^2 - 12x + 16$       B.  $y = -2x^2 + 12x - 16$   
C.  $y = -2x^2 + 12x - 19$       D.  $y = -2x^2 + 12x - 20$
7. 若二次函数  $y = (x-m)^2 - 1$ , 当  $x \leq 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 则  $m$  的取值范围是 ( ).  
A.  $m = 1$       B.  $m > 1$       C.  $m \geq 1$       D.  $m \leq 1$
8. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a < 0)$  过  $A(-2, 0)$ 、 $O(0, 0)$ 、 $B(-3, y_1)$ 、 $C(3, y_2)$  四点, 则  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系是 ( ).  
A.  $y_1 > y_2$       B.  $y_1 = y_2$       C.  $y_1 < y_2$       D. 不能确定

9. 抛物线  $y = x^2 + bx + c$  上部分点的横坐标  $x$ , 纵坐标  $y$  的对应值如下表:

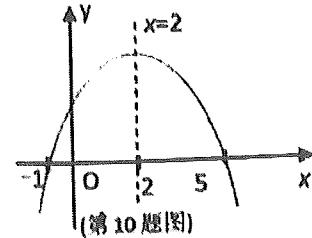
$x$	...	-2	-1	0	1	2	...
$y$	...	0	4	6	6	4	...

从上表可知, 下列说法正确的个数是( ) .

- ①抛物线与  $x$  轴的一个交点为  $(-2, 0)$
- ②抛物线与  $y$  轴的交点为  $(0, 6)$
- ③抛物线的对称轴是: 直线  $x = 1$
- ④在对称轴左侧  $y$  随  $x$  的增大而增大

A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

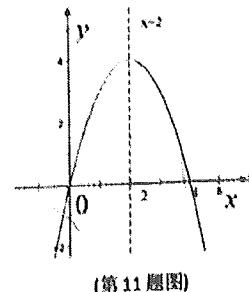
10. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图像如图所示, 那么下列判断不正确的是( ) .



- A.  $ac < 0$
- B.  $a - b + c > 0$
- C.  $b = -4a$
- D. 关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的根是  $-1, 5$

11. 二次函数  $y = -x^2 + bx + c$  的图象如图所示, 下列几个结论:

- ①对称轴为  $x = 2$ ;
- ②当  $y \leq 0$  时,  $x < 0$  或  $x > 4$ ;
- ③函数解析式为  $y = -x(x - 4)$ ;
- ④当  $x \leq 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大. 其中正确的结论有( ) .



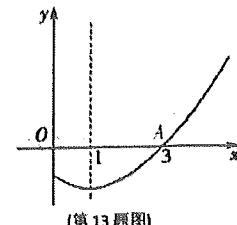
- A. ①②③④
- B. ①②③
- C. ①③④
- D. ①③

12. 已知函数  $y = 3 - (x - m)(x - n)$ , 其中  $m < n$  并且  $a, b$  是方程  $3 - (x - m)(x - n) = 0$  的两个根, 其中  $a < b$ , 则实数  $m, n, a, b$  的大小关系可能是( ).

- A.  $m < a < b < n$
- B.  $m < a < n < b$
- C.  $a < m < b < n$
- D.  $a < m < n < b$

## 二、填空题

13. 如图, 是二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  图象的一部分, 其对称轴为直线  $x = 1$ , 若其与  $x$  轴一交点为  $A(3, 0)$ , 则由图象可知, 不等式  $ax^2 + bx + c < 0$  的解集是\_\_\_\_\_.



(第 13 题图)

14. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  中, 函数  $y$  与自变量  $x$  的部分对应值如下表:

$x$	...	-2	-1	0	1	2	...
$y$	...	-3	-4	-3	0	5	...

则此二次函数的对称轴为\_\_\_\_\_.

15. 将二次函数  $y = x^2 - 4x + 5$  化为  $y = (x - h)^2 + k$  的形式, 则  $y =$ \_\_\_\_\_.

16. 抛物线  $y = x^2 - 4x + \frac{m}{2}$  与  $x$  轴的一个交点坐标是  $(1, 0)$ , 则此抛物线与  $x$  轴的另一个交点的坐标是\_\_\_\_\_.

17. 若二次函数  $y = 2x^2 - 3$  的图象上有两个点  $A(-3, m), B(2, n)$ , 则  $m$  \_\_\_\_\_  $n$  (填 " $<$ " 或 " $=$ " 或 " $>$ ").

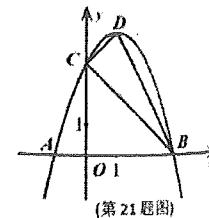
18. 将抛物线  $y = 2(x - 1)^2$  先向左平移 1 个单位后所得到的新抛物线的解析式为\_\_\_\_\_.

19. 已知二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的图象经过点  $(-1, 0), (1, -2)$ , 当  $y$  随  $x$  的增大而增大时,  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

20. 已知实数  $x, y$  满足  $x^2 + 3x + y - 3 = 0$ , 则  $x + y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

21. 如图, 二次函数  $y = -x^2 + 2x + 3$  的图象与  $x$  轴交于  $A, B$  两点, 与  $y$  轴交于点  $C$ , 顶点为  $D$ , 求  $\triangle BCD$  的面积.



(第 21 题图)

22. 已知：二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的  $x$  和  $y$  满足下表：

$x$	...	0	1	2	3	4	5	...
$y$	...	3	0	-1	0	$m$	8	...

- (1) 可求得  $m$  的值为\_\_\_\_\_;
- (2) 求出这个二次函数的解析式;
- (3) 当  $0 < x < 3$  时，则  $y$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

23. 某商店销售一种进价为 20 元/双的手套，经调查发现，该种手套每天的销售量  $w$  (双) 与销售单价  $x$  (元) 满足  $w = -2x + 80 (20 \leq x \leq 40)$ ，设销售这种手套每天的利润为  $y$  (元)。

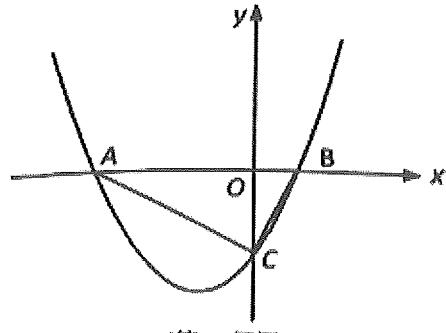
- (1) 求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式;
- (2) 当销售单价定为多少元时，每天的利润最大？最大的利润是多少？

★24. 抛物线  $y = mx^2 + (m-3)x - 3 (m > 0)$  与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点，且点  $A$  在点  $B$  的左侧，与  $y$  轴交于点  $C$ ， $OB = OC$ 。

- (1) 求这条抛物线的解析式;
- (2) 若点  $P(x_1, b)$  与点  $Q(x_2, b)$  在 (1) 中的抛物线上，且  $x_1 < x_2$ ,  $PQ = n$ .
  - ① 求  $4x_1^2 - 2x_2n + 6n + 3$  的值
  - ② 将抛物线在  $PQ$  下方的部分沿  $PQ$  翻折，抛物线的其它部分保持不变，得到一个新图象。当这个新图象与  $x$  轴恰好只有两个公共点时， $b$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

☆25. 如图, 已知抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于  $A(-4, 0)$  和  $B(1, 0)$  两点, 与  $y$  轴交于  $C$  点.

- (1) 求此抛物线的解析式;
- (2) 设  $E$  是线段  $AB$  上的动点, 作  $EF \parallel AC$  交  $BC$  于  $F$ , 连接  $CE$ , 当  $\triangle CEF$  的面积是  $\triangle BEF$  面积的 2 倍时, 求  $E$  点的坐标;
- (3) 若  $P$  为抛物线上  $A$ 、 $C$  两点间的一个动点, 过  $P$  作  $y$  轴的平行线, 交  $AC$  于  $Q$ , 当  $P$  点运动到什么位置时, 线段  $PQ$  的值最大, 并求此时  $P$  点的坐标.

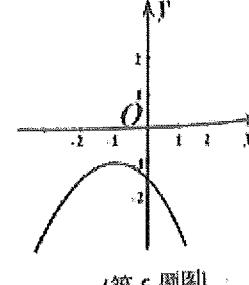


(第 25 题图)

## 综合练习 (2)

### 一.选择题

1. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的开口向下, 顶点坐标为  $(2, -3)$ , 那么该抛物线有 ( ).
- A. 最小值-3      B. 最大值-3      C. 最小值 2      D. 最大值 2
2. 抛物线  $y = ax^2 + bx - 3$  过点  $(2, 4)$ , 则代数式  $8a + 4b + 1$  ( ).
- A. -2      B. 2      C. 15      D. -15
3. 若二次函数  $y = x^2 + bx + 5$  配方后为  $y = (x - 2)^2 + k$ , 则  $b$ 、 $k$  的值分别为 ( ).
- A. 0、5      B. 0、1      C. -4、5      D. -4、1
4. 已知抛物线  $y = x^2 - 2x + m$ , 若点  $P(-2, 5)$  与点  $Q$  关于该抛物线的对称轴对称, 则点  $Q$  的坐标是 ( ).
- A. (4, 5)      B. (2, 5)      C. (3, 5)      D. (0, 5)
5. 抛物线  $y = ax^2 + 3x - 1$  与  $x$  轴有两个交点, 则  $a$  的取值范围是 ( ).
- A.  $a > 0$       B.  $a > -\frac{4}{9}$       C.  $a > -\frac{9}{4}$       D.  $a > -\frac{9}{4}$  且  $a \neq 0$
6. 如图, 二次函数图象所对应的函数解析式可能为 ( ).
- A.  $y = -\frac{1}{2}x^2$       B.  $y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 - 1$   
 C.  $y = -\frac{1}{2}(x - 1)^2 - 1$       D.  $y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2$



(第 6 题图)

7. 抛物线  $y = x^2 + bx + c$  的对称轴为  $x = 2$ , 点  $A$ 、 $B$  均在抛物线上, 且  $AB$  与  $x$  轴平行, 其中点  $A$  的坐标为  $(0, 3)$ , 则点  $B$  的坐标为 ( ).

- A. (2, 3)      B. (3, 2)      C. (4, 3)      D. (3, 3)

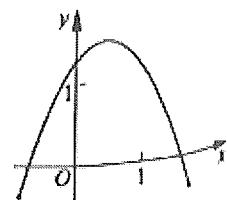
8. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图所示，则下列结论正确的是（ ）。

A.  $a > 0$

B.  $c < 0$

C.  $b^2 - 4ac < 0$

D.  $a+b+c > 0$



(第 8 题图)

9. 把抛物线  $y = x^2 + bx + c$  的图象向右平移 3 个单位，再向下平移 2 个单位，所得图象的解析

式为  $y = x^2 - 3x + 5$ ，则（ ）。

A.  $b=3, c=7$

B.  $b=6, c=3$

C.  $b=-9, c=-5$

D.  $b=-9, c=21$

10. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  中，其函数  $y$  与自变量  $x$  之间的部分对应值如下表所示

$x$	.....	0	1	2	3	4	.....
$y$	.....	4	1	0	1	4	.....

点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  在函数的图象上，则当  $1 < x_1 < 2, 3 < x_2 < 4$  时， $y_1$  与  $y_2$  的大  
小关系正确的是（ ）。

A.  $y_1 > y_2$

B.  $y_1 < y_2$

C.  $y_1 \geq y_2$

D.  $y_1 \leq y_2$

11. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图像如图所示，则下列结论：

- ①  $ac > 0$ ； ②  $a-b+c < 0$ ； ③ 当  $x < 0$  时， $y < 0$ ； ④ 方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  有两个大于 -1 的实数根。

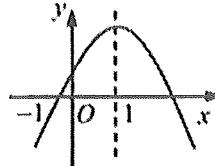
其中错误的结论有（ ）。

A. ②③

B. ②③④

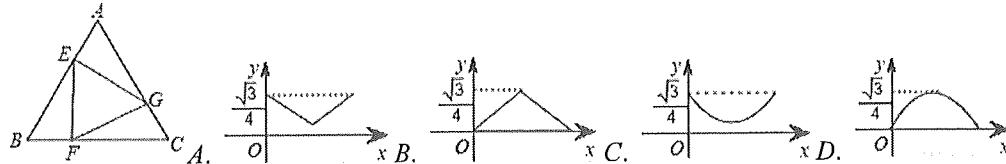
C. ①③

D. ①④



(第 11 题图)

12. 如图, 已知正三角形  $ABC$  的边长为 1,  $E, F, G$  分别是  $AB, BC, CA$  上的点, 且  $AE=BF=CG$ , 设  $\triangle EFG$  的面积为  $y$ ,  $AE$  的长为  $x$ , 则  $y$  关于  $x$  的函数图像大致是 ( )。



## 二、填空题

13. 函数  $y=(m+3)x^{m^2+3m-2}$  为开口向下的抛物线, 则  $m=$  \_\_\_\_\_.

14. 将抛物线  $y=-\frac{1}{2}x^2$  向上平移 2 个单位, 再向右平移 1 个单位后, 得到的抛物线的解析式为 \_\_\_\_\_.

15. 已知二次函数  $y=x^2-6x+c$  的顶点与原点的距离为 5, 则  $c=$  \_\_\_\_\_.

16. 抛物线  $y=8x^2-(m-1)x+m-7$  的顶点在  $x$  轴上, 则  $m=$  \_\_\_\_\_.

17. 如图抛物线  $y=ax^2+bx+c$  经过  $A(-4,0)$ 、 $B(1,0)$ 、 $C(0,3)$  三点, 直线  $y=mx+n$

经过  $A(-4,0)$ 、 $C(0,3)$  两点, (1) 方程  $ax^2+bx+c=0$  的解为 \_\_\_\_\_.

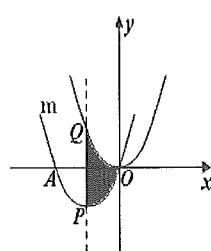
(2) 若  $ax^2+bx+c > mx+n$  则  $x$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

18. 抛物线  $y=ax^2+bx+c$  满足条件: (1)  $4a-b=0$ ; (2)  $a-b+c>0$ ; (3) 与  $x$  轴有两个交点, 且两交点间的距离小于 2。以下有四个结论: ①  $a<0$ ; ②  $c<0$ ; ③  $a+b+c<0$ ;

④  $\frac{c}{4} < a < \frac{c}{3}$ , 其中正确结论的序号是 \_\_\_\_\_.

19. 已知抛物线  $y=\frac{1}{2}x^2+bx$  经过点  $A(4,0)$ , 设点  $C(1,-3)$ , 请在抛物线的对称轴上确定一点  $D$ , 使得  $|AD-CD|$  的值最大, 则点  $D$  的坐标为 \_\_\_\_\_.

20. 如图, 抛物线  $y=\frac{1}{2}x^2$  平移得到抛物线  $m$ , 抛物线  $m$  经过点  $A(-6,0)$ , 和原点, 它的顶点为  $P$ , 它的对称轴与抛物线  $y=\frac{1}{2}x^2$  交于点  $Q$ , 则图中阴影部分的面积是 \_\_\_\_\_.



(第 20 题图)

### 三、解答题

21. 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  上部分点的横坐标  $x$ , 纵坐标  $y$  对应值如下表:

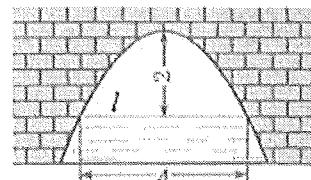
$\frac{3}{2}$	...	-2	-1	0	1	2	...
$y = (k-1)x^2 + 2kx + k - 2$				-4	0	8	...

(1) 根据上表填空:

- ①抛物线与  $x$  轴的交点坐标是 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_ ;
- ②抛物线经过点  $(-3, \text{_____})$  ;
- ③在对称轴右侧  $y$  随  $x$  的增大而 \_\_\_\_\_ .

(2) 试确定抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的解析式.

22. 图中是抛物线型拱桥, 当水面宽为 4 米时, 拱顶距离水面 2 米; 当水面高度下降 1 米时, 水面宽度为多少米?



(第 22 题图)

23. 已知二次函数  $y = \sqrt{m}x^2 + (3 - \sqrt{m})x - 3 (m > 0)$  的图像与  $x$  轴交于点  $(x_1, 0), (x_2, 0)$  且

$$x_1 < x_2$$

(1) 求  $x_2$  的值;

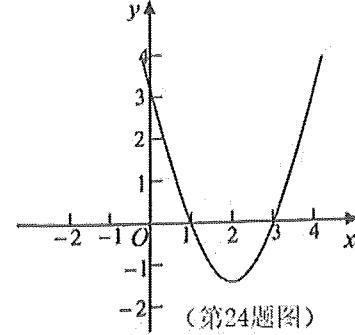
(2) 求代数式  $mx_1^2 + \sqrt{m}x_1^2 + (3 - \sqrt{m})x_1 + 6\sqrt{m}x_1 + 9$  的值

24. 已知: 如图, 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  与  $x$  轴相交于两点  $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ , 与  $y$  轴相交

于点  $C(0,3)$ 。

(1) 求抛物线的函数关系式;

(2) 若点  $(\frac{7}{2}, m)$  是抛物线  $y=ax^2+bx+c$  上一点, 请求出  $m$  的值, 并求出此时  $\triangle ABD$  的面积。



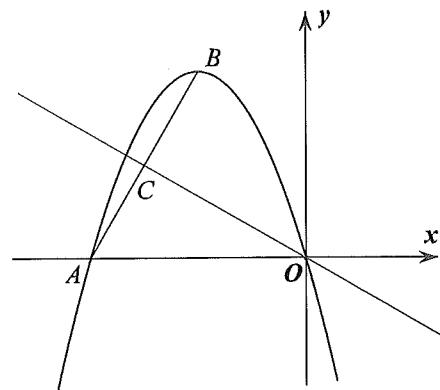
(第24题图)

★25.如图, 已知抛物线经过坐标原点  $O$  及  $A(-2\sqrt{3}, 0)$ , 其顶点为  $B(m, 3)$ ,  $C$  是  $AB$  中点, 点  $E$  是直线  $OC$  上的一个动点 (点  $E$  与点  $O$  不重合), 点  $D$  在  $y$  轴上,  $EO=ED$ .

(1) 求此抛物线及直线  $OC$  的解析式;

(2) 当点  $E$  运动到抛物线上时, 求  $BD$  的长;

(3) 连接  $AD$ , 当点  $E$  运动到何处时,  $\triangle AED$  的面积为  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ , 请直接写出此时  $E$  点的坐标。

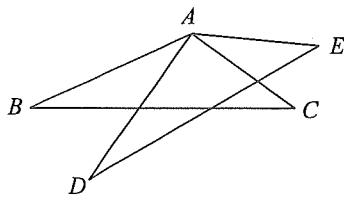


## 第二十三章 旋转

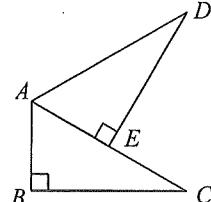
### 23.1 旋转 (1)

#### 一、填空题

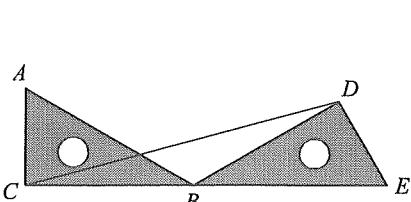
1. 在平面内把一个图形绕着某\_\_\_\_\_沿着某个方向转动\_\_\_\_\_的图形变换叫做\_\_\_\_\_。这个点叫做\_\_\_\_\_，转动的角叫做\_\_\_\_\_。因此，图形的旋转是由\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_决定的。
2. 如果图形上的点经过旋转变为点 $P'$ ，那么这两点叫做这个旋转的\_\_\_\_\_。
3. 旋转的性质是对应点到旋转中心的\_\_\_\_\_相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于\_\_\_\_\_；旋转前、后的图形之间的关系式\_\_\_\_\_。
4. 如图， $\triangle$ 绕点 $A$ 旋转后到达 $\triangle ADE$ 处，若 $\angle BAC=120^\circ$ ， $\angle BAD=30^\circ$ ，则 $\angle DAE=$ \_\_\_\_\_， $\angle CAE=$ \_\_\_\_\_。
5. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 都是直角三角形， $\angle B$ 与 $\angle AED$ 是直角，点 $E$ 在 $AC$ 上， $\angle D=30^\circ$ ，如果 $\triangle ABC$ 经过旋转后能与 $\triangle ADE$ 重合，那么旋转中心是点\_\_\_\_\_，逆时针旋转了\_\_\_\_\_度。
6. 如图所示，把一个直角三角尺 $ACB$ 绕着 $30^\circ$ 角的顶点 $B$ 顺时针旋转，使得点 $A$ 落在 $CB$ 的延长线上的点 $E$ 处，则 $\angle BDC$ 的度数为\_\_\_\_\_。



第4题图

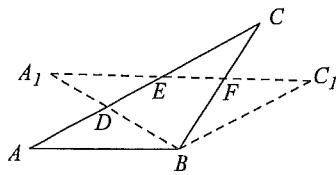


第5题图

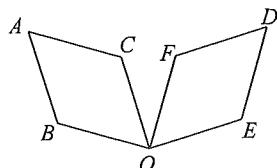


第6题图

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=BC$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 $B$ 顺时针旋转 $\alpha$ 度，得到 $\triangle A_1BC_1$ ， $A_1B$ 交 $AC$ 于点 $E$ ， $A_1C_1$ 分别交 $AC$ 、 $BC$ 于点 $D$ 、 $F$ ，下列结论：① $\angle CDF=\alpha$ ，② $A_1E=CF$ ，③ $DF=CF$ ，④ $AD=CE$ ，⑤ $A_1F=CE$ 。其中正确的序号是\_\_\_\_\_。



第7题图



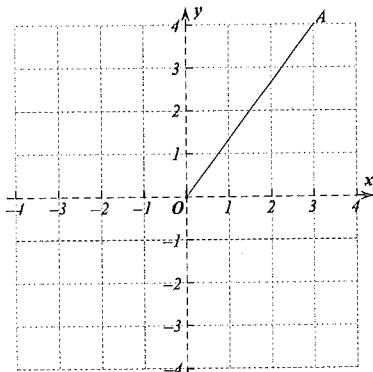
第8题图

#### 二、选择题

8. 如图，把菱形 $ABOC$ 绕点 $O$ 顺时针旋转得到菱形 $DFOE$ ，则下列角中不是旋转角的为( )。
- A.  $\angle BOF$       B.  $\angle AOD$       C.  $\angle COE$       D.  $\angle COF$

9. 如图, 在平面直角坐标系中,  $A$  点坐标为  $(3,4)$ , 将  $OA$  绕原点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $OA'$ , 则  $A'$  的坐标是 ( )。

- A.  $(4,3)$       B.  $(-4,3)$       C.  $(-3,4)$       D.  $(3, -4)$



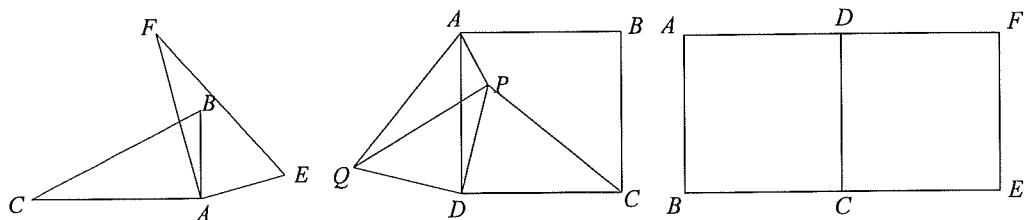
第 9 题图

10. 如图, 把  $\angle A$  是直角的  $\triangle ABC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $75^\circ$ , 把点  $B$  转到点  $E$  得到  $\triangle AEF$ , 则以下结论错误的是 ( )。

- A.  $\angle BAF=15^\circ$       B.  $AC=AF$       C.  $EF=BC$       D.  $\angle EAF=75^\circ$

11. 如图,  $P$  是正方形  $ABCD$  内一点,  $PA=1, PD=2, PC=3$ , 将  $\triangle PDC$  绕着  $D$  点按逆时针旋转  $90^\circ$  到  $\triangle QDA$  的位置, 则  $\angle APD$  的度数为 ( )。

- A.  $120^\circ$       B.  $135^\circ$       C.  $140^\circ$       D.  $150^\circ$



第 10 题图

第 11 题图

第 12 题图

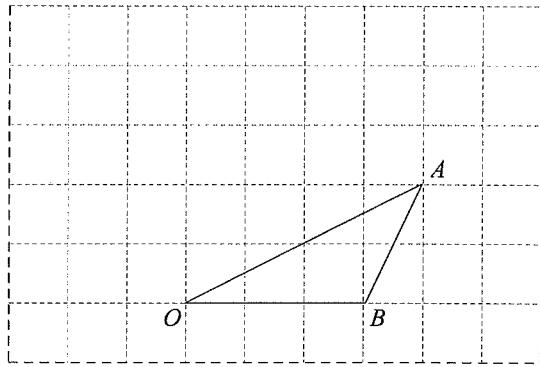
12. 如图, 若正方形  $DCEF$  旋转后能与正方形  $ABCD$  重合, 则图形所在平面内可作为旋转中心的点共有 ( ) 个。

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

### 三、解答题

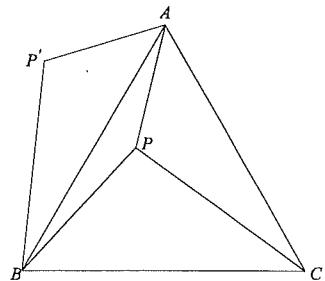
13.如图,点  $O, B$  坐标分别为  $(0,0), (3,0)$ , 将  $\triangle OAB$  绕  $O$  点按逆时针方向旋转  $90^\circ$  到  $\triangle OA'B'$ .

- (1) 画出  $\triangle OA'B'$ ;
- (2) 点  $A'$  的坐标为 \_\_\_\_\_;
- (3)  $BB'$  的长为 \_\_\_\_\_.

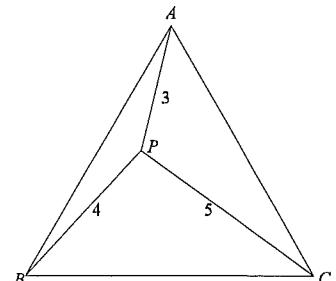


14.如图,  $P$  是正三角形  $ABC$  内一点, 且  $PA=6, PB=8, PC=10$ , 若将  $\triangle PAC$  绕点  $A$  顺时针旋转后得到  $\triangle P'AB$ ,

- (1) 求旋转角的度数;
- (2) 求点  $P$  与点  $P'$  之间的距离;
- (3) 求  $\angle APB$  的度数。



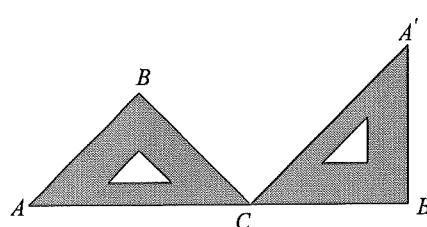
★15.如图,  $P$  是等边  $\triangle ABC$  内一点, 若  $PA=3, PB=4, PC=5$ , 求  $\angle APB$  的度数。



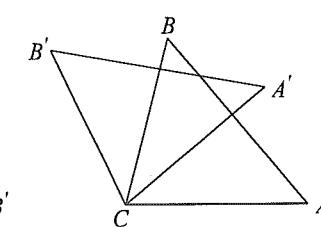
## 23.1 旋转 (2)

### 一、填空题

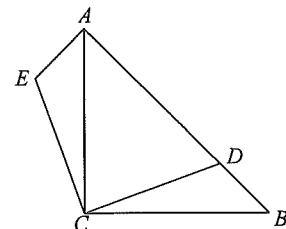
1. 如图, 一块等腰直角三角板  $ABC$ , 在水平桌面上绕点  $C$  顺时针方向旋转到  $A'B'C$  的位置, 使  $A$ 、 $C$ 、 $B'$  三点共线, 那么旋转角度的大小为\_\_\_\_\_.
2. 如图, 将  $\triangle ABC$  绕着点  $C$  按逆时针方向旋转  $40^\circ$ , 点  $B$  落在点  $B'$  的位置, 点  $A$  落在点  $A'$  的位置, 若  $A'C \perp AB$ , 则  $\angle B'A'C =$ \_\_\_\_\_.
3. 如图,  $\triangle ABC$  是等腰直角三角形,  $D$  是  $AB$  上一点,  $\triangle CBD$  经旋转后到达  $\triangle CAE$  的位置.
  - (1) 旋转中心是\_\_\_\_\_, 旋转的度数是\_\_\_\_\_;
  - (2) 若已知  $\angle DCB=20^\circ$ , 则  $\angle AEC=$ \_\_\_\_\_,  $\angle BAE=$ \_\_\_\_\_;
  - (3) 如果连接  $DE$ , 那么  $\triangle DCE$  是\_\_\_\_\_三角形.



第 1 题图

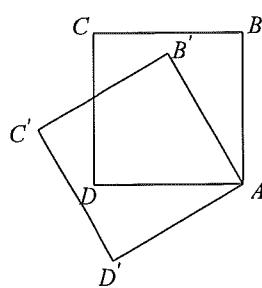


第 2 题图

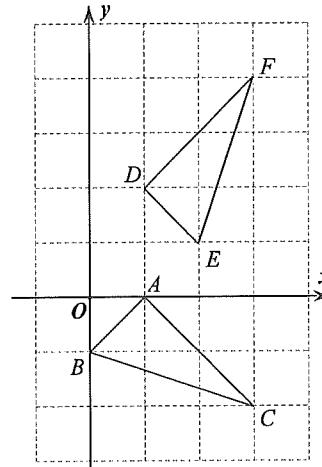


第 3 题图

4. 如图, 把边长为 1 的正方形  $ABCD$  绕顶点  $A$  逆时针旋转  $30^\circ$  到正方形  $AB'CD'$ , 则它们的公共部分的面积等于\_\_\_\_\_.
5. 如图,  $\triangle DEF$  是  $\triangle ABC$  绕着某点旋转得到的, 则这点的坐标是\_\_\_\_\_.



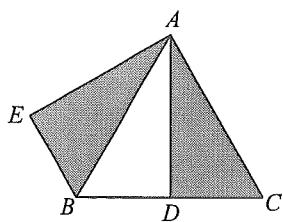
第 4 题图



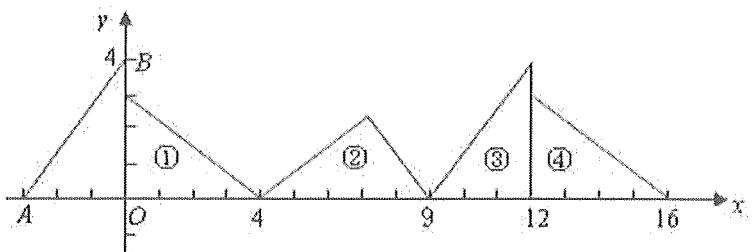
第 5 题图

6. 一名模型赛车手遥控一辆赛车, 先前进  $1m$ , 然后, 原地逆时针方向旋转角  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ ), 被称为一次操作, 若五次操作后, 发现赛车回到出发点, 则角  $\alpha$  的度数为\_\_\_\_\_.
7. 如图,  $\triangle ABC$  为等边三角形, 边长为  $2cm$ ,  $D$  为  $BC$  的中点,  $\triangle AEB$  是  $\triangle ADC$  绕  $A$  顺时针旋转  $60^\circ$  得到的, 则  $BE=$ \_\_\_\_\_  $cm$ . 若连接  $DE$ , 则  $\triangle ADE$  为\_\_\_\_\_三角形.

8. 如图，在直角坐标系中，已知点  $A(-3,0)$ ， $B(0,4)$ ，对  $\triangle OAB$  连续作旋转变换，依次得到三角形①、②、③、④……，则三角形⑩的直角顶点的坐标为\_\_\_\_\_。



第 7 题图

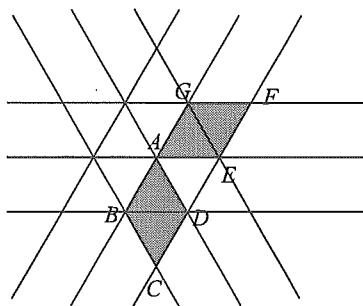


第 8 题图

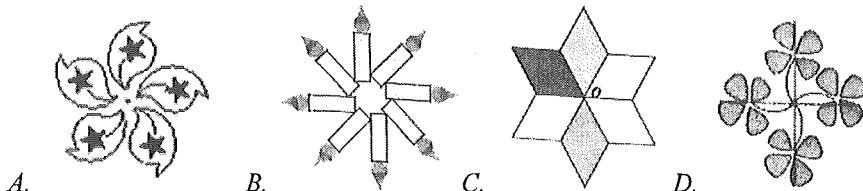
## 二、选择题

9. 同学们曾经玩过万花筒，它是由三块等宽等长的玻璃片围成的，如图所示是看到的万花筒的一个图案，图中所有的小三角形均是全等的等边三角形，其中的菱形  $AEGF$  可以看成是菱形  $ABCD$  以  $A$  为中心（ ）。

- A. 顺时针旋转  $60^\circ$  得到      B. 顺时针旋转  $120^\circ$  得到  
C. 逆时针旋转  $60^\circ$  得到      D. 逆时针旋转  $120^\circ$  得到

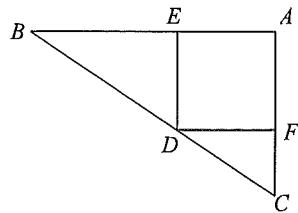


10. 下列图案中，可以由一个“基本图案”连续旋转  $45^\circ$  得到的是（ ）。



11. 如图，是一块直角三角形的土地，现在要在这块地上挖一个正方形蓄水池  $AEDF$ ，已知剩余的两直角三角形（阴影部分）的斜边长分别为  $20cm$  和  $30cm$ ，则剩余的两个直角三角形（阴影部分）的面积和为（ ） $cm^2$ 。

- A. 600      B. 300      C. 200      D. 150



12.  $P$  是等边  $\triangle ABC$  内一点, 又  $\angle APB$ 、 $\angle BPC$ 、 $\angle CPA$  的大小之比是  $5: 6: 7$ , 则以  $PA$ 、 $PB$ 、 $PC$  为边的三角形的三个内角的大小之比是 ( ) (从小到大)。

- A. 2: 3: 4    B. 3: 4: 5    C. 4: 5: 6    D. 不能确定

### 三、解答题

13. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AC=BC=1$ , 将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  逆时针旋转角  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ) 得

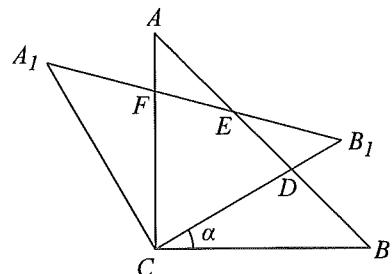
到  $\triangle A_1B_1C$ , 连接  $BB_1$ . 设  $CB_1$  交  $AB$  于  $D$ ,  $A_1B_1$  分别交  $AB$ 、 $AC$  于  $E$ 、 $F$ .

(1) 在图中不再添加其它任何线段的情况下, 请你找出一对全等三角形, 并加以证明

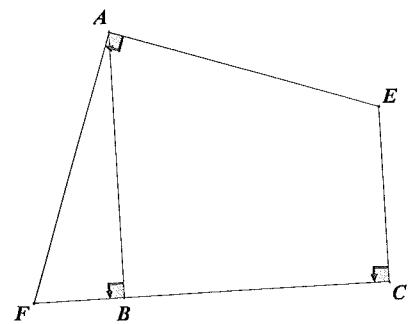
( $\triangle ABC$  与全等除外  $\triangle A_1B_1C$ ) ;

(2) 当  $\triangle BB_1D$  是等腰三角形时, 求  $\alpha$ ;

(3) 当  $\alpha=60^\circ$  时, 求  $BD$  的长。

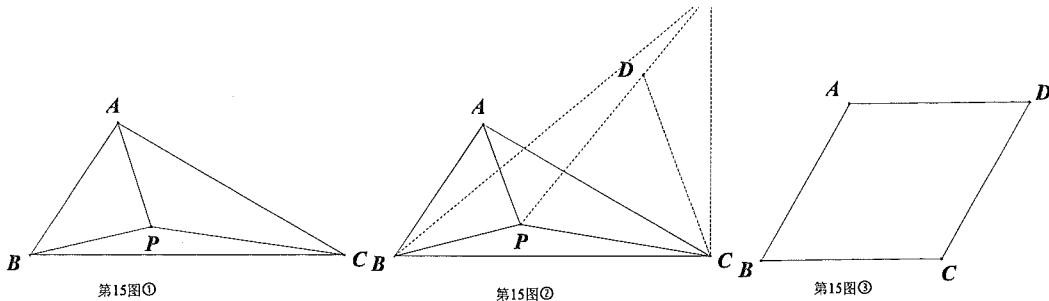


★14. 如图, 四边形  $AECF$  中,  $AE=AF$ ,  $\angle EAF=90^\circ$ ,  $AB \perp FC$  于  $B$ , 且  $AB=BC$ , 若  $FC=10$ ,  $EC=6$ , 求四边形  $AECF$  的面积.



★15.阅读下列材料

小华遇到这样一个问题，如图①， $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 30^\circ, BC = 6, AC = 5$ ，在 $\triangle ABC$  内部有一点  $P$ ，连接  $PA, PB, PC$ ，求  $PA + PB + PC$  的最小值。



小华是这样思考的：要解决这个问题，首先应想办法将这三条端点重合于一点的线段分离，然后再将它们连接成一条折线，并让折线的两个端点为定点，这样依据“两点之间，线段最短”，就可以求出这三条线段和的最小值了。他先后尝试了翻折，旋转，平移的方法，发现通过旋转可以解决这个问题。他的做法是，如图②，将 $\triangle APC$  绕点  $C$  顺时针旋转  $60^\circ$ ，得到 $\triangle EDC$ ，连接  $PD, BE$ ，则  $BE$  的长即为所求。

- (1) 请你写出图②中， $PA + PB + PC$  的最小值为；
- (2) 参考小华的思考问题的方法，解决下列问题：

①如图③，菱形  $ABCD$  中， $\angle ABC = 60^\circ$ ，在菱形  $ABCD$  内部有一点  $P$ ，请在图③中画出并指明长度等于  $PA + PB + PC$  最小值的线段（保留画图痕迹，画出一条即可）；

②若①中菱形  $ABCD$  的边长为 4，请直接写出当  $PA + PB + PC$  值最小时  $PB$  的长。

### 23.2.1 中心对称与中心对称图形

#### 一、填空题

1. 把一个图形绕着某一个点旋转\_\_\_\_\_，如果它能够与另一个图形\_\_\_\_\_，那么称这两个图形关于这个点对称或中心对称，这个点叫做\_\_\_\_\_。

2. 关于中心对称的两个图形的性质是：

- (1) 关于中心对称的两个图形，对称点所连\_\_\_\_\_都经过\_\_\_\_\_，而且被对称中心\_\_\_\_\_。
- (2) 关于中心对称的两个图形是\_\_\_\_\_。

3. 把一个图形绕着某一个点旋转\_\_\_\_\_，如果旋转后的图形能够与原来的图形\_\_\_\_\_，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点就是它的\_\_\_\_\_。

4. 在等腰三角形  $ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ,  $BC = 20\text{cm}$ , 如果以  $AC$  的中点  $O$  为旋转中心，将这个三角形旋转  $180^\circ$ ，点  $B$  落在  $B'$  处，那么点  $B$  与点  $B'$  原来位置相距\_\_\_\_\_。

5. 线段不仅是轴对称图形，而且是\_\_\_\_\_图形，它的对称中心是\_\_\_\_\_。

6. 圆不仅是轴对称图形，而且是\_\_\_\_\_图形，它的对称中心是\_\_\_\_\_。

7. 若线段  $AB, CD$  关于点  $P$  成中心对称，则线段  $AB, CD$  的关系是\_\_\_\_\_。

#### 二、选择题

8. 下列图形中不是轴对称图形而是中心对称图形的是( )

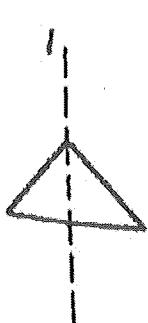
- A. 等边三角形    B. 平行四边形    C. 矩形    D. 菱形

9. 等腰三角形、等边三角形、矩形、正方形和圆这五种图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的图形种数是( )

- A. 2    B. 3    C. 4    D. 5

10. 如图，将三角形绕直线  $l$  旋转一周，可以得到图(E)所示的立体图形的是( )

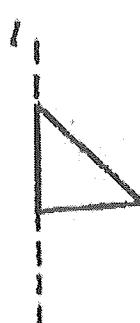
- A. 图(A)    B. 图(B)    C. 图(C)    D. 图(D)



图(A)



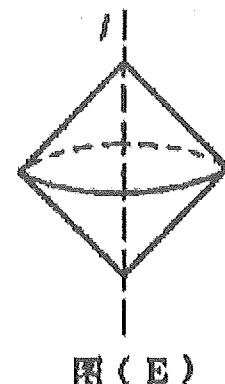
图(B)



图(C)



图(D)



图( E )

11.下列图形中,不是轴对称图形,但是中心对称图形的是( )

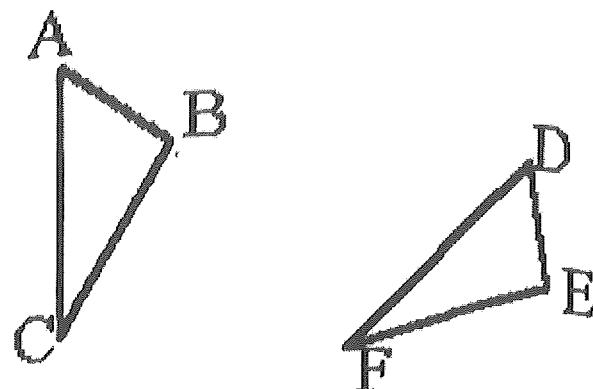
- A.等边三角形      B.菱形
- C.长方形      D.邻边不等或邻角不等的平行四边形

12.下列各组图形中,由左边变成右边的图形,分别进行了平移、旋转、轴对称、中心对称等变换,其中进行了旋转变换的是( )组,进行轴对称变换的是( )

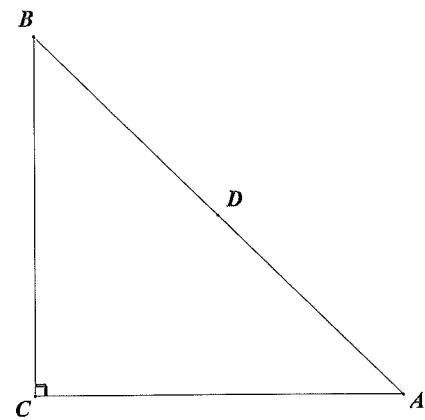
- A. FJ      B. FE      C. FA      D. FF

### 三、解答题

13. 如图,  $\triangle DEF$  是由  $\triangle ABC$  旋转得到的, 请作出它的旋转中心.

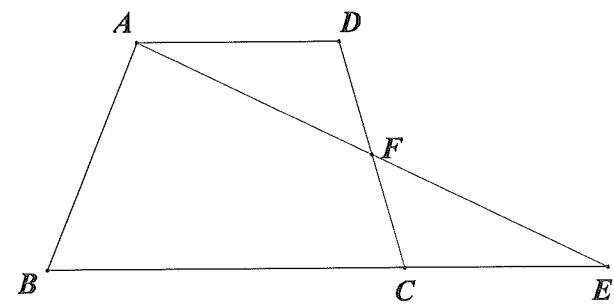


14.如图,  $\triangle ABC$  是等腰三角形,  $\angle C = 90^\circ$ , 点  $D$  是  $AB$  的中点, 试作出  $\triangle ABC$  绕点  $D$  顺时针旋转  $90^\circ$  所得的图形, 并指出图形中有多少个等腰三角形.



15. 四边形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC, DF = CF$ , 连接  $AF$  并延长交  $BC$  延长线于点  $E$ .

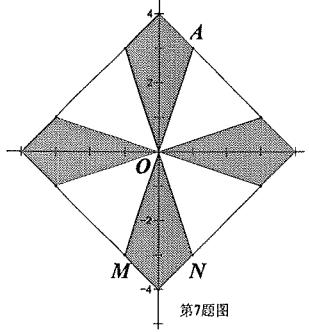
- (1) 图中哪两个三角形可以通过怎样的旋转而相互得到?
- (2) 四边形  $ABCD$  的面积与图中哪个三角形的面积相等?
- (3) 若  $AB = AD + BC, \angle B = 70^\circ$ , 试求  $\angle DAF$  的度数.



## 23.2.2 关于原点对称的点的坐标

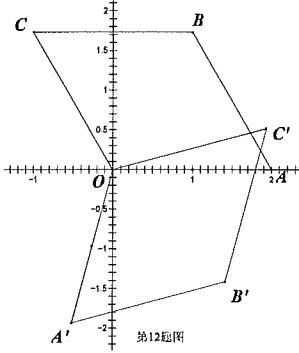
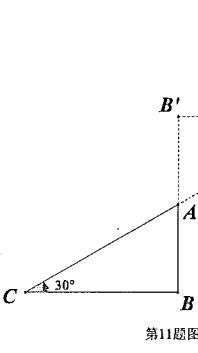
### 一、填空题

1. 点(2,3)关于原点对称的点的坐标是\_\_\_\_\_.
2. 点  $P(1,2)$  关于  $x$  轴的对称点  $P_1$  的坐标是\_\_\_\_\_, 点  $P(1,2)$  关于原点  $O$  的对称点  $P_2$  的坐标是\_\_\_\_\_.
3. 平面直角坐标系中, 点  $P(2,3)$  与点  $P'(2a+b, a+2b)$  关于原点对称, 则  $a-b=$ \_\_\_\_\_.
4. 已知点  $A$  与  $B(1,-6)$  关于  $y$  轴对称, 则点  $A$  关于原点对称的点  $C$  的坐标是\_\_\_\_\_.
5. 直线  $y=x+3$  有一点  $P(m-5, 2m)$ , 则  $P$  点关于原点的对称点  $P'$  为\_\_\_\_\_.
6. 点  $A$  的坐标是(-6,8), 则点  $A$  关于  $x$  轴对称的点的坐标是\_\_\_\_\_, 点  $A$  关于  $y$  轴对称的点的坐标是\_\_\_\_\_, 点  $A$  关于原点对称的点的坐标是\_\_\_\_\_.
7. 如图, 阴影部分组成的图案既是关于  $x$  轴成轴对称的图形又是关于坐标原点  $O$  成中心对称的图形. 若点  $A$  的坐标是(1,3), 则点  $M$  和点  $N$  的坐标分别是\_\_\_\_\_.



二、选择题

8. 若点  $P(m, 2)$  与点  $Q(3, n)$  关于原点对称, 则  $m, n$  的值分别是 ( )  
 A.-3,2      B.3, -2      C.-3, -2      D.3,2
9. 设点  $A$  与点  $B$  关于  $x$  轴的对称, 点  $A$  与点  $C$  关于  $y$  轴对称, 则点  $B$  与点  $C$  ( )  
 A. 关于  $y$  轴对称      B. 关于  $x$  轴对称      C. 关于原点对称      D. 以上均不对
10. 已知两点  $M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2)$ , 若  $x_1 + x_2 = 0, y_1 + y_2 = 0$ , 则点  $M_1$  与  $M_2$  ( )  
 A. 关于  $y$  轴对称      B. 关于  $x$  轴对称      C. 关于原点对称      D. 以上均不对
11. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = 90^\circ, \angle C = 30^\circ, AB = 1$ , 将  $\triangle ABC$  绕顶点  $A$  旋转  $180^\circ$ , 点  $C$  落在  $C'$  处, 则  $CC'$  的长为  
 A. 4      B.  $4\sqrt{2}$       C.  $2\sqrt{3}$       D.  $2\sqrt{5}$
12. 如图, 菱形  $OABC$  的顶点  $O$  在坐标原点, 顶点  $A$  在  $x$  轴上,  $\angle B = 120^\circ, OA = 2$ , 将菱形  $OABC$  绕原点顺时针旋转  $105^\circ$  至  $OA'B'C'$  的位置, 则点  $B'$  的坐标为( )  
 A.  $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$       B.  $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$       C.  $(2, -2)$       D.  $(\sqrt{3}, -\sqrt{3})$

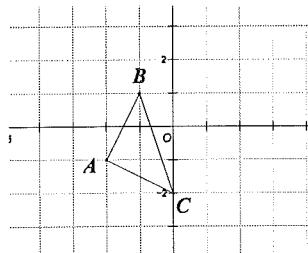


### 三、解答题

13. 如图,在平面直角坐标系中,  $\triangle ABC$  的三个顶点坐标分别为  $A(-2, -1)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(0, -2)$

(1) 点  $B$  关于坐标原点  $O$  对称的点的坐标为\_\_\_\_\_;

(2) 将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$ , 画出旋转后得到的  $\triangle A_1B_1C$ ;



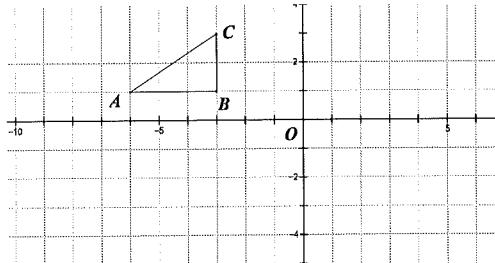
14. 如图,方格纸中的每个小方格都是边长为 1 个单位的正方形,  $Rt\triangle ABC$  的顶点均在格点上, 在建立平面直角坐标系后, 点  $A$  的坐标为  $(-6, 1)$ , 点  $B$  的坐标为  $(-3, 1)$ , 点  $C$  的坐标为  $(-3, 3)$

(1) 将  $Rt\triangle ABC$  沿  $x$  轴正方向平移 5 个单位得到  $Rt\triangle A_1B_1C_1$ , 试在图上画出  $Rt\triangle A_1B_1C_1$  的图

形, 并写出点  $A_1$  的坐标;

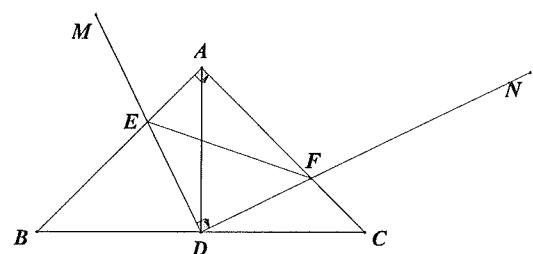
(2) 将  $Rt\triangle ABC$  绕点  $B$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $Rt\triangle A_2B_2C_2$ , 试在图上画出  $Rt\triangle A_2B_2C_2$  的图

形



15.如图,  $Rt\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 点  $D$  为  $BC$  中点.  $\angle MDN = 90^\circ$ ,  $\angle MDN$  绕点  $D$  旋转,  $DM, DN$  分别与边  $AB, AC$  交于  $E, F$  两点. 则下列结论中正确的是

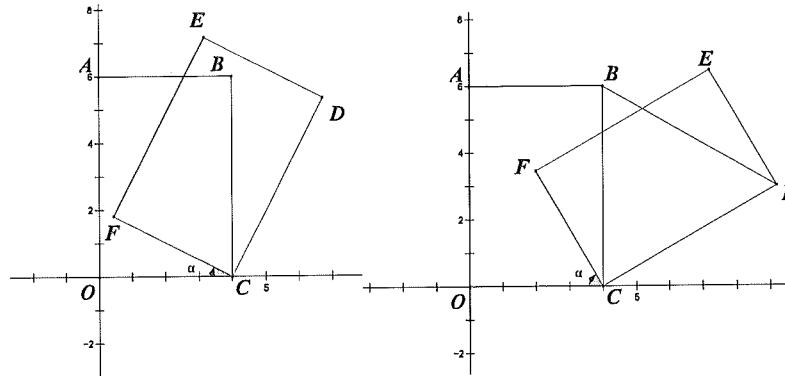
- ①  $BE + CF = \frac{\sqrt{2}}{2} BC$ ;
- ②  $S_{\triangle AEF} \leq \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$ ;
- ③  $S_{AEDF} = AD \cdot EF$ ;
- ④  $AD \geq EF$ ;
- ⑤  $AD$  与  $EF$  可能互相平分.



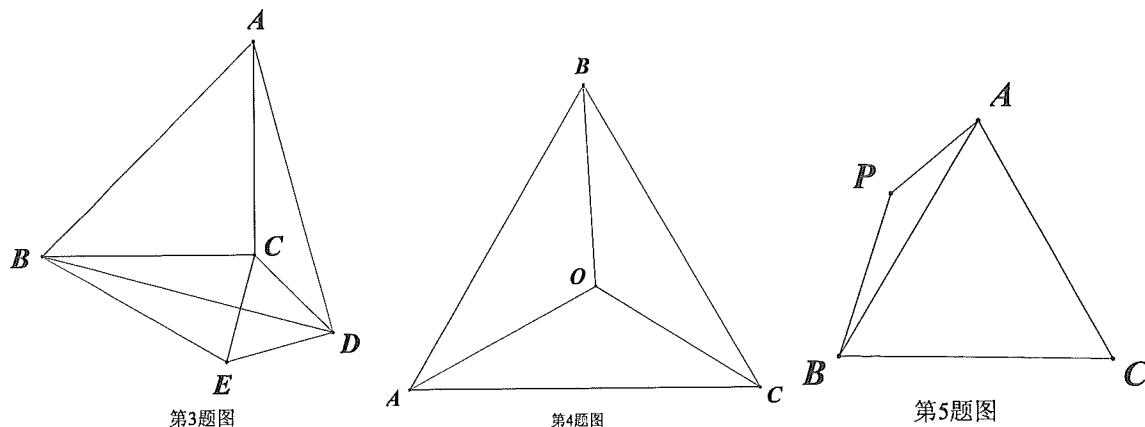
### 23.3 旋转的应用(1)

一、填空题

1.  $\triangle ABC$  中,  $AB = 8, AC = 6, AD$  是  $BC$  边上的中线, 则  $AD$  长度的范围是\_\_\_\_\_.
2. 把边长分别为 4 和 6 的矩形  $ABCO$  如图放在平面直角坐标系中, 将它绕点  $C$  顺时针旋转  $\alpha$  角, 旋转后的矩形记为矩形  $EDCF$ . 在旋转过程中,
  - (1) 如图①, 当点  $E$  在射线  $CB$  上时,  $E$  点坐标为;
  - (2) 当  $\triangle CBD$  是等边三角形时, 旋转角  $\alpha$  的度数是( $\alpha$  为锐角)

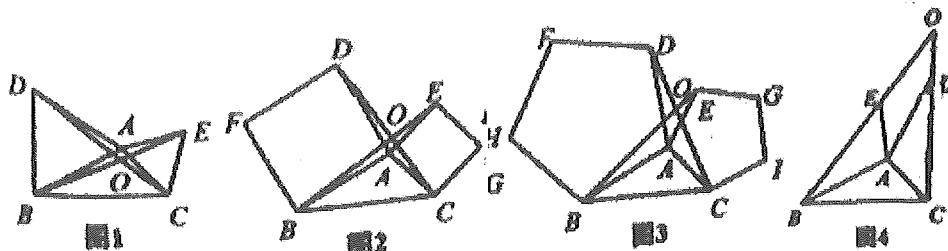


3. 如图, 以等腰直角  $\triangle ABC$  的斜边  $AB$  为边作等边  $\triangle ABD$ , 连结  $DC$ , 以  $DC$  为边作等边  $\triangle DCE$ ,  $B, E$  在  $CD$  的同侧. 若  $AB = \sqrt{2}$ , 则  $BE =$  \_\_\_\_\_.



4. 如图, 等边  $\triangle ABC$  中,  $\angle AOB = 115^\circ, \angle BOC = 125^\circ$ , 则以线段  $OA, OB, OC$  为边构成的三角形的各角的度数分别为\_\_\_\_\_.
5. 如图, 点  $P$  是等边  $\triangle ABC$  外一点,  $AP = 2, BP = 3$ , 则  $PC$  的最大值为\_\_\_\_\_.

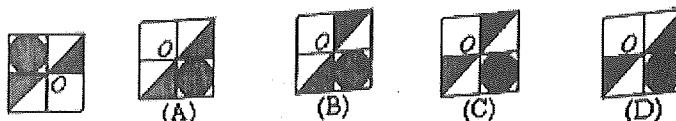
6. 如图 1, 图 2, 图 3, 在  $\triangle ABC$  中, 分别以  $AB, AC$  为边, 向  $\triangle ABC$  外作正三角形, 正四边形, 正五边形,  $BE, CD$  相交于点  $O$



- (1) 如图 1,  $\angle BOC = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 如图 2,  $\angle BOC = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 如图 3,  $\angle BOC = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (2) 如图 4, 已知:  $AB, AD$  是以  $AB$  为边向  $\triangle ABC$  外所作正  $n$  边形的一组邻边;  $AC, AE$  是以  $AC$  为边向  $\triangle ABC$  外所作正  $n$  边形的一组邻边.  $BE, CD$  的延长线交于点  $O$ . 此时,  $\angle BOC = \underline{\hspace{2cm}}$  (用含  $n$  的式子表示)

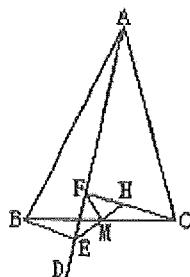
## 二、选择题

7. 如图, 将正方形图案绕中心  $O$  旋转  $180^\circ$  后, 得到的图案是( )

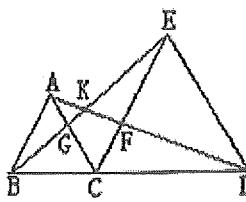


8. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是  $\angle BAC$  内的一条射线,  $BE \perp AD$ , 且  $\triangle CHM$  可由  $\triangle BEM$  旋转而得, 则下列结论中错误的是( )

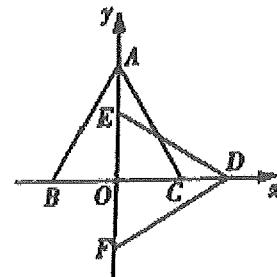
- A.  $M$  是  $BC$  的中点      B.  $FM = \frac{1}{2}EH$       C.  $CF \perp AD$       D.  $FM \perp BC$



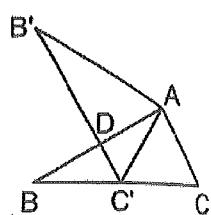
第 8 题图



第 9 题图



第 10 题图



第 11 题图

9. 如图,  $C$  是线段  $BD$  上一点, 分别以  $BC, CD$  为边作等边  $\triangle ABC$  和等边  $\triangle CDE$ ,  $AD$  交  $CE$  于  $F$ ,  $BE$  交  $AC$  于  $G$ , 则图中可通过旋转而相互得到的三角形对数有( )

- A. 1 对      B. 2 对      C. 3 对      D. 4 对

10. 如图,在平面直角坐标系中,  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  为等边三角形,  $AB = DE$ , 点  $B, C, D$  在  $x$  轴上, 点  $A, E, F$  在  $y$  轴上, 下面判断正确的是( )

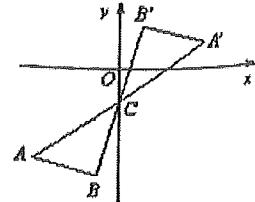
- A.  $\triangle DEF$  是  $\triangle ABC$  绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到的
- B.  $\triangle DEF$  是  $\triangle ABC$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到的
- C.  $\triangle DEF$  是  $\triangle ABC$  绕点  $O$  顺时针旋转  $60^\circ$  得到的
- D.  $\triangle DEF$  是  $\triangle ABC$  绕点  $O$  顺时针旋转  $120^\circ$  得到的

11. 如图, 将  $Rt\triangle ABC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $60^\circ$  后, 得到  $\triangle AB'C'$ , 且  $C'$  为斜边  $BC$  的中点, 则  $C'D : DB'$  等于 ( )

- A. 1:2
- B. 1:3
- C.  $1:\sqrt{3}$
- D.  $1:2\sqrt{2}$

12. 如图, 将  $\triangle ABC$  绕点  $C(0, -1)$  旋转  $180^\circ$  得到  $\triangle A'B'C$ , 设点  $A$  的坐标为  $(a, b)$  则点  $A'$  的坐标为 ( )

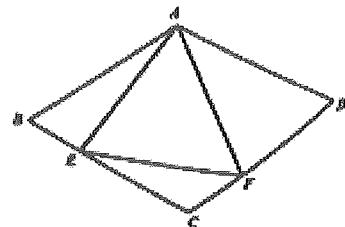
- A.  $(-a, -b)$
- B.  $(-a, -b-1)$
- C.  $(-a, -b-2)$
- D.  $(-a, -b+1)$



第 12 题图

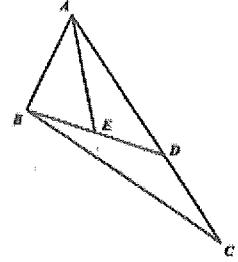
### 三、解答题

13. 如图, 菱形  $ABCD$  中,  $\angle B = 60^\circ$ , 若  $\angle EAF = 60^\circ$ . 求证:  $\triangle EAF$  是等边三角形



14. 点  $P$  为等边  $\triangle ABC$  内一点, 若  $PA=2$ ,  $PB=\sqrt{3}$ ,  $PC=1$ , 求  $\angle PBC$  的度数及  $\triangle ABC$  的面积.

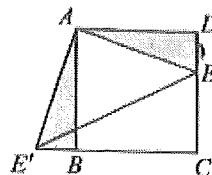
15. 点  $D$  是  $\triangle ABC$  的边上  $AC$  一点, 且  $AB = CD$ ,  $\angle BAC = 60^\circ$ , 点  $E$  是  $BD$  的中点, 若  $AE = 4$ , 求  $BC$  的长.



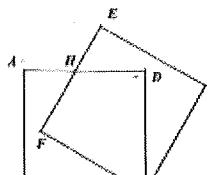
## 23.3 旋转的应用 (2)

### 一、填空题

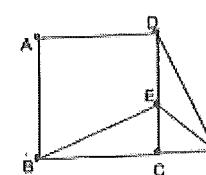
1. 如图, 已知正方形  $ABCD$  的边长为 3,  $E$  为  $CD$  边上一点,  $DE=1$ . 以点  $A$  为中心, 把  $\triangle ADE$  顺时针旋转  $90^\circ$ , 得  $\triangle ABE'$ , 连接  $EE'$ , 则  $EE'$  的长等于\_\_\_\_\_.



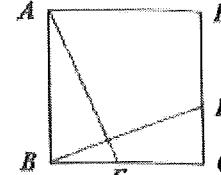
第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图



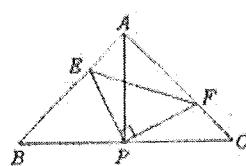
第 4 题图

2. 如图, 边长为 6 的正方形  $ABCD$  绕点  $C$  按顺时针方向旋转  $30^\circ$  后得到正方形  $EFCG$ ,  $EF$  交  $AD$  于点  $H$ , 那么  $DH$  的长为\_\_\_\_\_.

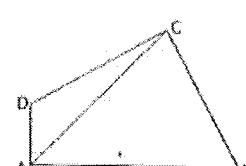
3. 如图, 在正方形  $ABCD$  中,  $E$  为  $DC$  边上的点, 连结  $BE$ , 将  $\triangle BCE$  绕点  $C$  顺时针方向旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle DCF$ , 连结  $EF$ , 若  $\angle BEC=60^\circ$ , 则  $\angle EFD$  为\_\_\_\_\_度.

4. 如图,  $E$ 、 $F$  分别是正方形  $ABCD$  的边  $BC$ 、 $CD$  上的点,  $BE=CF$ , 连接  $AE$ 、 $BF$ , 将  $\triangle ABE$  绕正方形的中心按逆时针方向转到  $\triangle BCF$ , 旋转角为  $A(0^\circ < A < 180^\circ)$ , 则  $\angle A=$ \_\_\_\_\_.

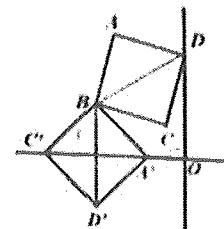
5. 如图, 已知  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $\angle BAC=90^\circ$ , 直角  $\angle EPF$  的顶点  $P$  是  $BC$  中点, 两边  $PE$ ,  $PF$  分别交  $AB$ ,  $AC$  于点  $E$ ,  $F$ , 给出以下五个结论: ①  $AE=CF$  ②  $\angle APE=\angle CPF$  ③  $\triangle EPF$  是等腰直角三角形 ④  $EF=AP$  ⑤  $S_{\text{四边形} AEPF}=\frac{1}{2}$ . 当  $\angle EPF$  在  $\triangle ABC$  内绕顶点  $P$  旋转时(点  $E$  不与  $A$ ,  $B$  重合), 上述结论中始终正确的序号有\_\_\_\_\_.



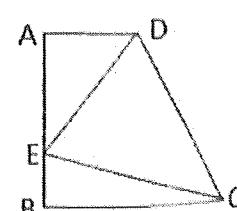
第 5 题图



第 6 题图



第 7 题图



第 8 题图

6. 如图, 四边形  $ABCD$  中,  $\angle DAB=\angle BCD=90^\circ$ ,  $CD=CB$ ,  $AC=\sqrt{3}$ , 则四边形  $ABCD$  的面积为\_\_\_\_\_.

7. 如图, 将正方形  $ABCD$  以点  $B$  为旋转中心顺时针旋转  $120^\circ$  得到正方形  $A'B'C'D'$ ,  $DO \perp C'A'$  于  $O$ , 若  $A'O=\sqrt{3}-1$ , 则正方形  $ABCD$  的边长为\_\_\_\_\_.

8. 如图在直角梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$  ( $BC > AD$ ),  $\angle B=90^\circ$ ,  $AB=BC=12$ ,  $E$  是  $AB$  上一点, 且  $\angle DCE=45^\circ$ ,  $BE=4$ , 则  $DE=$ \_\_\_\_\_.

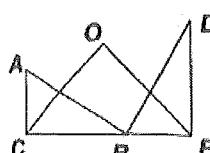
## 二、选择题

9.如图,  $Rt\triangle ABC$  绕  $O$  点旋转  $90^\circ$  得  $Rt\triangle BDE$ , 其中  $\angle ACB=\angle BED=90^\circ$ ,  $AC=3$ ,  $DE=5$ , 则  $OC$  的长为( )。

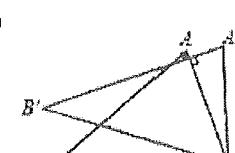
- A.  $5+\frac{\sqrt{2}}{2}$     B.  $4\sqrt{2}$     C.  $3+2\sqrt{2}$     D.  $4+\sqrt{3}$

10.如图, 将  $\triangle ABC$  绕着点  $C$  按顺时针方向旋转  $20^\circ$ ,  $B$  点落在  $B'$  位置,  $A$  点落在  $A'$  位置, 若  $AC \perp A'B'$ , 则  $\angle BAC$  的度数是( )。

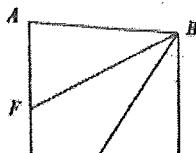
- A.  $50^\circ$     B.  $60^\circ$     C.  $70^\circ$     D.  $80^\circ$



第9题图



第10题图



第11题图



第12题图

11. 已知: 如图,  $E$  是正方形  $ABCD$  的边  $CD$  上任意一点,  $F$  是边  $AD$  上的点, 且  $FB$  平分  $\angle ABE$ . 则( )。

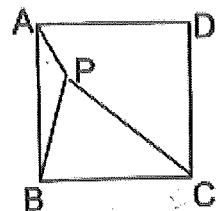
- A.  $BE > AF + CE$     B.  $BE = AF + CE$   
C.  $BE < AF + CE$     D.  $BE$  与  $AF + CE$  的大小不确定,

12. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC$ ,  $D$  是斜边  $BC$  上一点, 若  $BD = 1$ ,  $CD = 7$ , 则  $AD$  的长为( )。

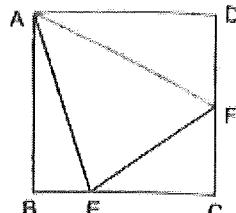
- A. 3    B. 4    C. 5    D. 6

## 三、解答题

13. 如图, 点  $P$  为正方形  $ABCD$  内一点, 若  $PA=2$ ,  $PB=4$ ,  $\angle APB=135^\circ$ , 求  $PC$  的长.



14. 如图, 正方形  $ABCD$  边长为 3, 点  $E$ 、 $F$  分别在边  $BC$ 、 $CD$  上且  $\angle EAF=45^\circ$ , 求  $\triangleCEF$  的周长.



15. 如图 1,在 $\triangle ACB$  和 $\triangle AED$  中,  $AC=BC, AE=DE, \angle ACB=\angle AED=90^\circ$ , 点 E 在 AB 上, F 是线段 BD 的中点, 连结 CE、EF.

- (1)请你探究线段 CE 与 EF 之间的数量关系(直接写出结果, 不需说明理由);
- (2)将图 1 中的 $\triangle AED$  绕点 A 顺时针旋转, 使 $\triangle AED$  的一边 AE 恰好与 $\triangle ACB$  的边 AC 在同一条直线上(如图 2), 连结 BD, 取 BD 的中点 F, 问(1)中的结论是否仍然成立, 并说明理由;
- (3)将图 1 中的 $\triangle AED$  绕点 A 顺时针旋转任意的角度(如图 3), 连结 BD, 取 BD 的中点 F, 问(1)中的结论是否仍然成立, 并说明理由.

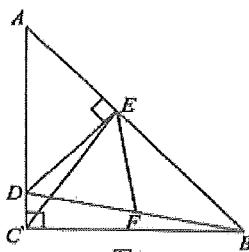


图1

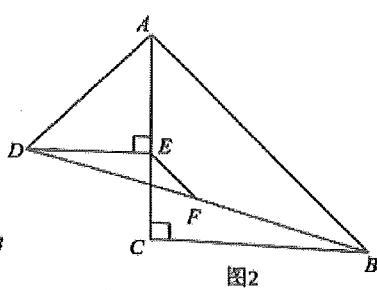


图2

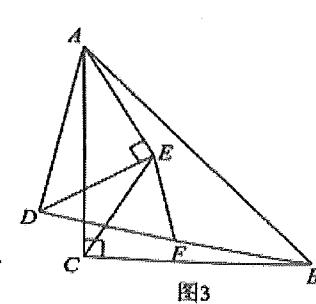
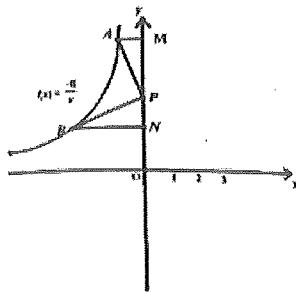


图3

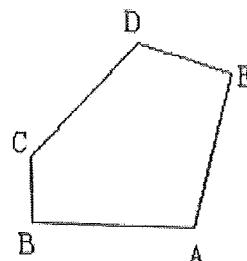
### 23.3 旋转的应用 (3)

#### 一、填空题

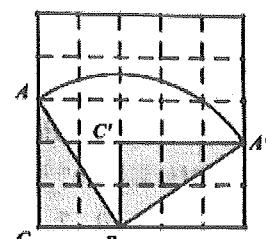
1. 直线  $y=2x+2$  绕坐标原点逆时针旋转  $90^\circ$  后得到的直线解析式为\_\_\_\_\_.
2. 如图,  $A(-1, 6)$  是双曲线  $y=\frac{k}{x}$  ( $x < 0$ ) 上的一点,  $P$  为  $y$  轴正半轴上的一点, 将  $A$  点绕  $P$  点逆时针旋转  $90^\circ$ , 恰好落在双曲线上的另一点  $B$ , 则点  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_.



第 2 题图

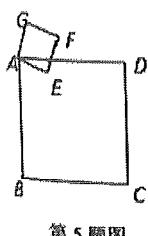


第 3 题图

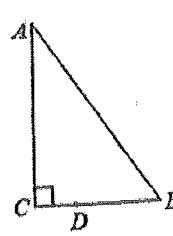


第 4 题图

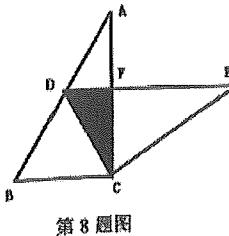
3. 如图, 五边形  $ABCDE$  中,  $\angle ABC=\angle AED=90^\circ$ ,  $AB=CD=AE=BC+DE=1$ , 则这个五边形  $ABCDE$  的面积等于\_\_\_\_\_.
4. 如图,  $\triangle ABC$  的三个顶点都在  $5 \times 5$  的网格(每个小正方形的边长均为 1 个单位长度)的格点上, 将  $\triangle ABC$  绕点  $B$  顺时针旋转到  $\triangle A_1B_1C_1$  的位置, 且点  $A$ 、 $C$  仍落在格点上, 则线段  $AB$  扫过的图形的面积是平方单位(结果保留  $\pi$ ).
5. 如图, 正方形  $ABCD$  的边长为 4, 正方形  $AEGF$  的边长为 1. 如果正方形  $AEGF$  绕点  $A$  旋转, 那么  $C$ 、 $F$  两点之间的最小距离为\_\_\_\_\_.



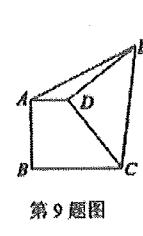
第 5 题图



第 6 题图



第 8 题图



第 9 题图

6. 如图,  $RT\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $\angle B=50^\circ$ , 点  $D$  在边  $BC$  上,  $BD=2CD$ . 把  $\triangle ABC$  绕着点  $D$  逆时针旋转  $M(0 < M < 180)$  度后, 如果点  $B$  恰好落在初始  $RT\triangle ABC$  的某边上, 那么  $M=$ \_\_\_\_\_.

7. 在平面直角坐标系  $XOY$  中, 直线  $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$  分别交  $X$  轴、 $y$  轴于  $C$ 、 $A$  两点. 将射线  $AM$  绕着点  $A$  顺时针旋转  $45^\circ$ , 得到射线  $AN$ . 点  $D$  为  $AM$  上的动点, 点  $B$  为  $AN$  上的动点, 点  $C$  在  $\angle MAN$  的内部.

(1)  $\triangle BCD$  周长的最小值是\_\_\_\_\_;

(2) 当  $\triangle BCD$  的周长取得最小值, 且  $BD=\frac{5}{3}\sqrt{2}$  时,  $\triangle BCD$  的面积为\_\_\_\_\_.

## 二、选择题

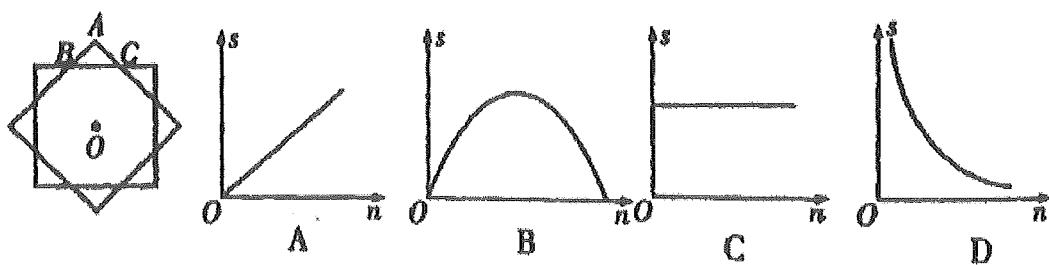
- 8.如图,在Rt  $\triangle ABC$ 中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $\angle A=30^\circ$ ,  $BC=2$ ,将 $\triangle ABC$ 绕点C按顺时针方向旋转N度后,得到 $\triangle EDC$ ,此时,点D在AB边上,斜边DE交AC边于点F,则N的大小和图中阴影部分的面积分别为( ).

A. 30, 2      B. 60, 2      C.  $60, \frac{\sqrt{3}}{2}$       D.  $60, \sqrt{3}$

- 9.如图,直角梯形ABCD中,  $AD \parallel BC$ ,  $AB \perp BC$ ,  $AD=2$ ,  $BC=3$ ,将腰CD以D为中心逆时针旋转90°至ED,连AE,CE,则 $\triangle ADE$ 的面积是( ).

A. 1      B. 2      C. 3      D.不能确定

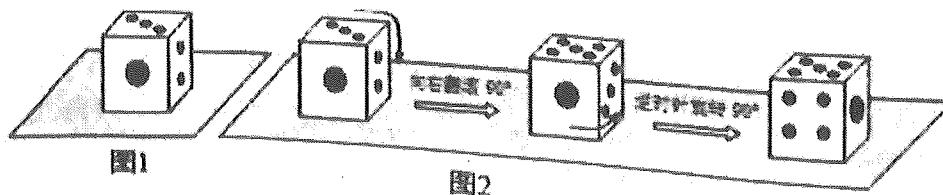
- 10.如图,两块完全重合的正方形纸片,如果上面的一块绕正方形的中心O作0°~90°的旋转,那么旋转时露出的 $\triangle ABC$ 的面积(S)随着旋转角度(N)的变化而变化,下面表示S与N关系的图象大致是( ).



- 11.在平面直角坐标系中,已知 $P_1(1,0)$ ,将其绕着原点按逆时针方向旋转30°得到 $P_2$ ,延长 $OP_2$ 到点 $P_3$ ,使得 $OP_3=2OP_2$ ,再将点 $P_3$ 绕着原点按逆时针方向旋转30°得到 $P_4$ ,延长 $OP_4$ 到点 $P_5$ ,使得 $OP_5=2OP_4$ ,……如此继续下去,到点 $P_{2014}$ 的坐标是( ).

A.  $(\sqrt{3} \times 2^{1005}, -2^{1005})$     B.  $(0, -2^{1006})$     C.  $(\sqrt{3} \times 2^{1006}, -2^{1006})$     D.  $(2^{1006}, 0)$

- 12.将正方体骰子(相对面上的点数分别为1和6、2和5、3和4)放置于水平桌面上,如图①.在图②中,将骰子向右翻滚90°,然后在桌面上按逆时针方向旋转90°,完成一次变换.若骰子的初始位置为图①所示的状态,那么按上述规则连续完成10次变换后,骰子朝上一面的点数是( ).



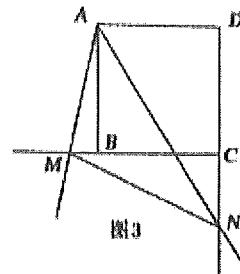
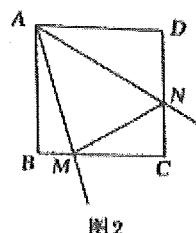
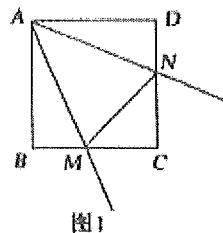
A. 6    B. 5    C. 3    D. 2

### 三、解答题

13. 已知: 正方形  $ABCD$  中,  $\angle MAN = 45^\circ$ . 将  $\angle MAN$  绕点  $A$  顺时针旋转, 它的两边分别交  $CB$ 、 $DC$  (或它们的延长线)于点  $M$ 、 $N$ .

(1) 如图 1, 当  $\angle MAN$  绕点  $A$  旋转到  $BM=DN$  时, 有  $BM+DN=MN$ . 当  $\angle MAN$  绕点  $A$  旋转到  $BM \neq DN$  时, 如图 2, 请问图 1 中的结论是否成立? 如果成立, 请给予证明, 如果不成立, 请说明理由;

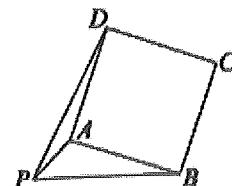
(2) 当  $\angle MAN$  绕点  $A$  旋转到如图 3 的位置时, 线段  $BM$ ,  $DN$  和  $MN$  之间有怎样 的等量关系? 请写出你的猜想, 并证明.



14. 已知,  $PA=\sqrt{2}$ ,  $PB=4$ , 以  $AB$  为一边作正方形  $ABCD$ , 使  $P, D$  两点落在直线  $AB$  的两侧.

(1) 如图, 当  $\angle APB=45^\circ$  时, 求  $AB$  及  $PD$  的长;

(2) 当  $\angle APB$  变化, 且其它条件不变时, 求  $PD$  的最大值, 及相应  $\angle APB$  的大小.



15. 如图 1,  $Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle EDF$ ,  $\angle ACB = \angle F = 90^\circ$ ,  $\angle A = \angle E = 30^\circ$ .  $\triangle EDF$  绕着边  $AB$  的中点  $D$  旋转,  $DE, DF$  分别交线段  $AC$  于点  $M, K$ .

(1) 观察:

①如图 2, 图 3, 当  $\angle CDF = 0^\circ$  或  $60^\circ$  时,  $AM + CK \underline{\quad} MK$  (填 " $>$ " " $<$ " 或 " $=$ ");

②如图 4, 当  $\angle CDF = 30^\circ$  时,  $AM + CK \underline{\quad} MK$  (只填 " $>$ " 或 " $<$ ");

(2) 猜想:

如图 1, 当  $0^\circ < \angle CDF < 60^\circ$  时,  $AM + CK \underline{\quad} MK$ , 证明你所得到的结论.

(3) 如果  $MK^2 + CK^2 = AM^2$ , 请直接写出  $\angle CDF$  的度数和  $\frac{MK}{AM}$  的值.

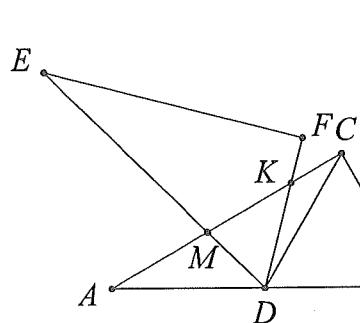


图1

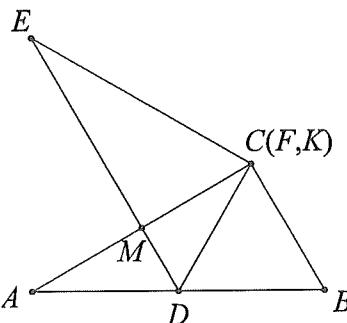


图2

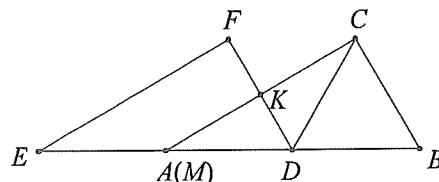


图3

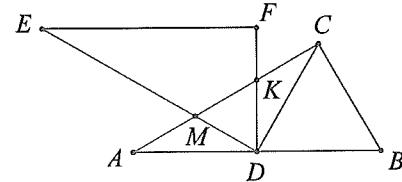
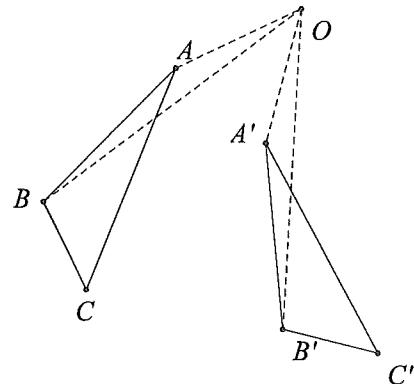


图4

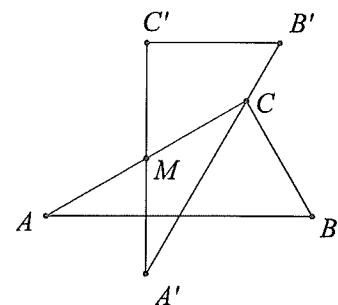
## 综合练习

### 一、填空题

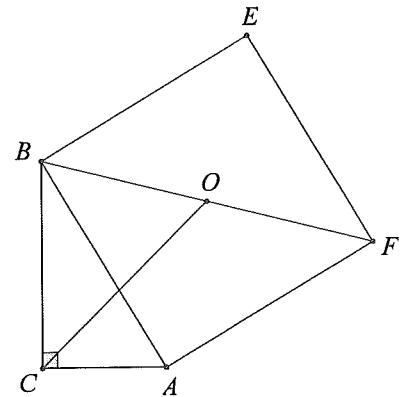
- $\triangle ABC$  是等边三角形, 点  $O$  是三条中线的交点,  $\triangle ABC$  以点  $O$  为旋转中心, 则至少旋转 \_\_\_\_\_ 度后能与原来图形重合.
- 如图, 将  $\triangle ABC$  绕点  $O$  旋转得到  $\triangle A'B'C'$ , 若  $AC=1$ ,  $\angle AOA'=50^\circ$ ,  $\angle A'OB=30^\circ$ ,  $\angle BAC + \angle C = 60^\circ$ , 则  $A'C' =$  \_\_\_\_\_,  $\angle A'OB =$  \_\_\_\_\_,  $\angle A'B'C' =$  \_\_\_\_\_.



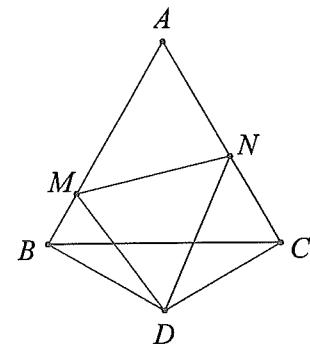
- 平面直角坐标系上的三个点  $O(0,0)$ ,  $A(-1,1)$ ,  $B(-1,0)$ , 将  $\triangle ABO$  绕点  $O$  按顺时针旋转  $135^\circ$  则点  $A, B$  的对应点  $A_1, B_1$  的坐标分别是  $A_1$  \_\_\_\_\_,  $B_1$  \_\_\_\_\_.
- 如图, 是两块完全一样的含  $30^\circ$  角的三角板, 分别记作  $\triangle ABC$  与  $\triangle A'B'C'$ , 现将两块三角板重叠在一起, 设较长直角边的中点为  $M$ , 绕中点  $M$  转动上面的三角板  $ABC$ , 使其直角顶点  $C$  恰好落在三角板  $\triangle A'B'C'$  的斜边  $A'B'$  上, 当  $\angle A=30^\circ$ ,  $AC=10$  时, 则此时两直角顶点  $C, C'$  间的距离是 \_\_\_\_\_.



5. 如图, 在直角  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 3$ , 以  $AB$  为一边向三角形外作正方形  $ABEF$ , 正方形的中心为  $O$ , 且  $OC = 4\sqrt{2}$ , 则  $BC = \underline{\hspace{2cm}}$ .



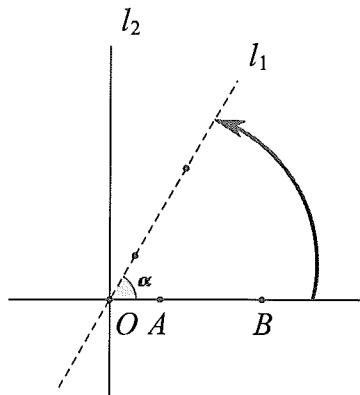
6. 如图,  $\triangle ABC$  是边长为 1 的正三角形  $\triangle BDC$  是顶角  $\angle BDC = 120^\circ$  的等腰三角形, 以  $D$  为顶点作一个  $60^\circ$  度角, 角的两边分别交  $AB$  于  $M$ , 交  $AC$  于  $N$ , 连结  $MN$ , 则  $\triangle AMN$  的周长为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



7. 如图所示, 直线  $l_1 \perp l_2$  垂足为点  $O$ ,  $A, B$  是直线  $l_1$  上的两点, 且  $OB = 2, AB = \sqrt{2}$ . 直线  $l_1$  绕点  $O$  按逆时针方向旋转, 旋转角度为  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ ).

(1) 当  $\alpha = 60^\circ$  时, 在直线  $l_2$  上找点  $P$ , 使得  $\triangle BPA$  是以  $\angle B$  为顶角的等腰三角形, 此时  $OP =$  \_\_\_\_\_;

(2) 当  $\alpha$  在什么范围内变化时,  $l_2$  上存在点  $P$ , 使得  $\triangle BPA$  是以  $\angle B$  为顶角的等腰三角形, 请用不等式表示  $\alpha$  的取值范围: \_\_\_\_\_.



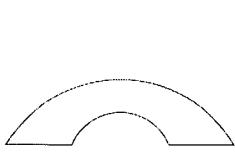
## 二、选择题

8. 下列图形中, 是中心对称的图形有 ( ) .  
 ①正方形; ②长方形; ③等边三角形; ④线段; ⑤角; ⑥平行四边形  
 A. 5 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

9. 在平面直角坐标系中, 点  $P(2, -3)$  关于原点对称的点的坐标是 ( ).

- A.  $(2, 3)$       B.  $(-2, 3)$       C.  $(-2, -3)$       D.  $(-3, 2)$

10. 将图形按顺时针方向旋转 90 度后的图形是 ( ).



A



B



C



D

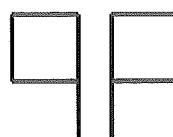
11. 如下所示的 4 组图形中, 左边图形与右边图形成中心对称的有 ( ).

A. 1 组

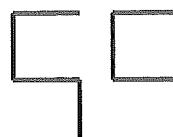
B. 2 组

C. 3 组

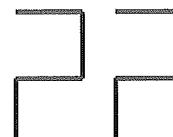
D. 4 组



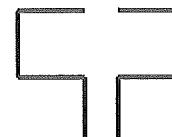
①



②



③



④

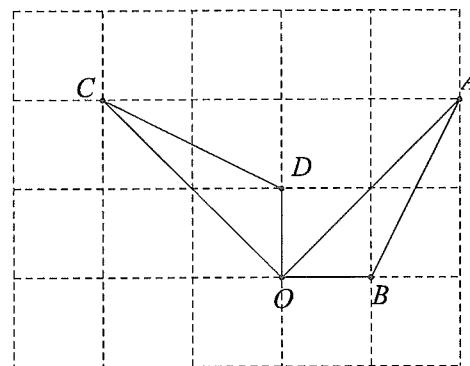
12. 如图, 点  $A, B, C, D, O$  都在方格纸的格点上, 若  $\triangle COD$  是由  $\triangle AOB$  绕点  $O$  按逆时针方向旋转而得, 则旋转的角度为 ( ).

A.  $30^\circ$

B.  $45^\circ$

C.  $90^\circ$

D.  $135^\circ$



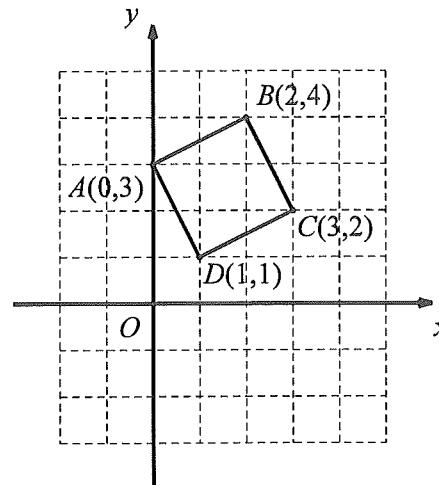
13. 正方形  $ABCD$  在坐标系中的位置如下图所示, 将正方形  $ABCD$  绕  $D$  点顺时针方向旋转  $90^\circ$  后,  $B$  点到达的位置坐标为 ( ).

A.  $(-2, 2)$

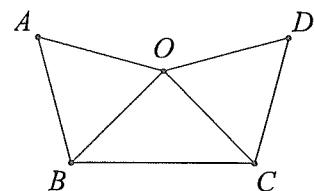
B.  $(4, 1)$

C.  $(3, 1)$

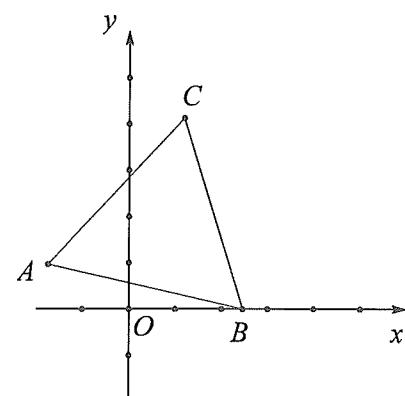
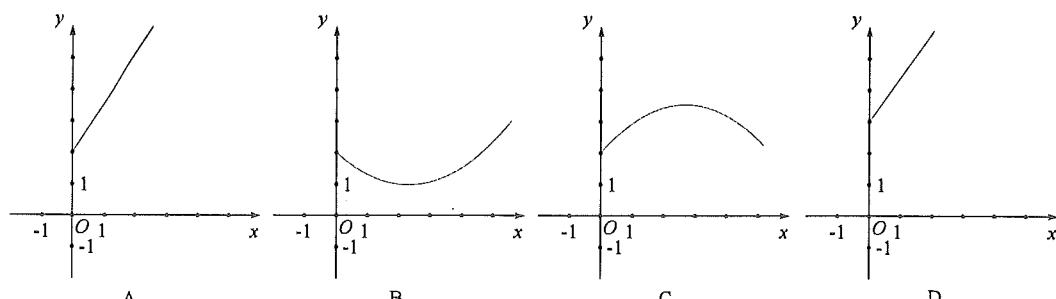
D.  $(4, 0)$



14. 如图, 已知  $\triangle OAB$  是正三角形,  $OC \perp OB, OC = OB$ , 将  $\triangle OAB$  绕  $O$  按逆时针方向旋转, 使  $OA$  与  $OC$  重合, 得到  $\triangle OCD$ , 则旋转的角度是 ( ).
- A.  $150^\circ$       B.  $120^\circ$       C.  $90^\circ$       D.  $60^\circ$



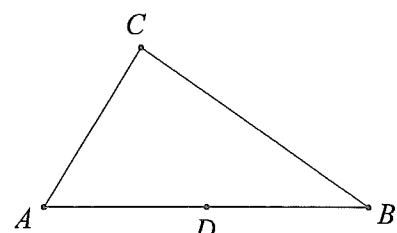
15. 如图, 点  $A$  的坐标为  $(-\sqrt{3}, 1)$ , 点  $B$  是  $x$  轴上的一动点, 以  $AB$  为边作等边三角形  $ABC$ . 当  $C(x, y)$  在第一象限内时, 下列图像中, 可以表示  $y$  与  $x$  的函数关系的是 ( ).



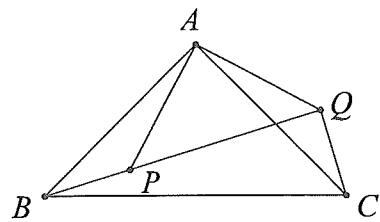
### 三、解答题

16. 如图在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  是  $AB$  边上的中点, 已知  $AC = 4, BC = 6$ .

- (1) 用直尺圆规画出  $\triangle BCD$  关于点  $D$  的中心对称图形;
- (2) 根据图形说明线段  $CD$  长的取值范围.



17. 如图  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $P$  是  $\triangle ABC$  内一点, 将  $\triangle ABP$  绕点  $A$  逆时针旋转一定角度后能与  $\triangle ACQ$  重合, 如果  $AP = 3$ , 那么  $\triangle APQ$  的面积是多少?



18. 如图, 已知等边  $\triangle ABC$  中, 点  $D, E, F$  分别为边  $AB, AC, BC$  的中点,  $M$  为直线  $BC$  上一动点,  $\triangle DMN$  为等边三角形 (点  $M$  的位置改变时,  $\triangle DMN$  也随之整体移动).

- (1) 如图 1, 当点  $M$  在点  $B$  左侧时, 请你连结  $EN$ , 并判断  $EN$  与  $MF$  有怎样的数量关系? 点  $F$  是否在直线  $NE$  上? 请写出结论, 并说明理由;
- (2) 如图 2, 当点  $M$  在  $BC$  上时, 其他条件不变, (1) 的结论中  $EN$  与  $MF$  的数量关系是否仍然成立? 若成立, 请利用图 2 证明; 若不成立, 请说明理由;
- (3) 如图 3, 若点  $M$  在  $C$  右侧时, 请你判断 (1) 的结论中  $EN$  与  $MF$  的数量关系是否仍然成立? 若成立, 请直接写出结论; 若不成立, 请说明理由.

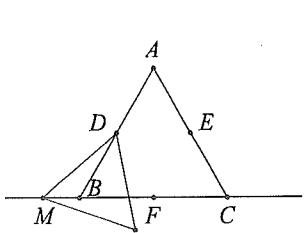


图1

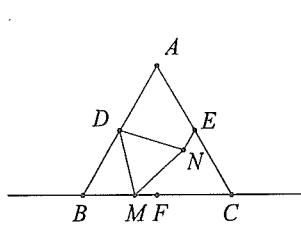


图2

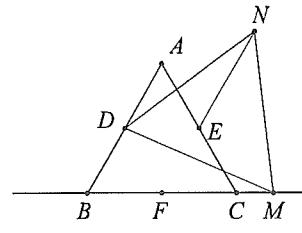


图3

19. 在  $\square ABCD$  中,  $\angle BAD$  的平分线交直线  $BC$  于点  $E$ , 交直线  $DC$  于点  $F$ .

- (1) 在图 1 中证明  $CE = CF$ ;
- (2) 若  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $G$  是  $EF$  中点 (如图 2), 直接写出  $\angle BDG$  的度数;
- (3) 若  $\angle ABC = 120^\circ$ ,  $FG \parallel CE, FG = CE$ , 分别连结  $DB, DG$  (如图 3), 求  $\angle BDG$  的度数.

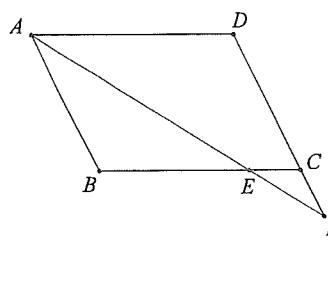


图1

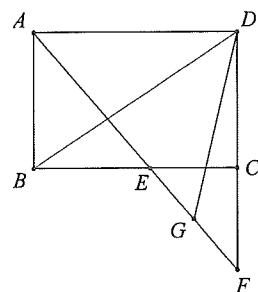


图2

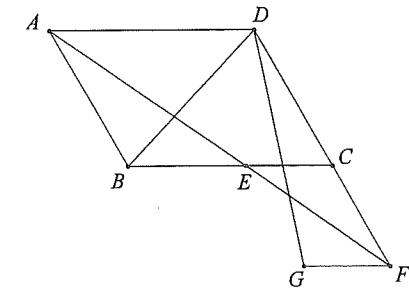


图3

20. 将两块含  $30^\circ$  角且大小相同的直角三角板如图 1 摆放.

(1) 将图 1 中  $\triangle A_1B_1C$  绕点  $C$  顺时针旋转  $45^\circ$  得图 2, 点  $P_1$  是  $A_1C$  与  $AB$  的交点, 求证:

$$CP_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} AP_1;$$

(2) 将图 2 中  $\triangle A_1B_1C$  绕点  $C$  顺时针旋转  $30^\circ$  到  $\triangle A_2B_2C$  (如图 3), 点  $P_2$  是  $A_2C$  与  $AB$  的交点.

线段  $CP_1$  与  $PP_1$  之间存在一个确定的等量关系, 请你写出这个关系式并说明理由;

(3) 将图 3 中线段  $CP_1$  绕点  $C$  顺时针旋转  $60^\circ$  到  $CP_3$  (如图 4), 连结  $P_3P_2$ , 求证:  $P_3P_2 \perp AB$ .

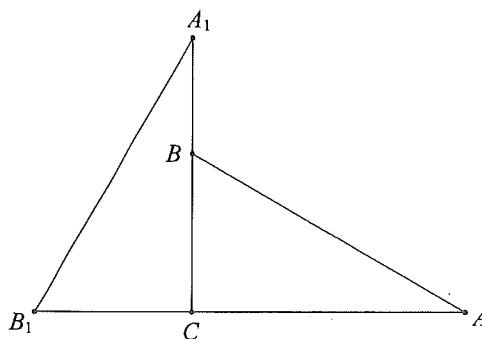


图1

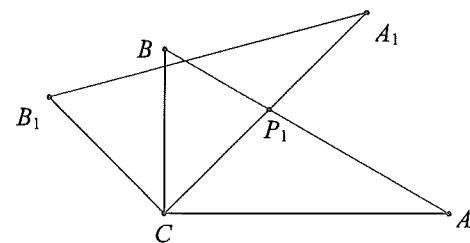


图2

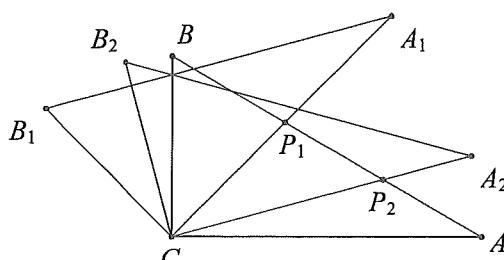


图3

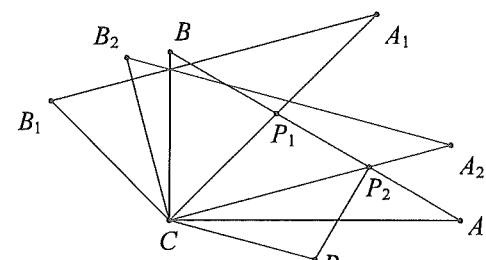
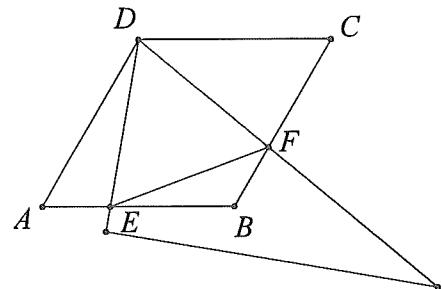


图4

21. 如图, 边长为 1 的菱形  $ABCD$  中,  $\angle A = 60^\circ$ , 三角板含  $60^\circ$  的角的顶点与点  $D$  重合并可以在菱形内部旋转, 若三角板的两边与  $AB, BC$  交于  $E, F$  点,

- (1) 能否确定  $AE + CF$  的值;
- (2) 能否确定  $EF$  长的最小值和最大值;
- (3) 设  $AE = x$ ,  $\triangle DEF$  的面积为  $y$ , 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式和  $y$  的最值.



22. 在平面直角坐标系中, 把矩形  $OABC$  的边  $OA, OC$  分别放在  $x$  轴和  $y$  轴的正半轴上, 已知  $OA = 2\sqrt{3}, OC = 2$ .

- (1) 直接写出  $A, B, C$  三点的坐标;
- (2) 将矩形  $OABC$  绕点  $O$  逆时针旋转  $x^\circ$ , 得到矩形  $OA_1B_1C_1$ , 其中点  $A$  的对应点为点  $A_1$ .
  - ①当  $0 < x < 90$  时, 设  $AC$  交  $OA_1$  于点  $K$  (如图 1), 若  $\triangle OAK$  为等腰三角形, 请直接写出  $x$  的值;
  - ②当  $x = 90$  时 (如图 2), 延长  $AC$  交  $A_1C_1$  于点  $D$ , 求证:  $AD \perp A_1C_1$ .

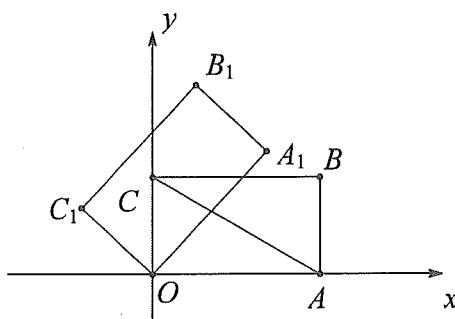


图1

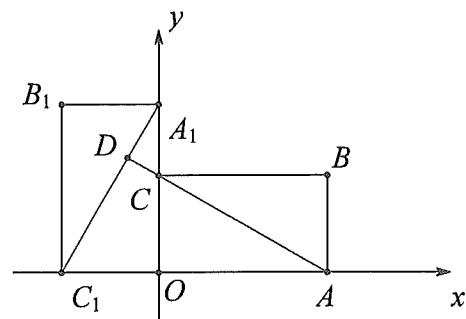


图2

## 第二十四章 圆

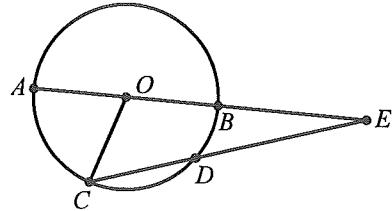
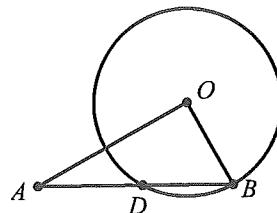
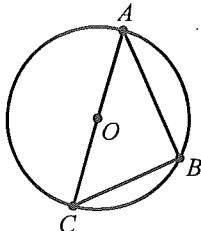
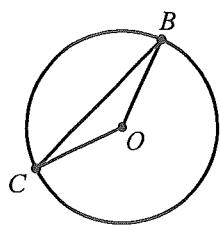
### 24.1 圆 (1)

#### 一、填空题

- 在一个\_\_\_\_\_内，线段 $OA$ 绕它固定的一个端点 $O$ \_\_\_\_\_，另一个端点 $A$ 所形成的\_\_\_\_\_，叫做圆。这个固定的端点 $O$ 叫做\_\_\_\_\_，线段 $OA$ 叫做\_\_\_\_\_.以 $O$ 点为圆心的圆记作\_\_\_\_\_，读作\_\_\_\_\_.
- 由圆的定义可知：(1)圆上的各点到圆心的距离都等于\_\_\_\_\_；在一个平面内，到圆心的距离等于半径长的点都在\_\_\_\_\_.因此，圆是在一个平面内，所有到一个\_\_\_\_\_的距离等于\_\_\_\_\_的\_\_\_\_\_组成的图形；  
(2)要确定一个圆，需要两个基本条件，一个是\_\_\_\_\_，另一个是\_\_\_\_\_，其中，\_\_\_\_\_确定圆的位置，\_\_\_\_\_确定圆的大小.
- 连结\_\_\_\_\_的\_\_\_\_\_叫做弦.经过\_\_\_\_\_的\_\_\_\_\_叫做直径.并且直径是同一圆中\_\_\_\_\_的弦.
- 圆上\_\_\_\_\_的部分叫做圆弧，简称\_\_\_\_\_，以 $A, B$ 为端点的弧记作\_\_\_\_\_，读作\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_.
- 圆的\_\_\_\_\_的两个端点把圆分成两条弧，每\_\_\_\_\_都叫做半圆.

#### 二、选择题

- 如图，在 $\odot O$ 中， $\angle BOC=140^\circ$ ，则 $\angle C$ 的角度是( )  
A.  $10^\circ$       B.  $20^\circ$       C.  $30^\circ$       D.  $40^\circ$
- 如图， $AC$ 是 $\odot O$ 的直径，若 $\angle A=40^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数是( )  
A.  $30^\circ$       B.  $40^\circ$       C.  $50^\circ$       D.  $60^\circ$
- 如图 $\angle C=90^\circ$ ， $AB=2$ ，以 $C$ 为圆心的圆过 $AB$ 的中点 $D$ ，则 $AC=( )$   
A. 2      B. 3      C.  $\sqrt{2}$       D.  $\sqrt{3}$
- 已知：如图， $AB$ 是 $\odot O$ 的直径， $CD$ 是 $\odot O$ 的弦， $AB, CD$ 的延长线交于 $E$ ， $AB=2DE$ ， $\angle E=18^\circ$ ，求 $\angle C$ 的角度是( )  
A.  $35^\circ$       B.  $36^\circ$       C.  $37^\circ$       D.  $38^\circ$



(第6题图)

(第7题图)

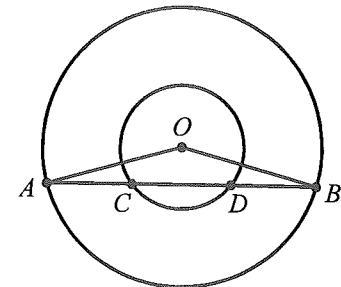
(第8题图)

(第9题图)

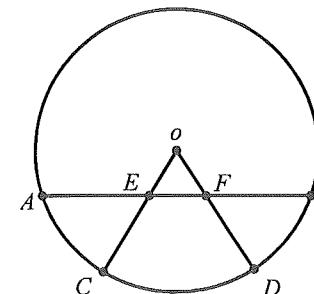
- 若 $\odot O$ 所在平面内一点 $P$ 到 $\odot O$ 上的点的最大距离为 $a$ ，最小距离为 $b$  ( $a>b$ )，则此圆的半径是( )  
A.  $\frac{a+b}{2}$       B.  $\frac{a-b}{2}$       C.  $\frac{a+b}{2}$  或  $\frac{a-b}{2}$       D.  $a+b$  或  $a-b$

### 三、解答题

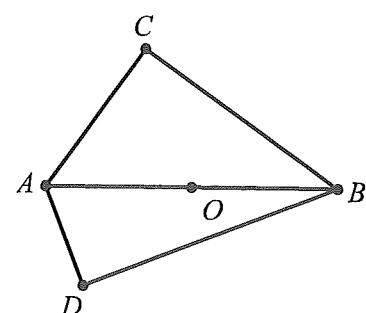
11. 已知：如图，在同心圆中，大圆的弦  $AB$  交小圆于  $C, D$  两点。  
 (1) 求证： $\angle AOC = \angle BOD$ ；  
 (2) 试确定  $AC$  与  $BD$  两线段之间的大小关系，并证明你的结论。



12. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的弦，半径  $OC, CD$  分别交  $AB$  于点  $E, F$ ，且  $AE=BF$ ，请你找出线段  $OE, OF$  的数量关系，并予以证明。



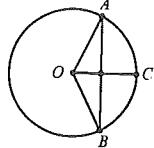
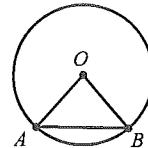
13. 在  $\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB$  的中点为  $O$ 。  
 (1) 求证： $A, B, C$  三点在以  $O$  为圆心的圆上；  
 若  $\angle ADB=90^\circ$ ，求证  $ABCD$  四点在以  $O$  为圆心的圆上。



## 24.1 圆 (2)

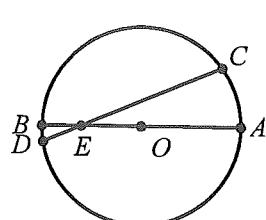
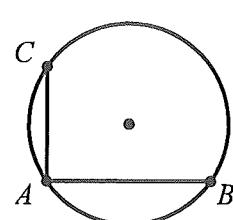
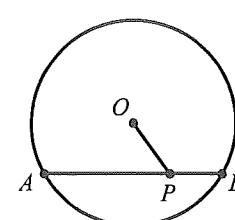
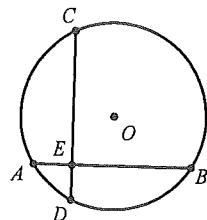
### 一、填空题

1. 圆是\_\_\_\_\_对称图形，它的对称轴是\_\_\_\_\_；圆又是\_\_\_\_\_对称图形，它的对称中心是\_\_\_\_\_。
2. 垂直于弦的直径的性质定理是\_\_\_\_\_；平分\_\_\_\_\_的直径\_\_\_\_\_于弦，并且平分\_\_\_\_\_。
3. 圆的半径为5cm，圆心到弦AB的距离为4cm，则AB=\_\_\_\_\_cm。
4. 如图， $\odot O$ 的半径OC为6cm，弦AB垂直平分OC，则AB=\_\_\_\_\_cm， $\angle AOB=$ \_\_\_\_\_。
5. 如图AB为 $\odot O$ 的弦， $\angle AOB=90^\circ$ ，AB=a，则OA=\_\_\_\_\_，O点到AB距离=\_\_\_\_\_。



### 二、选择题

6. 如图， $\odot O$ 的弦AB垂直于CD，E为垂足，AE=3，BE=7，且AB=CD，则圆心O到CD的距离是（ ）  
A. 2      B. 3      C.  $\sqrt{2}$       D.  $\sqrt{3}$
7. 如图，P为 $\odot O$ 的弦AB上的点，PA=6，PB=2， $\odot O$ 的半径为5，则OP等于（ ）  
A.  $\sqrt{13}$       B.  $\sqrt{14}$       C.  $\sqrt{15}$       D. 4
8. 如图， $\odot O$ 的弦AB垂直于AC，AB=6cm，AC=4cm，则 $\odot O$ 的半径等于（ ）  
A.  $\sqrt{13}$       B.  $\sqrt{14}$       C.  $\sqrt{15}$       D. 4
9. 已知：如图，AB是 $\odot O$ 的直径，弦CD交AB于E点，BE=1，AE=5， $\angle AEC=30^\circ$ ，则CD的长为（ ）  
A.  $4\sqrt{2}$       B.  $3\sqrt{2}$       C.  $5\sqrt{2}$       D. 4



(第6题图)

(第7题图)

(第8题图)

(第9题图)

10. 已知 $\odot O$ 的半径为13cm，弦 $AB \parallel CD$ ， $AB=10cm$ ， $CD=24cm$ ，则AB和CD的距离为（ ）。  
A. 7cm      B. 14cm      C. 7cm或17cm      D. 5cm或12cm

## 二、解答题

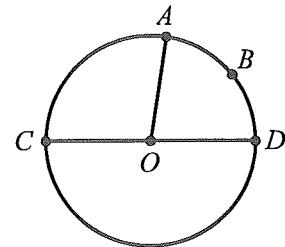
11. 已知：如图  $AB$ ，试用尺规将它四等分.



12. 已知： $\odot O$  的半径  $OA=1$ ，弦  $AB$ ,  $AC$  的长分别为  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ，求  $\angle BAC$  的度数.

13. 已知：如图， $A$ ,  $B$  是半圆  $O$  上的两点， $CD$  是  $\odot O$  的直径， $\angle AOD=80^\circ$ ， $B$  是  $CD$  的中点.

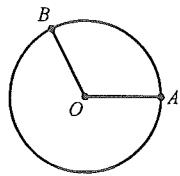
- (1) 在  $CD$  上求作一点  $P$ ，使得  $AP+PB$  最短；
- (2) 若  $CD=4cm$ ，求  $AP+PB$  的最小值.



## 24.1 圆 (3)

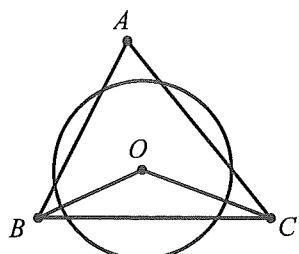
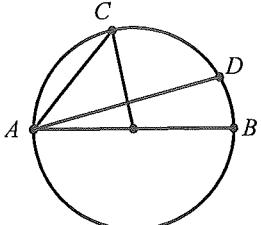
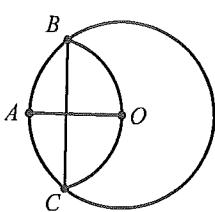
### 一、填空题

1. \_\_\_\_\_ 的 \_\_\_\_\_ 叫做圆心角.
2. 如图, 若  $AB$  长为  $\odot O$  周长的  $\frac{m}{n}$ , 则  $\angle AOB = \underline{\hspace{2cm}}$ .
3. 在同圆或等圆中, 两个圆心角及它们所对的两条弧, 两条弦中如果有一组量相等, 那么 \_\_\_\_\_.
4. 在圆中, 圆心于弦的距离(即自圆心作弦的垂线段的长)叫做弦心距, 不难证明, 在同圆或等圆中, 如果两条弦相等, 那么它们的弦心距也 \_\_\_\_\_. 反之, 如果两条弦的弦心距相等, 那么 \_\_\_\_\_.
5. 如图, 点  $A, B$  是  $\odot O$  上两点,  $AB=10$ , 点  $P$  是  $\odot O$  上的动点( $P$ 与  $A, B$ 不重合), 连接  $AP, PB$ , 过点  $O$  分别作  $OE \perp AP$  于  $E$ ,  $OF \perp PB$  于  $F$ , 则  $EF = \underline{\hspace{2cm}}$ .



### 二、选择题

6. 如图,  $\odot O$  的半径  $OA=6$ , 以  $A$  为圆心,  $OA$  为半径的弧交  $\odot O$  于  $B, C$  点, 则  $BC$  的长度是( )  
 A. 8      B.  $5\sqrt{3}$       C.  $6\sqrt{3}$       D. 12
7. 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $C, D$  为  $\odot O$  上的两点, 且  $C$  为  $AD$  的中点, 若  $\angle BAD=20^\circ$ , 则  $\angle ACO$  的度数是( )  
 A.  $45^\circ$       B.  $55^\circ$       C.  $50^\circ$       D.  $60^\circ$
8. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A=70^\circ$ ,  $\odot O$  截  $\triangle ABC$  的三边, 截得的三条弦相等, 则  $\angle BOC$  度数是( )  
 A.  $125^\circ$       B.  $120^\circ$       C.  $130^\circ$       D.  $135^\circ$



(第 6 题图)

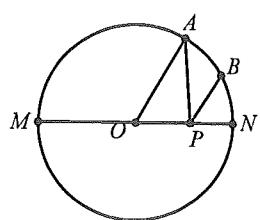
(第 7 题图)

(第 8 题图)

9.  $\odot O$  中,  $M$  为  $AB$  的中点, 则下列结论正确的是( )  
 A.  $AB > 2AM$       B.  $AB = 2AM$   
 C.  $AB < 2AM$       D.  $AB$  与  $2Am$  的大小不能确定

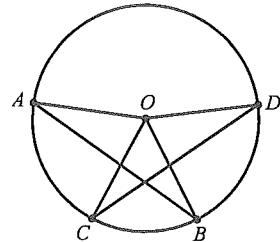
10. 如图, 点  $A$  是半圆上一个三等分点, 点  $B$  是弧  $AN$  的中点, 点  $P$  是直径  $MN$  上一动点,  $\odot O$  的半径为 1, 则  $AP+BP$  的最小值为( )

- A. 3      B.  $\sqrt{3}$       C.  $\sqrt{2}$       D. 2

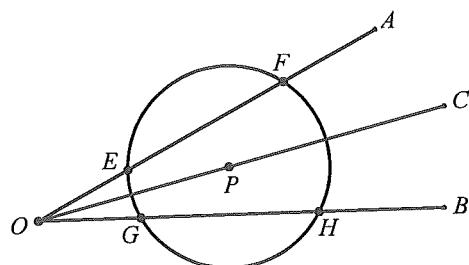


## 二、解答题

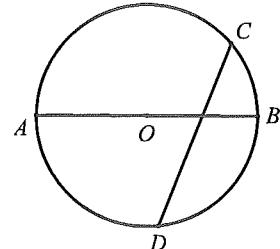
11. 已知: 如图,  $A, B, C, D$  在  $\odot O$  上,  $AB=CD$ .  
求证:  $\angle AOC=\angle BOD$



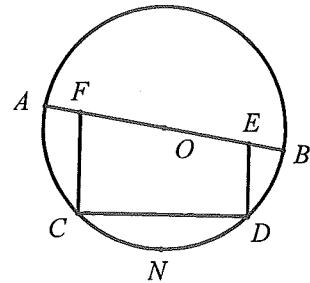
12. 已知: 如图,  $P$  是  $\angle AOB$  的角平分线  $OC$  上的一点,  $\odot P$  与  $OA$  相交于  $E, F$  点, 与  $OB$  相交于  $G, H$  点, 试确定线段  $EF$  与  $GH$  之间的大小关系, 并证明你的结论.



13. 如图,  $\odot O$  中,  $AB$  为直径, 弦  $CD$  交  $AB$  于  $P$ , 且  $OP=PC$ , 试猜想  $AD$  与  $CB$  之间的关系, 并证明你的猜想.



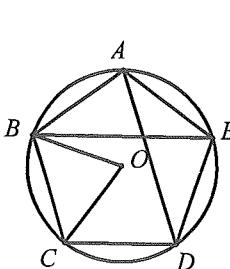
14. 如图,  $\odot O$  中, 直径  $AB=15cm$ , 有一条长为  $9cm$  的动弦  $CD$  在  $ANB$  上滑动 (点  $C$  与  $A$ , 点  $D$  与  $B$  不重合),  $CF \perp CD$  交  $AB$  于  $F$ ,  $DE \perp CD$  交  $AB$  于  $E$ .
- 求证:  $AE=BF$
  - 在动弦  $CD$  滑动的过程中, 四边形  $CDEF$  的面积是否为定值? 若是定值, 请给证明并求这个定值; 若不是, 请说明理由.



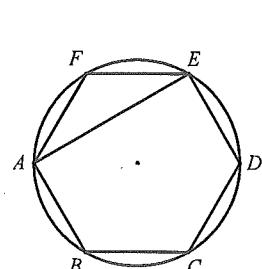
## 24.1 圆 (3)

### 一、填空题

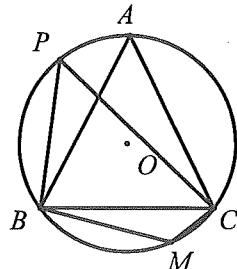
- 在圆上，并且角的两边都\_\_\_\_\_的角叫做圆周角。在同一圆中，一条弧所对的圆周角等于\_\_\_\_\_圆心角的\_\_\_\_\_. 在同圆或等圆中，\_\_\_\_\_所对的圆周角\_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_所对的圆周角是直角。90°的圆周角\_\_\_\_\_是直径。
- 如图，若五边形ABCDE是 $\odot O$ 的内接五边形，则 $\angle BOC=$ \_\_\_\_\_,  $\angle ABE=$ \_\_\_\_\_,  $\angle ADC=$ \_\_\_\_\_,  $\angle ABC=$ \_\_\_\_\_.
- 如图，若六边形ABCDEF是 $\odot O$ 的内接正六边形，则 $\angle AED=$ \_\_\_\_\_,  $\angle FAE=$ \_\_\_\_\_,  $\angle DAB=$ \_\_\_\_\_,  $\angle EFA=$ \_\_\_\_\_.
- 如图， $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接正三角形，若P是AB上一点，则 $\angle BPC=$ \_\_\_\_\_; 若M是弧BC上一点，则 $\angle BMC=$ \_\_\_\_\_.



(第2题图)



(第3题图)

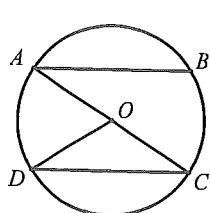


(第4题图)

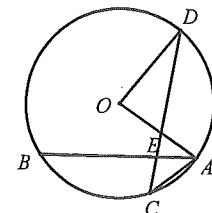
- 在 $\odot O$ 中，若圆心角 $\angle AOB=100^\circ$ , C是AB上一点，则 $\angle ACB$ 等于\_\_\_\_\_.

### 一、填空题

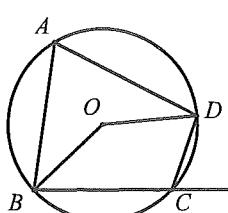
- 在圆中，弦AB, CD相交于E，若 $\angle ADC=46^\circ$ ,  $\angle BCD=33^\circ$ , 则 $\angle DEB$ 等于( )  
A.  $13^\circ$       B.  $79^\circ$       C.  $38.5^\circ$       D.  $101^\circ$
- 如图，AC是 $\odot O$ 的直径，弦AB//CD，若 $\angle BAC=32^\circ$ ，则 $\angle AOD$ 等于( )  
A.  $64^\circ$       B.  $48^\circ$       C.  $32^\circ$       D.  $76^\circ$
- 如图，弦AB, CD相交于E，若 $\angle BAC=27^\circ$ ,  $\angle BEC=64^\circ$ ，则 $\angle AOD$ 等于( )  
A.  $37^\circ$       B.  $74^\circ$       C.  $54^\circ$       D.  $64^\circ$
- 如图，四边形ABCD内接于 $\odot O$ ，若 $\angle BOD=138^\circ$ ，则它的一个外角 $\angle DCE$ 等于( )  
A.  $69^\circ$       B.  $42^\circ$       C.  $48^\circ$       D.  $38^\circ$
- 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ,  $\angle A=50^\circ$ ,  $\angle ABC=60^\circ$ , BD是 $\odot O$ 的直径，BD交AC于点E，连结DC，则 $\angle AEB$ 等于( )  
A.  $70^\circ$       B.  $90^\circ$       C.  $110^\circ$       D.  $120^\circ$



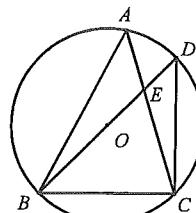
(第7题图)



(第8题图)



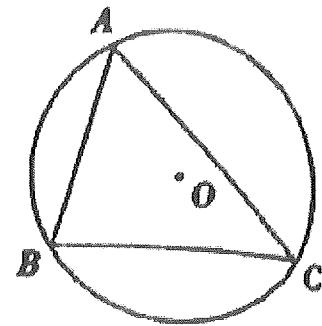
(第9题图)



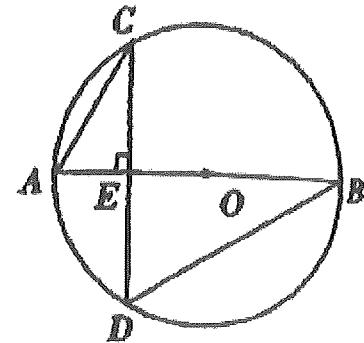
(第10题图)

三、解答题

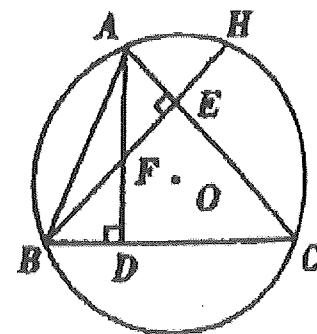
11. 如图, 已知,  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ,  $BC=12cm$ ,  $\angle A=60^\circ$ , 求  $\odot O$  的直径.



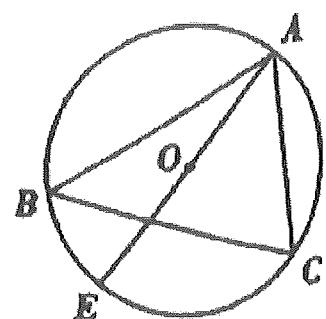
12. 如图, 已知,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 弦  $CD \perp AB$  于点  $E$ ,  $AE=2cm$ ,  $\angle ACD=30^\circ$ , 求  $BD$  的长.



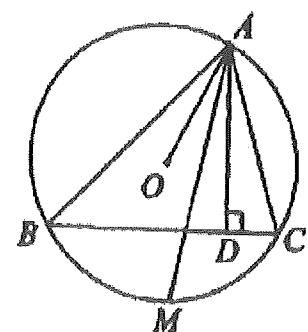
13. 如图, 已知,  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ,  $AD \perp BC$  于点  $D$ , 弦  $BH \perp AC$  于点  $E$ , 交  $AD$  于点  $F$ ,  
求证:  $EF=EH$



14. 如图, 已知,  $\odot O$  的直径  $AE=10cm$ ,  $\angle B=\angle EAC$ , 求  $AC$  的长.



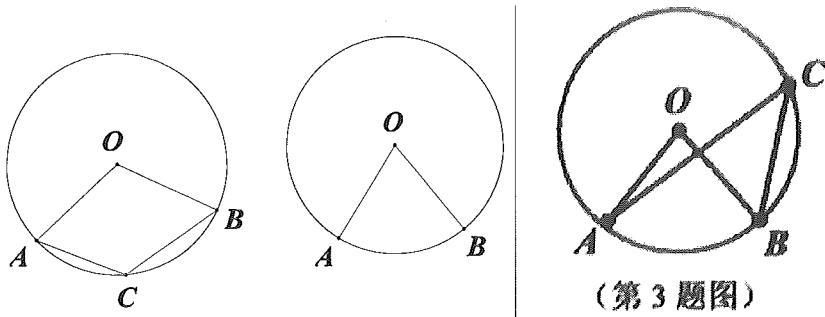
15. 如图, 已知,  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ,  $AM$  平分  $\angle BAC$  交  $\odot O$  于点  $M$ ,  $AD \perp BC$  于点  $D$ ,  
求证:  $\angle MAO=\angle MAD$



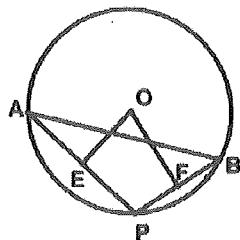
## 24.1 圆 (5)

### 一、填空题

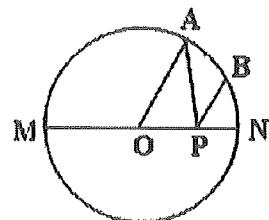
1. 如图,  $\angle O=110^\circ$ , 则  $\angle C=$  \_\_\_\_\_.
2. 如图,  $\angle AOB=70^\circ$ ,  $C$  是  $\odot O$  上不与点  $A$ 、 $B$  重合的点, 则  $\angle ACB=$  \_\_\_\_\_.
3. 如图, 在  $\odot O$  中, 弧  $AB$  所对的圆心角为  $80^\circ$ , 且  $\angle OBC=50^\circ$ , 则  $\angle OAC=$  \_\_\_\_\_.



4. 如图, 点  $A$ 、 $B$  是  $\odot O$  上两点,  $AB=12$ , 点  $P$  是  $\odot O$  上动点 ( $P$  不与  $A$ 、 $B$  重合), 连接  $AP$ 、 $BP$ , 过点  $O$  作  $OE \perp AP$  于  $E$ ,  $OF \perp BP$  于  $F$ , 则  $EF=$  \_\_\_\_\_.
5. 如图, 点  $A$  是半圆上的一个三等分点, 点  $B$  是弧  $AN$  的中点, 点  $P$  是直径  $MN$  上的一个动点,  $\odot O$  的半径是 2, 则  $AP+BP$  的最小值是 \_\_\_\_\_.



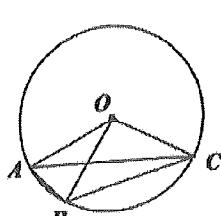
(第4题图)



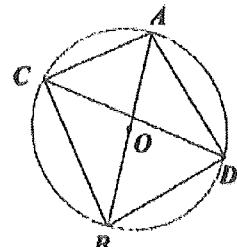
(第5题图)

### 二、选择题

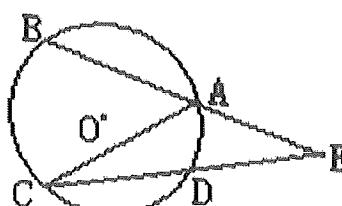
6. 如图, 点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  都在  $\odot O$  上,  $\angle COB=3\angle AOB$ , 则 ( )  
 A、 $\angle CAB=2\angle ACB$       B、 $\angle CAB=3\angle ACB$   
 C、 $\angle CAB=4\angle ACB$       D、 $\angle CAB=5\angle ACB$
7. 如图, 已知,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $AB=10cm$ , 弦  $AC=6cm$ ,  $\angle ACB$  的平分线交  $\odot O$  于点  $D$ , 则  $BD$  的长是 ( ) cm  
 A、 $5\sqrt{2}$       B、 $3\sqrt{2}$       C、 $8\sqrt{2}$       D、 $4\sqrt{2}$
8. 如图, 在  $\odot O$  中,  $AB=BC=CD$ ,  $\angle E=40^\circ$ , 则  $\angle ECA=$  \_\_\_\_\_.  
 A、 $14^\circ$       B、 $15^\circ$       C、 $16^\circ$       D、 $17^\circ$



(第6题图)



(第7题图)



9. 如图, 点  $A, B, C, D$  是  $\odot O$  上的四点, 点  $D$  是  $AB$  的中点,  $CD$  交  $OB$  于点  $E$ ,  $\angle AOB=100^\circ$ ,

$\angle OBC=55^\circ$ , 则  $\angle OEC=$  ( )

A、 $80^\circ$

B、 $90^\circ$

C、 $70^\circ$

D、 $60^\circ$

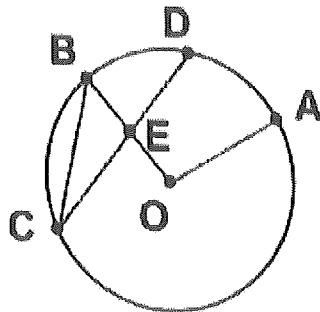
10. 如图,  $\odot C$  经过原点  $O$ , 并与两坐标轴交于  $A, B$  两点, 已知  $\angle OBA=30^\circ$ , 点  $D$  的坐标是  $(0,2)$ , 则圆心  $C$  的坐标是 ( )

A、 $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 1)$

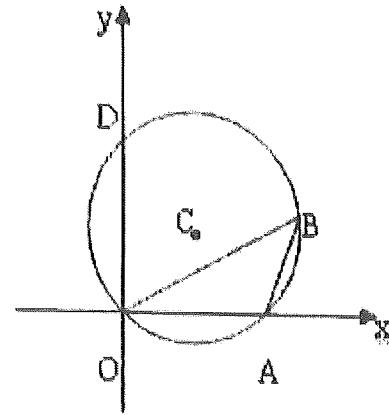
B、 $(\frac{\sqrt{3}}{3}, 2)$

C、 $(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1)$

D、 $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 3)$



(第 9 题图)

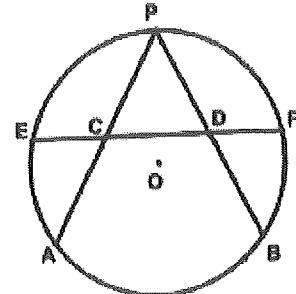


(第 10 题图)

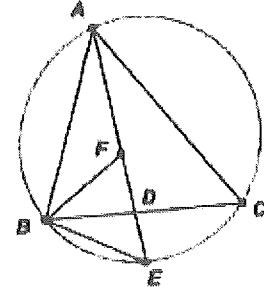
### 三、解答题

11. 如图, 在  $\odot O$  中, 点  $P$  是  $AB$  的中点,  $C, D$  是  $PA, PB$  的中点, 过  $C, D$  的直线交  $\odot O$  于  $E, F$ ,

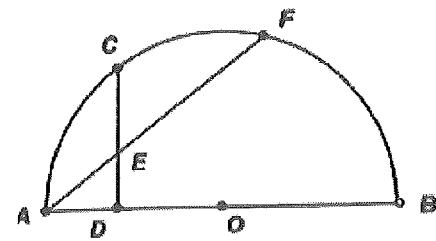
求证:  $EC=FD$



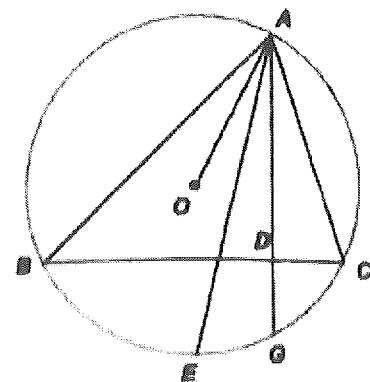
12. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle A$  的平分线交  $BC$  于点  $D$ , 交 $\triangle ABC$  的外接圆于点  $E$ ,  $\angle ABC$  的平分线交  $AD$  于点  $F$ ,  
求证:  $BE=EF$



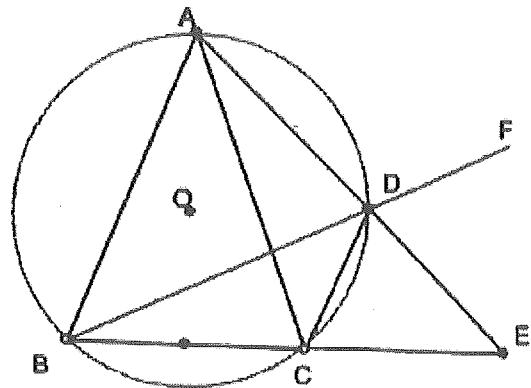
13. 半圆  $O$  中,  $C$  是弧  $AF$  的中点,  $AB$  是直径,  $CD \perp AB$ , 求证:  $CE=AE$



14. 如图, 已知,  $\triangle ABC$  内接于 $\odot O$ , 弦  $AG \perp BC$ ,  $E$  为弧  $BC$  的中点, 证明:  $\angle EAG = \angle EAO$



15. 如图, 四边形  $ABCD$  内接于圆, 延长  $AD$ ,  $BC$  相交于点  $E$ , 点  $F$  是  $BD$  延长线上的点, 且  $ED$  平分  $\angle CDF$ ,  
求证:  $AB=AC$



## 24.2.1 点和圆的位置关系

### 一、填空题

1. 平面内, 设 $\odot O$ 的半径为 $r$ , 点 $P$ 到圆心的距离为 $d$ , 则有 $d > r \Leftrightarrow$ 点 $P$ 在 $\odot O$ \_\_\_\_\_.

$d = r \Leftrightarrow$ 点 $P$ 在 $\odot O$ \_\_\_\_\_.  $d < r \Leftrightarrow$ 点 $P$ 在 $\odot O$ \_\_\_\_\_.

2. 平面内, 经过已知点 $A$ , 且半径为 $R$ 的圆的圆心 $P$ 点在\_\_\_\_\_.

3. 平面内, 经过已知两点点 $A$ 、 $B$ 的圆的圆心 $P$ 点\_\_\_\_\_.

4. \_\_\_\_\_确定一个圆.

5. 锐角三角形的外心在三角形的\_\_\_\_\_部, 直角三角形的外心在三角形的\_\_\_\_\_, 钝角三角形的外心在三角形的\_\_\_\_\_部.

6. 若 $\triangle ABC$ 中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AC=10cm$ ,  $BC=24cm$ , 则它的外接圆的直径是\_\_\_\_\_.

### 二、选择题

7. 下列说法正确的是( )

- A、三点确定一个圆
- B、三角形的外心是三角形的中心
- C、三角形的外心是它的三个角的角平分线的交点
- D、等腰三角形的外心在顶角的角平分线上

8. 下列说法不正确的是( )

- A、任何一个三角形都有一个外接圆
- B、等边三角形的外心是这个三角形的中心
- C、直角三角形的外心是其斜边的中点
- D、一个三角形的外心不可能在三角形的外部

9. 正三角形的外接圆的半径和高的比为( )

- A、1:2
- B、2:3
- C、3:4
- D、1: $\sqrt{3}$

10. 已知 $\odot O$ 的半径为1, 点 $P$ 到圆心 $O$ 的距离为 $d$ , 若关于 $x$ 的方程 $x^2 - 2x + d = 0$ 有实根, 则点 $P$ ( )

- A、在 $\odot O$ 内部
- B、在 $\odot O$ 的外部
- C、在 $\odot O$ 上
- D、在 $\odot O$ 上或 $\odot O$ 的内部

11. 若 $\odot O$ 内一点 $P$ 到 $\odot O$ 上的点的最大距离为 $a$ , 最小距离为 $b$  ( $a > b$ ), 则此圆的半径为( )

- A、 $\frac{a+b}{2}$
- B、 $\frac{a-b}{2}$
- C、 $\frac{a+b}{2}$ 或 $\frac{a-b}{2}$
- D、 $a+b$ 或 $a-b$

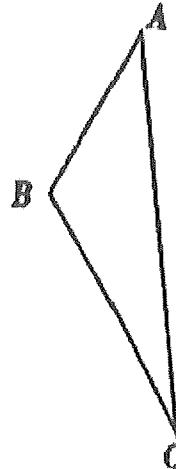
12. 已知矩形 $ABCD$ 中,  $AB=8$ ,  $BC=3\sqrt{5}$ , 点 $P$ 在边 $AB$ 上, 且 $BP=3AP$ , 如图圆 $P$ 是以点 $P$ 为圆心,  $PD$ 为半径的圆, 那么下列判断正确的是( )

- A、点 $B$ 、 $C$ 均在圆 $P$ 外
- B、点 $B$ 在圆 $P$ 外, 点 $C$ 在圆 $P$ 内
- C、点 $B$ 在圆 $P$ 内, 点 $C$ 在圆 $P$ 外
- D、点 $B$ 、 $C$ 均在圆 $P$ 内

### 三、解答题

13. 已知, 如图,  $\triangle ABC$

求作:  $\triangle ABC$  的外接圆  $O$



14. 在平面直角坐标系中, 作以原点  $O$  为圆心, 半径为 4 的 $\odot O$ , 试确定点  $A(-2, -3)$ ,  $B(4, -2)$ ,  $C(-2\sqrt{3}, 2)$  与 $\odot O$  的位置关系。

15. (1) 已知 $\triangle ABC$  中,  $AB=AC=13, BC=10$ , 求其外接圆半径。

(2) 已知 $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ , 它的外接圆的圆心  $O$  到  $BC$  的距离是  $3cm$ , 圆的半径为  $7cm$ , 求腰长  $AB$ .

## 第二十五章 概率初步

### 25.1 随机事件与概率

一、填空题：

- 1、下列事件中：①太阳从西边出来；②树上的苹果飞到月球上；③普通玻璃从三楼摔倒一楼水泥地板上碎了；④小颖的数学测试得了 100 分。随机事件为\_\_\_\_\_；哪些事件是必然发生的\_\_\_\_\_；哪些事件是不可能发生的\_\_\_\_\_。（只填序号）

- 2、抛掷两枚各面分别标有 1,2,3,4 的四面体骰子，请写出这个事验中的：

一个随机事件：\_\_\_\_\_

一个必然事件：\_\_\_\_\_

一个不可能事件：\_\_\_\_\_

- 3、在一个不透明笔袋中有两支黑笔和一支红笔，除颜色外其他都相同，随机从中摸出一支黑色笔的

概率为：\_\_\_\_\_。

4. 某家庭电话，打进的电话响第一声时被接的概率为 0.1，响第二声被接的概率为 0.2，响第三声或第四声被接的概率都是 0.25，则电话在响第五声之前被接的概率为\_\_\_\_\_。

- 5、小明、小刚、小亮三人正在做游戏，现在要从他们三人中选出一人去帮王奶奶干活，则小明被选中的概率是\_\_\_\_\_，小明未被选中的概率是\_\_\_\_\_。

- ★6. 口袋里有红、绿、黄三种颜色的球，其中红球 4 个，绿球 5 个，任意摸出一个绿球的概率是  $\frac{1}{3}$ ，则任意摸出一个黄球的概率是\_\_\_\_\_。

二、选择题

7. 下列说法中，正确的是（ ）。

- A.“明天降雨的概率是 80%”表示明天有 80%的时间降雨  
B. “抛一枚硬币正面朝上的概率是 0.5”表示每抛硬币 2 次就有 1 次出现正面朝上  
C. “彩票中奖的概率是 1%”表示买 100 张彩票一定有 1 张会中奖  
D. 在同一年出生的 367 名学生中，至少有两人的生日是同一天

8. 下列事件中，概率是 1 的是（ ）

- A. 太平洋中的水常年不干                                    B. 男生比女生高  
C. 计算机随机产生的两位数是偶数，                            D. 星期天是晴天。

9. 用长分别为 1 厘米，2 厘米，3 厘米的三条线段围成三角形的事件是（ ）。

- A. 随机事件    C. 不可能事件    D. 以上都不是

10. 中央电视台“幸运 52”栏目中的“百宝箱”互动环节，是一种竞猜游戏，游戏规则如下：在 20 个商标中，有 5 个商标牌的背面注明了一定的奖金额，其余商标的背面是一张苦脸，若翻到它就不得奖。参加这个游戏的观众有三次翻牌的机会，某观众前两次翻牌均得若干奖金，已经翻过的牌不能再翻，那么这位观众第三次获奖的概率是（ ）。

A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{6}$

C.  $\frac{1}{5}$

D.

$\frac{3}{20}$

11. 在 4 张完全相同的卡片上分别画有等边三角形、矩形、菱形和圆，在看不见图形的情况下随机抽取 1 张，卡片上的图形是中心对称图形的概率是（ ）

A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{3}{4}$

D. 1

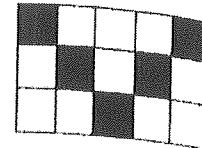
12. 一只小鸟自由自在地在空中飞行，然后随意落在如图所示的某个方格中（每个方格除颜色外完全一样），那么小鸟停在黑色方格中的概率是（ ）

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{1}{4}$

D.  $\frac{1}{5}$



12 题图

### 三、解答题

3. 下列事件分别是三类事件（必然事件、不可能事件、随机事件）中的哪种事件：

- (1) 在装有 3 个球的布袋里摸出 4 个球
- (2) 2013 年 1 月 1 日是元旦
- (3) 正月十五雪打灯
- (4) 爷爷、奶奶、爸爸、妈妈都在家，小明回家敲门，开门的是妈妈

14. 任意掷一枚质地均匀的正方体骰子，计算下列事件发生的概率：

- (1) 掷出的数字是奇数
- (2) 掷出的数字大于 8
- (3) 掷出的数字是一位数
- (4) 掷出的数字是 3 的倍数

★15. 某商场进行有奖促销活动，转盘分为 5 个扇形区域，分别是特等奖、一等奖、二等奖、三等奖及不获奖，制作转盘时，将获奖扇形区域圆心角分配如下表

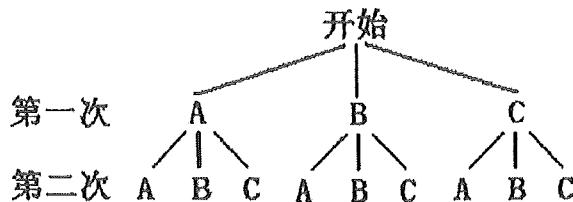
奖次	特等奖	一等奖	二等奖	三等奖
圆心角	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$90^\circ$

如果不用转盘，请设计一种等效实验方案（要求写清楚替代工具和实验规则）。

## 25. 2 用列举法求概率

### 一、填空题

1. 随机掷一枚均匀的硬币两次，两次正面都朝上的概率是\_\_\_\_\_。
2. 在四张相同的卡片上标有1、2、3、4四个数字，从中任意抽出两张：①两张都是偶数的概率是\_\_\_\_\_；②第一张为奇数第二张为偶数的概率是\_\_\_\_\_；③总是出现一奇一偶的概率是\_\_\_\_\_。
3. 喜羊羊走进迷宫，迷宫中的每一个门都相同，第一道关口有三个门，只有其中一个门有开关；第二道关口有两个门，也只有其中一个门有开关，喜羊羊一次就能走出迷宫的概率是\_\_\_\_\_。
4. 从分别标有A、B、C的3根纸签中随机抽取一根，然后放回，再随机抽取一根，两次抽签的所有可能结果的树形图如下：



那么抽出的两根签中，一根标有A，一根标有C的概率是\_\_\_\_\_。

5. 布袋中有红、黄、蓝三个球，它们除颜色不同以外，其他都相同，从袋中随机取出一个球后再放回袋中，这样取出球的顺序依次是“红—黄—蓝”的概率是\_\_\_\_\_。
6. 若从10—99这连续90个正整数中选出一个数，其中每个数被选出的机会相等，则选出的数其十位数字与个位数字的和为9的概率是\_\_\_\_\_。

### 二、选择题

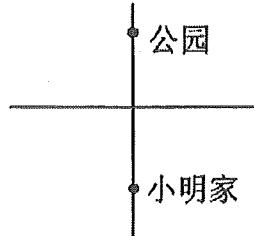
7. 如图，小明周末从家到公园走到十字路口处，记不清前面哪条路通往公园，那么他能一次选对路的概率是（ ）。

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{1}{4}$

D.  $\frac{1}{5}$



8. 把一个质地均匀的骰子掷两次，至少有一次骰子的点数为2的概率是（ ）。

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{5}$

C.  $\frac{1}{36}$

D.  $\frac{11}{36}$

9. 甲、乙两人做“锤子、剪刀、布”的游戏，游戏规则是：剪刀胜布，布胜锤子，锤子胜剪刀；若两人一样，则算打平，若游戏只进行一局，那么两人打平的概率是（ ）。

A.  $\frac{1}{9}$

B.  $\frac{2}{9}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{4}{9}$

10. 学校 60 周年校庆，要从甲、乙、丙三人中选两名志愿者，甲被选中的概率是（ ）。

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{2}{3}$

D. 1

11. 现有 A、B 两校均匀的骰子，用酸子 A 的点数为  $x$ ，骰子 B 的点数为  $y$  的方式来确定点

$P(x, y)$  则各掷一次骰子所确定的点  $P$  落在已知抛物线  $y = -x^2 + 4x$  上的概率是（ ）

A.  $\frac{1}{18}$

B.  $\frac{1}{12}$

C.  $\frac{1}{9}$

D.  $\frac{1}{6}$

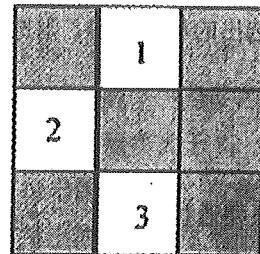
### 三、解答题

12. 在不透明的袋子里装有 10 个乒乓球，其中有 2 个是黄色的，3 个是红色的，其余全是白色的，先拿出每种颜色的乒乓球各一个（不放回），再任意拿出一个乒乓球是红色的概率是多少？

13. 如图所示的方格地面上，标有编号 1、2、3 的 3 个小方格地面是空地，另外 6 个小方格地面是草坪，除此以外小方格地面完全相同

(1) 一只自由飞翔的小鸟，将随意地落在图中所示的方格地面上，求小鸟落在草坪上的概率；

(2) 现准备从图中所示的 3 个小方格空地中任意选取 2 个种植草坪，则编号为 1、2 的 2 个小方格空地种植草坪的概率是多少（用树状图或列表法求解）？



★14. 抛掷红、黄两枚六面编号分别为 1~6（整数）的质地均匀的正方体骰子，将红色、黄色子正面朝上的编号分别作为二次函数  $y = x^2 + 2mx + n$  中的  $m$  和  $n$  的值

(1) 试问这样可以得到多少个不同形式的二次函数

(2) 请求出地掷红、黄骰子各一次，得到的二次函数图象顶点恰好在  $x$  轴上的概率是多少？并说明理由

## 25. 3 用频率估计概率

### 一、填空题

1. 在某种条件下种子发芽的情况统计如下, 请填表计算:

全部种子数量/ 粒	1000	5000	10000	20000
发芽种子数量/ 粒	798	4012	7987	16057
频率(精确到 0.001)				

据此估计, 该种子发芽的概率为\_\_\_\_\_。(精确到 0. 1)

2. 在一个不透明的纸箱中放入个除颜色外其他都完全相同的球, 这些球中有 4 个红球, 每次将球摇匀后, 任意摸出一个球记下颜色再放回纸箱中, 通过大量的重复摸球实验后发现, 摸到红球的频率稳定在一, 因此可以推算出  $m$  的值大约是\_\_\_\_\_。

3. 两位同学进行投篮, 甲同学投 20 次, 投中 15 次; 乙同学投 15 次, 投中 9 次, 命中率高的是\_\_\_\_\_。

4. 在一个不透明的布袋中, 红色、黑色、白色的玻璃球共有 50 个, 除颜色外, 形状、大小、质地等完全相同. 小刚通过多次摸球实验后发现其中摸到红色、黑色球的频率稳定在 20% 和 40%, 则布袋中白色球的个数很可能是\_\_\_\_\_个。

5. 在一次摸球试验中, 一个袋子中有黑色、红色和白色三种球, 除颜色外其他都相同. 若从中任意摸出一个球, 记下颜色后再放回去, 再摸, 重复这样的试验 400 次, 98 次摸出了黄球, 则我们可以估计从口袋中随机摸出一个球为黄球的概率是\_\_\_\_\_。

6. 某市有 100 万人口, 在一次对市标志性建筑方案的民意调查中, 随机调查了 1 万人, 其中 6400 人同意甲方案, 则由此可以估计该城市中, 同意甲方案的大约有\_\_\_\_\_万人。

### 二、选择题

7. 为了估计水塘中的鱼数, 养鱼者首先从鱼塘中捕获 30 条鱼, 在每条鱼身上好记号后, 把这些鱼放归鱼塘, 再从鱼塘中打捞 200 条鱼, 如果在这 200 条鱼中有 5 条鱼是有记号的, 则鱼塘中鱼的可估计为( )

- A. 3000 条      B. 2200 条      C. 1200 条      D. 600

条

8. 某人把 50 粒黄豆染色后与一袋黄豆充分混匀, 接着抓出 100 粒黄豆, 数出其中有 10 粒黄豆被染色, 则这袋黄豆原来有( )

- A. 10 粒      B. 160 粒      C. 450 粒      D. 500

粒

9. 某口袋中有红色、黄色、蓝色玻璃球共 100 个, 小明通过多次摸球试验后, 发现摸到红球、黄球、蓝球的频率为 35%、25% 和 40%, 则估计红、黄、蓝球的个数分别为( )。

- A. 35, 25, 40      B. 40, 25, 35      C. 25, 40, 25

D. 40, 35, 25

10. 从 0—9 这 10 个数字中随机取一个数, 重复试验 100 次, 每次取得的数字记录下来, 则出现数字“9”的频率约为( )

- A. 0.9      B. 0.5      C. 0.1      D. 0.001

11. 下列说法不正确的是（ ）

- A. 增加几次实验，事件发生的频率与这一事件发生的概率的差距可能扩大
- B. 增加几次实验，事件发生的频率与这一事件发生的概率的差距可能缩小
- C. 实验次数很大时，事件发生的频率稳定在这一事件发生的概率附近.
- D. 实验次数增大时，事件发生的率越来越接近这一事件发生的概率.

### 三、解答题

12. 一箱灯泡有 24 个，灯泡的合格率是 0. 98，那么小亮从中任意拿出一只灯泡是次品的概率是多少？

13. 为了调查今年有多少名学生参加中考，小华从全市所有家庭中随机抽查了 200 个家庭，发现其中有 10 个家庭有子女参加中考。

- (1) 本次抽查的 200 个家庭中，有子女参加中考的家庭的频率是多少？
- (2) 如果你随机调查一个家庭，估计该家庭有子女参加中考的概率是多少？
- (3) 已知全市约有  $1.3 \times 10^6$  个家庭，假设子女参加中考的每个家庭中只有一名考生，请你估计今年全市有多少名考生参加中考？

★14. 某商场设立了一个可以自由转动的转盘，并做如下规定：顾客购物 80 元以上就获得一次转动转盘的机会，当转盘停止时，指针落在哪一区域就可以获得相应的奖品，下表是活动进行中的一组统计数据。

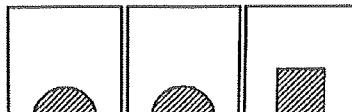
转动转盘的次数 $m$	100	150	200	500	800	1000
落在“洗衣粉”区域的次数 $n$	68	111	136	345	564	701
落在“洗衣粉”区域的频率 $\frac{n}{m}$						

- (1) 计算并完成表格（精确到 0. 01）
- (2) 假如你去转动该盘一次，你获得洗衣粉的概率约是多少（精确到 0. 1）？
- (3) 在该转盘中，表示“洗衣粉”区域的扇形的圆心角约是多少（精确到  $1^\circ$ ）？

## 综合练习

### 一、填空题

1. 小明将一把钥匙放进自己家中的抽屉中，他记不清到底放进三个抽屉中的哪一个了，那么他一次选对抽屉的概率是\_\_\_\_\_.
2. 在九张大小质地都相同的卡片上分别写有数字 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ ，任意抽取一张卡片，则所抽卡片上数字的绝对值小于2的概率是\_\_\_\_\_.
3. 从 $-1, 1, 2$ 三个数中任取一个，作为一次函数 $y = kx + 3$ 的 $k$ 值，则所得一次函数中 $y$ 随 $x$ 的增大而增大的概率是\_\_\_\_\_.
4. 含有4种花色的36张扑克牌的牌面都朝下，每次抽出一张记下花色后再原样放回，洗匀牌后再抽。不断重复上述过程，记录抽到红心的频率为25%，那么其中扑克牌花色是红心的大约有张\_\_\_\_\_.
5. 在不透明的袋中装有仅颜色不同的一个红球和一个蓝球，从此袋中随机摸出一个小球，然后放回，再随机摸出一个小球，则第一次摸出红球，第二次摸出蓝球的概率是\_\_\_\_\_.
6. 用6个球（除颜色外没有区别）设计满足以下条件的游戏：摸到白球的概率为 $\frac{1}{2}$ ，摸到红球的概率为 $\frac{1}{3}$ ，摸到黄球的概率为 $\frac{1}{6}$ 。则应设\_\_\_\_\_个白球，\_\_\_\_\_个红球，\_\_\_\_\_个黄球。
7. 一水塘里有鲤鱼、鲫鱼、鲢鱼共10000尾，一渔民通过多次捕捞实验后发现，鲤鱼、鲫鱼出现的频率是31%和42%，则这个水塘里大约有鲢鱼\_\_\_\_\_尾。
8. 如图所示，准备了三张大小相同的纸片，其中两张纸片上各画一个半径相等的半圆，另一张纸片上画一个正方形，将这三张纸片放在一个盒子里摇匀，随机地抽取两张纸片，若可以拼成一个圆形（取出的两张纸片都画有半圆形）则甲方赢；若可以拼成一个蘑菇形（取出的一张纸片画有半圆、一张画有正方形）则乙方赢。你认为这个游戏对双方是公平的吗？若不是，有利于谁？\_\_\_\_\_。



### 二、选择题

9. 下列事件是必然发生事件的是（ ）
  - A. 打开电视机，正在转播足球比赛
  - B. 小麦的亩产量一定为1000公斤
  - C. 在仅装有5个红球的袋中摸出1球，是红球
  - D. 农历十五的晚上一定能看到圆月。
10. 某班共有41名同学，其中有2名同学习惯用左手写字，其余同学都习惯用右手写字，老师随机请1名同学解答问题，习用左手写字的同学被选中的概率是（ ）

A.0                  B.  $\frac{1}{41}$                   C.  $\frac{2}{41}$                   D.1
11. 用扇形统计图反映地球上陆地与海洋所占的比例时，“陆地”部分对应的圆心角是 $108^\circ$ 。宇宙中一块陨石落在地球上，落在陆地的概率是（ ）

A.0.3                  B.0.4                  C.0.5                  D.0.2

12. 在元旦游园晚会上有一个闯关活动：将 5 张分别画有等腰梯形、圆、平行四边形、等腰三角形、菱形的卡片任意摆放，将有图形的一面朝下，从中任意翻开一张，如果翻开的图形是轴对称图形，就可以过关，那么一次过关的概率是（ ）

A.  $\frac{1}{5}$

B.  $\frac{2}{5}$

C.  $\frac{3}{5}$

D.  $\frac{4}{5}$

13. 随机掷一枚均匀的硬币两次，两次正面都朝上的概率是（ ）

A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{3}{4}$

D. 1

14. 有 4 条线段，分别为  $3\text{cm}$ ,  $4\text{cm}$ ,  $5\text{cm}$ ,  $6\text{cm}$ ，从中任取 3 条，能构成直角三角形的概率是（ ）

A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{1}{5}$

15. 一个密闭不透明的盒子里有若干个白球，在不允许将球倒出来的情况下，为估计白球的个数，小刚向其中放入 8 个黑球，摇匀后从中随机摸出一个球记下颜色，再把它放回盒中，不断重复，共摸球 400 次，其中 88 次摸到黑球，估计盒中大约有白球（ ）

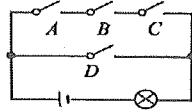
A. 28 个

B. 30 个

C. 36 个

D. 42 个

16. 如图，电路图上有四个开关  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  和一个小灯泡，闭合开关  $D$  或同时闭合开关  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ，都可使小灯泡发光。任意闭合其中一个开关，则小灯泡发光的概率等于（ ）



A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{3}{4}$

17. 从 1, 2, 3, 4, 5 五个数中任意取出 2 个数做加法，其和为偶数的概率是（ ）

A.  $\frac{4}{9}$

B.  $\frac{2}{5}$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{3}{5}$

18. 在一个不透明的布袋中，红色、果色、白色的玻璃球共有 40 个，除颜色外其它完全相同。小李通过多次摸球试验后发现其中摸到红色、黑色球的频率稳定在 15% 和 45%，则口袋中白色球的个数很可能是（ ）

A. 6

B. 16

C. 18

D. 24

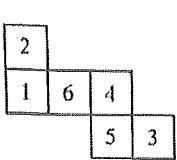
19. 一个均匀的立方体六个面上分别标有数 1、2、3、4、5、6。下图是这个立方体表面的展开图。抛掷个立方体，则朝上一面上的数恰好等于朝下一面上的数的二的概率是（ ）

A.  $\frac{1}{3}$

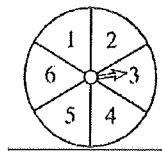
B.  $\frac{2}{3}$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{1}{6}$



19 题图



20 题图

20. 如图, 转盘被划分成六个相同大小的扇形, 并分别标上 1、2、3、4、5、6 这六个数字, 指针停在每个扇形的可能性相等, 四位同学各自发表了下述见解:

甲: 如果指针前三次都停在了 3 号扇形, 下次就一定不会停在 3 号扇形了

乙: 只要指针连续转六次, 一定会有一次停在 6 号扇形

丙: 指针停在奇数号扇形的概率和停在偶数号扇形的概率相等

丁: 运气好的时候, 只要在转动前默默想好让指针停在 6 号扇形, 指针停在 6 号扇形的可能性就会加大

其中你认为正确的见解有 ( )

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

### 三、解答题

21. 在每个事件的括号里填上“必然”、“随机”、“不可能”等词语.

①如果  $a=b$ , 那么  $a^2 = b^2$ . ( )

②如果  $|a|+|b|=0$ , 那么  $a<0$ ,  $b>0$ . ( )

③一只袋里有 5 个红球, 1 个白球, 从袋里任取一球是红色的, ( )

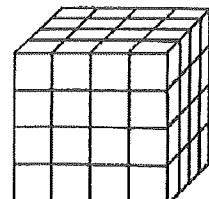
④掷骰子游戏中, 连续掷十次, 掷得的点数全是 6. ( )

22. 如图, 把一个木制正方体的表面涂上颜色, 然后将正方体分割成个大小相同的小正方体. 从这些小正方体中任意取出一个, 求取出的小正方体

(1) 三面涂有颜色的概率;

(2) 两面涂有颜色的概率;

(3) 各个面都没有颜色的概率;



23. “石头、剪刀，布”是民间广为流传的游戏, 游戏时, 双方每次只能做“石头”、“剪刀”“布”这三种手势中的一种. 假定双方每次都是等可能的做这三种手势。

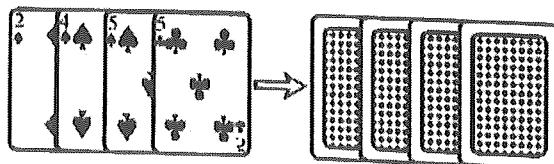
问: 小强和小刚在一次游戏时

(1) 两个人同时出现“石头”手势的概率是多少?

(2) 两个人出现不同手势的概率是多少?

24. 一个口袋中有 10 个红球和若干个白球, 请通过以下实验估计口袋中白球的个数: 从口袋中随机摸出一球, 记下其颜色, 再把它放回口袋中, 不断重复上述过程. 实验中总共摸了 200 次, 其中有 50 次摸到红球.

25. 如图, 小明, 小华用四张扑克牌玩游戏, 他俩将扑克牌洗均匀后, 背面朝上放置在桌面上, 小明先抽, 小华后抽, 抽出的牌不放回.



(1) 若小明恰好抽到的是黑桃 4.

①请绘制这种情况的树状图

②求小华抽出的牌的牌面数字比 4 大的概率.

(2) 小明、小华约定: 若小明抽到的牌的牌面数字比小华的大, 则小明胜; 反之, 则小明负, 你认为这个游戏是否公平? 说明你的理由

