

Universität Potsdam – Wintersemester 2023/24

Stoffdidaktik Mathematik

Kapitel 7 – Intermezzo

Stoffdidaktik Mathematik

Kapitel 7 – Intermezzo

- Ihr vertieft euer Verständnis über den Vier-Ebenen-Ansatz.
- Ihr verknüpft eure Kenntnisse über fundamentale Ideen, Grundvorstellungen sowie Kernideen, Kontexte und Kernfragen am Beispiel des Flächeninhaltsbegriffs.

Beispiel: Flächeninhalt

Formale Grundlagen

Fundamentale Ideen

Grundvorstellungen

Kernideen / Kernfragen

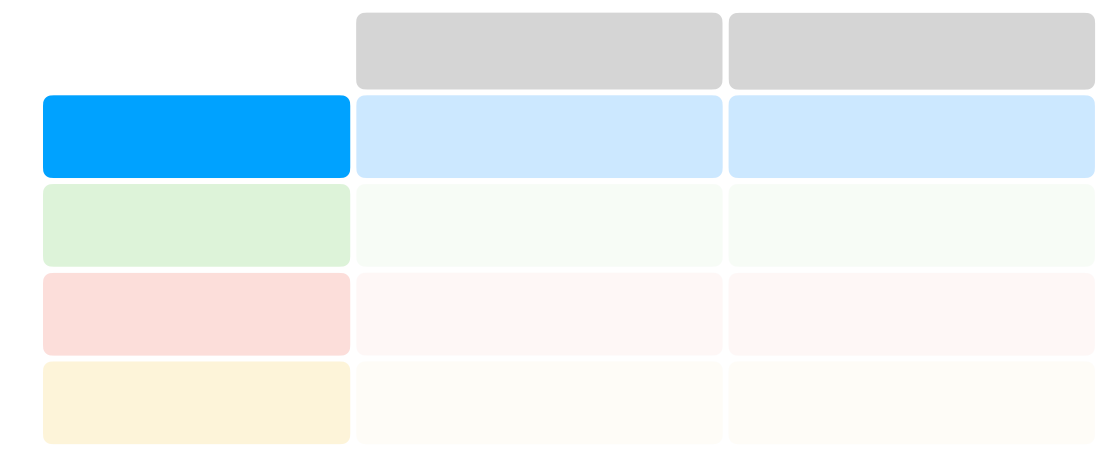
Kontexte

**horizontale & vertikale
Mathematisierung**

**Schwierigkeiten
und Herausforderungen**

Wir sehen uns die Materialien der
»mathewerkstatt« (Barzel et al., 2012) an
und reflektieren das Vorgehen mithilfe
einer stoffdidaktischen Analyse zum
Flächeninhaltsbegriff.

Flächeninhalt



Der Flächeninhalt einer Figur ist ein **nichtnegatives Maß**, wobei zwei **zueinander kongruenten Figuren dasselbe Maß** zugeordnet wird und der Flächeninhalt einer Figur gleich der **Summe der Flächeninhalte ihrer Teilfiguren** ist. Hinzu wird das Flächeninhaltsmaß eines Quadrates der Seitenlänge 1 LE auf 1 LE² festgelegt.

Flächeninhalt
mithilfe einer Zahl
objektivieren

Flächenvergleich
ohne explizites Maß
möglich

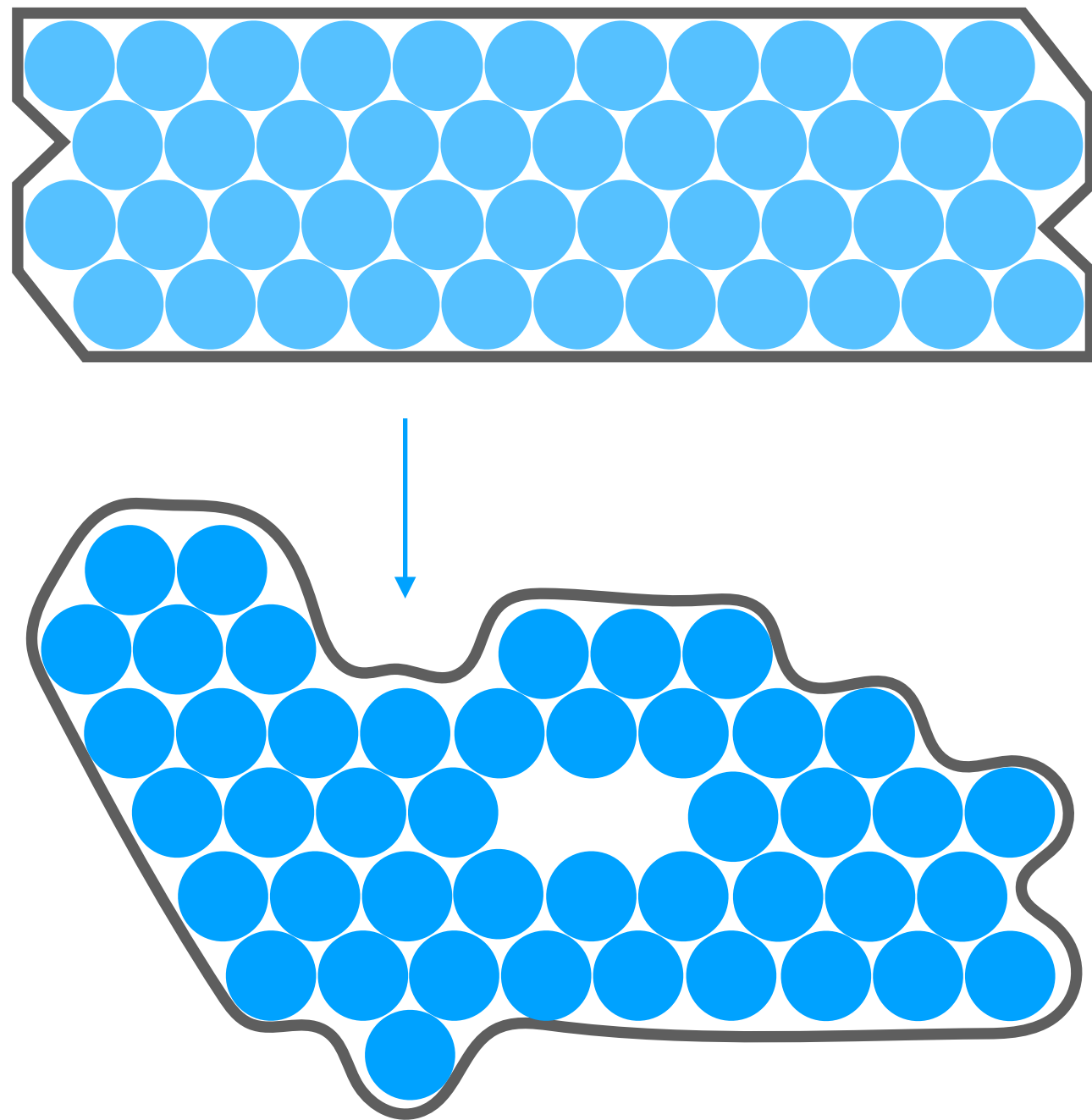
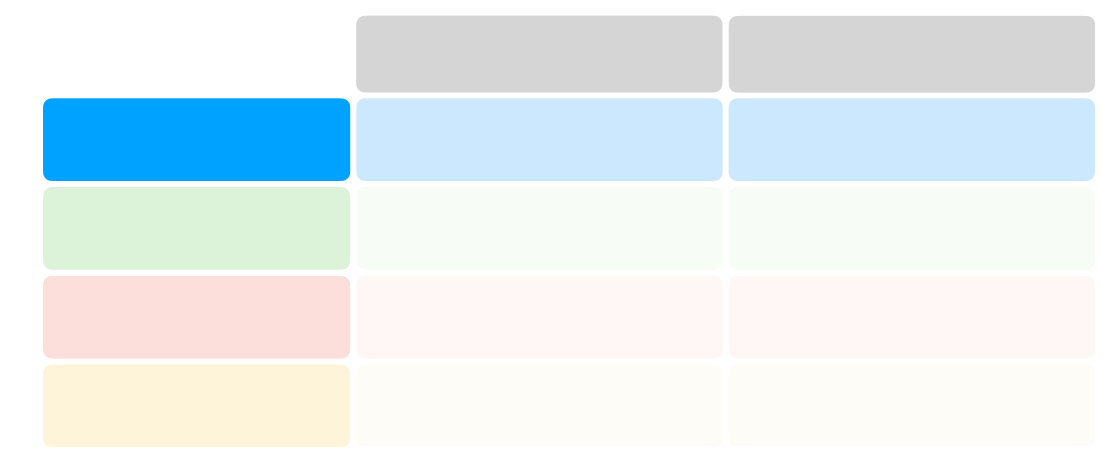
»Willkürlichkeit« des
Vergleichsmaßes

- Vergleichen verschiedener Flächen durch Zerlegen, Ergänzen und Übereinanderlegen
- Bestimmen des Maßes einer Fläche über Auszählen mittels eines (allg.) Vergleichsmaßes
- Nutzen eines quadratischen Vergleichsmaßes, in der Regel 1 cm²

(vgl. Kuntze, 2018, S. 161)

(vgl. Wörner, 2014, S. 1328 f.)

Flächeninhalt

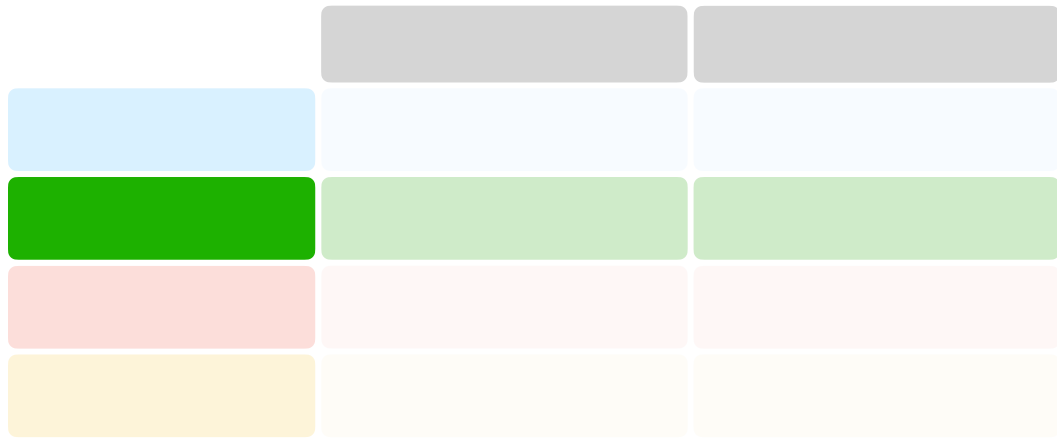


- Vergleichen verschiedener Flächen durch Zerlegen, Ergänzen und Übereinanderlegen
- Bestimmen des Maßes einer Fläche über Auszählen mittels eines (allg.) Vergleichsmaßes
- Nutzen eines quadratischen Vergleichsmaßes, in der Regel 1 cm^2

(vgl. Kuntze, 2018, S. 161)

(vgl. Wörner, 2014, S. 1328 f.)

Flächeninhalt



Fundamentale Idee »Messen«

Horizontalkriterium Vertikalkriterium Zeitkriterium Sinnkriterium

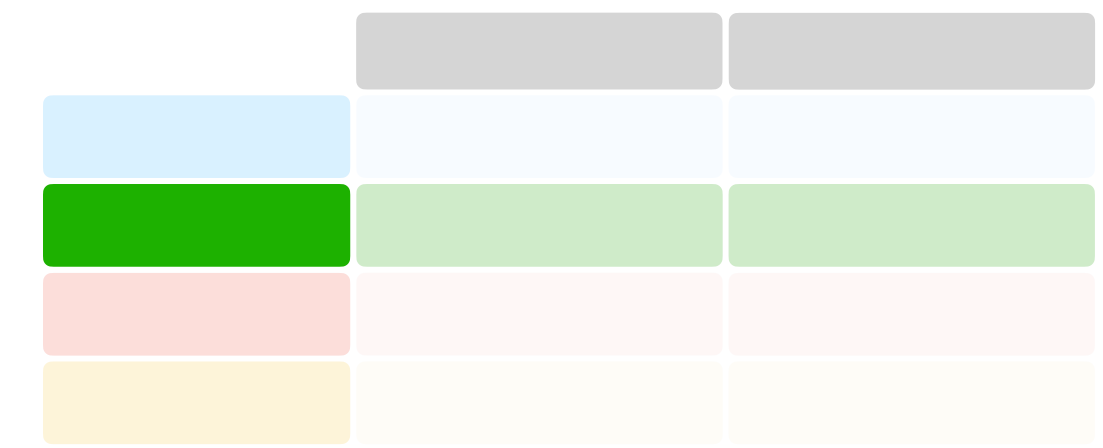
Geometrie (Flächeninhalt)	Arithmetik (Brüche)	Stochastik (Erwartungswert)	Analysis (Integral)	Physik (Größen)	Sozialwissenschaften (quant. Forschung)	Medizin (Pulsschlag)
------------------------------	------------------------	--------------------------------	------------------------	--------------------	--	-------------------------

Ableitung, Integral	Pythagoras »Alles ist Zahl!«	Vereinheitlichung von Maßeinheiten
Flächenverwandlungen/Approximation		
Längen/Flächen/Volumina	Triangulation »Vermessung der Welt«	»Quadratur des Kreises«
Abzählen		

(Vohns, 2000)

Flächeninhalt

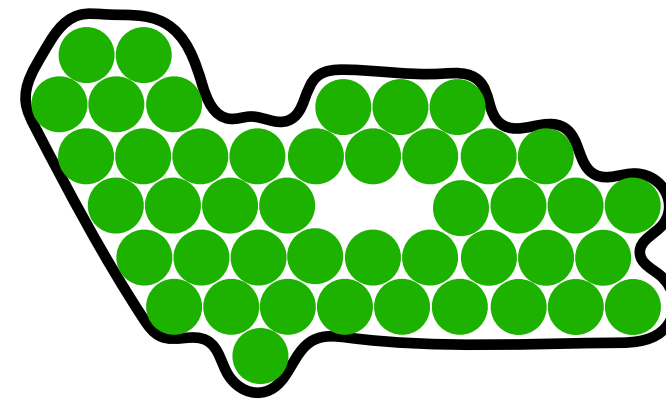
Grundvorstellungen



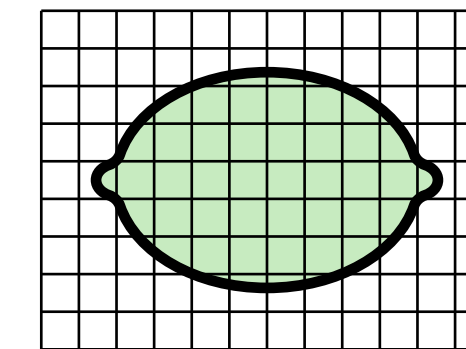
Maßzahlaspekt

Flächeninhalt einer Figur als nichtnegative Maßzahl, die mittels normierter Flächeninhaltsmaße bestimmt wird

Handlungserfahrungen



Repräsentationen

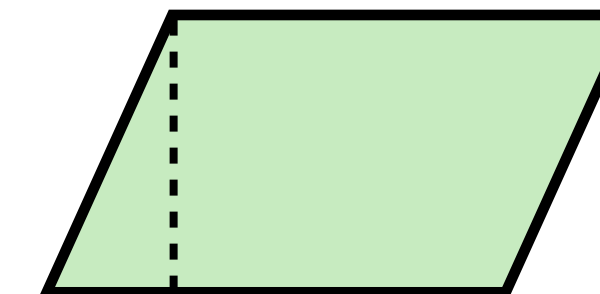


Anwendung auf Realität

Bestimmen der Größe eines Fußballfeldes

Vereinigungsaspekt

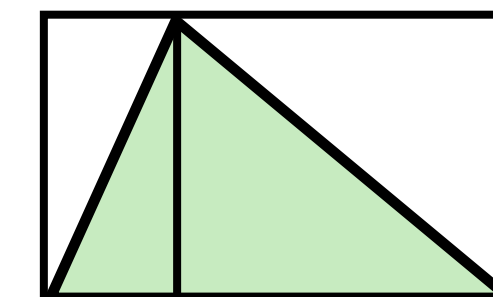
Flächeninhalt einer Figur als Summe der Flächeninhalte der Teilfiguren, aus denen sich die Figur zusammensetzen lässt



Bestimmen der Größe eines Landes

Kongruenzaspekt

Flächeninhalt einer Figur als invariante Eigenschaft bei Kongruenzabbildungen

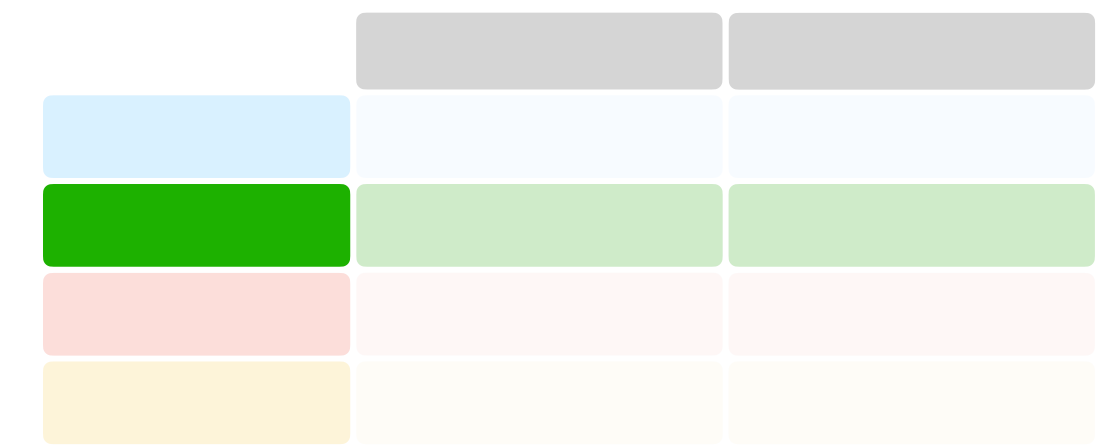


Bestimmen des Oberflächeninhalts eines Prismas

(angelehnt an Wörner, 2014)

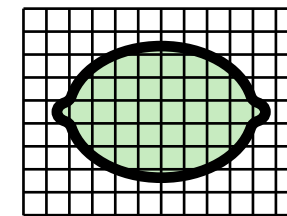
Flächeninhalt

Grundvorstellungen



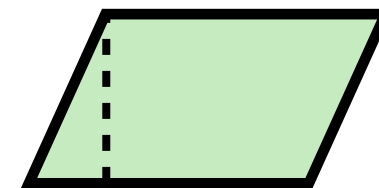
Maßzahlaspekt

Flächeninhalt einer Figur als nichtnegative Maßzahl, die mittels normierter Flächeninhaltsmaße bestimmt wird



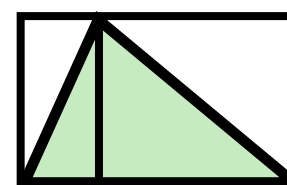
Vereinigungsaspekt

Flächeninhalt einer Figur als Summe der Flächeninhalte der Teilfiguren, aus denen sich die Figur zusammensetzen lässt

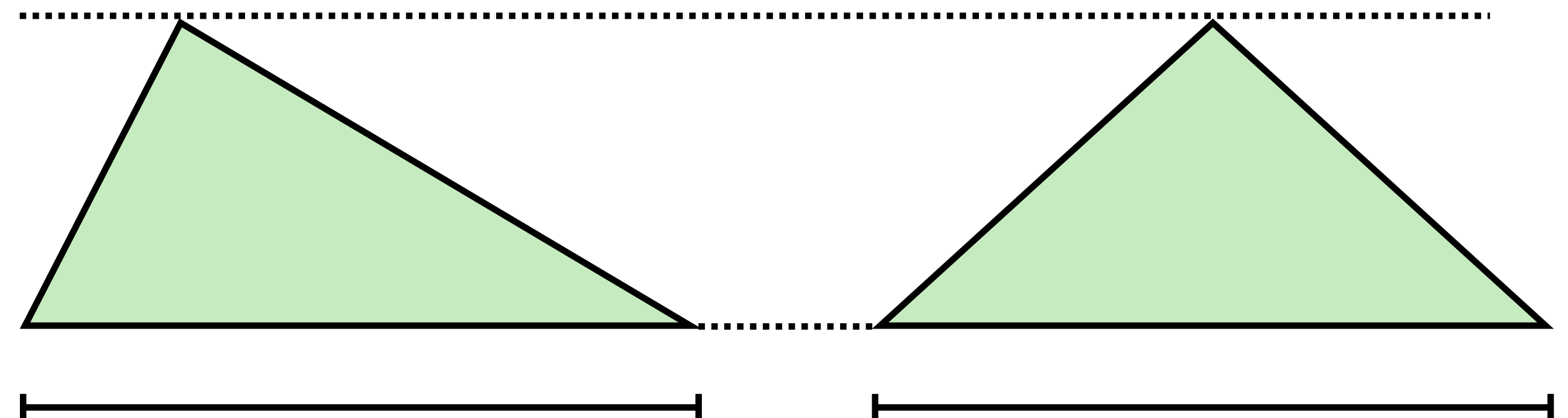


Kongruenzaspekt

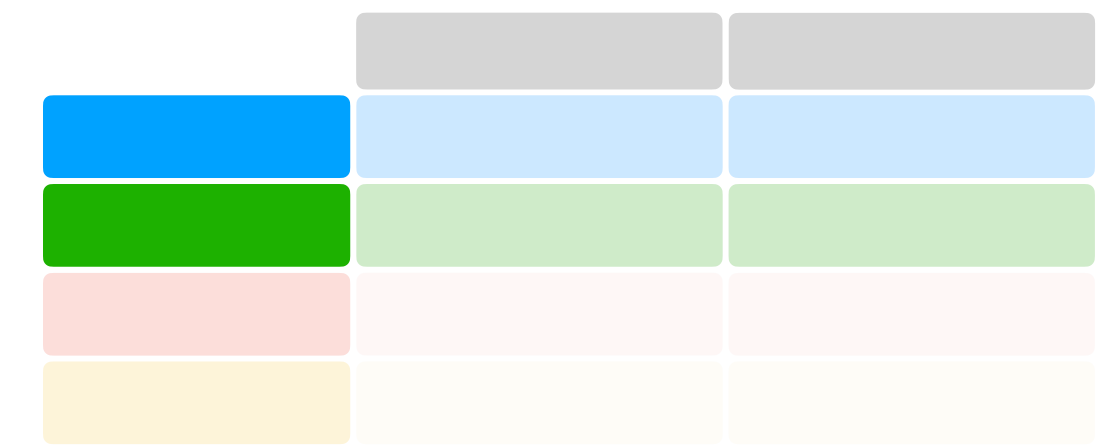
Flächeninhalt einer Figur als invariante Eigenschaft bei Kongruenzabbildungen



(angelehnt an Wörner, 2014)



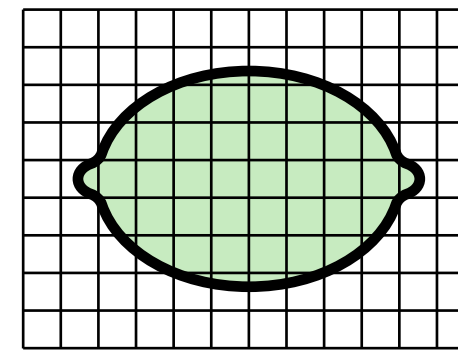
Flächeninhalt



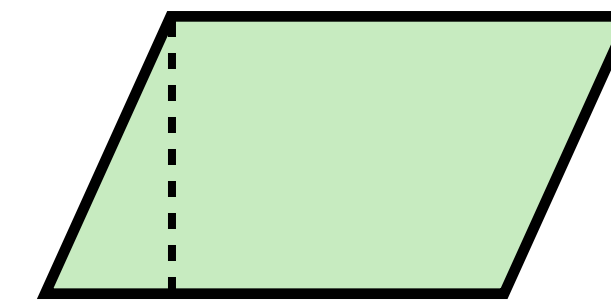
Der Flächeninhalt einer Figur ist ein **nichtnegatives Maß**, wobei zwei **zueinander kongruenten Figuren dasselbe Maß** zugeordnet wird und der Flächeninhalt einer Figur gleich der **Summe der Flächeninhalte ihrer Teilfiguren** ist. Hinzu wird das Flächeninhaltsmaß eines Quadrates der Seitenlänge 1 LE auf 1 LE² festgelegt.

(vgl. Kuntze, 2018, S. 161)

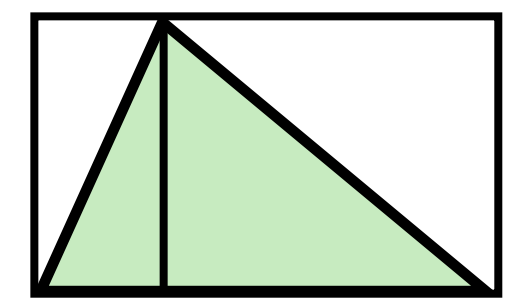
Maßzahlaspekt



Vereinigungsaspekt



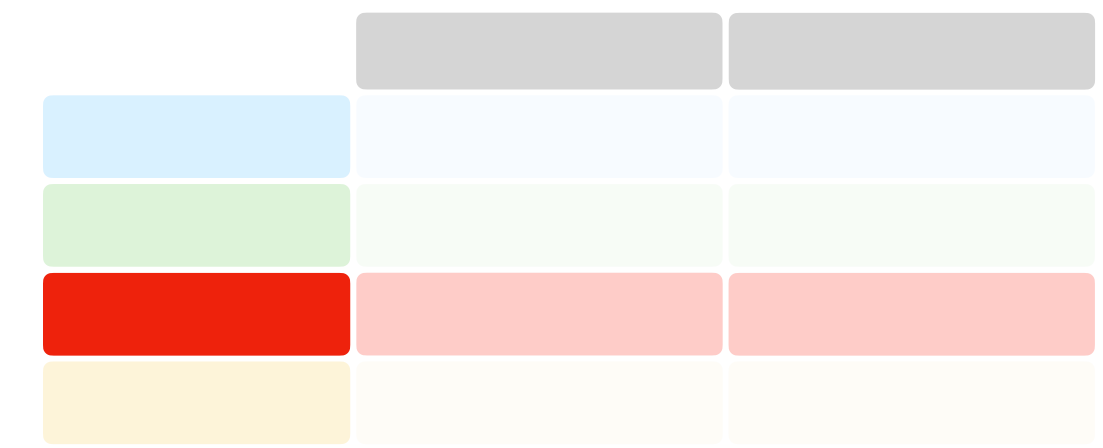
Kongruenzaspekt



Inwieweit werden im Schulbuch die Grundvorstellungen zum Flächeninhaltsbegriff angesprochen?

Welcher Lernpfad wird verfolgt und wie kann dieser begründet werden?

Flächeninhalt



Kontexte – Kernideen – Kernfragen

Kontext

Zoogehege

Kernfrage A

Wie kann ich die Größe von Flächen vergleichen?

vgl. Grundvorstellungen

Kernfrage B

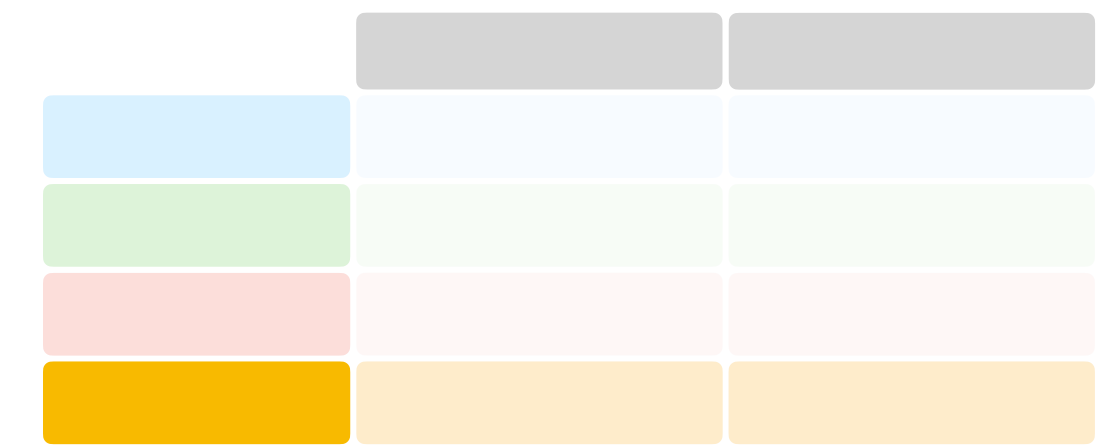
Wie kann ich die Größe einer Fläche geschickt bestimmen?

Zählen von Kästchenreihen, multiplikativer Gedanke

(Barzel et al., 2012c, S. 170 f.)

Flächeninhalt

Typische Schwierigkeiten



Flächeninhalt – Umfang – Volumen

Fläche – Flächeninhalt

(vgl. Kuntze, 2018, S. 159 f.)

(Barzel et. al, 2012a, S. 362)

Literatur

- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Hrsg.). (2012a). *Mathewerkstatt. 5, Handreichungen* [DVD]. Cornelsen.
- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Hrsg.). (2012b). *Mathewerkstatt. 5, Materialblock* (Mittlerer Schulabschluss, allgemeine Ausg., 1. Aufl). Cornelsen.
- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Hrsg.). (2012c). *Mathewerkstatt. 5, Schulbuch* (Mittlerer Schulabschluss, allgemeine Ausg., 1. Aufl). Cornelsen.
- Kuntze, S. (2018). Flächeninhalt und Volumen. In *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (S. 149–177). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8_7
- Vohns, A. (2000). *Das Messen als fundamentale Idee* [1. Staatsexamensarbeit, Universität-Gesamthochschule Siegen]. <https://wwwu.aau.at/avohns/pdf/messen.pdf>
- Wörner, D. (2014). Grundvorstellungen zum Flächeninhaltsbegriff ausbilden – eine exemplarische Studie. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014, 48. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 10.03.2014 bis 14.03.2014 in Koblenz* (S. 1327–1330). <https://doi.org/10.17877/DE290R-1049>