

Universität Potsdam – Wintersemester 2023/24

Stoffdidaktik Mathematik

Kapitel 14 – Didaktik der Stochastik

Stoffdidaktik Mathematik

Kapitel 14 – Didaktik der Stochastik

- Sie wissen um die Bedeutung des Modellierens bei stochastischen Situationen.
- Sie kennen verschiedene Möglichkeiten, stochastische Begriffe oder Verfahren zu visualisieren, insbesondere zu allgemeinen stochastischen Vorgängen (z. B. Zufallsexperimente), zur Kombinatorik und zu bedingten Wahrscheinlichkeiten.

Stochastik

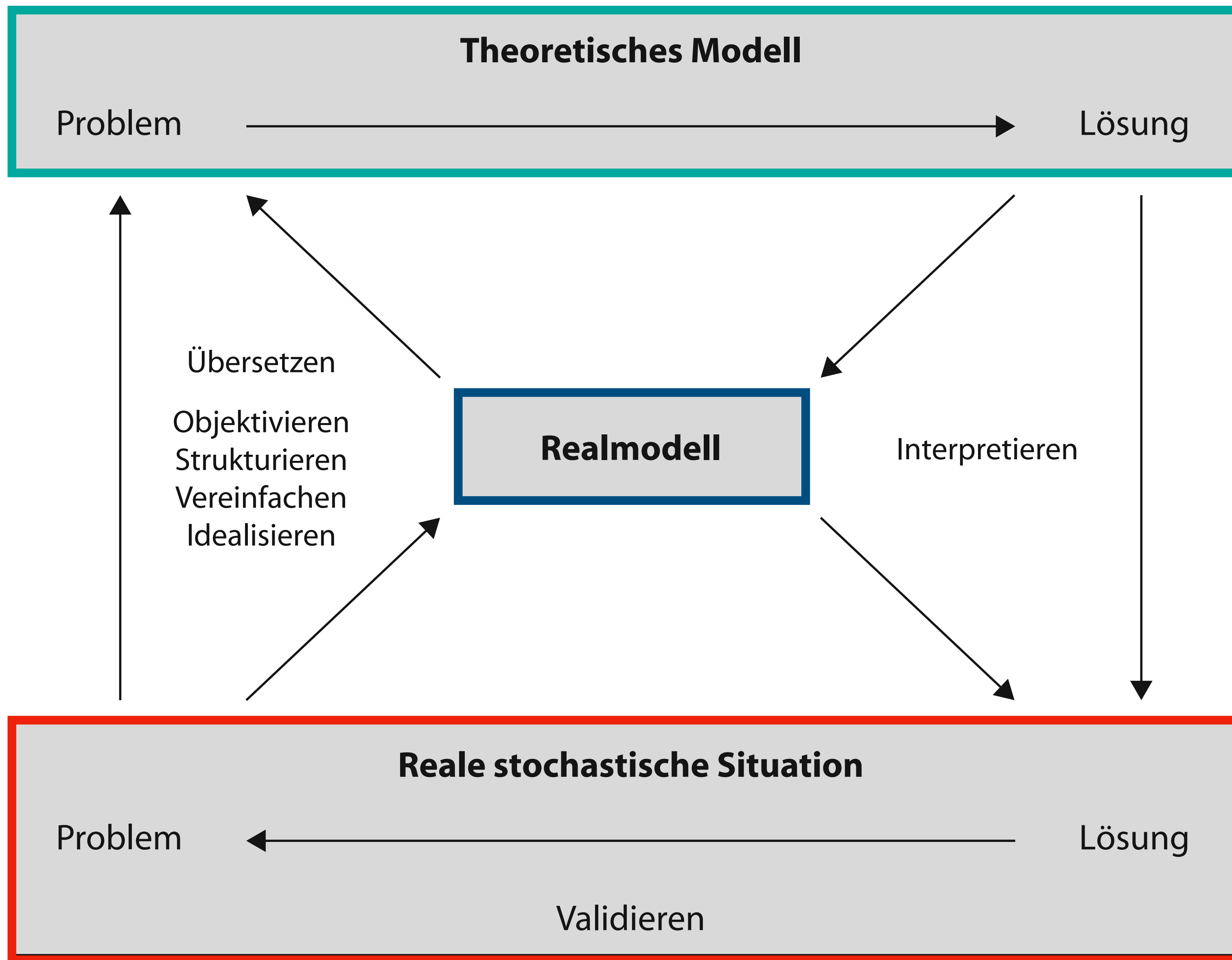


(Krüger et al., 2015)

1. Bedeutung und Besonderheiten des Stochastikunterrichts
2. Konzeptionelle Grundlagen
3. Stochastikunterricht in den Jahrgangsstufen 5 und 6
4. Stochastikunterricht in den Jahrgangsstufen 7 und 8
5. Stochastikunterricht in den Jahrgangsstufen 9 und 10
6. Aspekte grundlegender Begriffe, Methoden und Betrachtungsweisen

Warum ist Stochastik so
»merkwürdig«?

Stochastik heißt Modellieren!



Laplace-Versuch, $p = \frac{1}{6}$

Welche Eigenschaften muss der Würfel haben, damit du so rechnen darfst?

sechs gleich große Seiten;
vollkommen symmetrisch;
Masse homogen verteilt

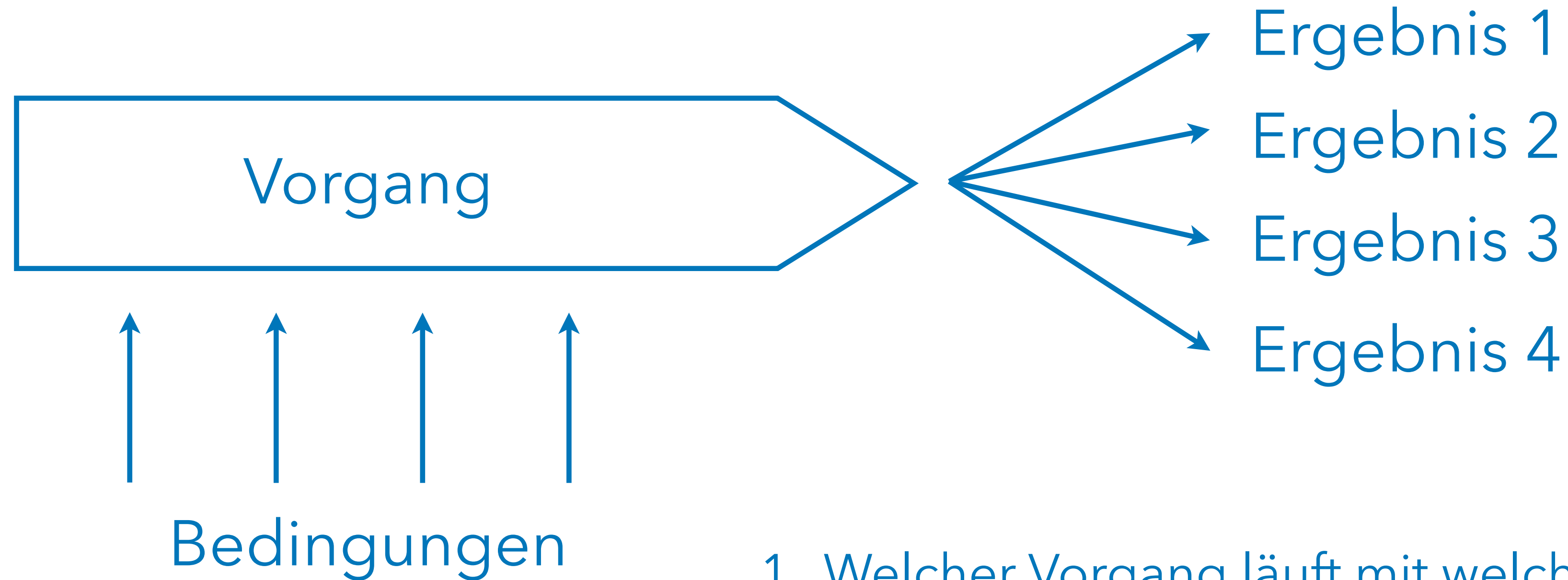
Welche Annahmen triffst du?



(Krüger et al., 2015, S. 13)

Prozessbetrachtung

interessierendes Merkmal

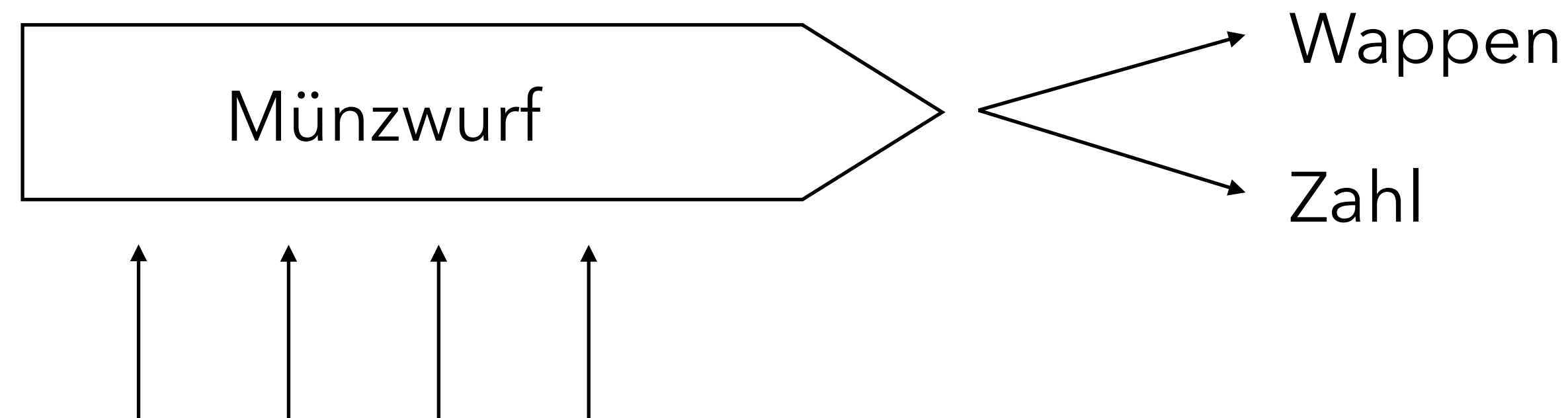


1. Welcher Vorgang läuft mit welchen Objekten oder Personen ab?
2. Welches Merkmal interessiert mich? Wie kann ich das Merkmal erfassen?
3. Welche Ergebnisse sind möglich?
4. Welche Bedingungen beeinflussen den Vorgang?

(Krüger et al., 2015, S. 14 ff.)

Prozessbetrachtung

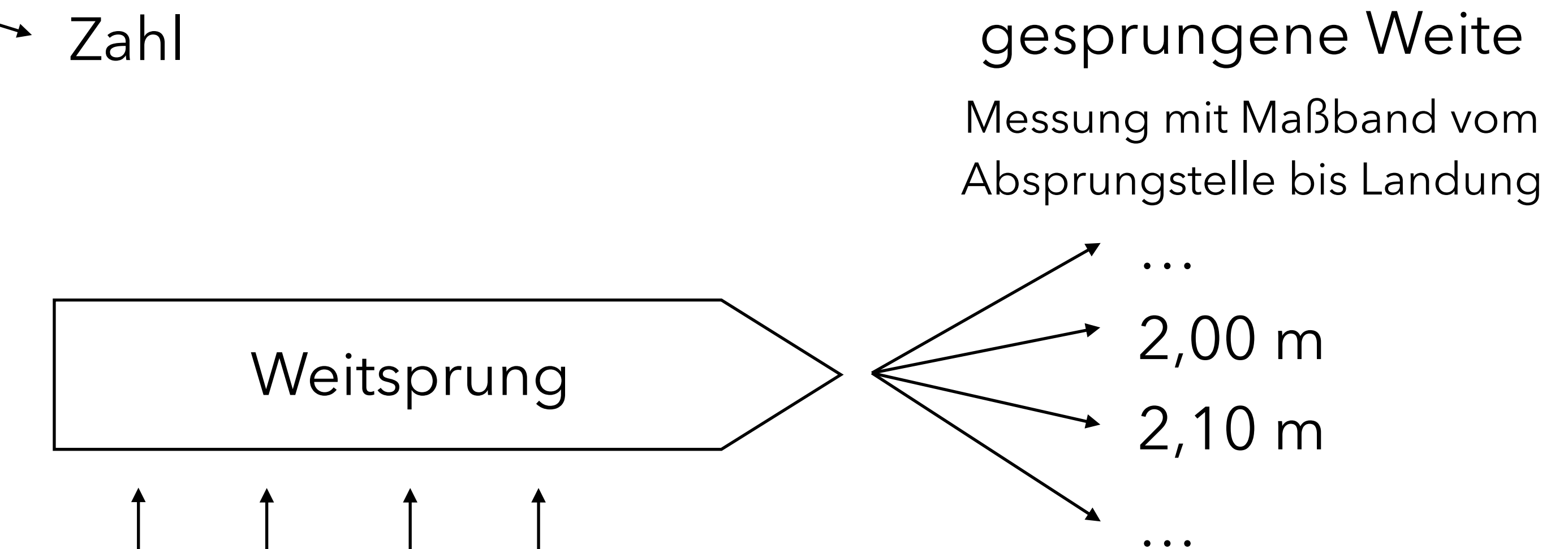
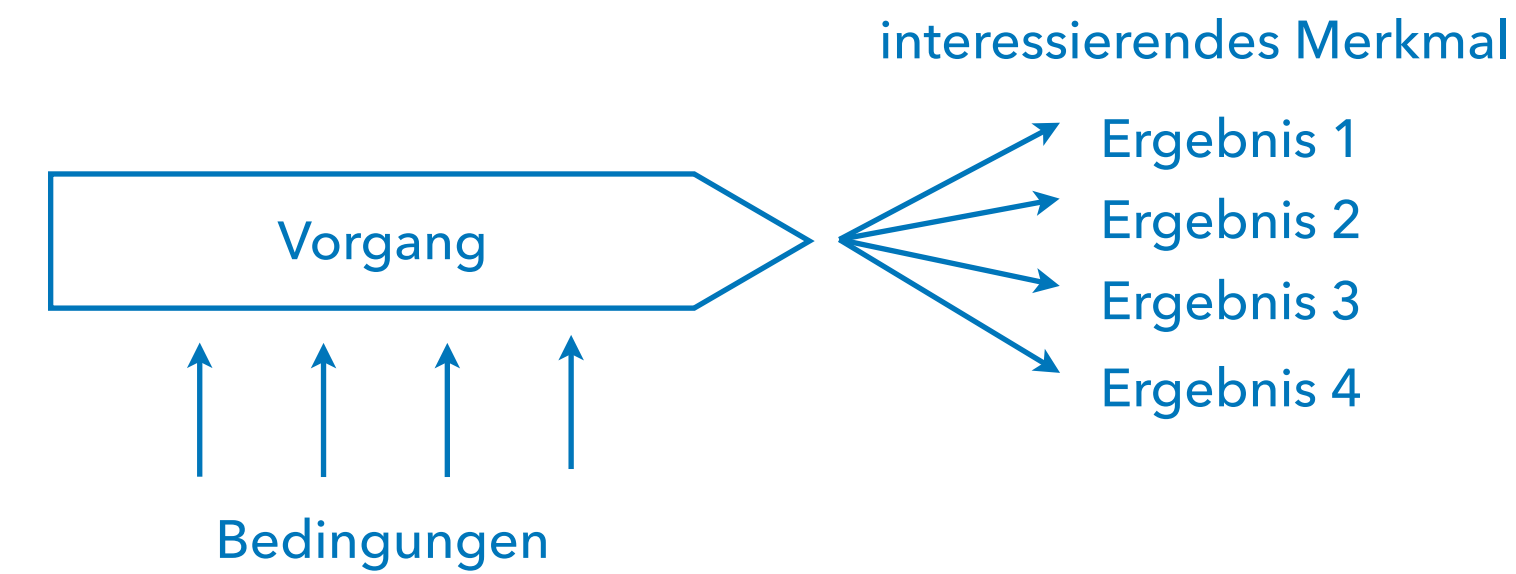
Auf welche Seite fällt sie?
Es wird geguckt, welche Seite oben liegt.



Münze bleibt nicht auf Rand stehen;
beide Seiten sind gleich schwer

1. Welcher Vorgang läuft mit welchen Objekten oder Personen ab?
2. Welches Merkmal interessiert mich? Wie kann ich das Merkmal erfassen?
3. Welche Ergebnisse sind möglich?
4. Welche Bedingungen beeinflussen den Vorgang?

(Krüger et al., 2015, S. 14 ff.)



Beinkraft, Beinlänge, Absprung-
stelle, Trainingserfahrung, Wind, ...

Kombinatorik

	n Optionen mit Wiederholen/Zurücklegen	n Optionen ohne Wiederholen/Zurücklegen
Auswahl von k Elementen mit Beachtung der Reihenfolge (»Variation«)	n^k	$\frac{n!}{(n-k)!}$
Auswahl von k Elementen ohne Beachtung der Reihenfolge (»Kombination«)	$\frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$	$\frac{n!}{k!(n-k)!}$

Herausforderungen

- Gültigkeit der Gleichungen nachvollziehen
- Sachsituation korrekter Zelle zuordnen
- n und k identifizieren

anschauliche
Orientierungshilfe bieten

Wie viele Möglichkeiten gibt es, ...

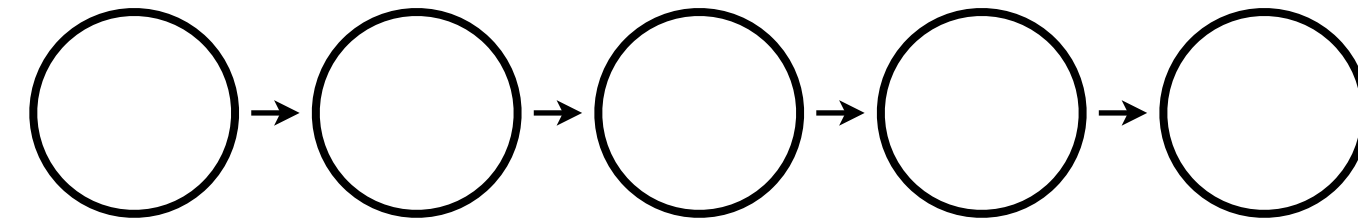
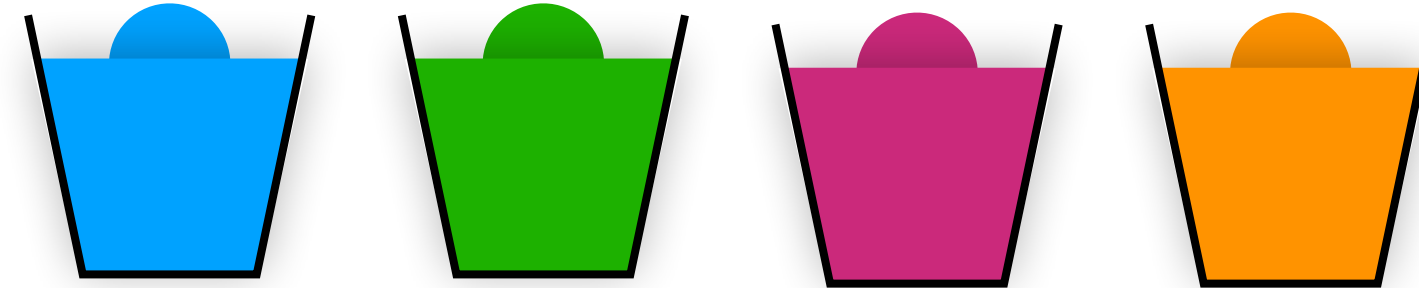
- ... einen Obstsalat aus 5 Früchten zu machen, wenn ich 4 Obstsorten zur Verfügung habe?
- ... in einem Bücherregal 5 Bücher anzuordnen, wenn ich insgesamt 20 Bücher zur Verfügung habe?
- ... für ein Zahlenschloss mit 3 Rädern, wobei für jedes Rad die Ziffern 0 bis 9 zur Verfügung stehen.
- ... aus einer Spielesammlung mit 10 Spielen vier verschiedene Spiele auszuwählen?

n Optionen
mit Wiederholen/Zurücklegen

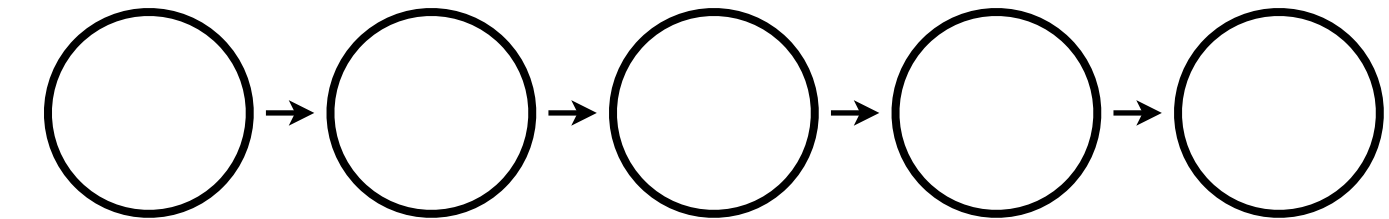
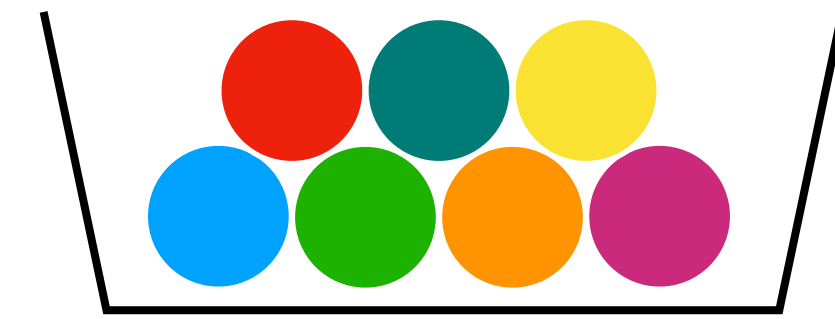
n Optionen
ohne Wiederholen/Zurücklegen

Auswahl von
 k Elementen
**mit Beachtung
der Reihenfolge**
(»Variation«)

n^k ; Zahlenschloss

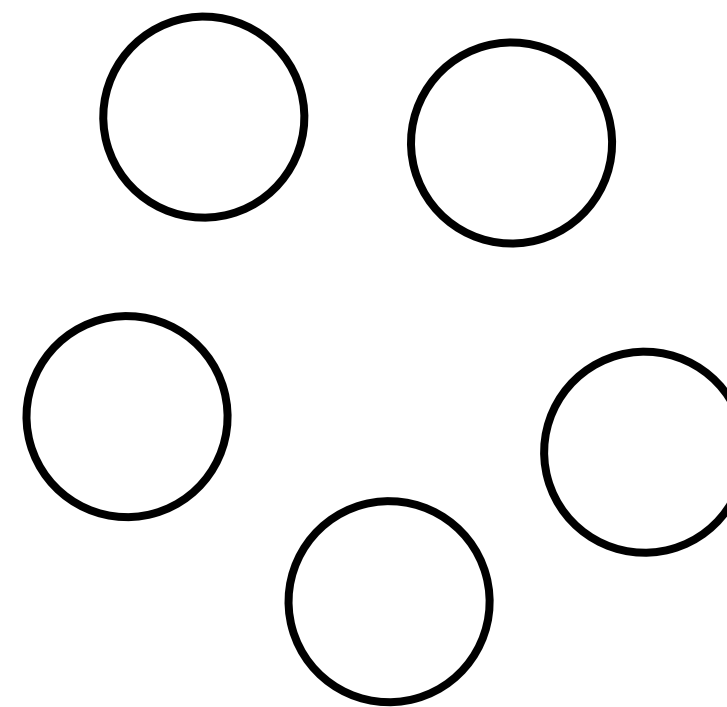


$\frac{n!}{(n-k)!}$; Bücherregal

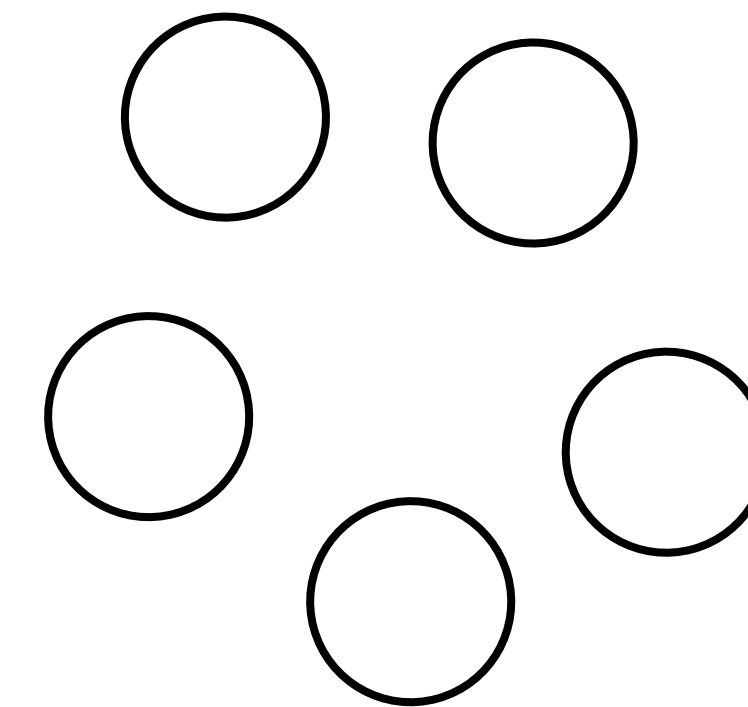
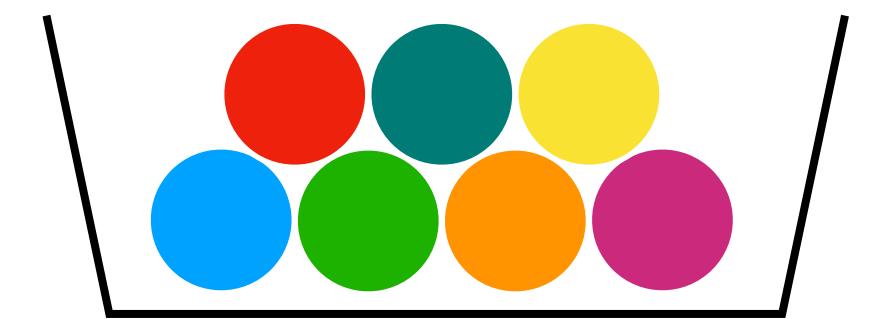


Auswahl von
 k Elementen
**ohne Beachtung
der Reihenfolge**
(»Kombination«)

$\frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$; Obstsalat



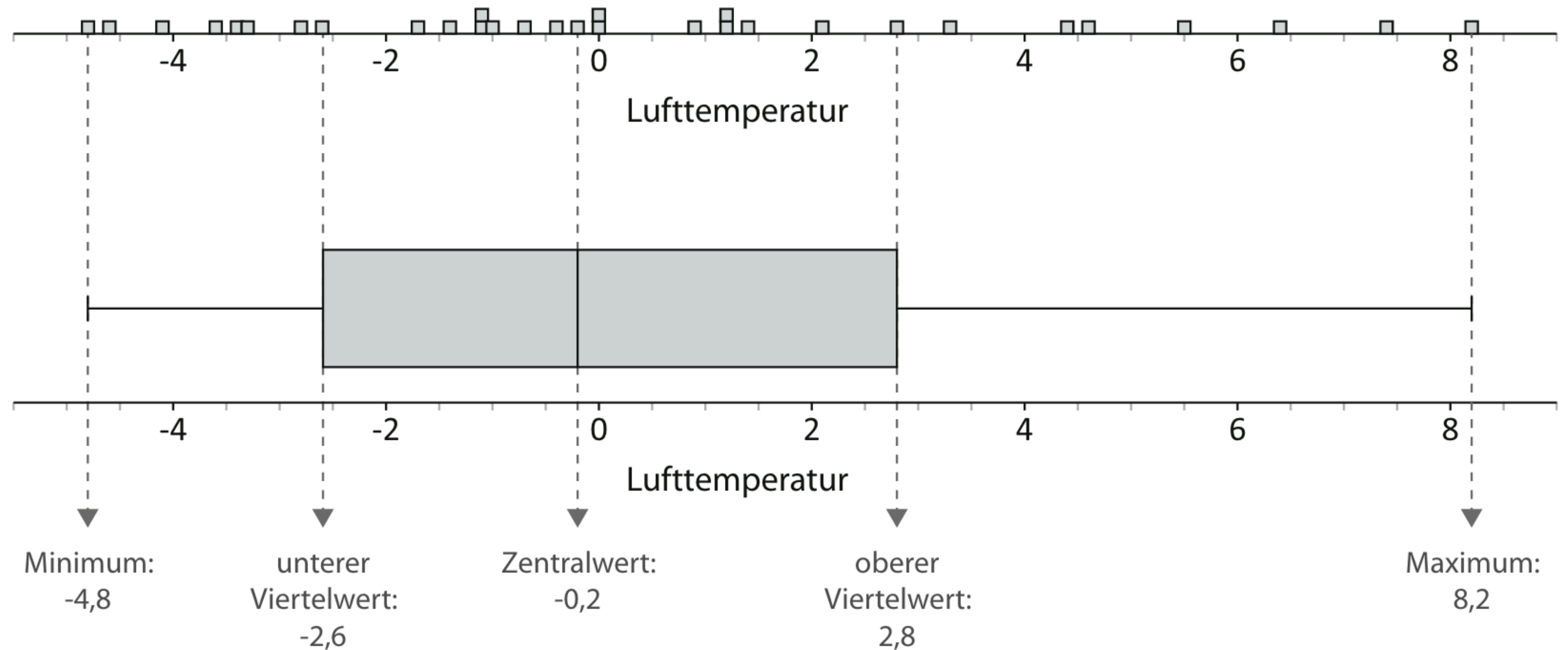
$\frac{n!}{k!(n-k)!}$; Spielesammlung



Boxplot

Tageswerte in Bad Lippspringe im März 2013

zunächst:
»doppelt ungerade«
Anzahl an Daten



(Krüger et al., 2015, S. 123)

Bedingte Wahrscheinlichkeiten

C = »an Corona erkrankt«

T = »positives Testergebnis«

Prävalenz: $P(C) = 1\%$

Wahrscheinlichkeit der Erkrankung

Sensitivität: $P_C(T) = 90\%$

Wahrscheinlichkeit für positives Testergebnis,
wenn Erkrankung vorliegt

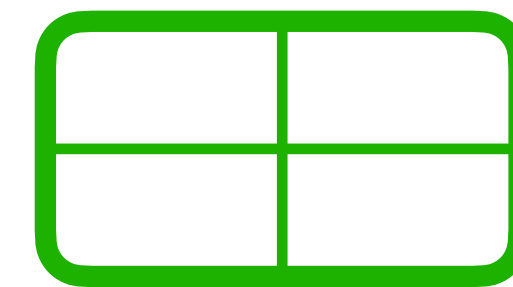
Spezifität: $P_{\neg C}(\neg T) = 95\%$

Wahrscheinlichkeit für negatives Testergebnis,
wenn keine Erkrankung vorliegt

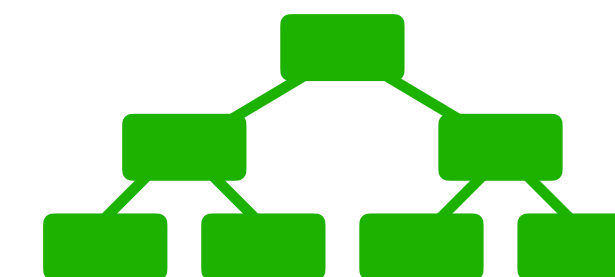
gesucht: $P_T(C)$

Mögliche Visualisierungen

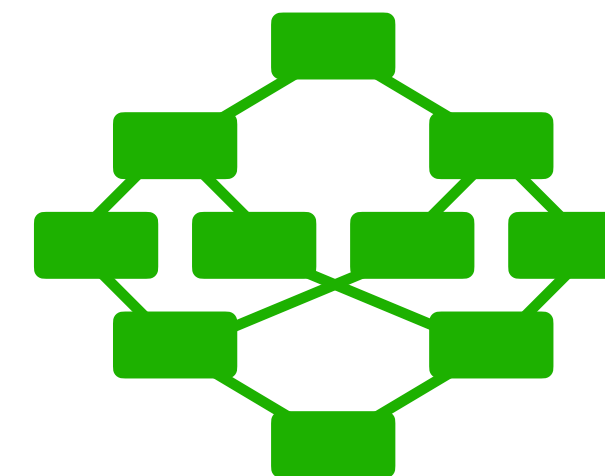
Vierfeldertafel/
Einheitsquadrat



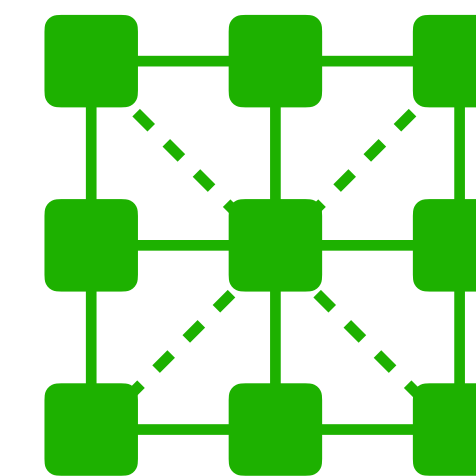
Baumdiagramm



Doppelbaum



Häufigkeitsnetz



Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Einheitsquadrat

	$\neg C \cap T$
$C \cap T$	$\neg C \cap \neg T$
$C \cap \neg T$	

	$\neg C \cap T$
$C \cap T$	$\neg C \cap \neg T$
$C \cap \neg T$	

 $P(C)$

	$\neg C \cap T$
$C \cap T$	$\neg C \cap \neg T$
$C \cap \neg T$	

 $P_C(T)$

	$\neg C \cap T$
$C \cap T$	$\neg C \cap \neg T$
$C \cap \neg T$	

 $P_T(C)$

Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Häufigkeitsnetz

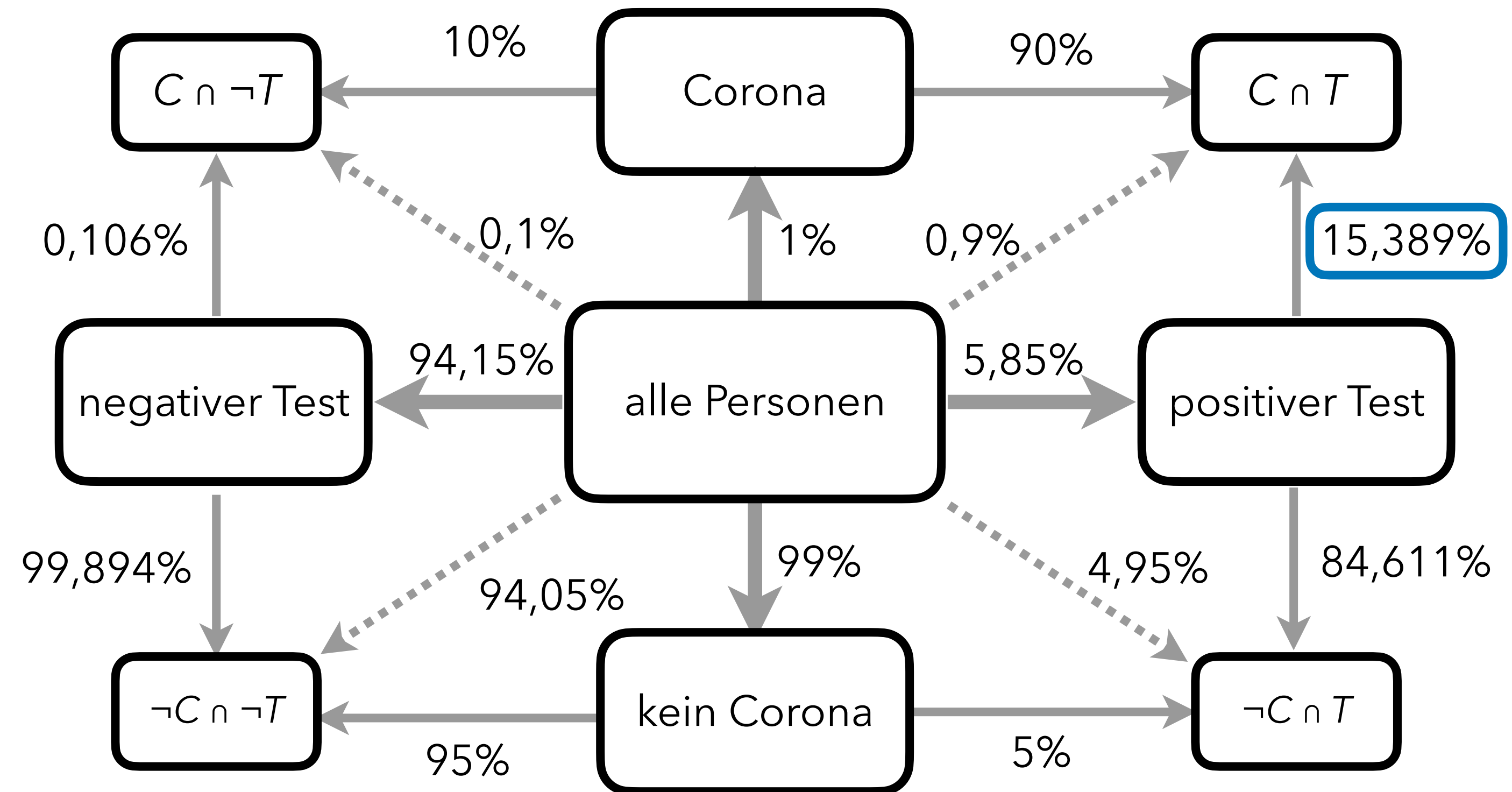
$$P(C) = 1\%$$

$$P_C(T) = 90\%$$

$$P_{\neg C}(\neg T) = 95\%$$

$$P_C(T) = \frac{P(C \cap T)}{P(C)}$$

$$P_T(C) = ?$$



Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Häufigkeitsnetz

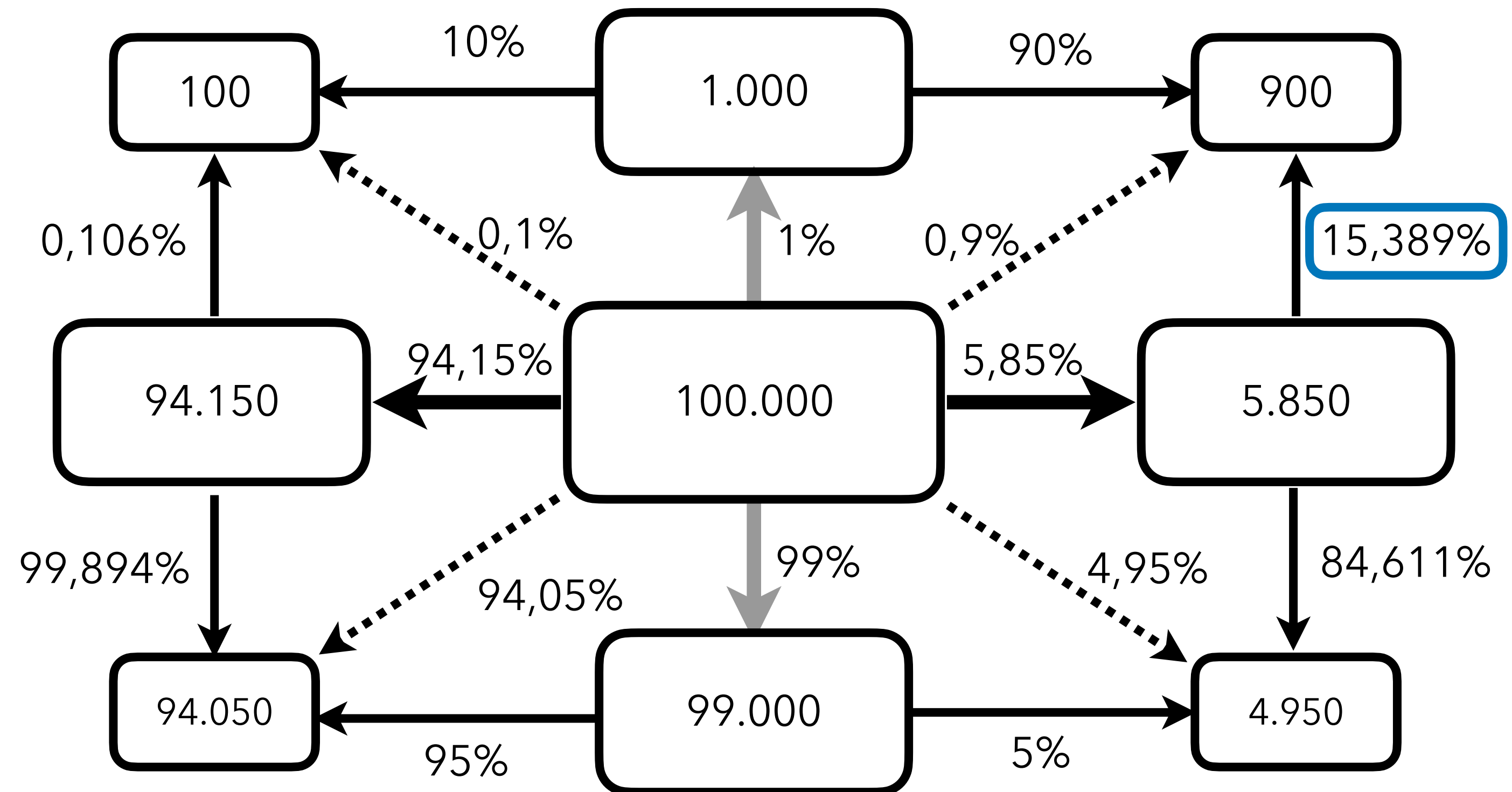
$$P(C) = 1 \%$$

$$P_C(T) = 90 \%$$

$$P_{\neg C}(\neg T) = 95 \%$$

$$P_C(T) = \frac{P(C \cap T)}{P(C)}$$

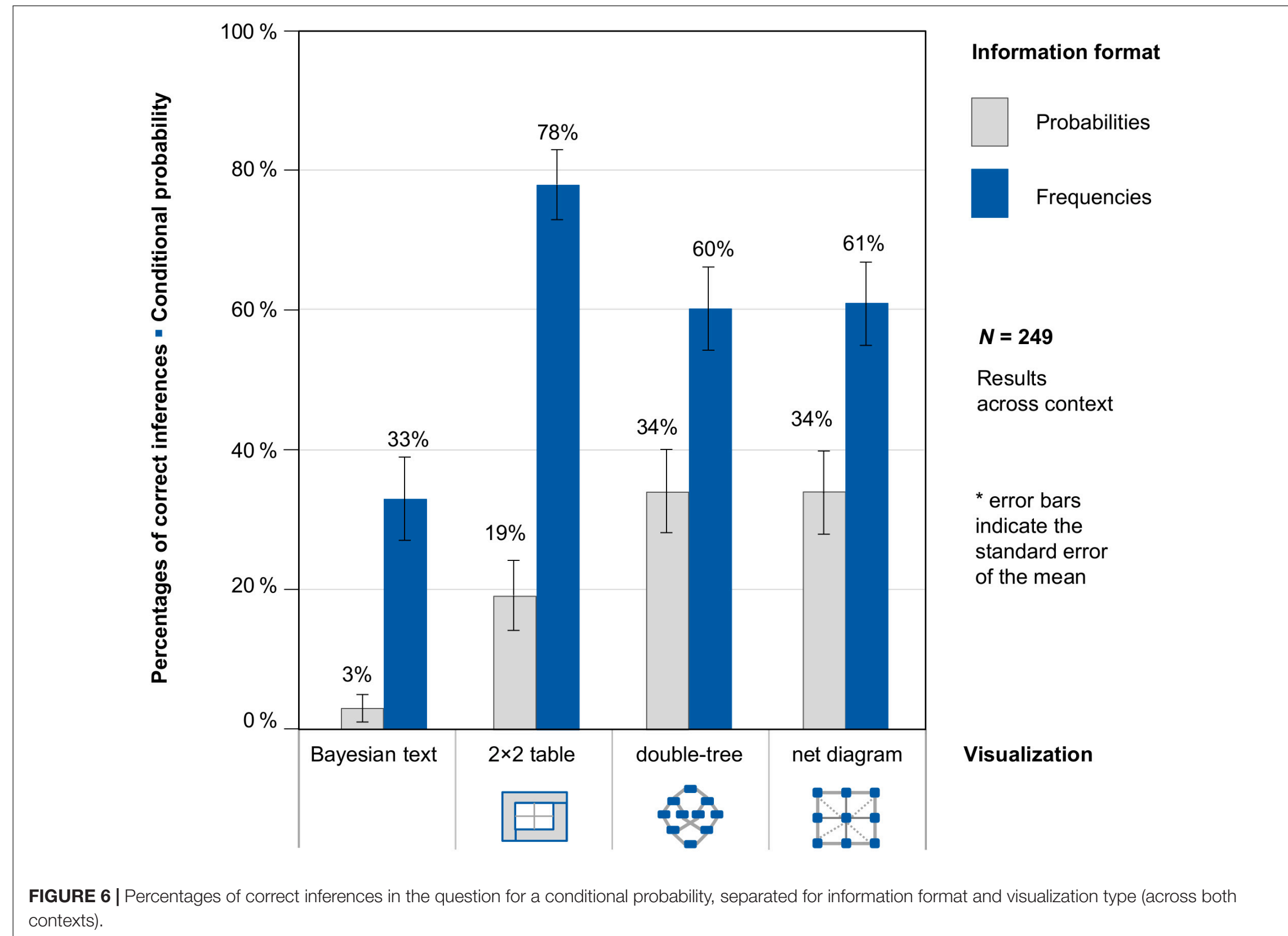
$$P_T(C) = ?$$



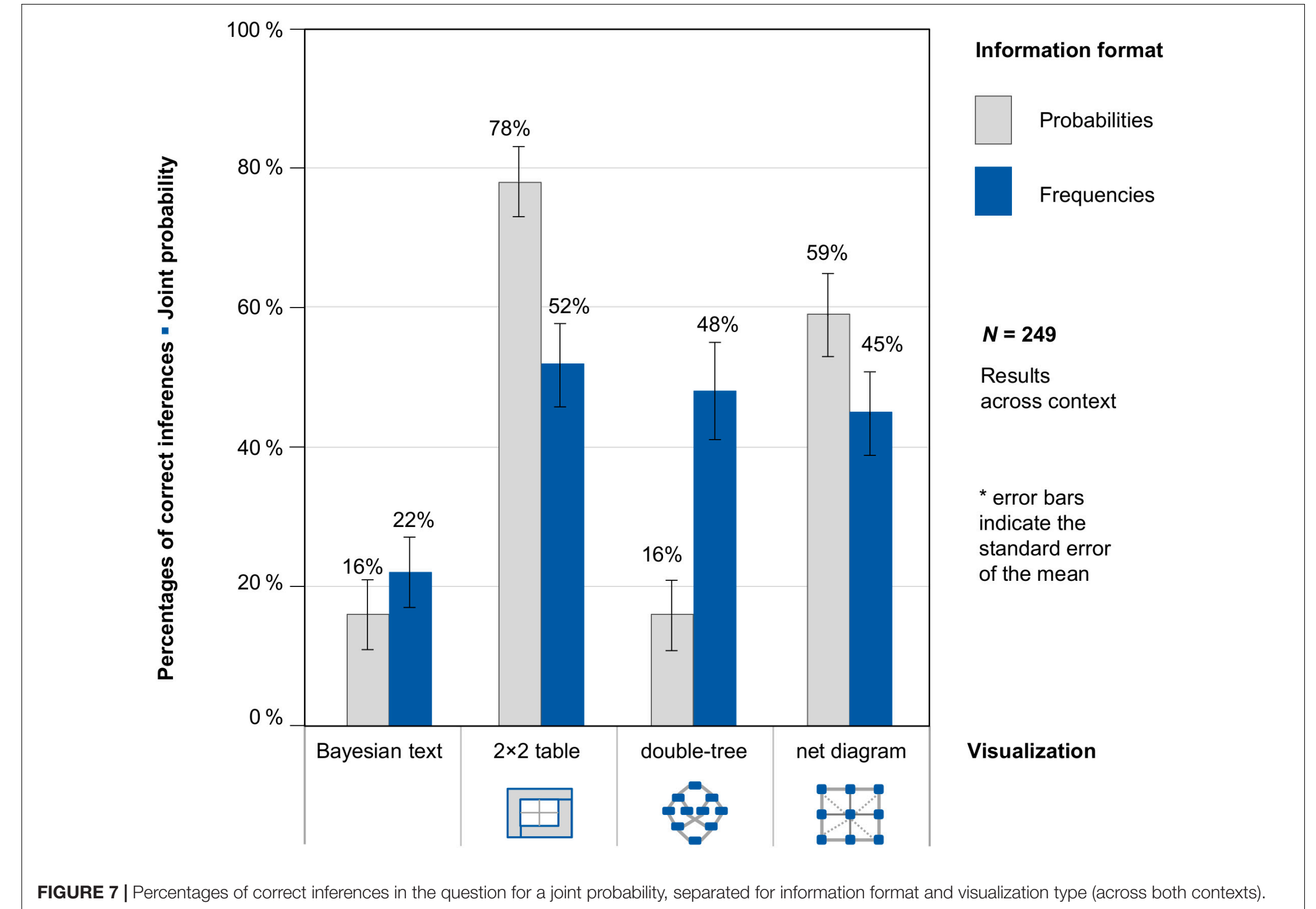
Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Häufigkeitsnetz

Bestimmung der bedingten Wahrscheinlichkeit



Bestimmung der Schnittwahrscheinlichkeit

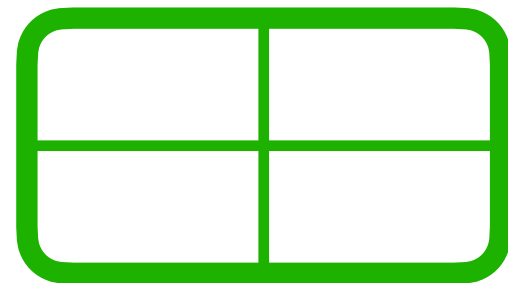


(Binder et al., 2020)

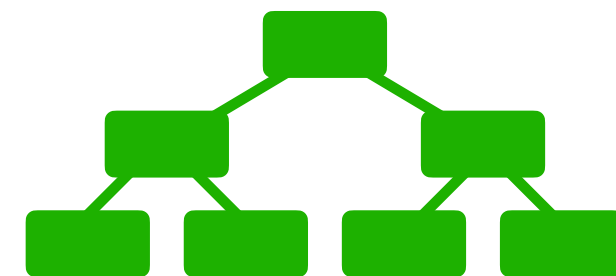
Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Mögliche Visualisierungen

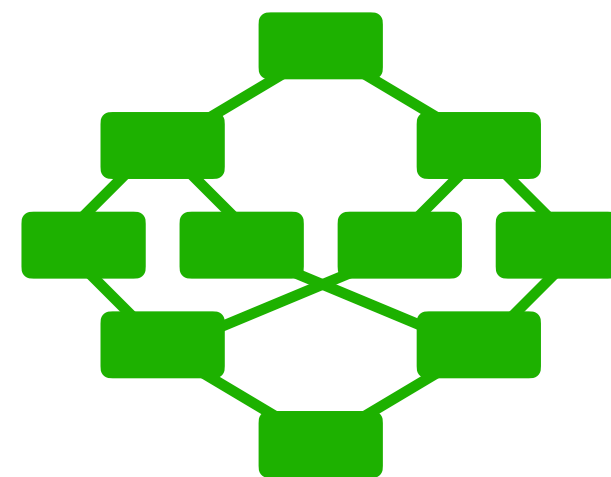
Vierfeldertafel/
Einheitsquadrat



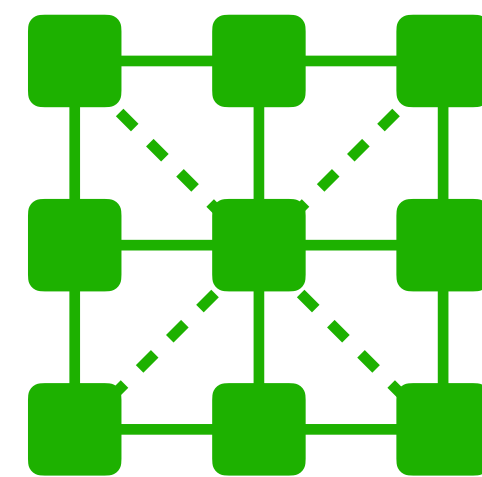
Baumdiagramm



Doppelbaum



Häufigkeitsnetz



Weitere Unterstützungen

- Vernetzung der Darstellungen
- absolute Häufigkeiten statt Wahrscheinlichkeiten

Literatur

Binder, K., Krauss, S., & Wiesner, P. (2020). A New Visualization for Probabilistic Situations Containing Two Binary Events: The Frequency Net. *Frontiers in Psychology*, 11, 750. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.00750>

Krüger, K., Sill, H.-D., & Sikora, C. (2015). *Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I*. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-43355-3>