



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

*Калужский филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана)*

ФАКУЛЬТЕТ МК Машиностроительный
КАФЕДРА МК10 Высшая математика и физика

О Т Ч Е Т

ДОМАШНЯЯ РАБОТА № 1

Вариант № 26

ДИСЦИПЛИНА: Линейная алгебра и функции нескольких переменных
ТЕМА: Линейная алгебра

Выполнил студент группы ИУК2-21Б

Саржан Д. А.

Проверил:

Серегина Е. В.

Дата сдачи (защиты):

Результаты сдачи(защиты):

Балльная оценка:

Оценка:

Калуга, 2023 г.

Вариант 26

$$\begin{cases} 2x+y=1 \\ 3x+2y=-3 \\ 4x+3y=-1 \end{cases} \text{ Векторный вид: } \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}x + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}y = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \bar{a}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \bar{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \bar{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2 Нормальная система уравнений

$$(\bar{a}_1, \bar{a}_1)x + (\bar{a}_1, \bar{a}_2)y = (\bar{a}_1, \bar{b})$$

$$(\bar{a}_1, \bar{a}_2)x + (\bar{a}_2, \bar{a}_2)y = (\bar{a}_2, \bar{b})$$

$$(\bar{a}_1, \bar{a}_1) = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 = 4 + 9 + 16 = 29$$

$$(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 2 + 6 + 12 = 20$$

$$(\bar{a}_2, \bar{a}_2) = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 1 + 4 + 9 = 14$$

$$(\bar{a}_1, \bar{b}) = 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-3) + 4 \cdot (-1) = 2 - 9 - 4 = -11$$

$$(\bar{a}_2, \bar{b}) = 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-3) + 3 \cdot (-1) = 1 - 6 - 3 = -8$$

3 Решение системы по формулам Крамера

$$\Delta = \begin{vmatrix} 29 & 20 \\ 20 & 14 \end{vmatrix} = 29 \cdot 14 - 20 \cdot 20 = 6$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} -11 & 20 \\ -8 & 14 \end{vmatrix} = -11 \cdot 14 + 20 \cdot 8 = 6$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 29 & -11 \\ 20 & -8 \end{vmatrix} = 29 \cdot (-8) + 20 \cdot 11 = -12$$

$$\text{Вектор решения: } \bar{\sigma} = \bar{b} - \bar{a}_1 x - \bar{a}_2 y = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot 1 - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (-2) = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (\bar{\sigma}, \bar{\sigma}) = 1 + 4 + 1 = 6$$

Проверка

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 2 - 6 + 4 = 0$$

$$\text{Ответ: } x=1; y=-2; \sqrt{6}$$

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \text{ Возьмем: } 2A^3 - 3A^2; e^{At}$$

1 Собственные значения матрицы A

$$|A - \lambda E| = 0 \Rightarrow |A - \lambda E| = \begin{vmatrix} -4-\lambda & -2 \\ 3 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (-4-\lambda)(3-\lambda) + 6 =$$

$$= -12 - 3\lambda + 4\lambda + \lambda^2 + 6 = 0$$

$$\lambda^2 + \lambda - 6 = 0$$

$$\lambda_1 = -3; \lambda_2 = 2; \Rightarrow D = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2 Собственные векторы

$$\lambda_1 = -3 \Rightarrow (A - \lambda_1 E) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -4+3 & -2 \\ 3 & 3+3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow -x - 2y + 3x + 6y = 0$$

$$2x + 4y = 0$$

$$2x = -4y$$

$$x = -2y$$

$$\Rightarrow \bar{S}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_2 = 2 \Rightarrow (A - \lambda E) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -4 & -2 & -2 \\ 3 & 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} -6 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow -6x - 2y + 3x + y = 0$$

$$-3x - y = 0$$

$$x = -\frac{1}{3}y$$

$$\Rightarrow \bar{S}_2 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$3. T_{B \rightarrow S} = \begin{pmatrix} -2 & -\frac{1}{3} \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_{B \rightarrow S}^{-1} = \frac{1}{|T_{B \rightarrow S}|} \begin{pmatrix} -2 & -\frac{1}{3} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{15} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Проверка: $T_{B \rightarrow S}^{-1} \cdot T_{B \rightarrow S} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{15} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -\frac{1}{3} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{5} + \frac{1}{15} & -\frac{1}{5} + \frac{2}{15} \\ \frac{2}{5} - \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} - \frac{2}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$4. f(A) = 2A^3 - 3A^2 = \begin{pmatrix} -2 & -\frac{1}{3} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f(3) & 0 \\ 0 & f(2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{15} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & -\frac{1}{3} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{15} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -\frac{4}{3} \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{15} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & -\frac{1}{3} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -8 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{15} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & -\frac{4}{3} \\ -8 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{15} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -98 & -34 \\ 51 & 21 \end{pmatrix}$$

Проверка: $2 \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}^3 - 3 \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}^2 = 2 \begin{pmatrix} 40 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 10 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} =$

$$= 2 \begin{pmatrix} -34 & -14 \\ 21 & 15 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 & 6 \\ -9 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -68 & -28 \\ 42 & 30 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 & 6 \\ -9 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -98 & -34 \\ 51 & 21 \end{pmatrix}$$

$$5. e^{At}; W = \begin{pmatrix} e^{-3t} & 0 \\ 0 & e^{2t} \end{pmatrix}$$

$$e^{At} = \begin{pmatrix} -2 & -\frac{1}{3} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-3t} & 0 \\ 0 & e^{2t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{15} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-3t} & -\frac{1}{3}e^{2t} \\ e^{-3t} & e^{2t} \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-e^{5t} + 6}{5e^{3t}} & \frac{-2e^{5t} + 2}{5e^{3t}} \\ \frac{5e^{3t} - 3}{5e^{3t}} & \frac{6e^{5t} - 1}{5e^{3t}} \end{pmatrix}$$

Q. Given: $2A^3 - 3A^2 = \begin{pmatrix} -98 & -34 \\ 51 & 21 \end{pmatrix}$; $e^{At} = \begin{pmatrix} \frac{-e^{5t}+6}{5e^{3t}} & \frac{-2e^{5t}+2}{5e^{3t}} \\ \frac{3e^{5t}-3}{5e^{3t}} & \frac{6e^{5t}-1}{5e^{3t}} \end{pmatrix}$

$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3$

$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; $|A - \lambda E| = 0$; $\begin{vmatrix} 1-\lambda & -2 & -2 \\ -2 & 5-\lambda & 2 \\ -2 & 2 & 1-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3 + 7\lambda^2 + \lambda - 7 = 0$

$-\lambda^3 + 7\lambda^2 + \lambda - 7$
 $-\lambda^3 + \lambda^2$

$6\lambda^2 + \lambda - 7$

$6\lambda^2 - 6\lambda$

$7\lambda - 7$

$7\lambda - 7$

0

$-\lambda^2 + 6\lambda + 7 = 0$

$\lambda^2 - 6\lambda - 7 = 0$

$\lambda_2 = -1; \lambda_3 = 7$

$\lambda_1 = 1$

$-2x_2 - 2x_3 = 0$

$-2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0$

$-2x_1 + 2x_2 = 0$

$\begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_1} \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 + R_1} \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 6 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \times 1/6} \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 1/3 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \times (-1/2)} \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/3 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 - R_2} \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2/3 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \times 3/2} \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 - R_3} \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 + 2R_2} \begin{pmatrix} -2 & 6 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 + 2R_3} \begin{pmatrix} -2 & 6 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 \times (-1/2)} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 + 3R_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 + 2R_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\sim \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_1} \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 + R_1} \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 \times (-1/2)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \times (-1/2)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \times (-1/4)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 - R_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 - R_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{cases} x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x_2 = -x_3 \\ x_1 = -x_3 \end{cases}$

$x_1 = \begin{pmatrix} -k \\ -k \\ k \end{pmatrix}$; $\|x_1\| = \sqrt{k^2 + k^2 + k^2} = k\sqrt{3}$

$\lambda_2 = -1$

$2x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 0$

$-2x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 0$

$-2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0$

$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ -2 & 6 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_1} \begin{pmatrix} -2 & 6 & 2 \\ 2 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 + R_1} \begin{pmatrix} -2 & 6 & 2 \\ 2 & -2 & -2 \\ 0 & 8 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 \times (-1/2)} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \\ 0 & 8 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 - 2R_1} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 8 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \times 1/4} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 8 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 - 8R_2} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \times 1/4} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 + 3R_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 + R_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ -2 & 6 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0$

$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_2 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x_1 = x_3 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x_1 = x_3 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

$$x_2 = \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ k \end{pmatrix} \quad \|x_2\| = \sqrt{k^2 + 0 + k^2} = k\sqrt{2}$$

$$\lambda_3 = 3$$

$$\begin{cases} -6x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ -2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ -2x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} -6 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} -6 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -4 & 0 & -4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad x_3 = \begin{pmatrix} -k \\ 2k \\ k \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 2x_3 \\ x_1 = -x_3 \end{cases} \quad \|x_3\| = \sqrt{k^2 + 4k^2 + k^2} = k\sqrt{6}$$

$$x_1' = \frac{x_1}{\|x_1\|} = \frac{1}{k\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -k \\ -k \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}, \quad x_2' = \frac{x_2}{\|x_2\|} = \frac{1}{k\sqrt{2}} \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$x_3' = \frac{x_3}{\|x_3\|} = \frac{1}{k\sqrt{6}} \begin{pmatrix} -k \\ 2k \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{pmatrix} = S \cdot \begin{pmatrix} x_1'' \\ x_2'' \\ x_3'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{3}}x_1'' + \frac{1}{\sqrt{2}}x_2'' - \frac{1}{\sqrt{6}}x_3'' \\ -\frac{1}{\sqrt{3}}x_1'' + \frac{2}{\sqrt{6}}x_3'' \\ \frac{1}{\sqrt{3}}x_1'' + \frac{1}{\sqrt{2}}x_2'' + \frac{1}{\sqrt{6}}x_3'' \end{pmatrix}$$

$$\text{Orbital: } F(x_1'', x_2'', x_3'') = x_1''^2 - x_2''^2 + 7x_3''^2 \quad \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{\sqrt{3}}x_1'' + \frac{1}{\sqrt{2}}x_2'' - \frac{1}{\sqrt{6}}x_3'' \\ x_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}}x_1'' + \frac{2}{\sqrt{6}}x_3'' \\ x_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}x_1'' + \frac{1}{\sqrt{2}}x_2'' + \frac{1}{\sqrt{6}}x_3'' \end{cases}$$

$$7x^2 - 12xy - 2y^2 + 10x + 20y - 35 = 0$$

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ -6 & -2 \end{pmatrix} \quad |A - \lambda E| = \begin{vmatrix} 7-\lambda & -6 \\ -6 & -2-\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (7-\lambda)(-2-\lambda) - 36 = 0$$

$$\lambda_1 = -5 \quad \lambda_2 = 10$$

$$\lambda^2 - 5\lambda - 50 = 0$$

$$\lambda_1 = -5; \lambda_2 = 10$$

$$(A - \lambda_1 E) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 12 & -6 \\ -6 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 12x - 6y = 0 \\ -6x + 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \bar{S}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\bar{P}_1 = \frac{1}{\sqrt{4+1}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}$$

$$(A - \lambda_2 E) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -3 & -6 \\ -6 & -12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -3x - 6y = 0 \\ -6x - 12y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \bar{S}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{P}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}$$

Матрица перехода: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{5}} x_1 - \frac{2}{\sqrt{5}} y_1 \\ y = \frac{2}{\sqrt{5}} x_1 + \frac{1}{\sqrt{5}} y_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = \frac{5}{\sqrt{5}} x_1 \\ y - 2x = \frac{5}{\sqrt{5}} y_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} (x + 2y) \\ y_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} (y - 2x) \end{cases}$$

$$-5x_1'^2 + 10y_1'^2 + 10 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{5}} x_1' - \frac{2}{\sqrt{5}} y_1' \right) + 20 \left(\frac{2}{\sqrt{5}} x_1' + \frac{1}{\sqrt{5}} y_1' \right) - 35 = 0$$

$$-5 \left(x_1'^2 - 2x_1' - \frac{5}{\sqrt{5}} + \left(\frac{8}{\sqrt{5}} \right)^2 \right) + 10y_1'^2 - 35 = \left(\frac{5}{\sqrt{5}} \right)^2 \cdot (-5)$$

$$-5 \left(x_1' - \frac{6}{\sqrt{5}} \right)^2 + 10y_1'^2 = 35 - 25; \quad x_2'' = x_1' - \frac{6}{\sqrt{5}}$$

$$-5x_2''^2 + 10y_1''^2 = 10 \quad | :10$$

$$-\frac{x_2''^2}{2} + y_1''^2 = 1 \quad \text{— гиперболa}$$

$$a = \sqrt{2} \quad b = 1, \quad y'' = \pm \frac{b}{a} x_2'' \Rightarrow y'' = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} x_2''$$

$$\begin{cases} x'' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x+2y) - \frac{5}{\sqrt{5}} \\ y'' = \frac{1}{\sqrt{5}}(y-2x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{5}x_2 = x+2y-5 \\ \sqrt{5}y_2 = y-2x \end{cases} \Rightarrow \text{occ} \begin{cases} x+2y=5 \\ y=2x \end{cases}$$

genmp $x+4x=5$ $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

