Exercícios selecionados:

1, 5-22, 25, 26, 29-31, 33, 36-41

14.2 Exercícios

1. Suponha que $\lim_{(x,\,y)\to(3,\,1)} f(x, y) = 6$. O que podemos dizer do valor de $f(3, 1)$? E se a função f for contínua?

2. Explique por que cada função é contínua ou descontínua.
   (a) A temperatura externa como função da latitude, da longitude e do tempo.
   (b) A altura acima do nível do mar como função da longitude, da latitude e do tempo.
   (c) O custo da tarifa do táxi como função da distância percorrida e do tempo gasto.

3–4 Utilize uma tabela de valores numéricos de $f(x, y)$ para (x, y) perto da origem para conjecturar sobre o limite de $f(x, y)$ quando $(x, y) \to (0, 0)$. Em seguida, explique por que sua conjectura está correta.

3. $f(x, y) = \dfrac{x^2y^3 + x^3y^2 - 5}{2 - xy}$

4. $f(x, y) = \dfrac{2xy}{x^2 + 2y^2}$

5–22 Determine o limite, se existir, ou mostre que o limite não existe.

5. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(1,\,2)} (5x^3 - x^2y^2)$

6. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(1,\,-1)} e^{-xy}\cos(x + y)$

7. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(2,\,1)} \frac{4 - xy}{x^2 + 3y^2}$

8. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(1,\,0)} \ln\left(\frac{1 + y^2}{x^2 + xy}\right)$

9. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(0,\,0)} \frac{x^4 - {}^4y^4}{x^2 + 2y^2}$

10. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(0,\,0)} \frac{x^2 + \operatorname{sen}^2 y}{2x^2 + y^2}$

11. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(0,\,0)} \frac{xy\cos y}{3x^2 + y^2}$

12. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(1,\,0)} \frac{xy - y}{(x - 1)^2 + y^2}$

13. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(0,\,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

14. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(0,\,0)} \frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2}$

15. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(0,\,0)} \frac{x^2ye^y}{x^4 + 4y^2}$

16. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(0,\,0)} \frac{x^2\operatorname{sen}^2 y}{x^2 + 2y^2}$

17. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(0,\,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$

18. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(0,\,0)} \frac{xy^4}{x^2 + y^8}$

19. $\displaystyle\lim_{(x,\,y,\,z)\to(\pi,\,\theta,\,1)} e^{y^2}\operatorname{tg}(xz)$

20. $\displaystyle\lim_{(x,\,y,\,z)\to(0,\,0,\,0)} \frac{xy + yz}{x^2 + y^2 + z^2}$

21. $\displaystyle\lim_{(x,\,y,\,z)\to(0,\,0,\,0)} \frac{xy + yz^2 + xz^2}{x^2 + y^2 + z^4}$

22. $\displaystyle\lim_{(x,\,y,\,z)\to(0,\,0,\,0)} \frac{yz}{x^2 + 4y^2 + 9z^2}$

23–24 Utilize um gráfico feito por computador para explicar por que o limite não existe.

23. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(0,\,0)} \frac{2x^2 + 3xy + 4y^2}{3x^2 + 5y^2}$

24. $\displaystyle\lim_{(x,\,y)\to(0,\,0)} \frac{xy^3}{x^2 + y^6}$

É necessário usar uma calculadora gráfica ou computador

1. As Homework Hints estão disponíveis em www.stewartcalculus.com

25–26 Determine $h(x, y) = g(f(x, y))$ e o conjunto no qual h é contínua.

25. $g(t) = t^2 + \sqrt{t}, \quad f(x, y) = 2x + 3y - 6$

26. $g(t) = t + \ln t, \quad f(x, y) = \dfrac{1 - xy}{1 + x^2y^2}$

27–28 Trace o gráfico da função e observe onde ela é descontínua. Em seguida, utilize a fórmula para explicar o que você observou.

27. $f(x, y) = e^{1/(x-y)}$

28. $f(x, y) = \dfrac{1}{1 - x^2 - y^2}$

29–38 Determine o maior conjunto no qual a função é contínua.

29. $F(x, y) = \dfrac{xy}{1 + e^{x-y}}$

30. $F(x, y) = \cos\sqrt{1 + x - y}$

31. $F(x, y) = \dfrac{1 + x^2 + y^2}{1 - x^2 - y^2}$

32. $H(x, y) = \dfrac{e^x + e^y}{e^{xy} - 1}$

33. $G(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 4)$

34. $G(x, y) = \text{tg}^{-1}((x + y)^{-2})$

35. $f(x, y, z) = \text{arcsen}\,(x^2 + y^2 + z^2)$

36. $f(x, y, z) = \sqrt{y - x^2}\ln z$

37. $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y^3}{2x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

38. $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2 + xy + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

39–41 Utilize coordenadas polares para determinar o limite. [Se (r, θ) são as coordenadas polares do ponto (x, y) com $r \geqslant 0$, observe que $r \to 0^+$ quando $(x, y) \to (0, 0)$.]

39. $\displaystyle\lim_{(x, y)\to(0, 0)} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$

40. $\displaystyle\lim_{(x, y)\to(0, 0)} (x^2 + y^2)\ln(x^2 + y^2)$

41. $\displaystyle\lim_{(x, y)\to(0, 0)} \frac{e^{-x^2-y^2} - 1}{x^2 + y^2}$

42. No início desta seção consideramos a função

$$f(x, y) = \frac{\text{sen}(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$$

e conjecturamos que $f(x, y) \to 1$ quando $(x, y) \to (0, 0)$ com base em evidências numéricas. Utilize coordenadas polares para comprovar o valor do limite. Em seguida, faça o gráfico da função.

43. Trace o gráfico e analise a continuidade da função

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{\text{sen}\,xy}{xy} & \text{se } xy \neq 0 \\ 1 & \text{se } xy = 0 \end{cases}$$

44. Seja

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{se } y \leqslant 0 \text{ or } y \geqslant x^4 \\ 1 & \text{se } 0 < y < x^4 \end{cases}$$

(a) Mostre que $f(x, y) \to 0$ quando $(x, y) \to (0, 0)$ por qualquer caminho da forma $y = mx^a$ passando por $(0, 0)$ com $a < 4$.
(b) Independentemente do item (a), mostre que f é descontínua em $(0, 0)$.
(c) Mostre que f é descontínua em duas curvas inteiras.

45. Mostre que a função f dada por $f(\mathbf{x}) = |\mathbf{x}|$ é contínua em $\mathbb{R}^n$. [*Dica*: Considere $|\mathbf{x} - \mathbf{a}|^2 = (\mathbf{x} - \mathbf{a}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{a})$.]

46. Se $\mathbf{c} \in V_n$, mostre que a função f dada por $f(\mathbf{x}) = \mathbf{c} \cdot \mathbf{x}$ é contínua em $\mathbb{R}^n$.

EXERCÍCIOS 14.2

1. Nada; Se f for contínua, $f(3, 1) = 6$ **3.** $-\frac{5}{2}$

5. 1 **7.** $\frac{2}{7}$ **9.** Não existe **11.** Não existe

13. 0 **15.** Não existe **17.** 2

19. $\sqrt{3}$ **21.** Não existe

23. O gráfico mostra que a função se aproxima de números diferentes ao longo de retas diferentes.

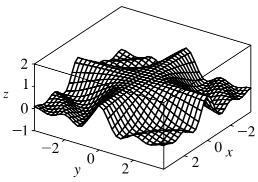
25. $h(x, y) = (2x + 3y - 6)^2 + \sqrt{2x + 3y - 6}$;
$\{(x, y) \mid 2x + 3y \geq 6\}$

27. Ao longo da reta $y = x$ **29.** $\mathbb{R}^2$ **31.** $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \neq 1\}$

33. $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 > 4\}$ **35.** $\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$

37. $\{(x, y) \mid (x, y) \neq (0, 0)\}$ **39.** 0 **41.** -1

43.



f é contínua em $\mathbb{R}^2$