14.2 Limites e Continuidade

Limites e Continuidade

$\boxed{1}$ **Definição** Seja f uma função de duas variáveis cujo domínio D contém pontos arbitrariamente próximos de (a, b). Dizemos que o **limite de $f(x, y)$ quando (x, y) tende a (a, b)** é L e escrevemos

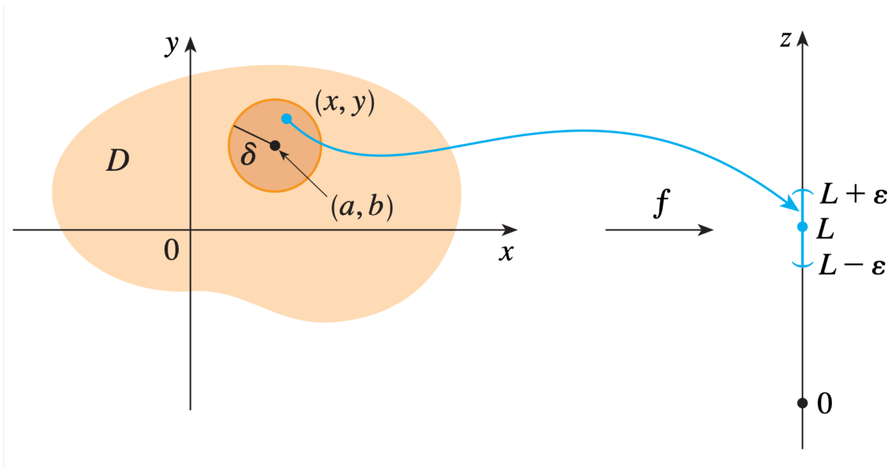
$$\lim_{(x, y) \to (a, b)} f(x, y) = L$$

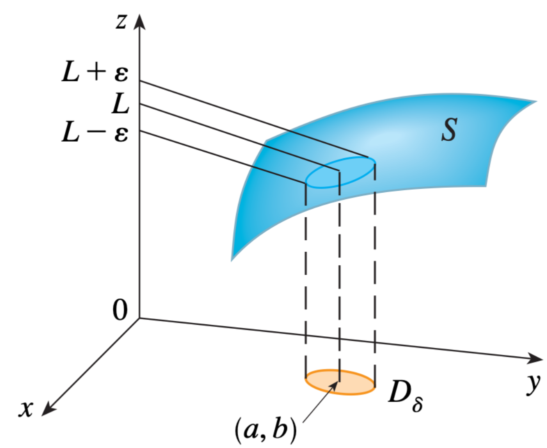
se para todo número $\varepsilon > 0$ houver um número correspondente de $\delta > 0$ tal que

$$\text{se}(x, y) \in D \quad \text{e} \quad 0 < \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2} < \delta \quad \text{então} \quad |f(x, y) - L| < \varepsilon$$

Limites e Continuidade

A definição de limite diz que a distância entre $f(x, y)$ e L se torna arbitrariamente pequena se a distância entre (x, y) e (a, b) se faz suficientemente pequena (mas não igual a 0).





Limites e Continuidade

Assim como para funções de uma variável, temos

1) $\lim_{(x,y)\to(a,b)} x = a$.

2) $\lim_{(x,y)\to(a,b)} y = b$.

3) $\lim_{(x,y)\to(a,b)} k = k$ (para todo número k).

Limites e Continuidade

Propriedades dos limites de funções de duas variáveis

As regras a seguir são verdadeiras se *L*, *M* e *k* são números reais e

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = L \qquad \text{e} \qquad \lim_{(x,y)\to(a,b)} g(x,y) = M.$$

1) Regra da soma:

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) + g(x,y) = L + M.$$

2) Regra da produto:

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) \cdot g(x,y) = L \cdot M.$$

Limites e Continuidade

3) Regra da multiplicação por constante:

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} k \cdot f(x,y) = k \cdot L.$$

4) Regra do quociente:

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} \frac{f(x,y)}{g(x,y)} = \frac{L}{M}, \text{ se } M \neq 0.$$

5) Regra da potência:

Se *r* e *s* são números inteiros e $s \neq 0$, então

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y)^{\frac{r}{s}} = L^{\frac{r}{s}}.$$