14.2 Limites e Continuidade

Funções de Três ou Mais Variáveis

Funções de Três ou Mais Variáveis

Tudo o que fizemos até aqui pode ser estendido para funções com três ou mais variáveis. A notação

$$\lim_{(x,y,z)\to(a,b,c)} f(x,y,z) = L$$

significa que os valores de $f(x,y,z)$ se aproximam do número L à medida que o ponto (x,y,z) se aproxima do ponto (a,b,c) ao longo de qualquer caminho que esteja no domínio de f.

Funções de Três ou Mais Variáveis

Mais precisamente, dizemos que o **limite** de $f(x, y, z)$ quando (x, y, z) tende a (a, b, c) é L e escrevemos

$$\lim_{(x,y,z)\to(a,b,c)} f(x, y, z) = L$$

se, dado $\varepsilon > 0$, existe um número correspondente $\delta > 0$ tal que $|f(x, y, z) - L| < \varepsilon$ sempre que

$$0 < \sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2} < \delta.$$

Funções de Três ou Mais Variáveis

Uma função f de três variáveis é dita **contínua** em (a, b, c) se

$$\lim_{(x,y,z)\to(a,b,c)} f(x, y, z) = f(a, b, c).$$

Por exemplo, a função

$$f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2 - 1}$$

é uma função racional de três variáveis e, portanto é contínua em todo ponto de $\mathbb{R}^3$, exceto onde

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$