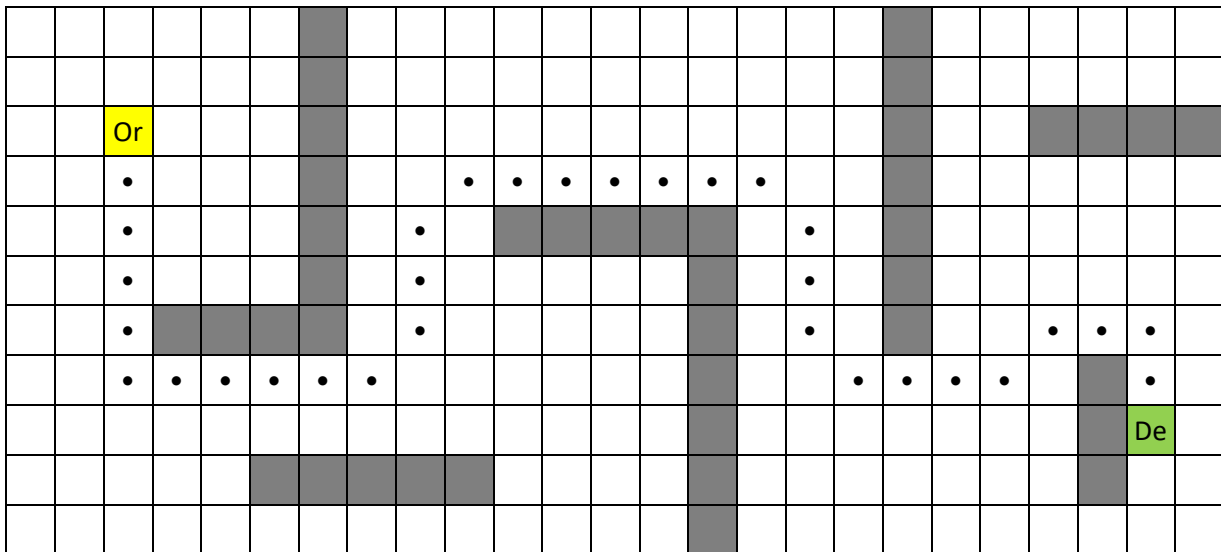


PLANEJADOR DE CAMINHOS EM LABIRINTOS
PROFESSOR: ADELARDO ADELINO DANTAS DE MEDEIROS



O objetivo é utilizar a biblioteca STL de C++ para desenvolver um programa, baseado no algoritmo A*, para determinar o caminho de menor custo entre células de origem e destino, dentro de um ambiente com obstáculos.

Tendo em vista que um dos objetivos principais do projeto é praticar a utilização das estruturas de dados básicas e dos algoritmos fundamentais da biblioteca STL, algumas regras devem ser **obrigatoriamente** seguidas:

- Deve(m) ser utilizado(s) o(s) contêiner(es) mais adequado(s) dentre os contêineres sequenciais (`vector`, `deque` ou `list`) e/ou as adaptações simples desses contêineres (`stack` ou `queue`); **NÃO** devem ser utilizados os contêineres baseadas em *heaps* (`priority_queue`) ou em árvores binárias de busca (`set`, `multiset`, `map`, etc.), pois são estruturas de dados não estudadas nessa disciplina introdutória.
- **NÃO** devem ser utilizados recursos avançados de C++ não abordados na disciplina, tais como expressões lambda¹.
- Sempre que possível, os algoritmos genéricos da STL (`for_each`, `find`, `sort`, etc.) devem ser utilizados e **NÃO** substituídos por um trecho de código similar implementado pelo próprio programador utilizando laços de controle (`for`, `while`, etc.).

CAMINHO DE MENOR CUSTO EM GRAFO

O algoritmo A* encontra o caminho de menor custo em um grafo no qual a transição entre nós conectados tem um custo associado. No exemplo, cada célula do mapa é um nó do grafo. As células estão conectadas às 8 células vizinhas e o custo de ir de uma célula para outra é a distância entre os centros das células:

- 1, para movimento horizontal ou vertical; e
- $\sqrt{2}$, se o movimento for diagonal.

Só é possível o movimento de uma célula para uma célula vizinha se:

- 1) A célula vizinha estiver livre; e
- 2) Caso o movimento seja em diagonal, nenhuma das “quinas” seja um obstáculo.



O A* mantém um conjunto dos nós já visitados (**Fechado**) e um conjunto dos nós ainda não analisados (**Aberto**). No início, **Fechado** está vazio e **Aberto** contém apenas o nó de origem.

A cada passo, o A* retira um nó de **Aberto**, coloca em **Fechado**, verifica se ele é o destino e, se não for, gera até 8 sucessores, que correspondem às possíveis direções de movimen-

¹ Não se preocupe se não souber do que se trata.

tação. Os sucessores válidos são colocados em **Aberto**. O algoritmo prossegue até que o destino seja alcançado.

Cada nó tem um custo associado, que é o tamanho do caminho percorrido da origem até ele. Esse custo é denominado de custo passado (**g**). Ele é igual ao custo passado do seu antecessor mais o custo da movimentação do antecessor até ele:

$$g(n_k) = g(n_{k-1}) + \text{custo}(n_{k-1}, n_k)$$

$$\text{custo}(n_{k-1}, n_k) = \begin{cases} \sqrt{2}, & \text{se diagonal} \\ 1, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O comprimento (custo) do caminho é o custo do último nó do caminho, ou seja, o custo do nó destino. A profundidade do caminho é a quantidade de nós percorridos para chegar da origem (profundidade 0) até o destino (profundidade do caminho). Sempre vale a relação:

$$\text{Profundidade} \leq \text{Comprimento}$$

No exemplo da figura:

- Comprimento (custo) do caminho:
 $27 \times 1 + 5 \times \sqrt{2} = 34,07$
- Profundidade do caminho: 32

Para garantir que o caminho mais curto seja encontrado, o nó retirado de **Aberto** deve ser sempre o de menor custo. Por essa razão, os nós em **Aberto** são mantidos ordenados em ordem crescente de custo e retira-se sempre o primeiro deles.

Como o conjunto estava ordenado no passo anterior, o que é feito para manter a ordem é, a cada inserção, procurar (com find if ou outro algoritmo STL adequado) o local do novo nó no conjunto (antes do primeiro nó de custo maior que ele ou no fim do container) e inseri-lo (com insert) nessa posição. **Não é necessário, e constitui uma má técnica de programação, reordenar o conjunto inteiro (sort) a cada vez que um novo nó é inserido.**

Cada célula do mapa só pode ser representada por um único nó em **Aberto** ou em **Fechado**: ao ser gerado um novo nó que represente uma mesma célula (mesmas coordenadas, ou seja, mesmas linha e coluna) já presente em um desses conjuntos, deve-se decidir qual dos nós será mantido: o anteriormente existente ou o

novo. Da mesma forma, nenhuma célula pode estar simultaneamente representada em ambos os conjuntos **Aberto** e **Fechado**.

Quando um sucessor é gerado, verifica-se se um nó que representa a mesma célula já não existe em **Aberto** ou em **Fechado**. Caso exista, significa que foi encontrado outro caminho para chegar ao mesmo nó. Nesse caso, deve ser mantido o caminho de menor custo:

- Caso o sucessor tenha custo maior que o nó existente, ignora-se o novo sucessor.
- Caso o sucessor tenha custo menor que um nó em **Fechado**, exclui-se o nó de **Fechado** e coloca-se o sucessor em **Aberto**.
- Caso o sucessor tenha custo menor que um nó em **Aberto**, exclui-se o nó de **Aberto** e coloca-se o sucessor em **Aberto**.

Ordenando os nós apenas pelo custo passado, o algoritmo A* se torna equivalente ao algoritmo de Dijkstra, que se assemelha a uma busca em largura: são analisados primeiro todos os vizinhos da origem, depois todos os vizinhos dos vizinhos e assim sucessivamente. Isso garante que o caminho mais curto será encontrado primeiro, mas pode ser lento.

Para acelerar a busca, o algoritmo A* ordena os nós pelo custo total (**f**), que é a soma do custo passado (**g**) com o custo futuro (**h**). O custo futuro é baseado em uma estimativa (heurística). O caminho mais curto será encontrado se o valor da heurística **h** for sempre menor ou igual do que o custo real para mover até o destino. Caso não se use heurística (**h** = 0) o A* recai no algoritmo de Dijkstra.

POSSÍVEIS HEURÍSTICAS

- Distância Manhattan: usada quando só se move nas 4 direções principais:

$$h = |\Delta x| + |\Delta y|$$

- Distância diagonal: usada quando se move nas 8 direções vizinhas (é nosso caso):

$$h = \sqrt{2} \cdot \min(|\Delta x|, |\Delta y|) + \text{abs}(|\Delta x| - |\Delta y|)$$

- Distância Euclidiana: usada quando os movimentos em todas as direções são possíveis, não só para o centro das células:

$$h = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

ALGORITMO A*

```
// Dados de entrada:
origem: célula inicial
destino: célula final
mapa: células livres e obstáculos

// Dados de saída:
compr: comprimento do caminho
prof: profundidade do caminho
NAbert: n° final de nós em Aberto
NFech: n° final de nós em Fechado

// Tipo de dado Coord
// Coordenadas de uma célula
Coord:
    int lin: linha
    int col: coluna

// Tipo de dado Noh
Noh:
    Coord pos: posição atual
    Coord ant: antecessor
    double g: custo passado
    double h: custo futuro
    double f(): custo total (=g+h)

// Cria os conjuntos de Noh
// inicialmente vazios
Container<Noh> Aberto
Container<Noh> Fechado

// Cria o Noh inicial
// Ele é o único nó para o qual a
// posição de origem é igual à sua
// própria posição (pos = ant)
Noh atual;
atual.pos ← origem
atual.ant ← origem
atual.g ← 0.0
atual.h ← heurística(destino)

// Inicializa o conjunto Aberto
inserir(atual, Aberto)

// Posições (var. auxiliares)
Coord dir, prox;

// Iteração: repita enquanto houver
// Noh's em Aberto e ainda não
// houver encontrado a solução
REPITA
|
| // Atualiza atual com o Noh de
| // menor custo (o 1°) de Aberto
| atual ← primeiro(Aberto)
|
| // Remove o 1° Noh de Aberto
| remove_primeiro(Aberto)
|
```

```
// Insere o Noh em Fechado
inserir(atual, Fechado)

// Testa se é solução
SE (atual.pos ≠ destino)
|
| // Gera sucessores de atual
| PARA dir.lin de -1 a 1
| PARA dir.col de -1 a 1
| SE dir ≠ (0,0)
|
|     prox ← atual.pos + dir
|
|     // Testa se pode mover de
|     // atual para prox
|     SE ( movVálido(atual.pos,
|                     prox) )
|
|         // Gera novo sucessor:
|         suc.pos ← prox
|         suc.ant ← atual.pos
|         // A norma de dir dá o
|         // custo do movimento:
|         // 1.0 ou sqrt(2.0)
|         suc.g ← atual.g+norma(dir)
|         suc.h ← heurística(destino)
|
|         // Existe em Fechado um nó
|         // igual a suc (mesma pos)?
|         oldF ← procura(suc.pos,
|                         Fechado)
|         SE (oldF ≠ não_existe)
|
|             // Testa qual tem menor
|             // custo total f=g+h
|             SE (suc < oldF)
|
|                 remove(oldF, Fechado)
|                 oldF ← não_existe
|
|             FIM SE
|
|         FIM SE
|
|     FIM SE
|
|     // Se ã existe em Fechado,
|     // existe em Aberto um nó
|     // igual a suc (mesma pos)?
|     SE (oldF = não_existe)
|
|         oldA ← procura(suc.pos,
|                         Aberto)
|         SE (oldA ≠ não_existe)
|
|             // Testa qual tem menor
|             // custo total f=g+h
|             SE (suc < oldA)
|
|                 remove(oldA, Aberto)
|                 oldA ← não_existe
|
|             FIM SE
|
|         FIM SE
|
|     FIM SE
```

```

| | | | |
| | | | FIM SE
| | | |
| | | | FIM SE
| | | |
| | | | // Insere suc em Aberto se
| | | | // não existe nem em Aberto
| | | | // nem em Fechado, seja pq
| | | | // não existia antes, seja
| | | | // pq foi removido
| | | | SE (oldF = não_existe E
| | | | | oldA = não_existe)
| | | | |
| | | | | // Determina onde inserir
| | | | | // suc, que deve ficar na
| | | | | // frente de big, o 1º nó
| | | | | // de Aberto com custo
| | | | | // total f maior que o
| | | | | // custo total f de suc
| | | | | big ← acha_maior(suc.f(),
| | | | | | Aberto)
| | | | |
| | | | | // Insere suc em Aberto
| | | | | // na frente de big
| | | | | inserir(suc, big, Aberto)
| | | | |
| | | | FIM SE
| | | |
| | | FIM SE
| | |
| | FIM SE, PARA, PARA
| |
| FIM SE
|
ENQUANTO ( atual.pos ≠ destino E
          NÃO(vazio(Aberto)) )

// Disponibiliza estado final da
// busca, quer encontre ou não o
// caminho. Se não existe caminho,
// tamanho(Aberto) deve ser 0
NFech ← tamanho(Fechado)
NAbert ← tamanho(Aberto)

// Pode ter terminado porque
// encontrou a solução ou porque
// não há mais nohs a testar
SE (atual.pos ≠ destino)
|
| // Disponibiliza informação de
| // que não existe caminho
| // (comprimento e profundidade
| // inválidos)
| compr ← -1.0
| prof ← -1
|
CASO CONTRÁRIO
|
| // Calcula e depois disponibiliza
| // comprimento e profundidade
| compr ← atual.g
| prof ← 1
| ENQUANTO (atual.ant ≠ origem)
| |
| | // Assinala a célula como
| | // pertencente ao caminho
| | marca_caminho(atual.ant)
| | // Procura a célula anterior
| | // à atual em Fechado
| | atual ← procura(atual.ant,
| | | Fechado)
| | prof++
| |
| FIM ENQUANTO
|
FIM SE

```