

Álgebra Linear Computacional

Aula 04: Autovalores e Autovetores

Heitor S. Ramos ramosh@dcc.ufmg.br

Créditos

! Important

Os slides desse curso são fortemente baseados no curso do Fabrício Murai e do Erickson Nascimento

Objetivos de Aprendizagem

- Saber calcular autov* de matrizes 2×2 manualmente
- Saber escrever polinômio característico para matrizes grandes e saber que suas raízes são os autovalores
- Conhecer relação entre traço, determinante e autovalores
- Conhecer relação entre autov* de A , de A^k , de A^{-1} , e de $A + sI$
- Saber definir matrizes similares e conhecer relação entre seus autov*
- Saber que, quando existe, a decomposição espectral $A = X\Lambda$ permite diagonalizar uma matriz
- Saber calcular A^k e $A^k v$ dada a decomposição $A = X\Lambda$

Referências

- [Wikipedia](#)
- [3blue1brown](#)
- [Matrix Analysis, Chapter 7 \(Carl Meyer\)](#)

Multiplicação entre matrix e vetor

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$2 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}$$

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
V = np.array([[4,2], [3,6], [7,8],[2,1], [1,2],[4,2],[3,6],[2,3]])
origin = ([0,0,0,0,0,3,4,0],[0,0,0,0,0,6,2,0])
fig = plt.figure()
plt.quiver(*origin, V[:,0], V[:,1], angles='xy', scale_units='xy', scale=1, color=['red',
plt.xlim((0,10))
plt.ylim((0,10))
plt.draw()
plt.show()
```

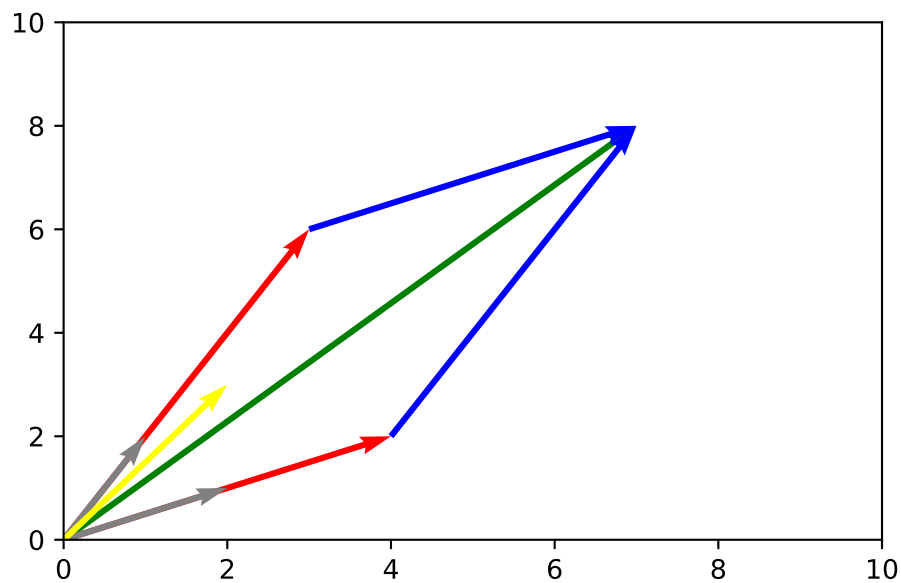


Figure 1: Produto Matrix x Vetor

Multiplicação entre matrix e vetor

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$1 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
V = np.array([[1,2], [2,1], [3,3],[2,1],[1,2],[1,1]])
origin = ([0,0,0,1,2,0],[0,0,0,2,1,0])
fig = plt.figure()
plt.quiver(*origin, V[:,0], V[:,1], angles='xy', scale_units='xy', scale=1, color=['red',
plt.xlim((0,4))
plt.ylim((0,4))
plt.draw()
plt.show()
```

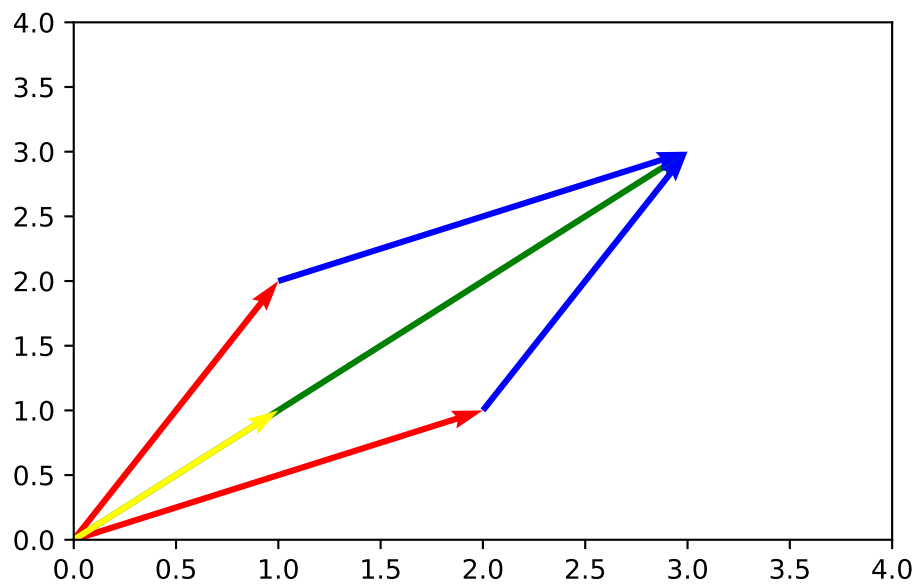


Figure 2: Produto Matrix x Vetor