Mit dem Sinus modellieren

Kirill Heitzler

29. April 2021

Inhaltsverzeichnis

Grundlagen

Rechtwinkliges Dreieck - Beschriftung

Ecken

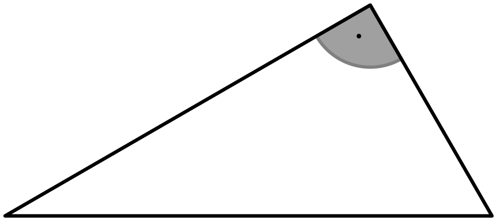


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

Ecken

- Gegen den Uhrzeigersinn

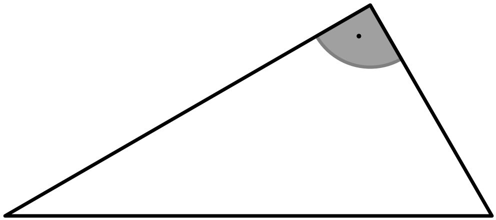


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

Ecken

- Gegen den Uhrzeigersinn
- A

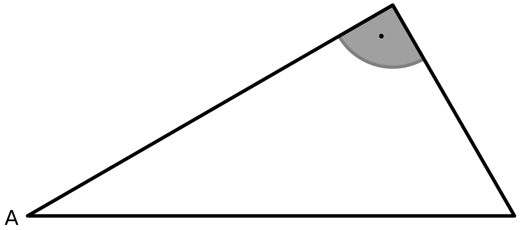


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

Ecken

- Gegen den Uhrzeigersinn
- A
- B

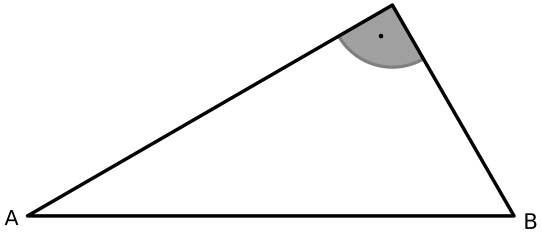


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

Ecken

- Gegen den Uhrzeigersinn
- A
- B
- C

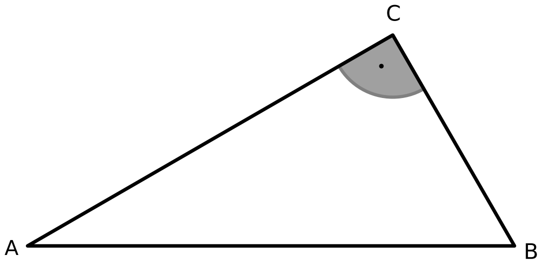


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

Ecken

Die Ecken werden mit den Buchstaben A, B, C gegen den Uhrzeigersinn bei A angefangen beschriftet.

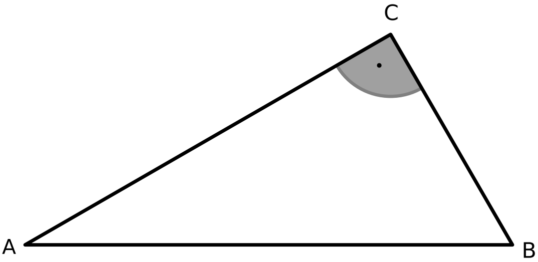


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

Winkel

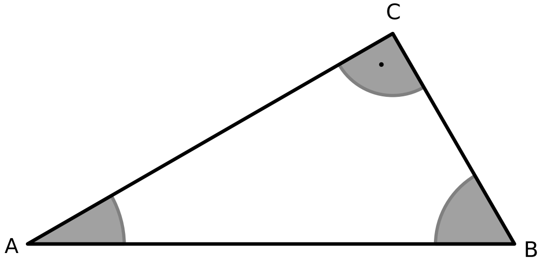


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

Winkel

- α

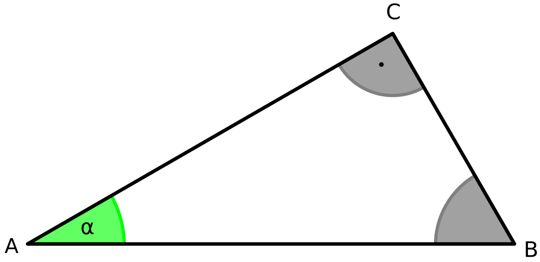


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

Winkel

- α
- β

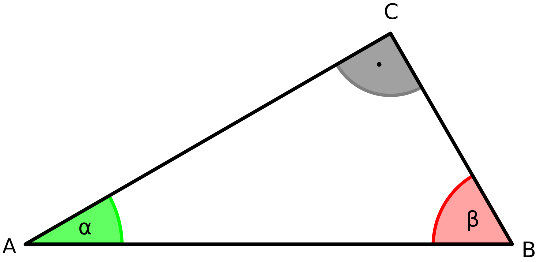


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

Winkel

- α
- β
- γ

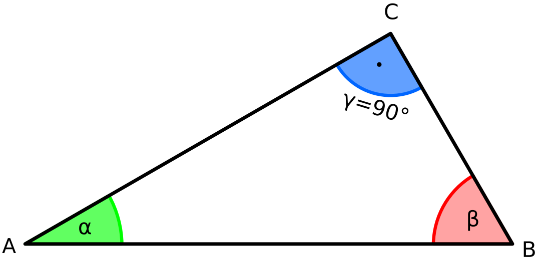


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

Winkel

Die Winkel α, β, γ werden in die Ecken der entsprechenden Buchstaben A, B, C gesetzt.

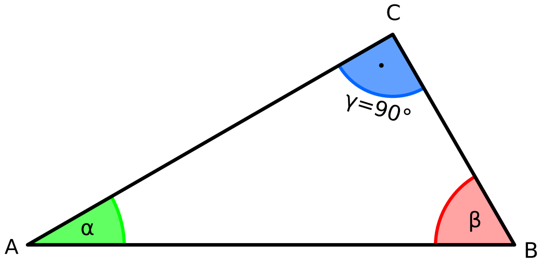


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

Katheten

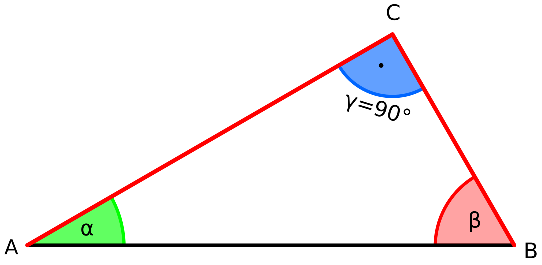


Abbildung 3: Rechtwinkliges Dreieck

Katheten

- „Ankathete von α“

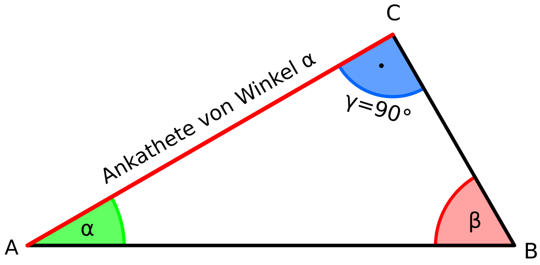


Abbildung 3: Rechtwinkliges Dreieck

Katheten

- „Ankathete von α“
- „Gegenkathete von α“

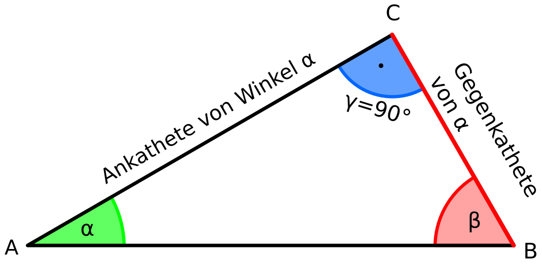


Abbildung 3: Rechtwinkliges Dreieck

Katheten

Die anliegende Kathete zu Winkel α wird „Ankathete von α“ genannt und die Kathete gegenüber von α wird „Gegenkathete von α“ genannt.

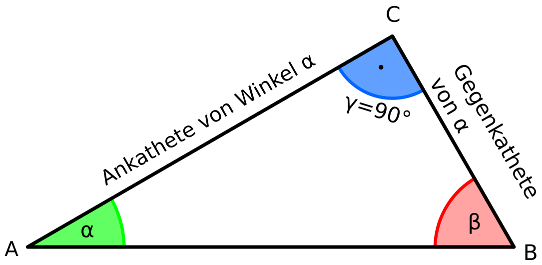


Abbildung 3: Rechtwinkliges Dreieck

Hypotenuse

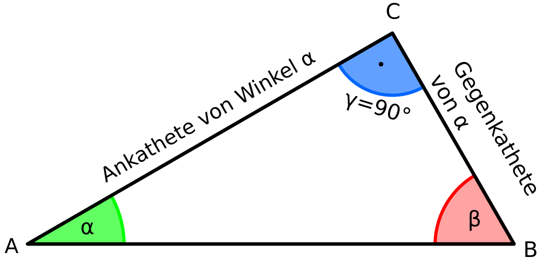


Abbildung 4: Rechtwinkliges Dreieck

Hypotenuse

- „Hypotenuse“

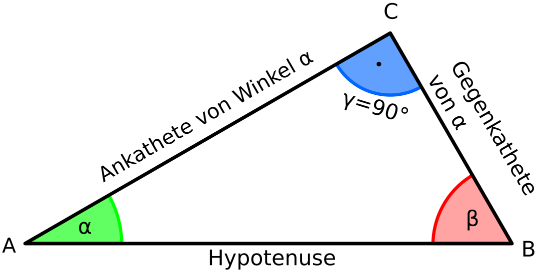


Abbildung 4: Rechtwinkliges Dreieck

Hypotenuse

Die Hypotenuse liegt gegenüber des rechten Winkels γ.

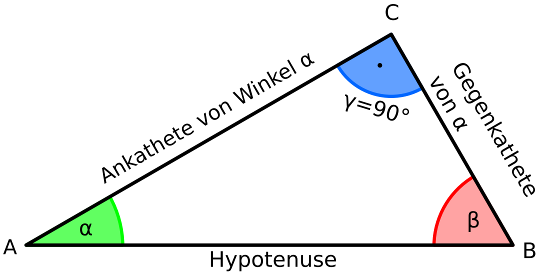


Abbildung 4: Rechtwinkliges Dreieck

Der Sinus

Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 5) nennt man zu einem Winkel α des Dreiecks das Streckenverhältnis

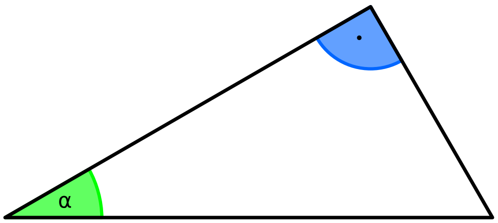


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck

Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 5) nennt man zu einem Winkel α des Dreiecks das Streckenverhältnis

$$\sin(\alpha) =$$

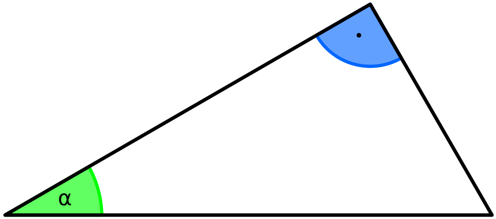


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck

Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 5) nennt man zu einem Winkel α des Dreiecks das Streckenverhältnis

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{}$$

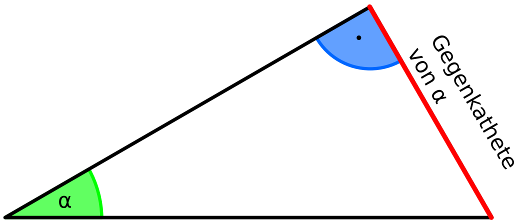


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck

Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 5) nennt man zu einem Winkel α des Dreiecks das Streckenverhältnis

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

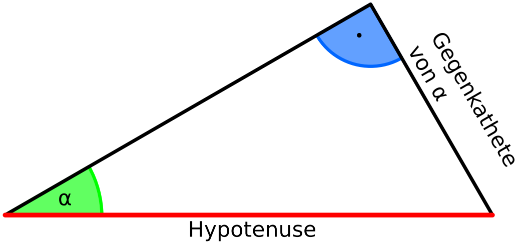


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck

Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 5) nennt man zu einem Winkel α des Dreiecks das Streckenverhältnis

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

den **Sinus von** α.

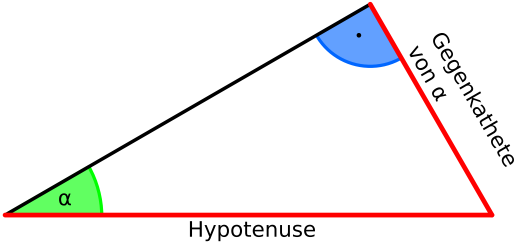


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck

Sinus - Beispiel

Aufgabe

Berechne die Höhe des Freiburger Münsters. Das rechtwinklige Dreieck in Abbildung 6 besitzt einen rechten Winkel (90°), die Hypotenuse 164,05 Meter und die Winkelweite des Winkels α mit 45°. Berechne die Gegenkathete von α namens x.

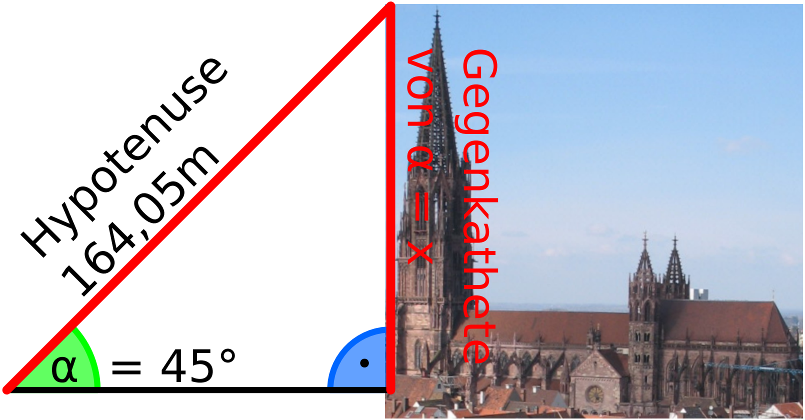


Abbildung 6: Rechtwinkliges Dreieck am Münster

Rechnung

- $\alpha = 45°$

Rechnung

- $\alpha = 45^\circ$
- Hypotenuse $= 164,05m$

Rechnung

- $\alpha = 45°$
- Hypotenuse $= 164,05m$
- Gegenkathete von $\alpha = x$

Rechnung

- $\alpha = 45°$
- $\text{Hypotenuse} = 164,05m$
- $\text{Gegenkathete von } \alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \tag{1}$$

Rechnung

- $\alpha = 45^\circ$
- Hypotenuse $= 164{,}05m$
- Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \tag{1}$$

$$\sin(45^\circ) =$$

Rechnung

- $\alpha = 45^\circ$
- Hypotenuse $= 164,05m$
- Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \tag{1}$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{}$$

Rechnung

- $\alpha = 45°$
- Hypotenuse $= 164,05m$
- Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45°) = \frac{x}{164,05m}$$

Rechnung

- $\alpha = 45^\circ$
- Hypotenuse $= 164,05m$
- Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \tag{1}$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{164,05m} \qquad \mid \cdot 164,05m \tag{2}$$

Rechnung

- $\alpha = 45^\circ$
- Hypotenuse $= 164,05m$
- Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\begin{aligned}
\sin(\alpha) &= \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} && (1)\\
\sin(45^\circ) &= \frac{x}{164,05m} \qquad\qquad | \cdot 164,05m && (2)\\
\sin(45^\circ) \cdot 164,05m &=
\end{aligned}$$

Rechnung

- $\alpha = 45°$
- Hypotenuse $= 164,05m$
- Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \tag{1}$$

$$\sin(45°) = \frac{x}{164,05m} \qquad | \cdot 164,05m \tag{2}$$

$$\sin(45°) \cdot 164,05m = x \tag{3}$$

Rechnung

- $\alpha = 45^\circ$
- Hypotenuse $= 164,05m$
- Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\begin{aligned}
\sin(\alpha) &= \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} && (1)\\
\sin(45^\circ) &= \frac{x}{164,05m} \qquad\qquad | \cdot 164,05m && (2)\\
\sin(45^\circ) \cdot 164,05m &= x && (3)\\
x &\cong
\end{aligned}$$

Rechnung

- $\alpha = 45°$
- Hypotenuse $= 164,05m$
- Gegenkathete von $\alpha = x$

$$
\begin{aligned}
\sin(\alpha) &= \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} && (1)\\
\sin(45°) &= \frac{x}{164,05m} \qquad\qquad \mid \cdot 164,05m && (2)\\
\sin(45°) \cdot 164,05m &= x && (3)\\
x &\cong 116m && (4)
\end{aligned}
$$

Antwort

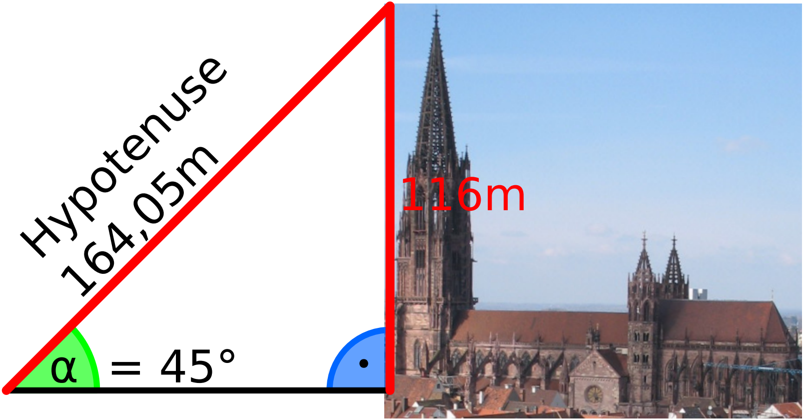


Abbildung 7: Rechtwinkliges Dreieck am Münster

Antwort

Die Gegenkathete von α beträgt etwa 116 Meter, somit ist das Münster auch etwa 116 Meter groß.

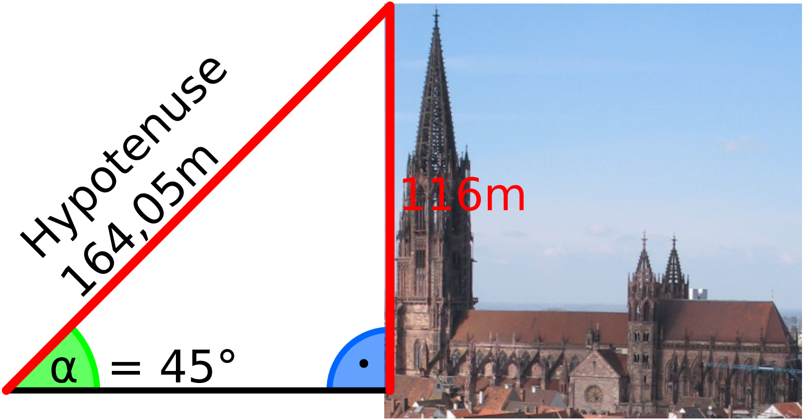


Abbildung 7: Rechtwinkliges Dreieck am Münster

Der Kosinus und der Tangens

Sinus von α

$$\sin(\alpha) =$$

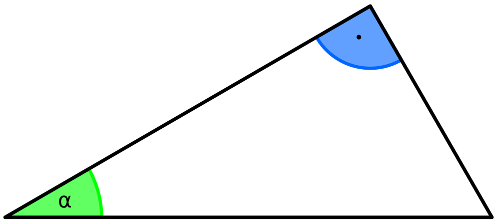


Abbildung 8: Rechtwinkliges Dreieck

Sinus von α

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{}$$

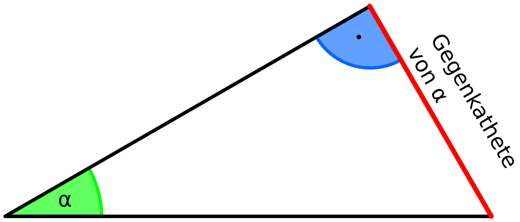


Abbildung 8: Rechtwinkliges Dreieck

Sinus von α

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

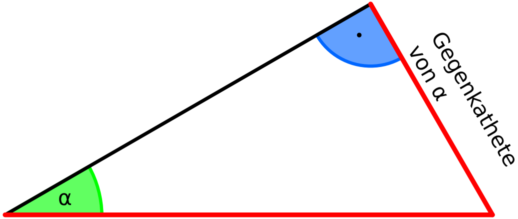


Abbildung 8: Rechtwinkliges Dreieck

Cosinus von α

$$\cos(\alpha) =$$

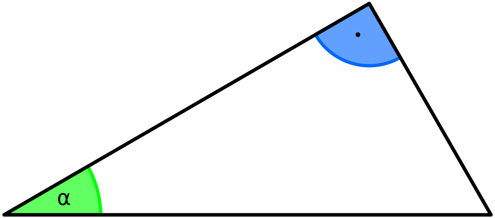


Abbildung 9: Rechtwinkliges Dreieck

Cosinus von α

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{}$$

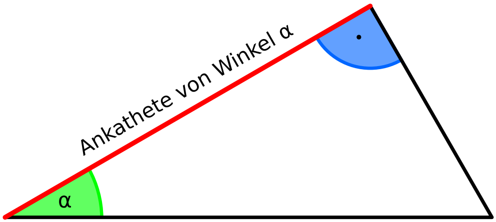


Abbildung 9: Rechtwinkliges Dreieck

Cosinus von α

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

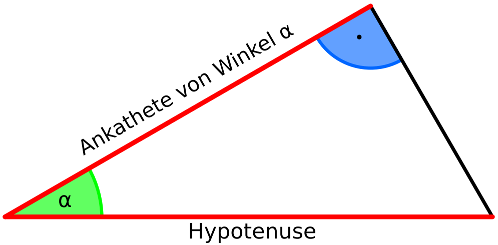


Abbildung 9: Rechtwinkliges Dreieck

Tangens von α

$$\tan(\alpha) =$$

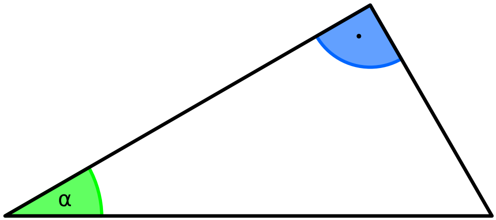


Abbildung 10: Rechtwinkliges Dreieck

Tangens von α

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{}$$

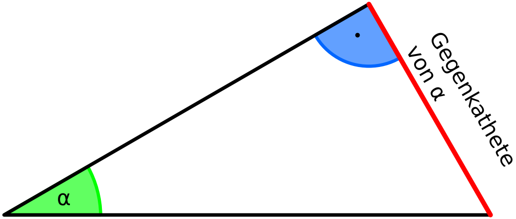


Abbildung 10: Rechtwinkliges Dreieck

Tangens von α

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha}$$

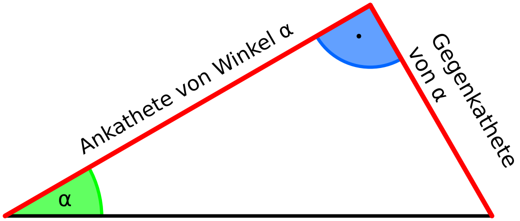


Abbildung 10: Rechtwinkliges Dreieck

Einheitskreis

Einheitskreis - Beispiel

Aufgaben-Text

Auf einem Koordinatensystem eines Radarschirms (Abbildung 11) wird die Lage von zwei Schiffen durch die Entfernung zum Hafen(0) und durch den Kurs gegenüber der x-Achse beschrieben.

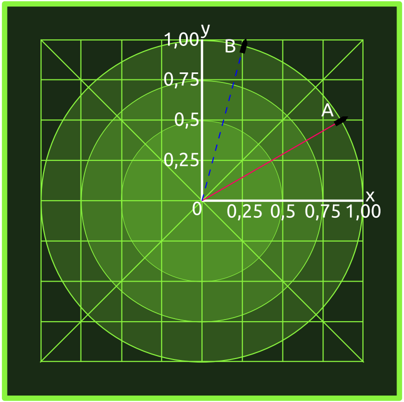


Abbildung 11: Radar

Aufgaben A

Ein Schiff **A** ist mit dem Kurs **30°** gegenüber der x-Achse **einen Kilometer** weit gefahren. Welche Koordinaten im **x-y-Koordinatensystem** hat es?

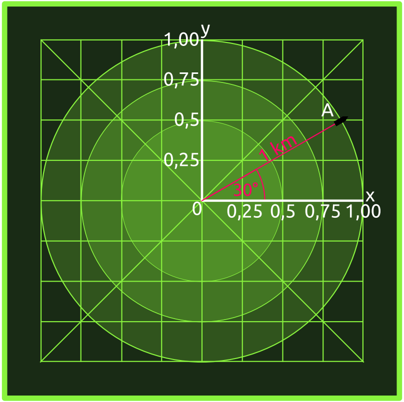


Abbildung 12: Radar

Lösung A

Schätzungen?

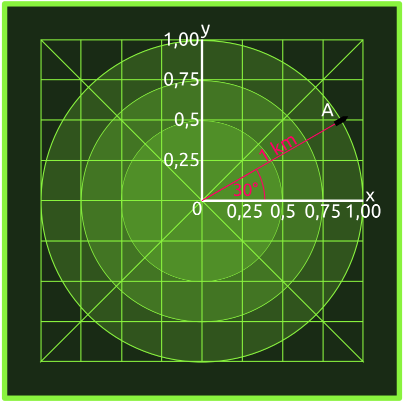


Abbildung 13: Radar Lösung

Lösung A

Das Schiff **A** mit dem Kurs **30°** befindet sich auf der x-Achse: etwa **0,86 Kilometer** und y-Achse: **0,5 Kilometer**. Also auf dem Punkt **A(0,86|0,5)**

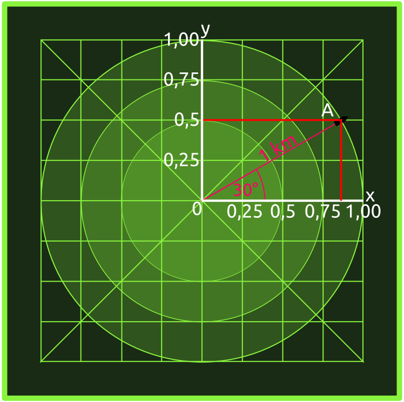


Abbildung 13: Radar Lösung

Aufgaben B

Welche Koordinaten hat das Schiff **B**, das mit dem Kurs **75**° **einen Kilometer** weit gefahren ist?

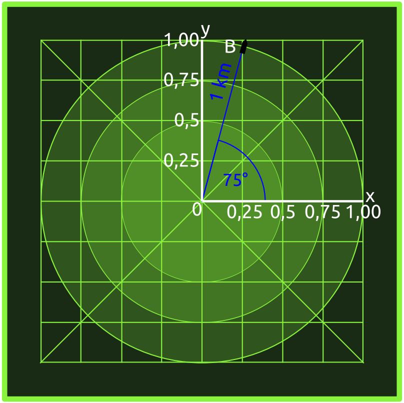


Abbildung 14: Radar

Lösung B

Schätzungen?

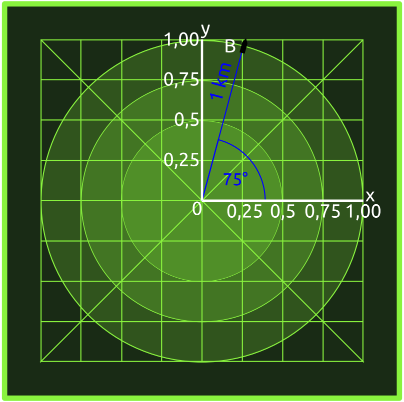


Abbildung 15: Radar Lösung

Lösung B

Das Schiff **B** mit dem Kurs **75°** befindet sich auf der x-Achse: etwa **0,25 Kilometer** und y-Achse: **0,96 Kilometer**. Also auf dem Punkt **A(0,25|0,96)**

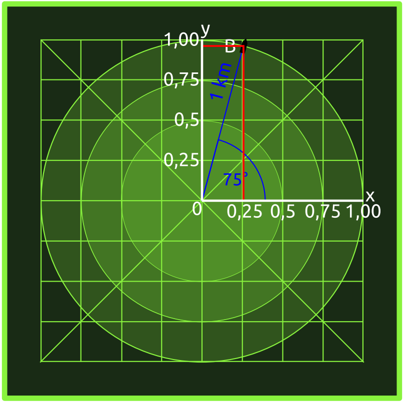


Abbildung 15: Radar Lösung

Hypotenusenlänge 1

Hypotenusenlänge 1

Beträgt in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenusenlänge in einer vorgegebenen Längeneinheit 1, so lassen sich Sinus und Kosinus besonderst einfach darstellen.

Hypotenusenlänge 1

Beträgt in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenusenlänge in einer vorgegebenen Längeneinheit 1, so lassen sich Sinus und Kosinus besonderst einfach darstellen.

$$\text{sin}(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

Hypotenusenlänge 1

Beträgt in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenusenlänge in einer vorgegebenen Längeneinheit 1, so lassen sich Sinus und Kosinus besonderst einfach darstellen.

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{1}$$

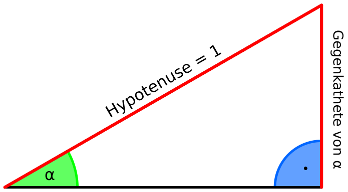


Abbildung 16: Hypotenusenlänge 1

Hypotenusenlänge 1

Beträgt in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenusenlänge in einer vorgegebenen Längeneinheit 1, so lassen sich Sinus und Kosinus besonderst einfach darstellen.

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{1}$$

$$\sin(\alpha) = \text{Gegenkathete von } \alpha \qquad = \sin(\alpha)$$

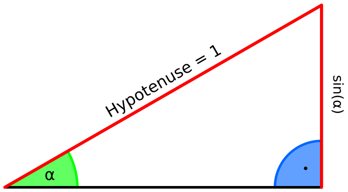


Abbildung 16: Hypotenusenlänge 1

Hypotenusenlänge 1

Beträgt in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenusenlänge in einer vorgegebenen Längeneinheit 1, so lassen sich Sinus und Kosinus besonderst einfach darstellen.

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

Hypotenusenlänge 1

Beträgt in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenusenlänge in einer vorgegebenen Längeneinheit 1, so lassen sich Sinus und Kosinus besonderst einfach darstellen.

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{1}$$

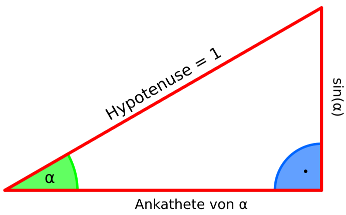


Abbildung 16: Hypotenusenlänge 1

Hypotenusenlänge 1

Beträgt in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenusenlänge in einer vorgegebenen Längeneinheit 1, so lassen sich Sinus und Kosinus besonderst einfach darstellen.

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{1}$$

$$\cos(\alpha) = \text{Ankathete von } \alpha \qquad = \cos(\alpha)$$

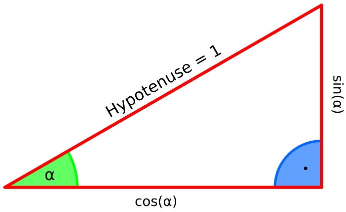


Abbildung 16: Hypotenusenlänge 1

Der Sinus und Kosinus am Einheitskreis

Dreieck mit Hypotenusenlänge 1

Dreiecke mit der **Hypotenusenlänge 1** kann man in einem Koordinatensystem auf folgenden Weise darstellen:

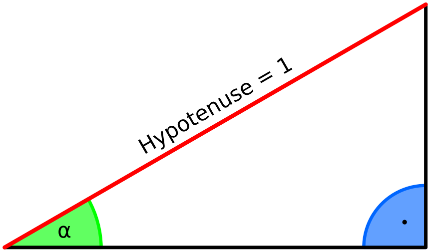


Abbildung 17: Dreieck mit Hypotenusenlänge 1

Die Endpunkte der **Hypotenuse** sind der Ursprung 0 und ein Punkt **P**, der auf einem Kreis um 0 mit dem **Radius 1** liegt. Diesen Kreis nennt man den **Einheitskreis**.

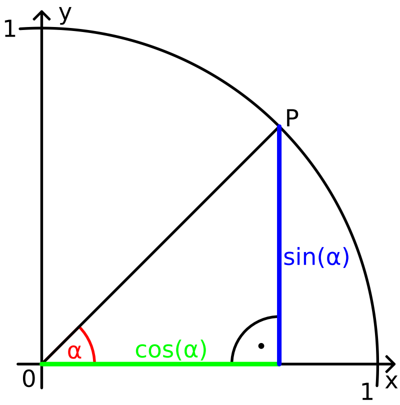


Abbildung 18: Sinus und Kosinus am Einheitskreis

Die Ecke mit dem rechten Winkel liegt auf der **x-Achse senkrecht unter P**. Der Punkt P hat somit die Koordinaten $\mathbf{P(cos(\alpha)|sin(\alpha))}$

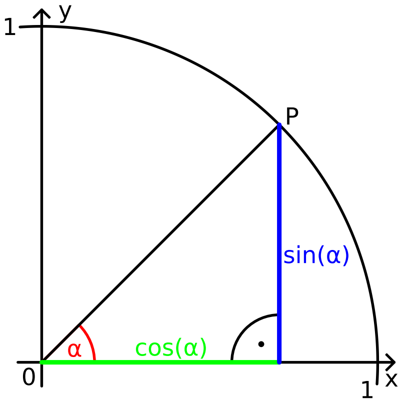


Abbildung 19: Sinus und Kosinus am Einheitskreis

Beziehungen zwischen Sinus, Kosinus und Tangens

Für $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ nimmt $\sin(\alpha)$ mit wachsendem α zu und $\cos(\alpha)$ ab (Abbildung 20).

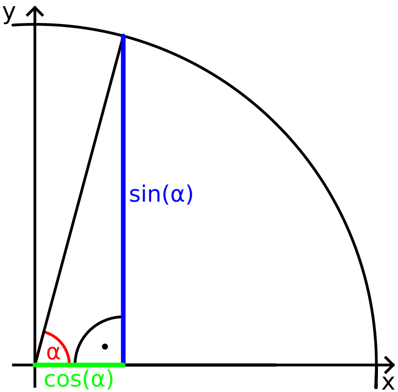


Abbildung 20: $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

Für $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ nimmt $\sin(\alpha)$ mit wachsendem α zu und $\cos(\alpha)$ ab (Abbildung 20). $\sin(0^\circ) = 0$, $\cos(0^\circ) = 1$ (Abbildung 20),

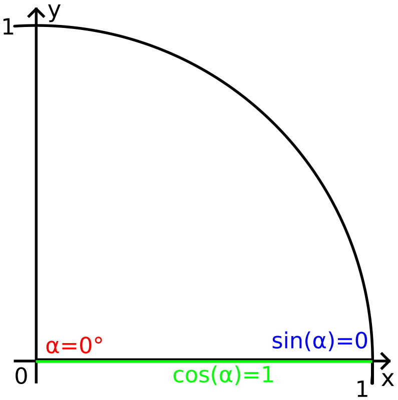


Abbildung 20: $\sin(0^\circ) = 0$, $\cos(0^\circ) = 1$

Für $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ nimmt $\sin(\alpha)$ mit wachsendem α zu und $\cos(\alpha)$ ab (Abbildung 20). $\sin(0^\circ) = 0$, $\cos(0^\circ) = 1$ (Abbildung 20), $\sin(90^\circ) = 1$, $\cos(90^\circ) = 0$ (Abbildung 20).

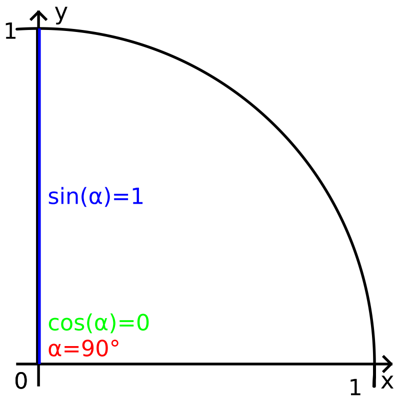


Abbildung 20: $\sin(90^\circ) = 1$, $\cos(90^\circ) = 1$

Wendet man auf das im Einheitskreis dargestellte Dreieck den Satz des Pythagoras an (Abbildung 21), so erhält man den für jede Winkelweite gültigen Zusammenhang
$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1.$

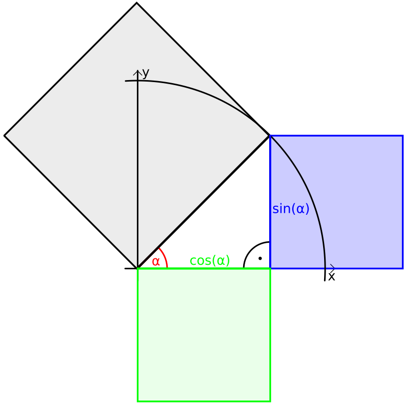


Abbildung 21: Einheitskreis Dreieck Satz des Pythagoras

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

$$(\sin(45))^2 +$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \tag{2}$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \qquad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \qquad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 +$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \tag{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \tag{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \tag{3}$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \tag{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \tag{3}$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} +$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \tag{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \tag{3}$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2}$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \tag{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \tag{3}$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2} = 1 \tag{4}$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \tag{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \tag{3}$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2} = 1 \tag{4}$$

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1 \tag{5}$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \tag{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \tag{3}$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2} = 1 \tag{4}$$

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1 \tag{5}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \tag{6}$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \tag{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \tag{3}$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2} = 1 \tag{4}$$

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1 \tag{5}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \tag{6}$$

$$0,5 + 0,5 = 1 \tag{7}$$

In Abbildung 22 sieht man:
$\sin(90^\circ - \alpha) = x = \cos(\alpha)$ und $\cos(90^\circ - \alpha) = y = \sin(\alpha)$

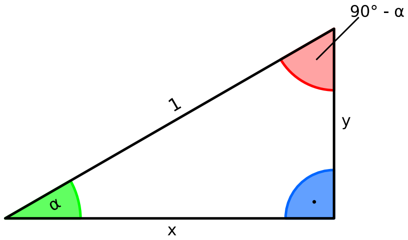


Abbildung 22: $\sin(90^\circ$ - $\alpha)$; $\cos(90^\circ$ - $\alpha)$

Beispiel

$$\sin(90^\circ - \alpha) = x \qquad = \cos(\alpha) \tag{1}$$

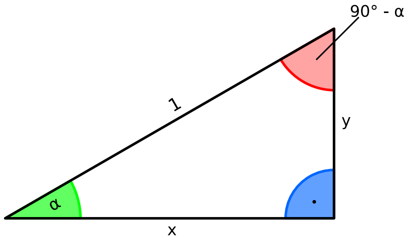


Abbildung 23: sin(90° - α); cos(90° - α)

Beispiel

$$\sin(90^\circ - \alpha) = x \qquad = \cos(\alpha) \tag{1}$$

$$\sin(90^\circ - 30^\circ) =$$

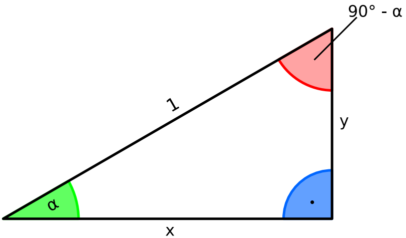


Abbildung 23: sin(90° - α); cos(90° - α)

Beispiel

$$\sin(90^\circ - \alpha) = x \qquad = \cos(\alpha) \tag{1}$$

$$\sin(90^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad =$$

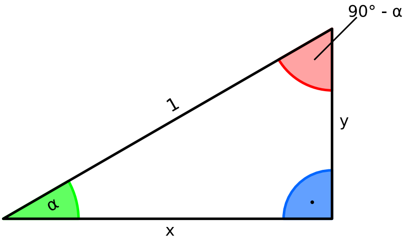


Abbildung 23: $\sin(90^\circ$ - $\alpha)$; $\cos(90^\circ$ - $\alpha)$

Beispiel

$$\sin(90^\circ - \alpha) = x \qquad = \cos(\alpha) \tag{1}$$

$$\sin(90^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad = \cos(30^\circ) \tag{2}$$

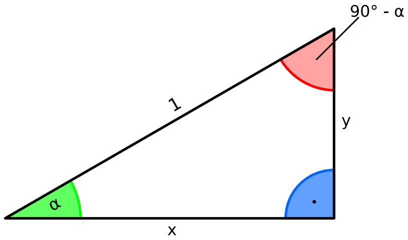


Abbildung 23: $\sin(90^\circ$ - $\alpha)$; $\cos(90^\circ$ - $\alpha)$

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) =$$

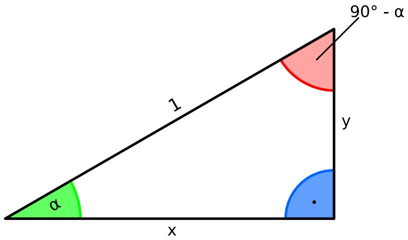


Abbildung 24: sin(90° - α); cos(90° - α)

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{} =$$

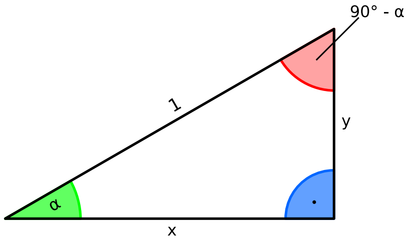


Abbildung 24: sin(90° - α); cos(90° - α)

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} =$$

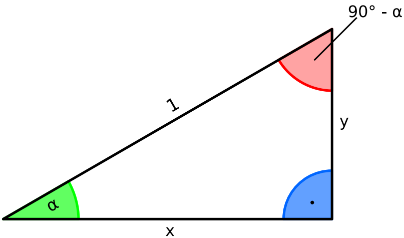


Abbildung 24: sin(90° - α); cos(90° - α)

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

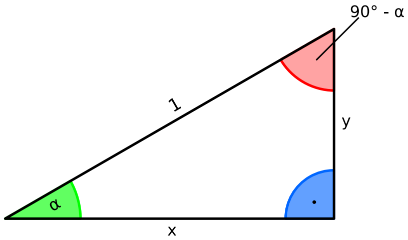


Abbildung 24: $\sin(90° - \alpha)$; $\cos(90° - \alpha)$

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Wichtig:

$$\tan(90) =$$

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Wichtig:

$$\tan(90) = \frac{\sin(90)}{\cos(90)} =$$

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Wichtig:

$$\tan(90) = \frac{\sin(90)}{\cos(90)} = \frac{1}{0} =$$

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Wichtig:

$$\tan(90) = \frac{\sin(90)}{\cos(90)} = \frac{1}{0} = \lightning$$

Einheitskreis - Definition

Definition

Es gelten folgende Zusammenhänge:

Definition

Es gelten folgende Zusammenhänge:

- $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

Definition

Es gelten folgende Zusammenhänge:

- $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$
- $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha)$ und $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$

Definition

Es gelten folgende Zusammenhänge:

- $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$
- $\sin(90° - \alpha) = \cos(\alpha)$ und $\cos(90° - \alpha) = \sin(\alpha)$
- $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$, $\alpha \neq 90°$

Einheitskreis - Aufgabe

Aufgabe

$\sin(\alpha) = 0,6.$

Bestimme:

Aufgabe

$\sin(\alpha) = 0,6.$

Bestimme:

- a) $\cos(\alpha)$

Aufgabe

$\sin(\alpha) = 0,6.$

Bestimme:

- a) $\cos(\alpha)$
- b) $\tan(\alpha)$

Aufgabe

$\sin(\alpha) = 0,6.$

Bestimme:

- a) $\cos(\alpha)$
- b) $\tan(\alpha)$
- c) $\sin(90^\circ - \alpha)$

Aufgabe

$\sin(\alpha) = 0,6.$

Bestimme:

- a) $\cos(\alpha)$
- b) $\tan(\alpha)$
- c) $\sin(90° - \alpha)$
- d) $\cos(90° - \alpha)$

Aufgabe

$\sin(\alpha) = 0,6.$

Bestimme:

- a) $\cos(\alpha)$
- b) $\tan(\alpha)$
- c) $\sin(90^\circ - \alpha)$
- d) $\cos(90^\circ - \alpha)$
- e) $\tan(90^\circ - \alpha)$

a) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha)$:

a) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha)$:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

a) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha)$:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$
$$0,6^2 +$$

a) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha)$:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$
$$0,6^2 + cos^2(\alpha) = 1$$

a) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha)$:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

$$0,6^2 + cos^2(\alpha) = 1 \qquad | - 0,6^2 \tag{2}$$

a) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha)$:

$$
\begin{align}
\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) &= 1 \tag{1} \\
0,6^2 + cos^2(\alpha) &= 1 \qquad \qquad |-0,6^2 \tag{2} \\
\cos^2(\alpha) &= 1
\end{align}
$$

a) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha)$:

$$\begin{aligned} \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) &= 1 && \qquad (1) \\ 0,6^2 + cos^2(\alpha) &= 1 && \quad | - 0,6^2 \qquad (2) \\ \cos^2(\alpha) &= 1 - 0,36 \end{aligned}$$

a) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha)$:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$
$$0,6^2 + cos^2(\alpha) = 1 \qquad | - 0,6^2 \tag{2}$$
$$\cos^2(\alpha) = 1 - 0,36 \qquad | \surd \tag{3}$$

a) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha)$:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \qquad (1)$$
$$0,6^2 + cos^2(\alpha) = 1 \qquad \mid -0,6^2 \qquad (2)$$
$$\cos^2(\alpha) = 1 - 0,36 \qquad \mid \sqrt{} \qquad (3)$$
$$\cos(\alpha) = \sqrt{1 - 0,36} \qquad (4)$$

a) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha)$:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$
$$0,6^2 + cos^2(\alpha) = 1 \qquad | - 0,6^2 \tag{2}$$
$$\cos^2(\alpha) = 1 - 0,36 \qquad |\sqrt{} \tag{3}$$
$$\cos(\alpha) = \sqrt{1 - 0,36} \tag{4}$$
$$\cos(\alpha) = \sqrt{0,64} \tag{5}$$

a) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha)$:

$$\begin{aligned}
\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) &= 1 && && (1)\\
0,6^2 + cos^2(\alpha) &= 1 && \mid -0,6^2 && (2)\\
\cos^2(\alpha) &= 1 - 0,36 && \mid \sqrt{} && (3)\\
\cos(\alpha) &= \sqrt{1 - 0,36} && && (4)\\
\cos(\alpha) &= \sqrt{0,64} && && (5)\\
\cos(\alpha) &= 0,8 && && (6)
\end{aligned}$$

b) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha) = 0,8$
$\tan(\alpha)$:

b) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha) = 0,8$
$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \tag{1}$$

b) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha) = 0,8$
$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \tag{1}$$

$$\tan(\alpha) =$$

b) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha) = 0,8$
$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \tag{1}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{}$$

b) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha) = 0,8$
$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \tag{1}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8}$$

b) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha) = 0,8$
$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \tag{1}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \tag{2}$$

b) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha) = 0,8$
$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \tag{1}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \tag{2}$$

$$\tan(\alpha) =$$

b) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha) = 0,8$
$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \tag{1}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \tag{2}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{6}{\cancel{10}}}{\frac{8}{\cancel{10}}} =$$

b) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha) = 0,8$
$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \tag{1}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \tag{2}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{6}{\cancel{10}}}{\frac{8}{\cancel{10}}} = \frac{6}{8} \tag{3}$$

b) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha) = 0,8$
$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \tag{1}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \tag{2}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{6}{\cancel{10}}}{\frac{8}{\cancel{10}}} = \frac{6}{8} \tag{3}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{3}{4}$$

b) Lösung

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(\alpha) = 0,8$
$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \tag{1}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \tag{2}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{6}{\cancel{10}}}{\frac{8}{\cancel{10}}} = \frac{6}{8} \tag{3}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{3}{4} = 0,75 \tag{4}$$

c) Lösung:

$\cos(\alpha) = 0,8$
$\sin(90° - \alpha)$:

c) Lösung:

$\cos(\alpha) = 0,8$
$\sin(90° - \alpha)$:

$$sin(90° - \alpha) =$$

c) Lösung:

$\cos(\alpha) = 0,8$
$\sin(90° - \alpha)$:

$$sin(90° - \alpha) = cos(\alpha) =$$

c) Lösung:

$\cos(\alpha) = 0,8$
$\sin(90^\circ - \alpha)$:

$$sin(90^\circ - \alpha) = cos(\alpha) = 0,8 \tag{1}$$

d) Lösung:

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(90° - \alpha)$:

d) Lösung:

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(90^\circ - \alpha)$:

$$cos(90^\circ - \alpha) =$$

d) Lösung:

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(90^\circ - \alpha)$:

$$cos(90^\circ - \alpha) = sin(\alpha) =$$

d) Lösung:

$\sin(\alpha) = 0,6$
$\cos(90° - \alpha)$:

$$cos(90° - \alpha) = sin(\alpha) = 0,6 \tag{1}$$

e) Lösung:

$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$
$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$
$\tan(90^\circ - \alpha)$:

e) Lösung:

$\sin(90° - \alpha) = 0,8$
$\cos(90° - \alpha) = 0,6$
$\tan(90° - \alpha)$:

$$tan(90° - \alpha) =$$

e) Lösung:

$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$
$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$
$\tan(90^\circ - \alpha)$:

$$tan(90^\circ - \alpha) = \frac{sin(90^\circ - \alpha)}{}$$

e) Lösung:

$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$
$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$
$\tan(90^\circ - \alpha)$:

$$tan(90^\circ - \alpha) = \frac{sin(90^\circ - \alpha)}{cos(90^\circ - \alpha)}$$

e) Lösung:

$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$
$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$
$\tan(90^\circ - \alpha)$:

$$tan(90^\circ - \alpha) = \frac{sin(90^\circ - \alpha)}{cos(90^\circ - \alpha)} = \frac{0,8}{0,6} \tag{1}$$

e) Lösung:

$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$
$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$
$\tan(90^\circ - \alpha)$:

$$tan(90^\circ - \alpha) = \frac{sin(90^\circ - \alpha)}{cos(90^\circ - \alpha)} = \frac{0,8}{0,6} \quad (1)$$

$$tan(90^\circ - \alpha) =$$

e) Lösung:

$\sin(90° - \alpha) = 0,8$
$\cos(90° - \alpha) = 0,6$
$\tan(90° - \alpha)$:

$$tan(90° - \alpha) = \frac{sin(90° - \alpha)}{cos(90° - \alpha)} = \frac{0,8}{0,6} \tag{1}$$
$$tan(90° - \alpha) = \frac{8}{6} =$$

e) Lösung:

$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$
$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$
$\tan(90^\circ - \alpha)$:

$$tan(90^\circ - \alpha) = \frac{sin(90^\circ - \alpha)}{cos(90^\circ - \alpha)} = \frac{0,8}{0,6} \quad (1)$$

$$tan(90^\circ - \alpha) = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad (2)$$

Mit dem Sinus modellieren

Mit dem Sinus modellieren - Beispiel

Aufgabe

Bei einem Schaufelraddampfer dreht sich das Rad mit dem Durchmesser 2 Meter einmal vollständig in 60 Sekunden(Abbildung 24). In welcher Höhe über dem Wasserspiegel liegt der rot markierte Punkt A?
Erstelle eine Wertetabelle in 5 Sekunden-Schritten.

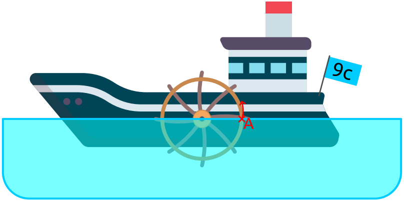


Abbildung 24: Schaufelraddampfer

Aufgabe

Bei einem Schaufelraddampfer dreht sich das Rad mit dem Durchmesser 2 Meter einmal vollständig in 60 Sekunden(Abbildung 24). In welcher Höhe über dem Wasserspiegel liegt der rot markierte Punkt A?
Erstelle eine Wertetabelle in 5 Sekunden-Schritten.

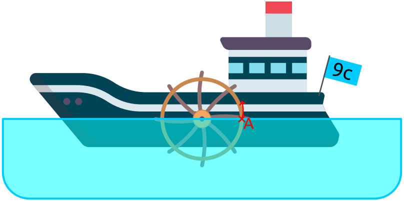


Abbildung 24: Schaufelraddampfer

Zeit t (in s)	0	5	10	...	60
Winkel α	$0°$	$30°$	$60°$		$360°$
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87		0

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10				30
Winkel α	$0°$	$30°$	$60°$				
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87				

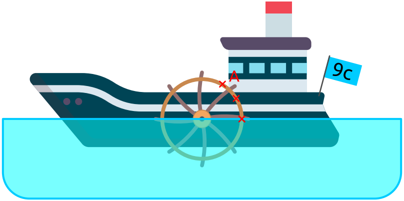


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15			30
Winkel α	$0°$	$30°$	$60°$				
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87				

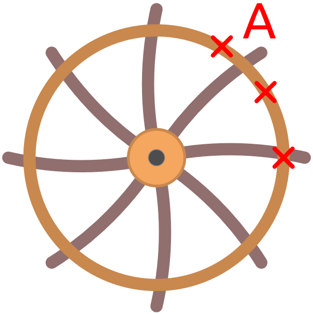


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20		30
Winkel α	0°	30°	60°				
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87				

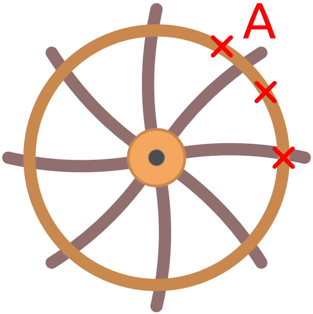


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	$0°$	$30°$	$60°$				
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87				

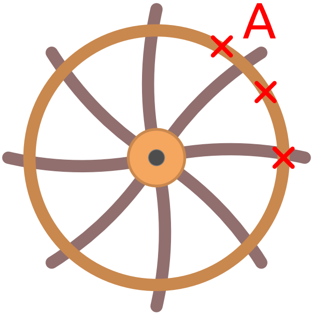


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	$0°$	$30°$	$60°$	$90°$			
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87				

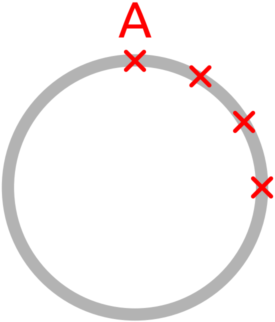


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°		
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87				

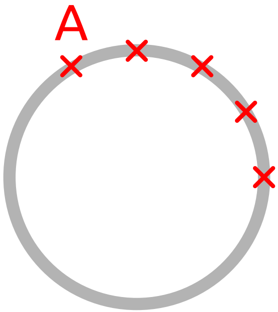


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87				

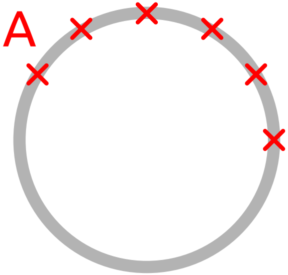


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	$0°$	$30°$	$60°$	$90°$	$120°$	$150°$	$180°$
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87				

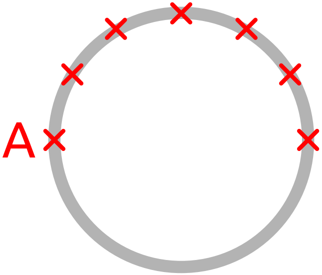


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1			

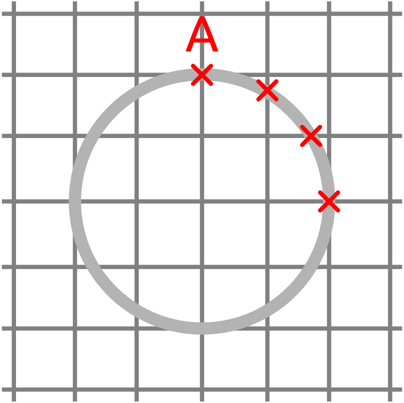


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87		

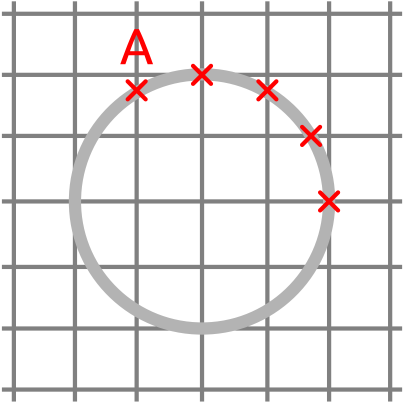


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	

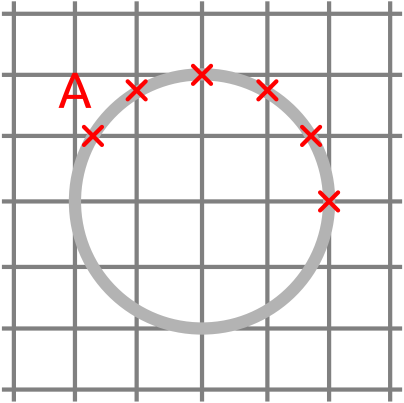


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	$0°$	$30°$	$60°$	$90°$	$120°$	$150°$	$180°$
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

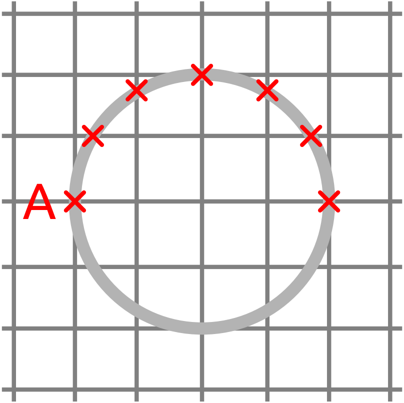


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit t (in s)	35					
Winkel α						
Höhe h (in m)						

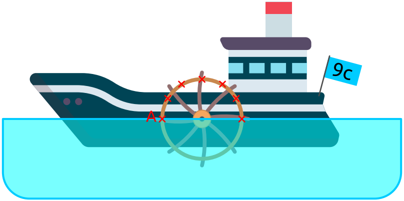


Abbildung 26: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit t (in s)	35	40				
Winkel α						
Höhe h (in m)						

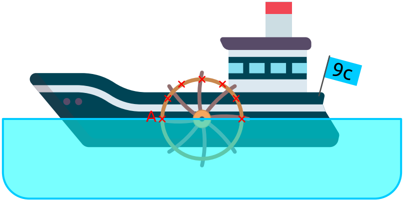


Abbildung 26: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit t (in s)	35	40	45			
Winkel α						
Höhe h (in m)						

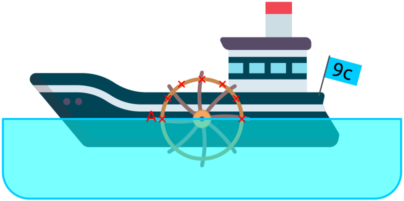


Abbildung 26: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit t (in s)	35	40	45	50		
Winkel α						
Höhe h (in m)						

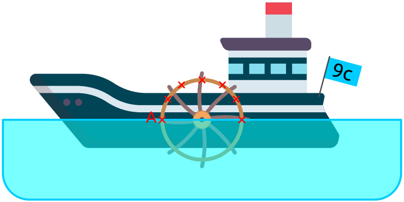


Abbildung 26: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit t (in s)	35	40	45	50	55	
Winkel α						
Höhe h (in m)						

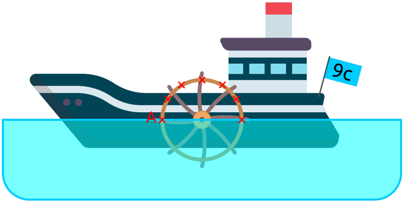


Abbildung 26: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	$0°$	$30°$	$60°$	$90°$	$120°$	$150°$	$180°$
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit t (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel α						
Höhe h (in m)						

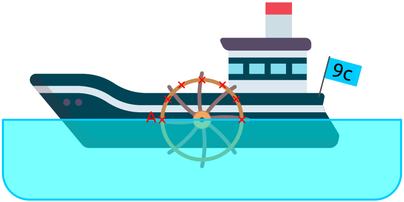
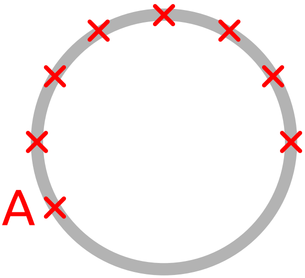


Abbildung 26: Schaufelraddampfer

Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	$0°$	$30°$	$60°$	$90°$	$120°$	$150°$	$180°$
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

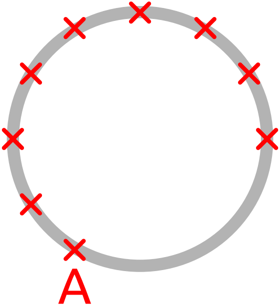
Zeit t (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel α	$210°$					
Höhe h (in m)						



Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

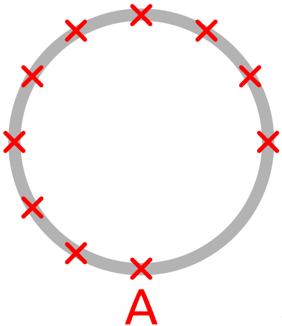
Zeit t (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel α	210°	240°				
Höhe h (in m)						



Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

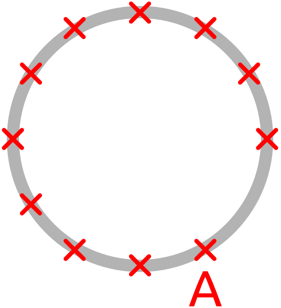
Zeit t (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel α	210°	240°	270°			
Höhe h (in m)						



Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

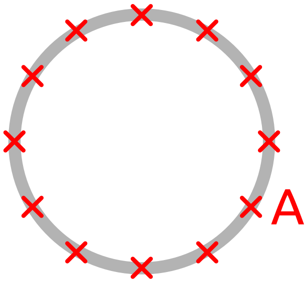
Zeit t (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel α	210°	240°	270°	300°		
Höhe h (in m)						



Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

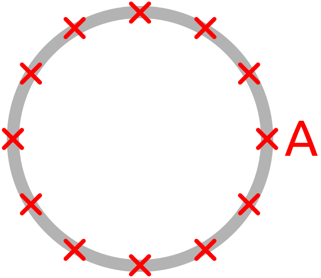
Zeit t (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel α	210°	240°	270°	300°	330°	
Höhe h (in m)						



Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	$0°$	$30°$	$60°$	$90°$	$120°$	$150°$	$180°$
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

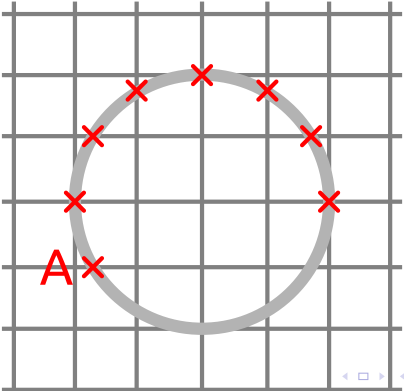
Zeit t (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel α	$210°$	$240°$	$270°$	$300°$	$330°$	$360°$
Höhe h (in m)						



Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

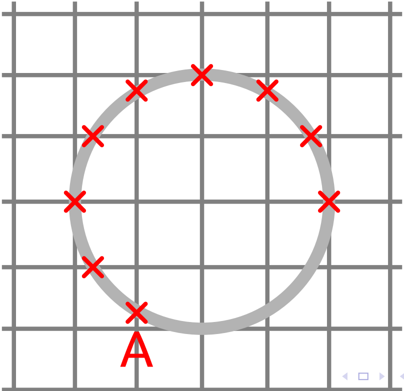
Zeit t (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel α	210°	240°	270°	300°	330°	360°
Höhe h (in m)	-0,5					



Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

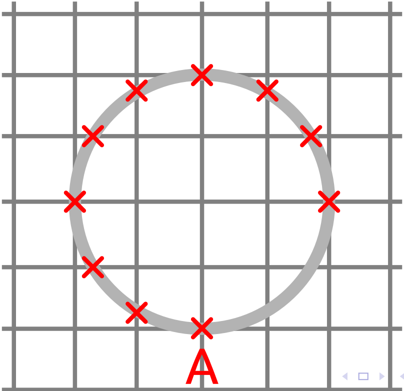
Zeit t (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel α	210°	240°	270°	300°	330°	360°
Höhe h (in m)	-0,5	-0,87				



Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

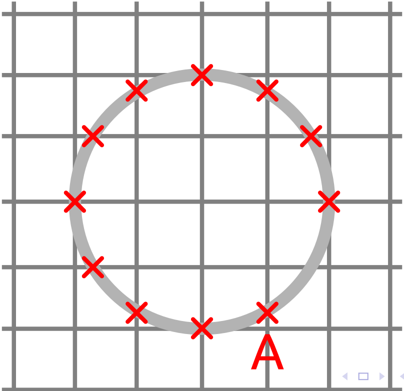
Zeit t (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel α	210°	240°	270°	300°	330°	360°
Höhe h (in m)	-0,5	-0,87	-1			



Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

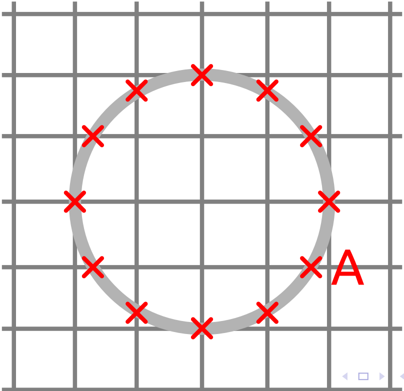
Zeit t (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel α	210°	240°	270°	300°	330°	360°
Höhe h (in m)	-0,5	-0,87	-1	-0,87		



Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

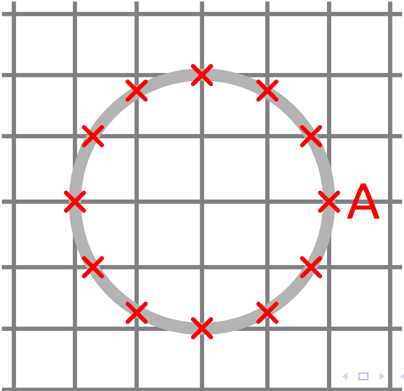
Zeit t (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel α	210°	240°	270°	300°	330°	360°
Höhe h (in m)	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	



Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit t (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel α	210°	240°	270°	300°	330°	360°
Höhe h (in m)	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0



Lösung

Zeit t (in s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
Höhe h (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

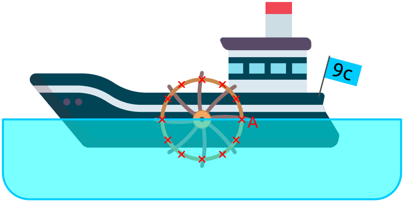


Abbildung 27: Schaufelraddampfer

Winkel α mit $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

Winkel α mit $0° \leq \alpha \leq 90°$

Am Einheitskreis entspricht $\sin(\alpha)$ der y-Koordinate des Punktes P(Abbildung 28).
$\sin(40°) \approx 0,64$

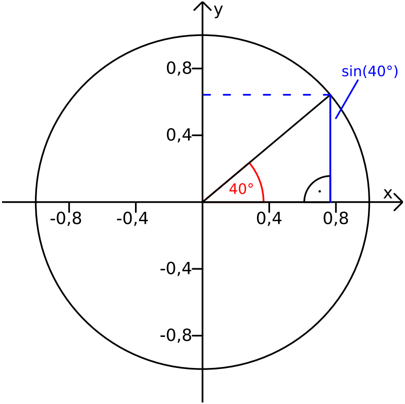


Abbildung 28: Winkel α mit $0° \leq \alpha \leq 90°$

Erweiterter Winkel α mit $90^\circ < \alpha \leq 360^\circ$

Erweiterter Winkel α mit $90° < \alpha \leq 360°$

Wird α über $90°$ vergrößert, wird der Sinuswert von α ebenso als y-Koordinate des Punktes P festgelegt(Abbildung 29).
$\sin(120°) \approx 0,87$

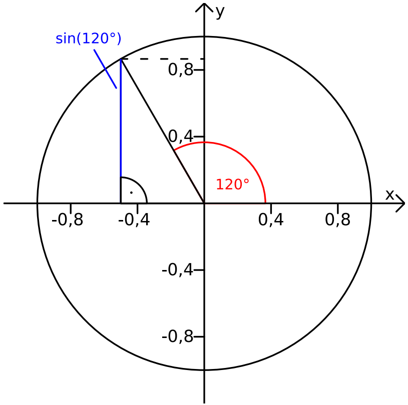


Abbildung 29: Erweiterter Winkel α mit $90° < \alpha \leq 360°$

Erweiterter Winkel α mit $90° < \alpha \leq 360°$

Wird α über $90°$ vergrößert, wird der Sinuswert von α ebenso als y-Koordinate des Punktes P festgelegt(Abbildung 29).
$\sin(310°) \approx -0,77$

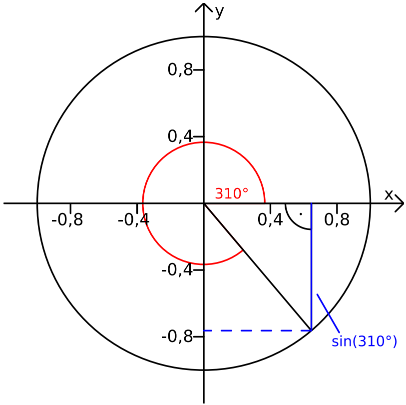


Abbildung 29: Erweiterter Winkel α mit $90° < \alpha \leq 360°$

Erweiterter Winkel α mit $90^\circ < \alpha \leq 360^\circ$ - Aufgabe

Aufgabe

Ein Punkt P bewegt sich auf dem Einheitskreis(Abbildung 30) gegen den Uhrzeigersinn. Für $\alpha = 0°$ befindet er sich im Punkt$(1|0)$.

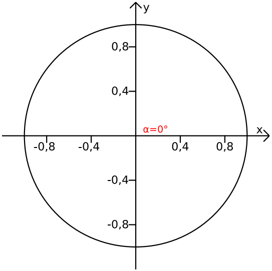


Abbildung 30: $\alpha = 0°$

Aufgabe

Ein Punkt P bewegt sich auf dem Einheitskreis(Abbildung 30) gegen den Uhrzeigersinn. Für $\alpha = 0°$ befindet er sich im Punkt(1|0).

Bestimme

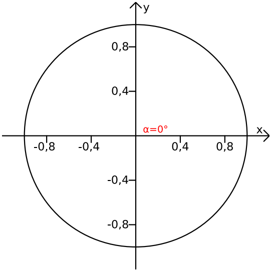


Abbildung 30: $\alpha = 0°$

Aufgabe

Ein Punkt P bewegt sich auf dem Einheitskreis(Abbildung 30) gegen den Uhrzeigersinn. Für $\alpha = 0°$ befindet er sich im Punkt$(1|0)$.

Bestimme

- a) Gib die x- und y-Koordinaten des Punktes P für $\alpha = 140°$ und für $\alpha = 310°$ an.

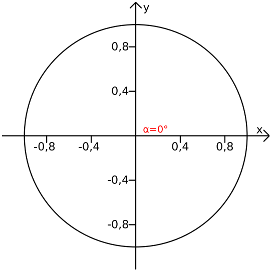


Abbildung 30: $\alpha = 0°$

Aufgabe

Ein Punkt P bewegt sich auf dem Einheitskreis(Abbildung 30) gegen den Uhrzeigersinn. Für $\alpha = 0°$ befindet er sich im Punkt(1|0).

Bestimme

- a) Gib die x- und y-Koordinaten des Punktes P für $\alpha = 140°$ und für $\alpha = 310°$ an.
- b) Bestimme zwei verschiedene Werte für α, sodass seine y-Koordinate 0,8 beträgt.

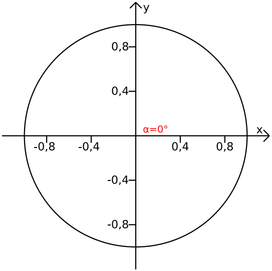


Abbildung 30: $\alpha = 0°$

a) Lösung

Für $\alpha = 140^\circ$

a) Lösung

Für $\alpha = 140°$

$$\sin(\alpha) = y \qquad (1)$$

a) Lösung

Für $\alpha = 140°$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha) &= y \qquad (1) \\ \sin(140°) &\approx \end{aligned}$$

a) Lösung

Für $\alpha = 140°$: Punkt ($\quad$ |0,64)

$$\sin(\alpha) = y \tag{1}$$

$$\sin(140°) \approx 0,64 \tag{2}$$

a) Lösung

Für $\alpha = 140°$: Punkt ($\quad$ |0,64)

$$\sin(\alpha) = y \tag{1}$$
$$\sin(140°) \approx 0,64 \tag{2}$$
$$\cos(\alpha) = x \tag{3}$$

a) Lösung

Für $\alpha = 140°$: Punkt $(\qquad | 0{,}64)$

$$\sin(\alpha) = y \tag{1}$$
$$\sin(140°) \approx 0,64 \tag{2}$$
$$\cos(\alpha) = x \tag{3}$$
$$\cos(140°) \approx$$

a) Lösung

Für $\alpha = 140°$: Punkt (-0,77|0,64)

$$\sin(\alpha) = y \tag{1}$$
$$\sin(140°) \approx 0,64 \tag{2}$$
$$\cos(\alpha) = x \tag{3}$$
$$\cos(140°) \approx -0,77 \tag{4}$$

a) Lösung

Für $\alpha = 140°$: Punkt (-0,77|0,64)

$$\sin(\alpha) = y \tag{1}$$
$$\sin(140^\circ) \approx 0,64 \tag{2}$$
$$\cos(\alpha) = x \tag{3}$$
$$\cos(140^\circ) \approx -0,77 \tag{4}$$

Für $\alpha = 310°$

a) Lösung

Für $\alpha = 140°$: Punkt (-0,77|0,64)

$$\sin(\alpha) = y \tag{1}$$
$$\sin(140°) \approx 0,64 \tag{2}$$
$$\cos(\alpha) = x \tag{3}$$
$$\cos(140°) \approx \; - 0,77 \tag{4}$$

Für $\alpha = 310°$

$$\sin(\alpha) = y \tag{1}$$

a) Lösung

Für $\alpha = 140°$: Punkt (-0,77|0,64)

$$\sin(\alpha) = y \tag{1}$$
$$\sin(140°) \approx 0,64 \tag{2}$$
$$\cos(\alpha) = x \tag{3}$$
$$\cos(140°) \approx \ -0,77 \tag{4}$$

Für $\alpha = 310°$

$$\sin(\alpha) = y \tag{1}$$
$$\sin(310°) \approx$$

a) Lösung

Für $\alpha = 140°$: Punkt (-0,77|0,64)

$$\sin(\alpha) = y \tag{1}$$
$$\sin(140°) \approx 0,64 \tag{2}$$
$$\cos(\alpha) = x \tag{3}$$
$$\cos(140°) \approx -0,77 \tag{4}$$

Für $\alpha = 310°$: Punkt (|-0,77)

$$\sin(\alpha) = y \tag{1}$$
$$\sin(310°) \approx -0,77 \tag{2}$$

a) Lösung

Für $\alpha = 140°$: Punkt (-0,77|0,64)

$$\begin{aligned} \sin(\alpha) &= y && (1)\\ \sin(140°) &\approx 0,64 && (2)\\ \cos(\alpha) &= x && (3)\\ \cos(140°) &\approx -0,77 && (4) \end{aligned}$$

Für $\alpha = 310°$: Punkt (|-0,77)

$$\begin{aligned} \sin(\alpha) &= y && (1)\\ \sin(310°) &\approx -0,77 && (2)\\ \cos(\alpha) &= x && (3) \end{aligned}$$

a) Lösung

Für $\alpha = 140°$: Punkt (-0,77|0,64)

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$
$$\sin(140°) \approx 0,64 \quad (2)$$
$$\cos(\alpha) = x \quad (3)$$
$$\cos(140°) \approx -0,77 \quad (4)$$

Für $\alpha = 310°$: Punkt (|-0,77)

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$
$$\sin(310°) \approx -0,77 \quad (2)$$
$$\cos(\alpha) = x \quad (3)$$
$$\cos(310°) \approx$$

a) Lösung

Für $\alpha = 140°$: Punkt (-0,77|0,64)

$$\sin(\alpha) = y \tag{1}$$
$$\sin(140°) \approx 0,64 \tag{2}$$
$$\cos(\alpha) = x \tag{3}$$
$$\cos(140°) \approx -0,77 \tag{4}$$

Für $\alpha = 310°$: Punkt (0,64|-0,77)

$$\sin(\alpha) = y \tag{1}$$
$$\sin(310°) \approx -0,77 \tag{2}$$
$$\cos(\alpha) = x \tag{3}$$
$$\cos(310°) \approx 0,64 \tag{4}$$

b) Lösung

Bestimme zwei verschiedene Werte für α, sodass seine y-Koordinate 0,8 beträgt.
Für α_1

b) Lösung

Bestimme zwei verschiedene Werte für α, sodass seine y-Koordinate 0,8 beträgt.
Für α_1

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \tag{1}$$

b) Lösung

Bestimme zwei verschiedene Werte für α, sodass seine y-Koordinate 0,8 beträgt.
Für α_1

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \tag{1}$$
$$\sin^{-1}(0,8) \approx$$

b) Lösung

Bestimme zwei verschiedene Werte für α, sodass seine y-Koordinate 0,8 beträgt.
Für α_1: $sin(53,1^\circ) \approx 0,8$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \tag{1}$$

$$\sin^{-1}(0,8) \approx 53,1^\circ \tag{2}$$

b) Lösung

Bestimme zwei verschiedene Werte für α, sodass seine y-Koordinate 0,8 beträgt.
Für α_1: $sin(53,1^\circ) \approx 0,8$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \tag{1}$$

$$\sin^{-1}(0,8) \approx 53,1^\circ \tag{2}$$

Für α_2

b) Lösung

Bestimme zwei verschiedene Werte für α, sodass seine y-Koordinate 0,8 beträgt.
Für α_1: $sin(53,1^\circ) \approx 0,8$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \tag{1}$$

$$\sin^{-1}(0,8) \approx 53,1^\circ \tag{2}$$

Für α_2

$$\sin^{-1}(0,8) \approx 53,1^\circ \tag{1}$$

b) Lösung

Bestimme zwei verschiedene Werte für α, sodass seine y-Koordinate 0,8 beträgt.
Für α_1: $sin(53,1^\circ) \approx 0,8$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \tag{1}$$

$$\sin^{-1}(0,8) \approx 53,1^\circ \tag{2}$$

Für α_2

$$\sin^{-1}(0,8) \approx 53,1^\circ \tag{1}$$

$$53,1^\circ - 180^\circ =$$

b) Lösung

Bestimme zwei verschiedene Werte für α, sodass seine y-Koordinate 0,8 beträgt.
Für α_1: $sin(53,1^\circ) \approx 0,8$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \tag{1}$$
$$\sin^{-1}(0,8) \approx 53,1^\circ \tag{2}$$

Für α_2: $\sin(126,9^\circ) \approx 0,8$

$$\sin^{-1}(0,8) \approx 53,1^\circ \tag{1}$$
$$53,1^\circ - 180^\circ = 126,9^\circ \tag{2}$$

Funktion f mit f(α)

Funktion f mit f(α)

Ordnet man jedem Winkel α mit $0° \leq \alpha \leq 360°$ seinen Sinuswert zu, so erhält man eine Funktion f mit $f(\alpha) = \sin(\alpha)$.

Funktion f mit f(α)

Ordnet man jedem Winkel α mit $0° \leq \alpha \leq 360°$ seinen Sinuswert zu, so erhält man eine Funktion f mit $f(\alpha) = \sin(\alpha)$.
Man kann mithilfe des Graphen von f (Abbildung 31) zu gegebenem Winkel den Sinuswert näherungsweise ablesen oder näherungsweise Winkel mit vorgegebenem Sinuswert ermitteln.

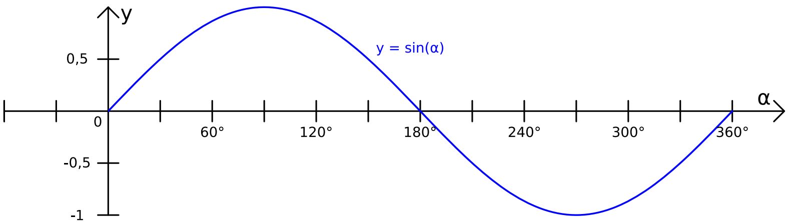


Abbildung 31: $f(\alpha) = \sin(\alpha)$

Sinusfunktion im Gradmaß - Definition

Definition

Die Funktion f mit $f(\alpha) = \sin(\alpha)$ heißt **Sinusfunktion im Gradmaß**.

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270○	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

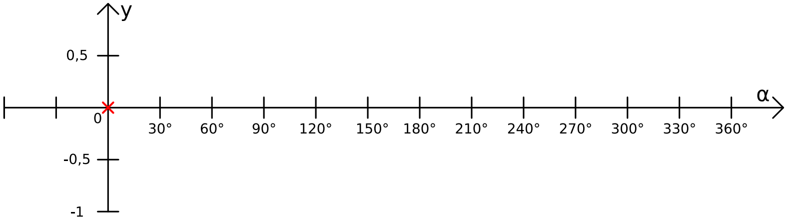


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270○	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

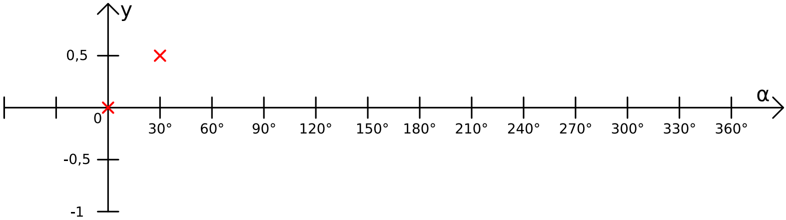


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270○	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

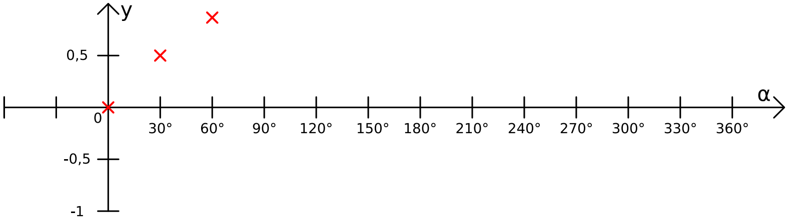


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270○	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

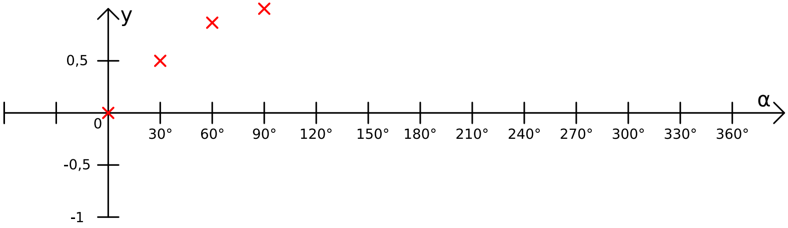


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270○	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

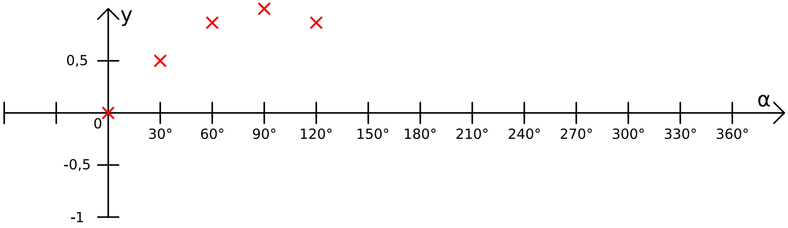


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270○	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

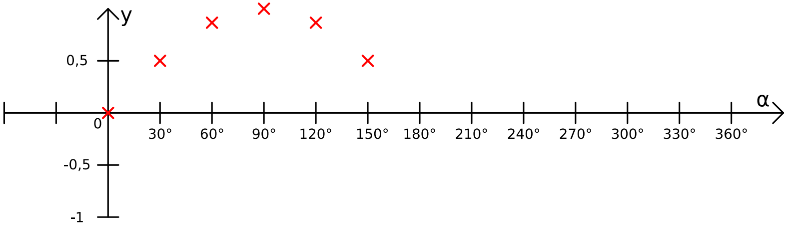


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270○	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

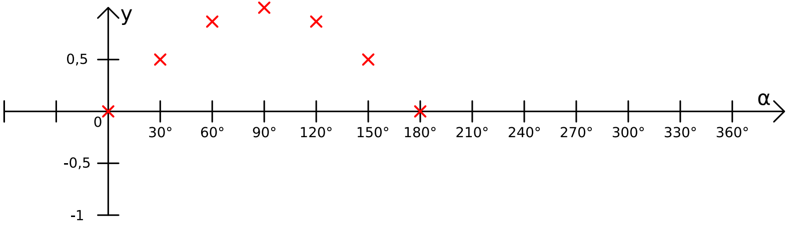


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270○	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

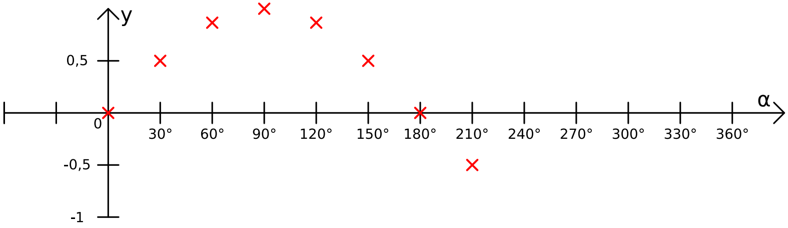


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270○	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

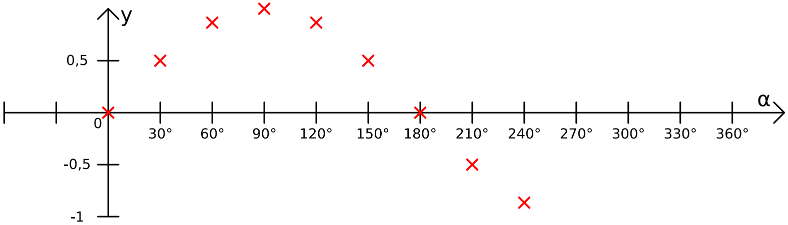


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270○	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

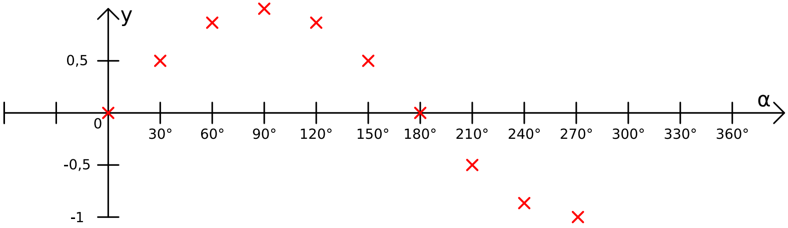


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270○	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

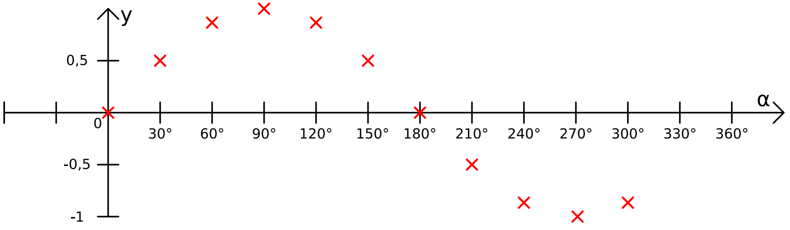


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270○	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

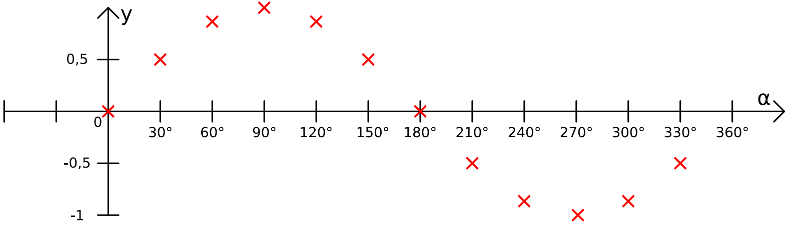


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270○	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

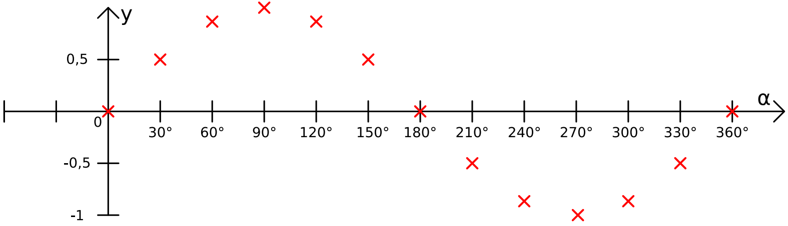


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270○	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

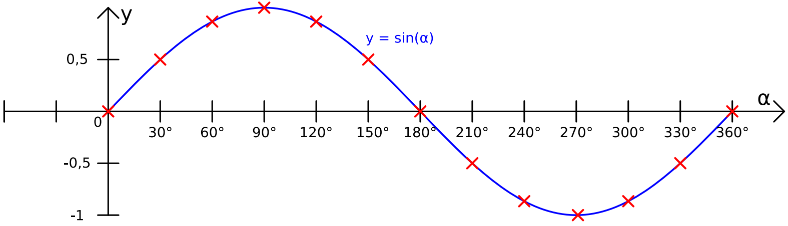


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Einen Zeitlichen Vorgang modellieren

Einen Zeitlichen Vorgang modellieren

In einem Hafenbecken schwankt der Wasserstand periodisch um seinen Durchschnittswert (Abbildung 33)

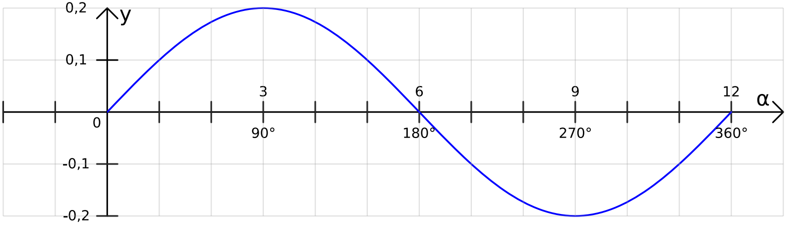


Abbildung 33: Wasserstand

Aufgabe

Aufgabe

- a) Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt t die Winkelweite α erhält und umgekehrt. Bestimme für t = 5 (t in h) den zugehörigen Winkel.

Aufgabe

- a) Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt t die Winkelweite α erhält und umgekehrt. Bestimme für $t = 5$ (t in h) den zugehörigen Winkel.
- b) Mit welcher Funktion kann man zu einem gegebenen Winkel α den Wasserstand berechnen? Berechne den Wasserstand 5 Stunden nach Beobachtungsbeginn.

a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt t die Winkelweite α erhält und umgekehrt. Bestimme für $t = 5$ (t in h) den zugehörigen Winkel.

a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt t die Winkelweite α erhält und umgekehrt. Bestimme für t = 5 (t in h) den zugehörigen Winkel.

$$12h \mathrel{\widehat{=}} 360^\circ \qquad \mid : 12 \tag{1}$$

a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt t die Winkelweite α erhält und umgekehrt. Bestimme für t = 5 (t in h) den zugehörigen Winkel.

$$12h \mathrel{\widehat{=}} 360^\circ \qquad | : 12 \tag{1}$$

$$1h \mathrel{\widehat{=}} 30^\circ \tag{2}$$

a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt t die Winkelweite α erhält und umgekehrt. Bestimme für t = 5 (t in h) den zugehörigen Winkel.

$$12h \mathrel{\widehat{=}} 360^\circ \qquad |:12 \tag{1}$$

$$1h \mathrel{\widehat{=}} 30^\circ \tag{2}$$

12h in Abbildung 33 entsprechen 360°, also entspricht 1h dem Winkel 30°.

a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt t die Winkelweite α erhält und umgekehrt. Bestimme für t = 5 (t in h) den zugehörigen Winkel.

$$12h \mathrel{\widehat{=}} 360^\circ \qquad | : 12 \tag{1}$$

$$1h \mathrel{\widehat{=}} 30^\circ \tag{2}$$

12h in Abbildung 33 entsprechen 360°, also entspricht 1h dem Winkel 30°.
Daraus Folgt $\alpha = t \cdot 30^\circ$ (t in h).

a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt t die Winkelweite α erhält und umgekehrt. Bestimme für t = 5 (t in h) den zugehörigen Winkel.

$$12h \mathrel{\widehat{=}} 360^\circ \qquad | : 12 \tag{1}$$
$$1h \mathrel{\widehat{=}} 30^\circ \tag{2}$$

12h in Abbildung 33 entsprechen 360°, also entspricht 1h dem Winkel 30°.
Daraus Folgt $\alpha = t \cdot 30^\circ$ (t in h).

$$\alpha = t \cdot 30^\circ$$

a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt t die Winkelweite α erhält und umgekehrt. Bestimme für t = 5 (t in h) den zugehörigen Winkel.

$$12h \mathrel{\widehat{=}} 360^\circ \qquad | : 12 \tag{1}$$
$$1h \mathrel{\widehat{=}} 30^\circ \tag{2}$$

12h in Abbildung 33 entsprechen 360°, also entspricht 1h dem Winkel 30°.
Daraus Folgt $\alpha = t \cdot 30^\circ$ (t in h).

$$\alpha = t \cdot 30^\circ$$
$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \tag{1}$$

a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt t die Winkelweite α erhält und umgekehrt. Bestimme für t = 5 (t in h) den zugehörigen Winkel.

$$
\begin{aligned}
12h &\mathrel{\widehat{=}} 360^\circ && \mid :12 && (1)\\
1h &\mathrel{\widehat{=}} 30^\circ && && (2)
\end{aligned}
$$

12h in Abbildung 33 entsprechen 360°, also entspricht 1h dem Winkel 30°.
Daraus Folgt $\alpha = t \cdot 30^\circ$ (t in h).

$$
\begin{aligned}
\alpha &= t \cdot 30^\circ \\
\alpha &= 5 \cdot 30^\circ && (1)\\
\alpha &= 150^\circ && (2)
\end{aligned}
$$

a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt t die Winkelweite α erhält und umgekehrt. Bestimme für t = 5 (t in h) den zugehörigen Winkel.

$$12h \mathrel{\widehat{=}} 360^\circ \qquad | : 12 \qquad (1)$$
$$1h \mathrel{\widehat{=}} 30^\circ \qquad (2)$$

12h in Abbildung 33 entsprechen 360°, also entspricht 1h dem Winkel 30°.
Daraus Folgt $\alpha = t \cdot 30^\circ$ (t in h).

$$\alpha = t \cdot 30^\circ$$
$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \qquad (1)$$
$$\alpha = 150^\circ \qquad (2)$$

Für t = 5 erhält man $\alpha = 150^\circ$

b) Lösung

Mit welcher Funktion kann man zu einem gegebenen Winkel α den Wasserstand berechnen? Berechne den Wasserstand 5 Stunden nach Beobachtungsbeginn.

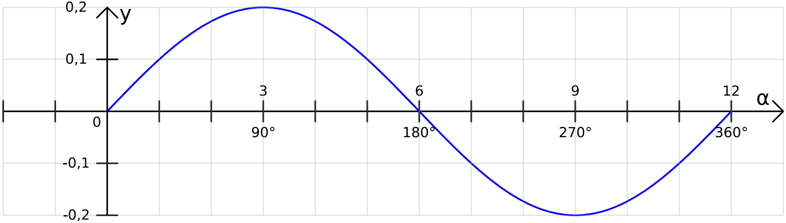


Abbildung 34: Wasserstand

b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = sin(\alpha)$$

b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 1 \cdot sin(\alpha)$$

b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 1 \cdot sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) =$$

b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 1 \cdot sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = \qquad sin(\alpha)$$

b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 1 \cdot sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 0,2 \cdot sin(\alpha)$$

b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 1 \cdot sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 0,2 \cdot sin(\alpha)$$

Für t = 5:

b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 1 \cdot sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 0,2 \cdot sin(\alpha)$$

Für t = 5:

$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \tag{1}$$

b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 1 \cdot sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 0,2 \cdot sin(\alpha)$$

Für t = 5:

$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \tag{1}$$
$$\alpha = 150^\circ \tag{2}$$

b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 1 \cdot sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 0,2 \cdot sin(\alpha)$$

Für t = 5:

$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \quad (1)$$
$$\alpha = 150^\circ \quad (2)$$
$$f(\qquad) = \quad (3)$$

b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$
\begin{aligned}
f(\alpha) &= sin(\alpha) \\
f(\alpha) &= 1 \cdot sin(\alpha) \\
f(\alpha) &= 0,2 \cdot sin(\alpha)
\end{aligned}
$$

Für t = 5:

$$
\begin{aligned}
\alpha &= 5 \cdot 30^\circ && (1) \\
\alpha &= 150^\circ && (2) \\
f(150^\circ) &= && (3)
\end{aligned}
$$

b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$
\begin{aligned}
f(\alpha) &= sin(\alpha) \\
f(\alpha) &= 1 \cdot sin(\alpha) \\
f(\alpha) &= 0,2 \cdot sin(\alpha)
\end{aligned}
$$

Für t = 5:

$$
\begin{aligned}
\alpha &= 5 \cdot 30^\circ && (1) \\
\alpha &= 150^\circ && (2) \\
f(150^\circ) &= 0,2 \cdot \sin(\qquad\quad) && (3)
\end{aligned}
$$

b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 1 \cdot sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 0,2 \cdot sin(\alpha)$$

Für t = 5:

$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \tag{1}$$
$$\alpha = 150^\circ \tag{2}$$
$$f(150^\circ) = 0,2 \cdot \sin(150^\circ) \tag{3}$$

b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 1 \cdot sin(\alpha)$$
$$f(\alpha) = 0,2 \cdot sin(\alpha)$$

Für t = 5:

$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \tag{1}$$
$$\alpha = 150^\circ \tag{2}$$
$$f(150^\circ) = 0,2 \cdot \sin(150^\circ) \tag{3}$$
$$f(150^\circ) = 0,1 \tag{4}$$

b) Antwort

Nach 5 Stunden liegt der Wasserstand 10cm über dem Durchschnittswert.

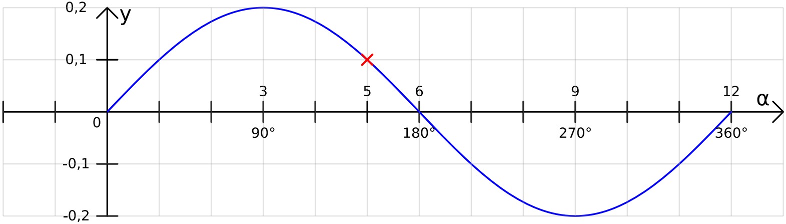


Abbildung 34: Wasserstand nach 5 Stunden

Anwendung

Anwendung

Auch wenn es uns nicht oft auffällt, viele technische Geräte bzw. Mechanismen verwenden die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Genauso wie viele mathematische Verfahren.
Ein paar Beispiele:

Anwendung

Auch wenn es uns nicht oft auffällt, viele technische Geräte bzw. Mechanismen verwenden die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Genauso wie viele mathematische Verfahren.
Ein paar Beispiele:

- Oszilloskop (elektronisches Messgerät, das elektrische Spannungen in einen Verlaufsgraphen darstellt)

Anwendung

Auch wenn es uns nicht oft auffällt, viele technische Geräte bzw. Mechanismen verwenden die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Genauso wie viele mathematische Verfahren.
Ein paar Beispiele:

- Oszilloskop (elektronisches Messgerät, das elektrische Spannungen in einen Verlaufsgraphen darstellt)
- GPS - Global Positioning System (Positionsbestimmung mit Hilfe von Satelliten)

Anwendung

Auch wenn es uns nicht oft auffällt, viele technische Geräte bzw. Mechanismen verwenden die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Genauso wie viele mathematische Verfahren.
Ein paar Beispiele:

- Oszilloskop (elektronisches Messgerät, das elektrische Spannungen in einen Verlaufsgraphen darstellt)
- GPS - Global Positioning System (Positionsbestimmung mit Hilfe von Satelliten)
- Computergrafiken in 3D und 2D

Anwendung

Auch wenn es uns nicht oft auffällt, viele technische Geräte bzw. Mechanismen verwenden die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Genauso wie viele mathematische Verfahren.
Ein paar Beispiele:

- Oszilloskop (elektronisches Messgerät, das elektrische Spannungen in einen Verlaufsgraphen darstellt)
- GPS - Global Positioning System (Positionsbestimmung mit Hilfe von Satelliten)
- Computergrafiken in 3D und 2D
- Landvermessungen

Anwendung

Auch wenn es uns nicht oft auffällt, viele technische Geräte bzw. Mechanismen verwenden die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Genauso wie viele mathematische Verfahren.
Ein paar Beispiele:

- Oszilloskop (elektronisches Messgerät, das elektrische Spannungen in einen Verlaufsgraphen darstellt)
- GPS - Global Positioning System (Positionsbestimmung mit Hilfe von Satelliten)
- Computergrafiken in 3D und 2D
- Landvermessungen
- Fourier Transformation (z. B. Anwendung beim Spektroskop für Chemiker)

Anwendung

Auch wenn es uns nicht oft auffällt, viele technische Geräte bzw. Mechanismen verwenden die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Genauso wie viele mathematische Verfahren.
Ein paar Beispiele:

- Oszilloskop (elektronisches Messgerät, das elektrische Spannungen in einen Verlaufsgraphen darstellt)
- GPS - Global Positioning System (Positionsbestimmung mit Hilfe von Satelliten)
- Computergrafiken in 3D und 2D
- Landvermessungen
- Fourier Transformation (z. B. Anwendung beim Spektroskop für Chemiker)
- Astronomen nutzten Spektroskope, um chemische Zusammensetzungen von weit entfernten Planeten zu bestimmen

Zusammenfassung

Einheitskreis - Zusammenfassung

Einheitskreis - Zusammenfassung

Die Endpunkte eines Dreieckecks mit der Hypotenusenlänge 1 bilden den Ursprung 0 und einen Punkt P, der auf einem Kreis um 0 mit dem Radius 1 liegt und den Einheitskreis bildet.

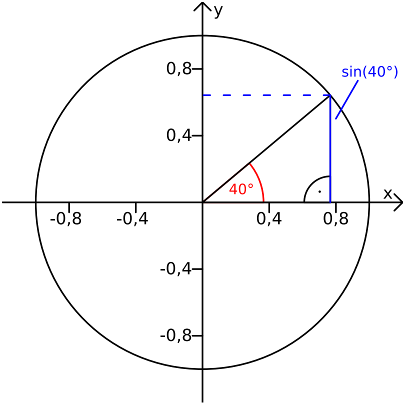


Abbildung 35: Einheitskreis

Einheitskreis - Zusammenfassung

Die Gegenkathete lässt sich mit sin(α) und die Ankathete mit cos(α) berechnen.

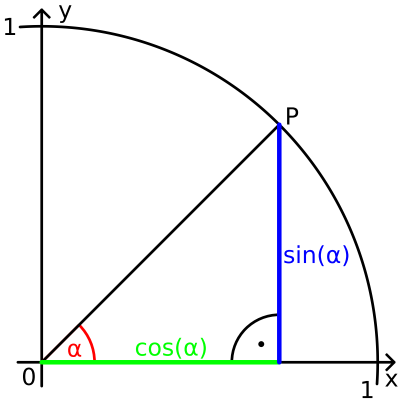


Abbildung 36: Sinus und Kosinus am Einheitskreis

Mit dem Sinus Modellieren - Zusammenfassung

Mit dem Sinus Modellieren - Zusammenfassung

Ordnet man jedem Winkel α mit $0° \leq \alpha \leq 360°$ seinen Sinuswert zu, so erhält man die Sinusfunktion im Gradmaß f mit $f(\alpha) = sin(\alpha)$.

Mit dem Sinus Modellieren - Zusammenfassung

Ordnet man jedem Winkel α mit $0° \leq \alpha \leq 360°$ seinen Sinuswert zu, so erhält man die Sinusfunktion im Gradmaß f mit $f(\alpha) = sin(\alpha)$. Trägt man die Werte der Sinusfunktion im Gradmaß in ein entsprechendes Koordinatensystem erhält man den Grafphen von f (Abbildung 37).

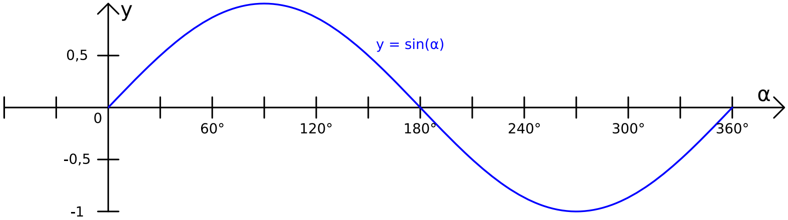


Abbildung 37: $f(\alpha) = \sin(\alpha)$

Danke für euere Aufmerksamkeit

Noch Fragen?

Quellen

Quellen

- Freiburger Münster - `https://freiburg-schwarzwald.de/fotos06feb/freiburg12-060227.jpg`
- Vector Boot - `https://www.vecteezy.com/vector-art/170704-flat-ship-vectors`
- Lambacher Sweizer 9(S. 90 - 104) - Mathematik Buch
- Sinus und Kosinus im Alltag - `https://www.matheretter.de/wiki/sinus-kosinus-alltag`