

Mit dem Sinus modellieren

Kirill Heitzler

1. April 2021

Grundlagen

Rechtwinkliges Dreieck - Beschriftung

Der Sinus

Sinus - Beispiel

Der Kosinus und der Tangens

Einheitskreis

Beispiel

Der Sinus und Kosinus am Einheitskreis

Beziehungen zwischen Sinus, Kosinus und Tangens

Einheitskreis - Definition

Einheitskreis - Aufgabe

Mit dem Sinus modellieren

Beispiel

Grundlagen

Rechtwinkliges Dreieck - Beschriftung

Ecken

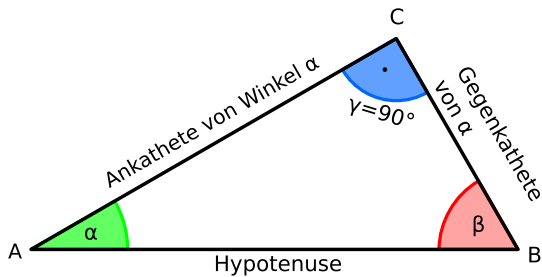


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

Ecken

- Gegen den Uhrzeigersinn

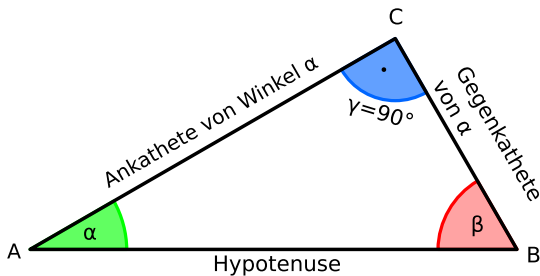


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

Ecken

- ▶ Gegen den Uhrzeigersinn
- ▶ A

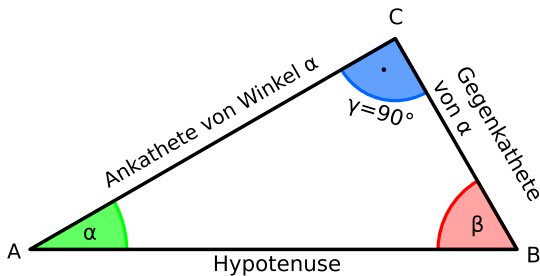


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

Ecken

- ▶ Gegen den Uhrzeigersinn
- ▶ A
- ▶ B

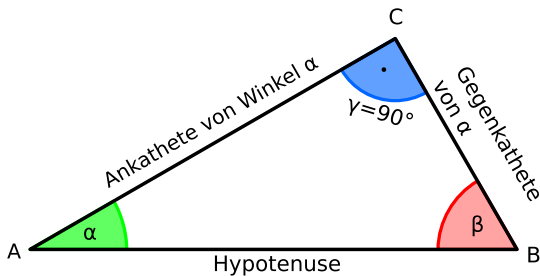


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

Ecken

- ▶ Gegen den Uhrzeigersinn
- ▶ A
- ▶ B
- ▶ C

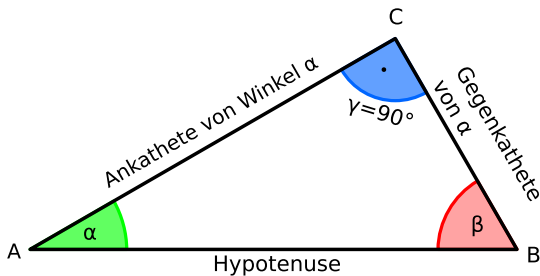


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

Ecken

Die Ecken werden mit den Buchstaben A, B, C gegen den Uhrzeigersinn bei A angefangen beschriftet.

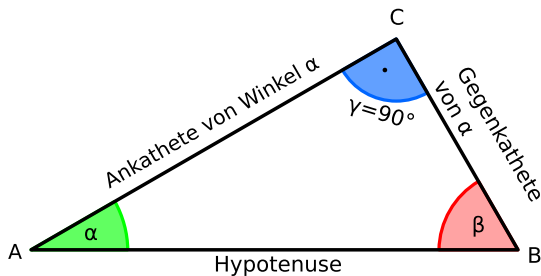


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

Winkel

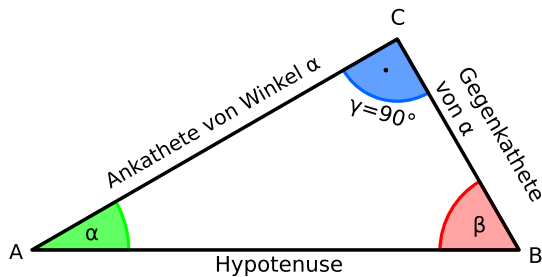


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

Winkel

► α

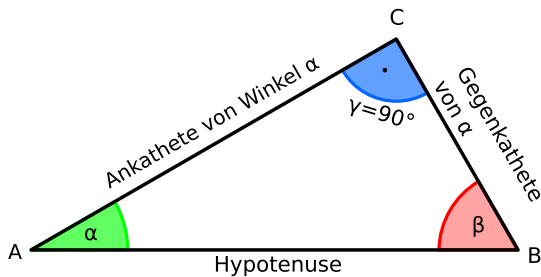


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

Winkel

- ▶ α
- ▶ β

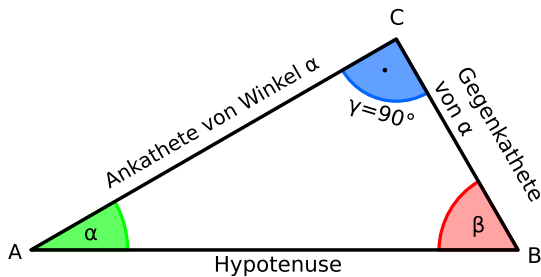


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

Winkel

- ▶ α
- ▶ β
- ▶ γ

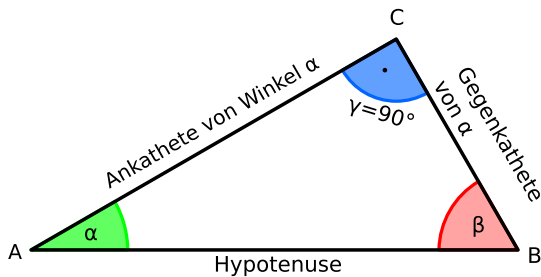


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

Winkel

Die Winkel α , β , γ werden in die Ecken der entsprechenden Buchstaben A, B, C gesetzt.

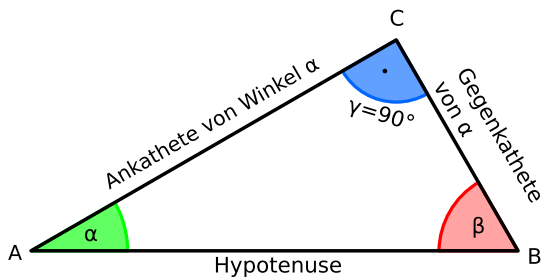


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

Katheten

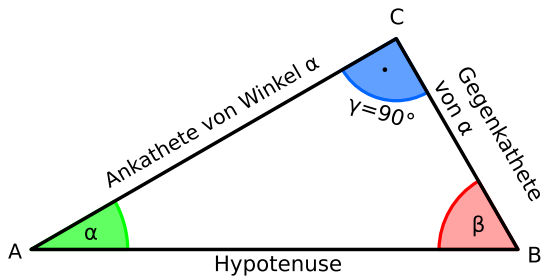


Abbildung 3: Rechtwinkliges Dreieck

Katheten

- „Ankathete von α “

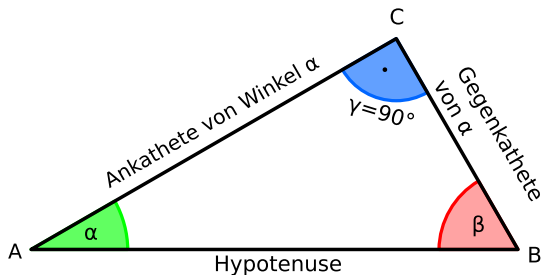


Abbildung 3: Rechtwinkliges Dreieck

Katheten

- ▶ „Ankathete von α “
- ▶ „Gegenkathete von α “

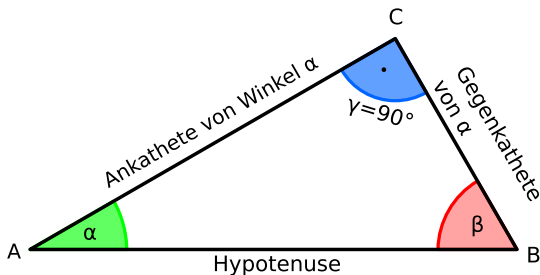


Abbildung 3: Rechtwinkliges Dreieck

Katheten

Die anliegende Kathete zu Winkel α wird „Ankathete von α “ genannt und die Kathete gegenüber von α wird „Gegenkathete von α “ genannt.

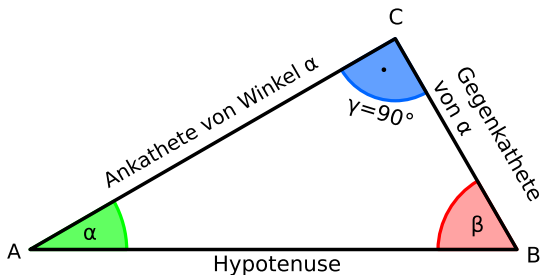


Abbildung 3: Rechtwinkliges Dreieck

Hypotenuse

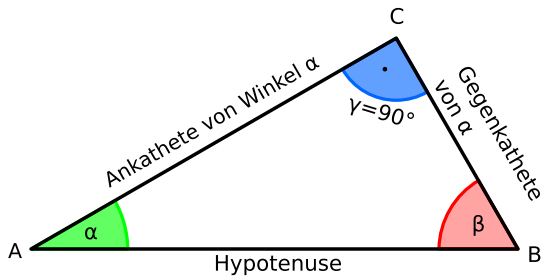


Abbildung 4: Rechtwinkliges Dreieck

Hypotenuse

► „Hypotenuse“

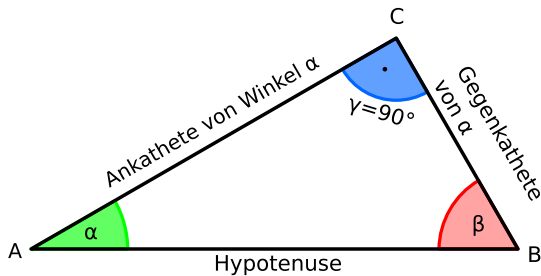


Abbildung 4: Rechtwinkliges Dreieck

Hypotenuse

Die Hypotenuse liegt gegenüber des rechten Winkels γ .

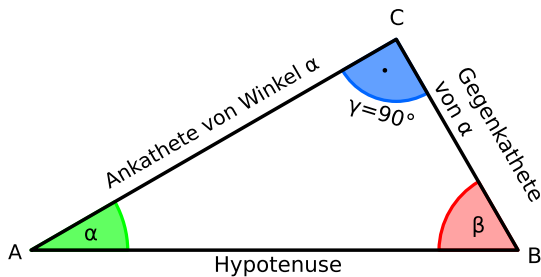


Abbildung 4: Rechtwinkliges Dreieck

Der Sinus

Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 16) nennt man zu einem Winkel α des Dreiecks das Streckenverhältnis

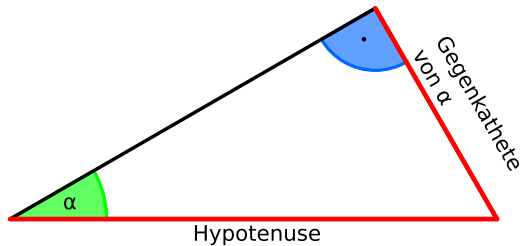


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck

Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 16) nennt man zu einem Winkel α des Dreiecks das Streckenverhältnis

$$\sin(\alpha) =$$

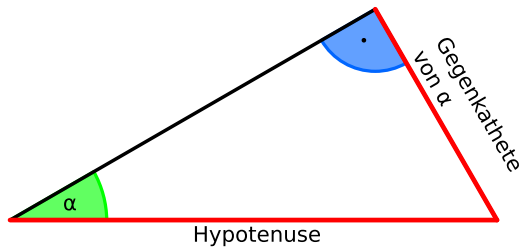


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck

Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 16) nennt man zu einem Winkel α des Dreiecks das Streckenverhältnis

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

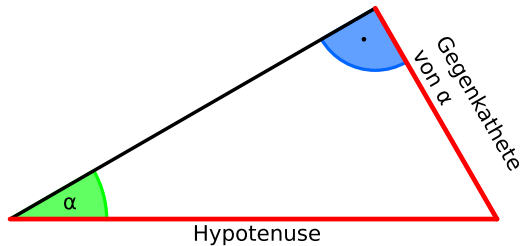


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck

Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 16) nennt man zu einem Winkel α des Dreiecks das Streckenverhältnis

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

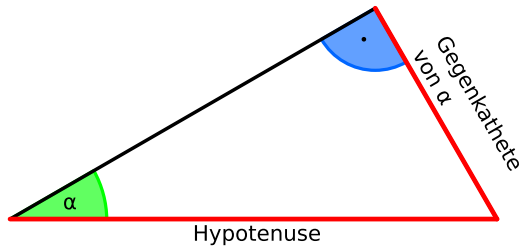


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck

Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 16) nennt man zu einem Winkel α des Dreiecks das Streckenverhältnis

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

den **Sinus von** α .

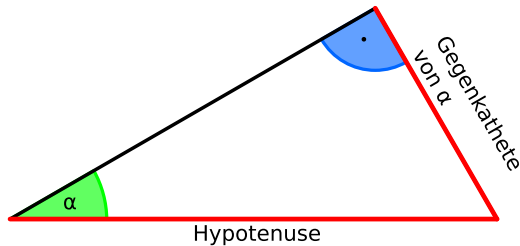


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck

Sinus - Beispiel
Gegenkathete von α mithilfe des Sinus berechnen

Aufgabe

Berechne die Höhe des Freiburger Münsters. Das rechtwinklige Dreieck in Abbildung 6 besitzt einen rechten Winkel (90°), die Hypotenuse 164,05 Meter und die Winkelweite des Winkels α mit 45° . Berechne die Gegenkathete von α namens x .

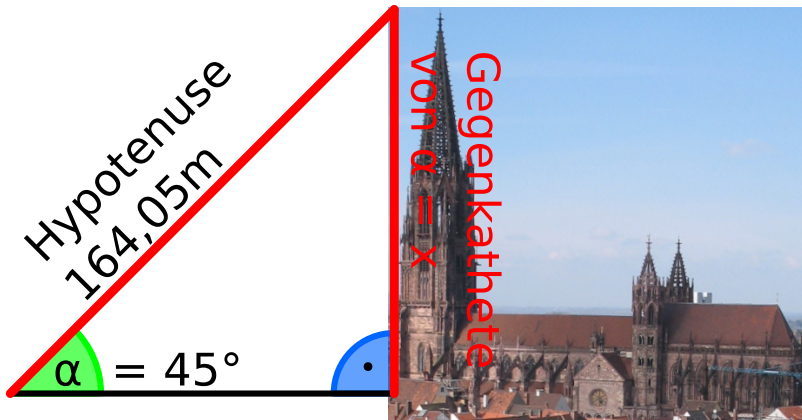


Abbildung 6: Rechtwinkliges Dreieck am Münster

Rechnung

► $\alpha = 45^\circ$

Rechnung

- ▶ $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse = $164,05m$

Rechnung

- ▶ $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse = $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von $\alpha = x$

Rechnung

- ▶ $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse = $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

Rechnung

- ▶ $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse = $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) =$$

Rechnung

- ▶ $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse = $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{\quad}$$

Rechnung

- ▶ $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse = $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{164,05m}$$

Rechnung

- ▶ $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse = $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{164,05m} \quad | \cdot 164,05m \quad (2)$$

Rechnung

- ▶ $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse = $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{164,05m} \quad | \cdot 164,05m \quad (2)$$

$$\sin(45^\circ) \cdot 164,05m =$$

Rechnung

- ▶ $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse = $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{164,05m} \quad | \cdot 164,05m \quad (2)$$

$$\sin(45^\circ) \cdot 164,05m = x \quad (3)$$

Rechnung

- ▶ $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse = $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{164,05m} \quad | \cdot 164,05m \quad (2)$$

$$\sin(45^\circ) \cdot 164,05m = x \quad (3)$$
$$x \cong$$

Rechnung

- ▶ $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse = $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{164,05m} \quad | \cdot 164,05m \quad (2)$$

$$\sin(45^\circ) \cdot 164,05m = x \quad (3)$$

$$x \cong 116m \quad (4)$$

Antwort

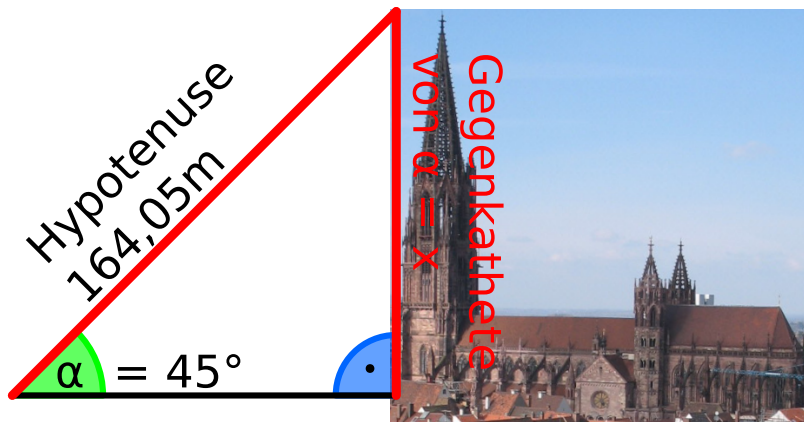


Abbildung 7: Rechtwinkliges Dreieck am Münster

Antwort

Die Gegenkathete von α beträgt etwa 116 Meter, somit ist das Münster auch etwa 116 Meter groß.

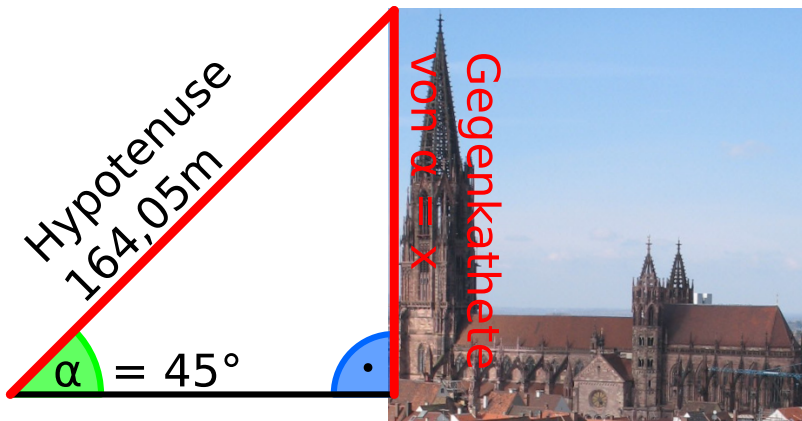


Abbildung 7: Rechtwinkliges Dreieck am Münster

Der Kosinus und der Tangens

Sinus von α

$$\sin(\alpha) =$$

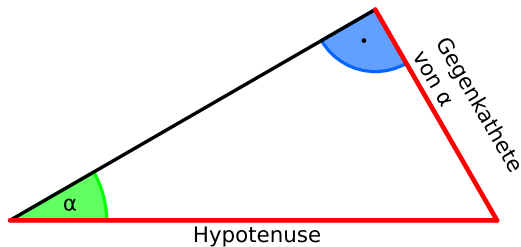


Abbildung 8: Rechtwinkliges Dreieck

Sinus von α

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

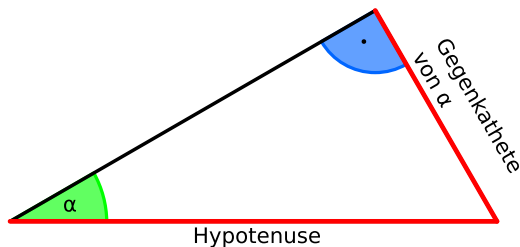


Abbildung 8: Rechtwinkliges Dreieck

Sinus von α

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

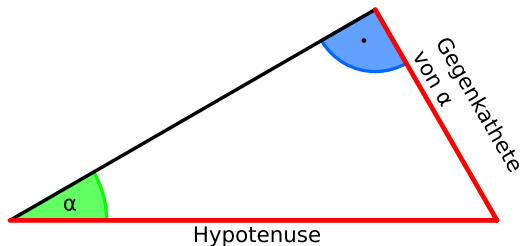


Abbildung 8: Rechtwinkliges Dreieck

Cosinus von α

$$\cos(\alpha) =$$

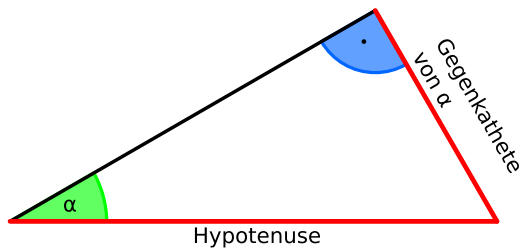


Abbildung 9: Rechtwinkliges Dreieck

Cosinus von α

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

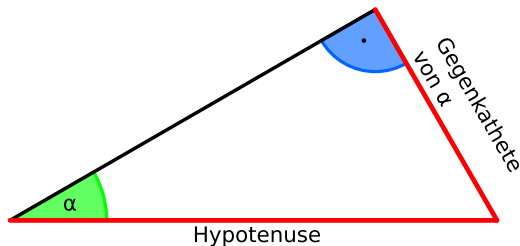


Abbildung 9: Rechtwinkliges Dreieck

Cosinus von α

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

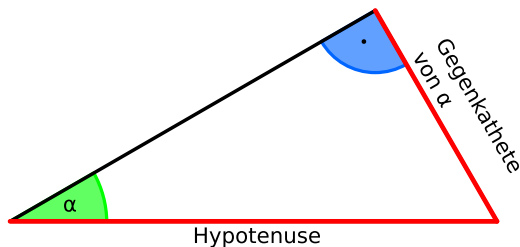


Abbildung 9: Rechtwinkliges Dreieck

Tangens von α

$$\tan(\alpha) =$$

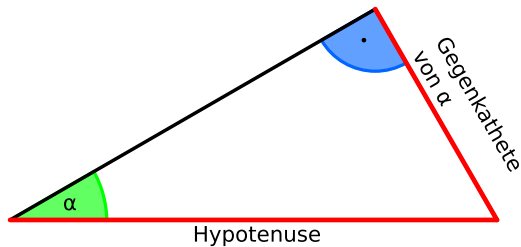


Abbildung 10: Rechtwinkliges Dreieck

Tangens von α

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha}$$

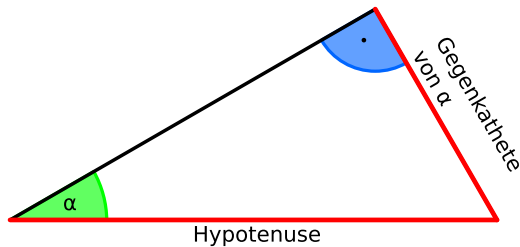


Abbildung 10: Rechtwinkliges Dreieck

Tangens von α

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha}$$

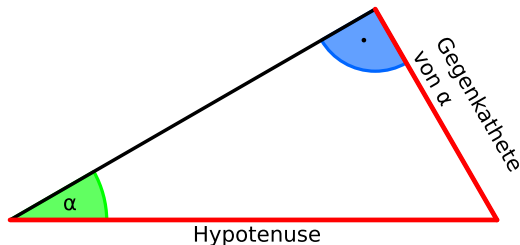


Abbildung 10: Rechtwinkliges Dreieck

Einheitskreis

Einheitskreis - Beispiel

Aufgaben-Text

Auf einem Koordinatensystem eines Radarschirms (Abbildung 11) wird die Lage von zwei Schiffen durch die Entfernung zum Hafen(0) und durch den Kurs gegenüber der x-Achse beschrieben.

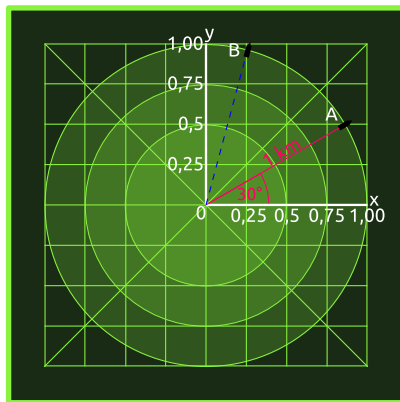


Abbildung 11: Radar

Aufgaben A

Ein Schiff **A** ist mit dem Kurs 30° gegenüber der x-Achse **einen Kilometer** weit gefahren. Welche Koordinaten im **x-y-Koordinatensystem** hat es?

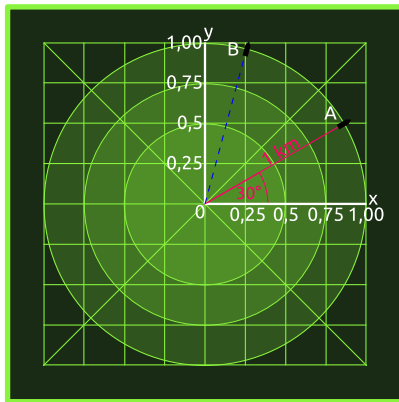


Abbildung 12: Radar

Lösung A

Schätzungen?

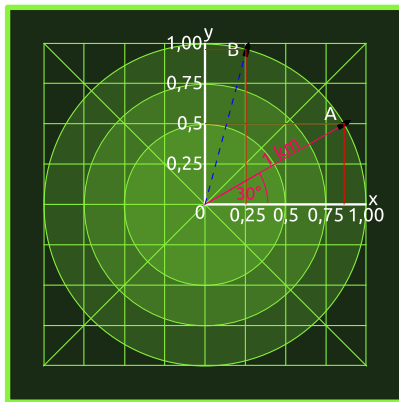


Abbildung 13: Radar Lösung

Lösung A

Das Schiff **A** mit dem Kurs 30° befindet sich auf der x-Achse: etwa **0,86 Kilometer** und y-Achse: **0,5 Kilometer**. Also auf dem Punkt **A(0,86|0,5)**

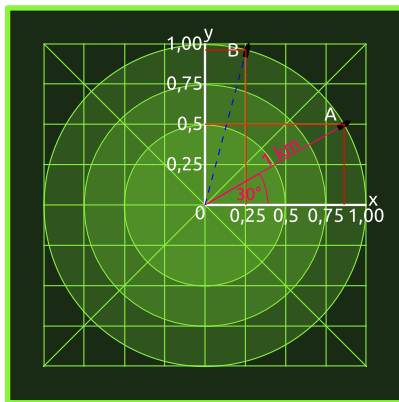


Abbildung 13: Radar Lösung

Aufgaben B

Welche Koordinaten hat das Schiff **B**, das mit dem Kurs **75°** einen **Kilometer** weit gefahren ist?

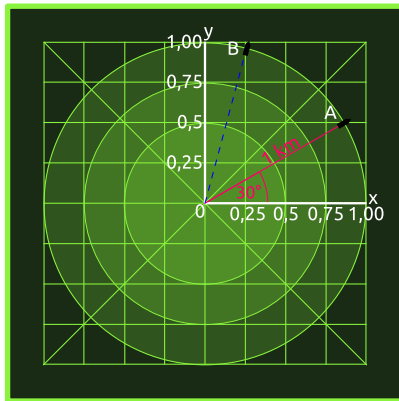


Abbildung 14: Radar

Lösung B

Schätzungen?

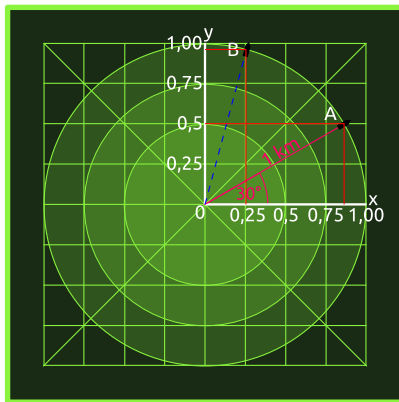


Abbildung 15: Radar Lösung

Lösung B

Das Schiff **B** mit dem Kurs 75° befindet sich auf der x-Achse: etwa **0,25 Kilometer** und y-Achse: **0,96 Kilometer**. Also auf dem Punkt **A(0,25|0,96)**

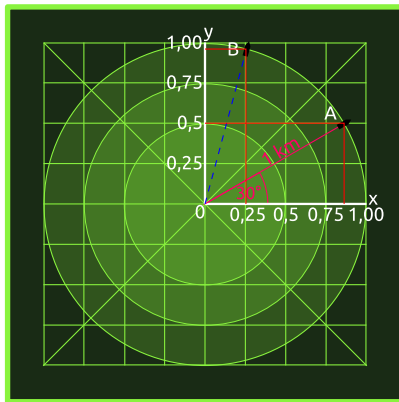


Abbildung 15: Radar Lösung

Der Sinus und Kosinus am Einheitskreis

Dreieck mit Hypotenusenlänge 1

Dreiecke mit der **Hypotenusenlänge 1** kann man in einem Koordinatensystem auf folgenden Weise darstellen:

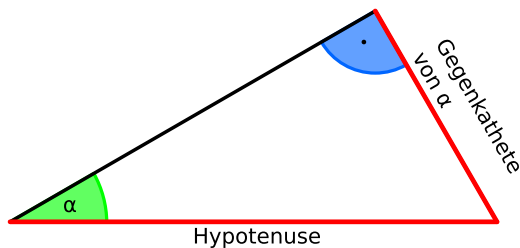


Abbildung 16: Dreieck mit Hypotenusenlänge 1

Die Endpunkte der **Hypotenuse** sind der Ursprung O und ein Punkt P , der auf einem Kreis um O mit dem **Radius 1** liegt. Diesen Kreis nennt man den **Einheitskreis**.

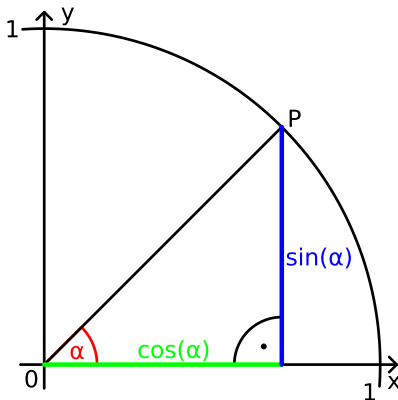


Abbildung 17: Sinus und Kosinus am Einheitskreis

Die Ecke mit dem rechten Winkel liegt auf der **x-Achse senkrecht unter P**. Der Punkt P hat somit Koordinaten **$P(\cos(\alpha)|\sin(\alpha))$**

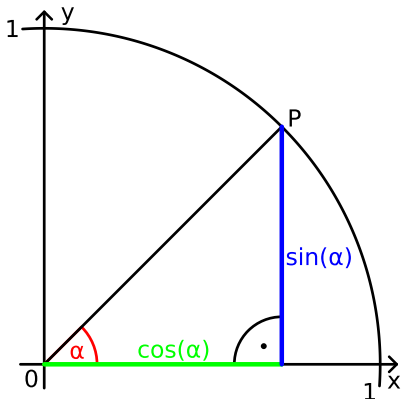


Abbildung 18: Sinus und Kosinus am Einheitskreis

Beziehungen zwischen Sinus, Kosinus und Tangens

Für $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nimmt $\sin(\alpha)$ mit wachsendem α zu und $\cos(\alpha)$ ab (Abbildung 19).

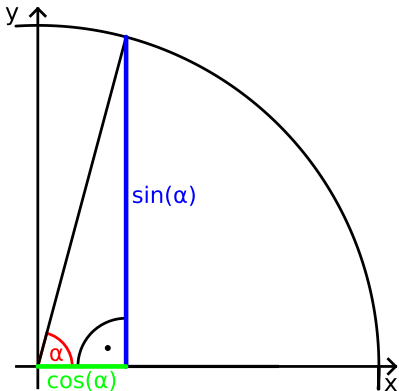


Abbildung 19: $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

Für $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nimmt $\sin(\alpha)$ mit wachsendem α zu und $\cos(\alpha)$ ab (Abbildung 19). $\sin(0^\circ) = 0$, $\cos(0^\circ) = 1$ (Abbildung ??),

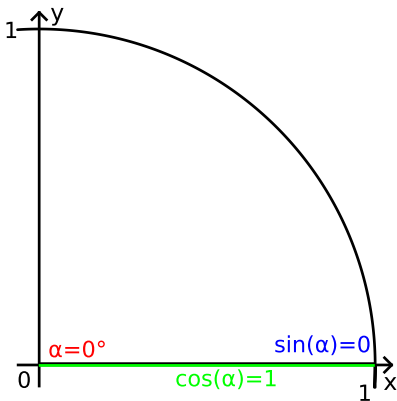


Abbildung 19: $\sin(0^\circ) = 0$, $\cos(0^\circ) = 1$

Für $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nimmt $\sin(\alpha)$ mit wachsendem α zu und $\cos(\alpha)$ ab (Abbildung 19). $\sin(0^\circ) = 0$, $\cos(0^\circ) = 1$ (Abbildung ??), $\sin(90^\circ) = 1$, $\cos(90^\circ) = 0$ (Abbildung ??).

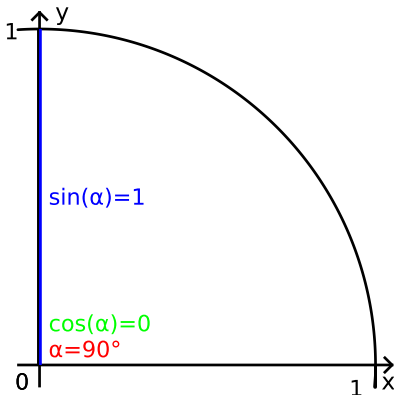


Abbildung 19: $\sin(90^\circ) = 1$, $\cos(90^\circ) = 0$

Wendet man auf das im Einheitskreis dargestellte Dreieck den Satz des Pythagoras an(20), so erhält man den für jede Winkelweite gültigen Zusammenhang
 $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$.

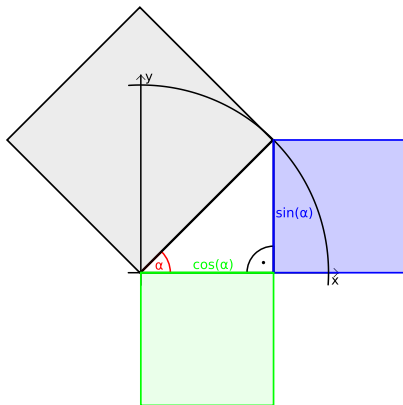


Abbildung 20: Einheitskreis Dreieck Satz des Pythagoras

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$
$$(\sin(45))^2 +$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 +$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} +$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2}$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2} = 1 \quad (4)$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2} = 1 \quad (4)$$

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1 \quad (5)$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2} = 1 \quad (4)$$

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1 \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \quad (6)$$

Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2} = 1 \quad (4)$$

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1 \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \quad (6)$$

$$0,5 + 0,5 = 1 \quad (7)$$

In Abbildung 21 sieht man:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = x = \cos(\alpha) \text{ und } \cos(90^\circ - \alpha) = y = \sin(\alpha)$$

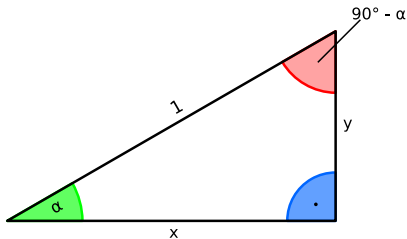


Abbildung 21: $\sin(90^\circ - \alpha)$; $\cos(90^\circ - \alpha)$

Beispiel

$$\sin(90^\circ - \alpha) = x \qquad \qquad \qquad = \cos(\alpha) \qquad (1)$$

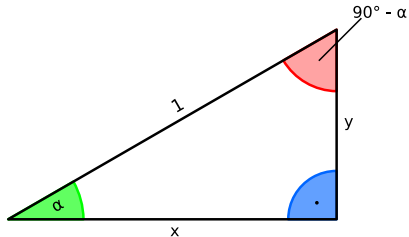


Abbildung 22: $\sin(90^\circ - \alpha)$; $\cos(90^\circ - \alpha)$

Beispiel

$$\sin(90^\circ - \alpha) = x \qquad \qquad \qquad = \cos(\alpha) \qquad (1)$$

$$\sin(90^\circ - 30^\circ) =$$

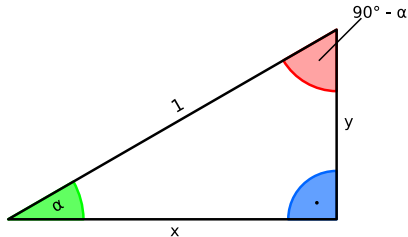


Abbildung 22: $\sin(90^\circ - \alpha)$; $\cos(90^\circ - \alpha)$

Beispiel

$$\sin(90^\circ - \alpha) = x \qquad \qquad \qquad = \cos(\alpha) \qquad (1)$$

$$\sin(90^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \qquad \qquad =$$

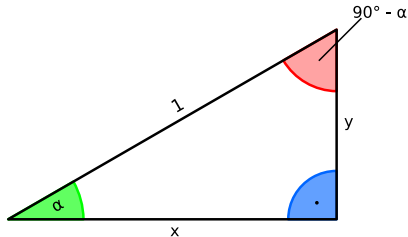


Abbildung 22: $\sin(90^\circ - \alpha)$; $\cos(90^\circ - \alpha)$

Beispiel

$$\sin(90^\circ - \alpha) = x \qquad \qquad \qquad = \cos(\alpha) \qquad (1)$$

$$\sin(90^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \qquad \qquad = \cos(30^\circ) \qquad (2)$$

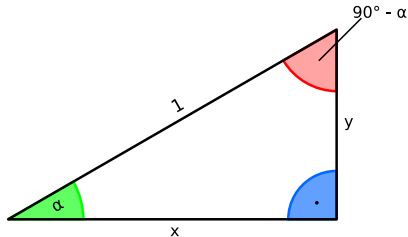


Abbildung 22: $\sin(90^\circ - \alpha)$; $\cos(90^\circ - \alpha)$

Ebenfalls in Abbildung 23:

$$\tan(\alpha) =$$

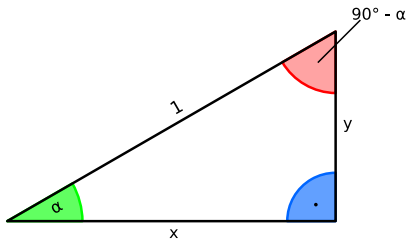


Abbildung 23: $\sin(90^\circ - \alpha)$; $\cos(90^\circ - \alpha)$

Ebenfalls in Abbildung 23:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} =$$

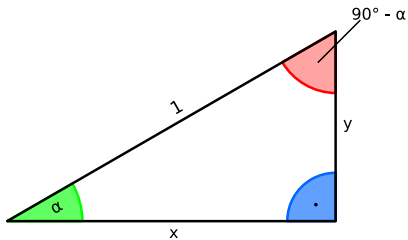


Abbildung 23: $\sin(90^\circ - \alpha)$; $\cos(90^\circ - \alpha)$

Ebenfalls in Abbildung 23:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} =$$

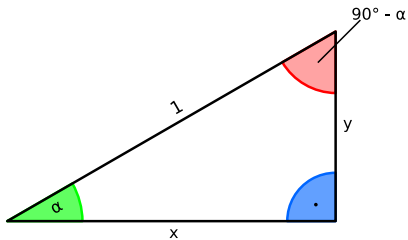


Abbildung 23: $\sin(90^\circ - \alpha)$; $\cos(90^\circ - \alpha)$

Ebenfalls in Abbildung 23:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

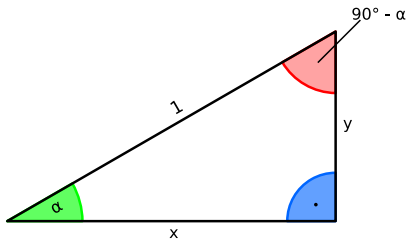


Abbildung 23: $\sin(90^\circ - \alpha)$; $\cos(90^\circ - \alpha)$

Ebenfalls in Abbildung 23:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Wichtig:

$$\tan(90) =$$

Ebenfalls in Abbildung 23:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Wichtig:

$$\tan(90) = \frac{\sin(90)}{\cos(90)} =$$

Ebenfalls in Abbildung 23:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Wichtig:

$$\tan(90) = \frac{\sin(90)}{\cos(90)} = \frac{1}{0} =$$

Ebenfalls in Abbildung 23:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Wichtig:

$$\tan(90) = \frac{\sin(90)}{\cos(90)} = \frac{1}{0} = \text{!}$$

Einheitskreis - Definition

Definition

Es gelten folgende Zusammenhänge:

Definition

Es gelten folgende Zusammenhänge:

► $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

Definition

Es gelten folgende Zusammenhänge:

- ▶ $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$
- ▶ $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha)$ und $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$

Definition

Es gelten folgende Zusammenhänge:

- ▶ $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$
- ▶ $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha)$ und $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$
- ▶ $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}, \alpha \neq 90^\circ$

Einheitskreis - Aufgabe

Aufgabe

$$\sin(\alpha) = 0,6.$$

Bestimme:

Aufgabe

$$\sin(\alpha) = 0,6.$$

Bestimme:

► a) $\cos(\alpha)$

Aufgabe

$$\sin(\alpha) = 0,6.$$

Bestimme:

- ▶ a) $\cos(\alpha)$
- ▶ b) $\tan(\alpha)$

Aufgabe

$$\sin(\alpha) = 0,6.$$

Bestimme:

- ▶ a) $\cos(\alpha)$
- ▶ b) $\tan(\alpha)$
- ▶ c) $\sin(90^\circ - \alpha)$

Aufgabe

$$\sin(\alpha) = 0,6.$$

Bestimme:

- ▶ a) $\cos(\alpha)$
- ▶ b) $\tan(\alpha)$
- ▶ c) $\sin(90^\circ - \alpha)$
- ▶ d) $\cos(90^\circ - \alpha)$

Aufgabe

$$\sin(\alpha) = 0,6.$$

Bestimme:

- ▶ a) $\cos(\alpha)$
- ▶ b) $\tan(\alpha)$
- ▶ c) $\sin(90^\circ - \alpha)$
- ▶ d) $\cos(90^\circ - \alpha)$
- ▶ e) $\tan(90^\circ - \alpha)$

a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$\cos(\alpha)$:

$$\begin{aligned} \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) &= 1 \\ 0,6^2 + \end{aligned} \tag{1}$$

a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$\cos(\alpha)$:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1$$

a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad | - 0,6^2 \quad (2)$$

a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$\cos(\alpha)$:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad | - 0,6^2 \quad (2)$$

$$\cos^2(\alpha) = 1$$

a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad | - 0,6^2 \quad (2)$$

$$\cos^2(\alpha) = 1 - 0,36$$

a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$\cos(\alpha)$:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad | - 0,6^2 \quad (2)$$

$$\cos^2(\alpha) = 1 - 0,36 \quad | \sqrt{\quad} \quad (3)$$

a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad | - 0,6^2 \quad (2)$$

$$\cos^2(\alpha) = 1 - 0,36 \quad | \sqrt{\quad} \quad (3)$$

$$\cos(\alpha) = \sqrt{1 - 0,36} \quad (4)$$

a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad | - 0,6^2 \quad (2)$$

$$\cos^2(\alpha) = 1 - 0,36 \quad | \sqrt{\quad} \quad (3)$$

$$\cos(\alpha) = \sqrt{1 - 0,36} \quad (4)$$

$$\cos(\alpha) = \sqrt{0,64} \quad (5)$$

a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad | - 0,6^2 \quad (2)$$

$$\cos^2(\alpha) = 1 - 0,36 \quad | \sqrt{\quad} \quad (3)$$

$$\cos(\alpha) = \sqrt{1 - 0,36} \quad (4)$$

$$\cos(\alpha) = \sqrt{0,64} \quad (5)$$

$$\cos(\alpha) = 0,8 \quad (6)$$

b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) =$$

b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8}$$

b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8}$$

b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \quad (2)$$

b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \quad (2)$$

$$\tan(\alpha) =$$

b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \quad (2)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{6}{\cancel{10}}}{\frac{8}{\cancel{10}}} =$$

b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \quad (2)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{6}{\cancel{10}}}{\frac{8}{\cancel{10}}} = \frac{6}{8} \quad (3)$$

b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \quad (2)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{6}{\cancel{10}}}{\frac{8}{\cancel{10}}} = \frac{6}{8} \quad (3)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{3}{4}$$

b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$\tan(\alpha)$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \quad (2)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{6}{\cancel{10}}}{\frac{8}{\cancel{10}}} = \frac{6}{8} \quad (3)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{3}{4} = 0,75 \quad (4)$$

c) Lösung:

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\sin(90^\circ - \alpha):$$

c) Lösung:

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\sin(90^\circ - \alpha):$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) =$$

c) Lösung:

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\sin(90^\circ - \alpha):$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha) =$$

c) Lösung:

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\sin(90^\circ - \alpha):$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha) = 0,8 \quad (1)$$

d) Lösung:

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(90^\circ - \alpha):$$

d) Lösung:

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(90^\circ - \alpha):$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) =$$

d) Lösung:

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(90^\circ - \alpha):$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha) =$$

d) Lösung:

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(90^\circ - \alpha):$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha) = 0,6 \quad (1)$$

e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) =$$

e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha)}$$

e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha)}$$

e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha)} = \frac{0,8}{0,6} \quad (1)$$

e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha)} = \frac{0,8}{0,6} \quad (1)$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) =$$

e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha)} = \frac{0,8}{0,6} \quad (1)$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{8}{6} =$$

e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha)} = \frac{0,8}{0,6} \quad (1)$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad (2)$$

Mit dem Sinus modellieren

Mit dem Sinus modellieren - Beispiel

Aufgabe

Bei einem Schaufelraddampfer dreht sich das Rad mit dem Durchmesser 2 Meter einmal vollständig in 60 Sekunden (Abbildung 23). In welcher Höhe über dem Wasserspiegel liegt der rot markierte Punkt A?

Erstelle eine Wertetabelle in 5 Sekunden-Schritten.

Aufgabe

Bei einem Schaufelraddampfer dreht sich das Rad mit dem Durchmesser 2 Meter einmal vollständig in 60 Sekunden (Abbildung 23). In welcher Höhe über dem Wasserspiegel liegt der rot markierte Punkt A?

Erstelle eine Wertetabelle in 5 Sekunden-Schritten.



Abbildung 23: Schaufelraddampfer

Aufgabe

Bei einem Schaufelraddampfer dreht sich das Rad mit dem Durchmesser 2 Meter einmal vollständig in 60 Sekunden (Abbildung 23). In welcher Höhe über dem Wasserspiegel liegt der rot markierte Punkt A?

Erstelle eine Wertetabelle in 5 Sekunden-Schritten.



Abbildung 23: Schaufelraddampfer

| Zeit t (in s) | 0 | 5 | 10 | ... | 60 |
|-----------------|-----------|------------|------------|-----|-------------|
| Winkel α | 0° | 30° | 60° | | 360° |
| Höhe h (in m) | 0 | 0,5 | 0,87 | | 0 |