

# Mit dem Sinus modellieren

Kirill Heitzler

29. April 2021

# Inhaltsverzeichnis

Grundlagen

Einheitskreis

Mit dem Sinus modellieren

Anwendung

Zusammenfassung

Quellen

# Grundlagen

## Rechtwinkliges Dreieck - Beschriftung

# Ecken

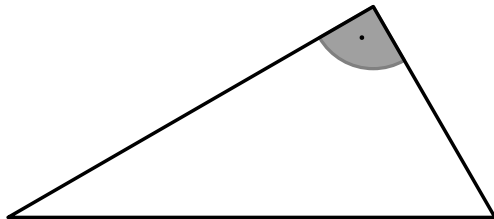


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

# Ecken

- ▶ Gegen den Uhrzeigersinn

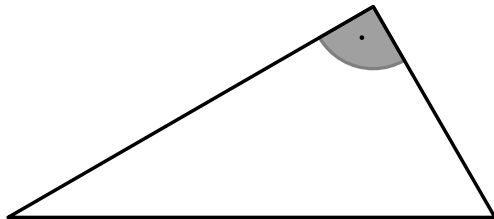


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

# Ecken

- ▶ Gegen den Uhrzeigersinn
- ▶ A

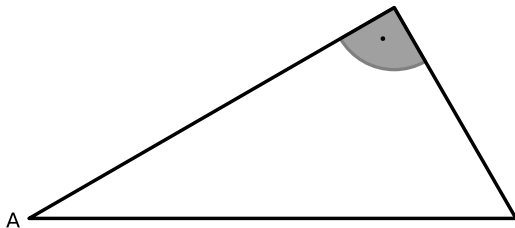


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

# Ecken

- ▶ Gegen den Uhrzeigersinn
- ▶ A
- ▶ B

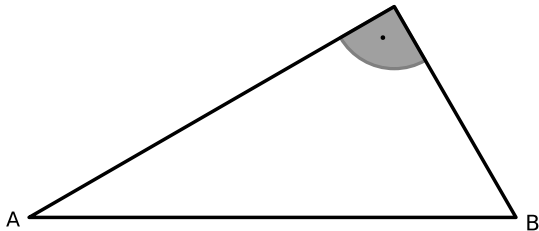


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck



# Ecken

- ▶ Gegen den Uhrzeigersinn
- ▶ A
- ▶ B
- ▶ C

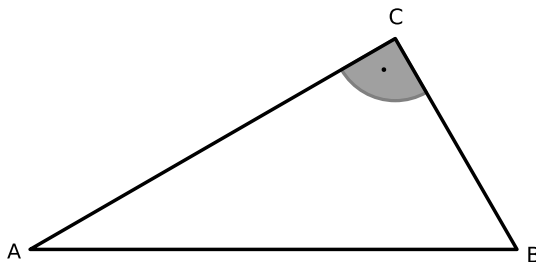


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

# Ecken

Die Ecken werden mit den Buchstaben A, B, C gegen den Uhrzeigersinn bei A angefangen beschriftet.

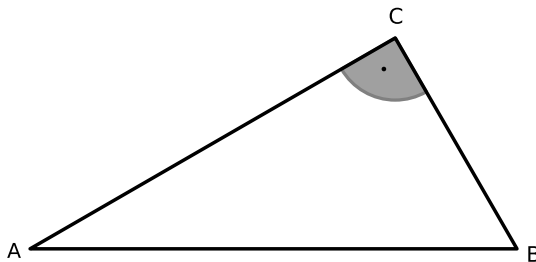


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

# Winkel

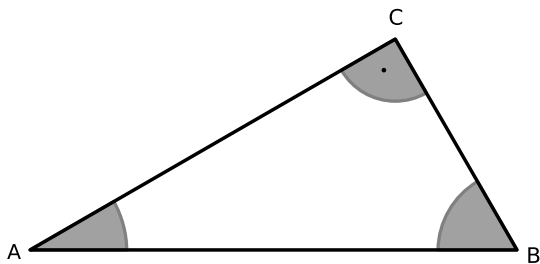


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

# Winkel

►  $\alpha$

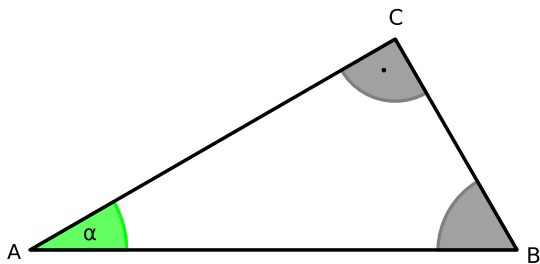


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

# Winkel

►  $\alpha$

►  $\beta$

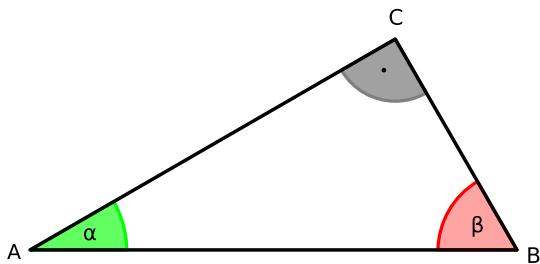


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

# Winkel

- ▶  $\alpha$
- ▶  $\beta$
- ▶  $\gamma$

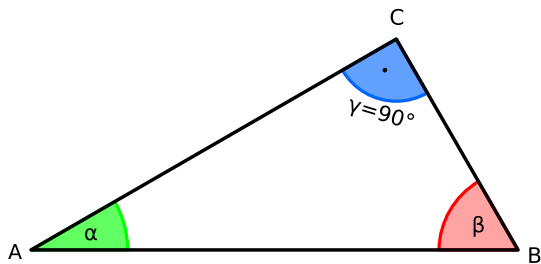


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

# Winkel

Die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  werden in die Ecken der entsprechenden Buchstaben A, B, C gesetzt.

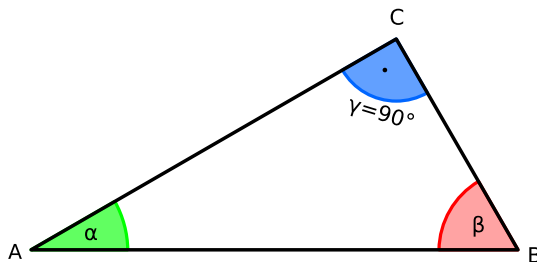


Abbildung 2: Rechtwinkliges Dreieck

# Katheten

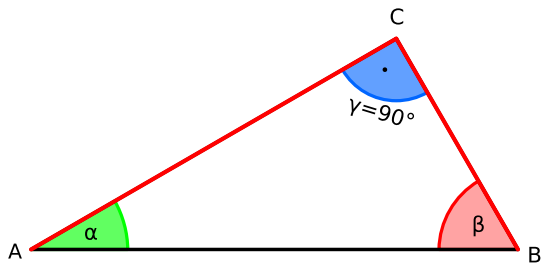


Abbildung 3: Rechtwinkliges Dreieck



# Katheten

- „Ankathete von  $\alpha$ “

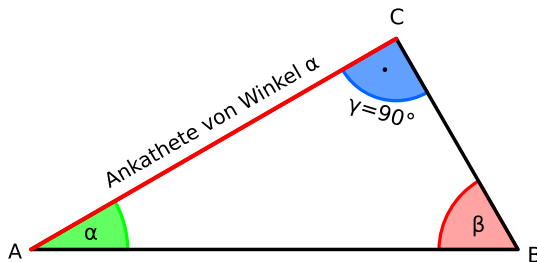


Abbildung 3: Rechtwinkliges Dreieck

# Katheten

- ▶ „Ankathete von  $\alpha$ “
- ▶ „Gegenkathete von  $\alpha$ “

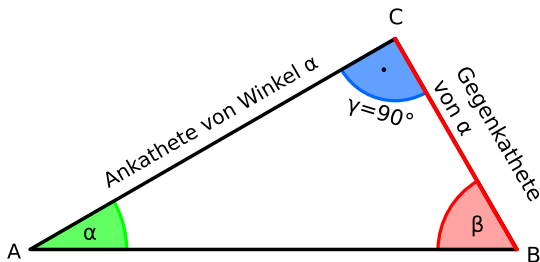


Abbildung 3: Rechtwinkliges Dreieck

# Katheten

Die anliegende Kathete zu Winkel  $\alpha$  wird „Ankathete von  $\alpha$ “ genannt und die Kathete gegenüber von  $\alpha$  wird „Gegenkathete von  $\alpha$ “ genannt.

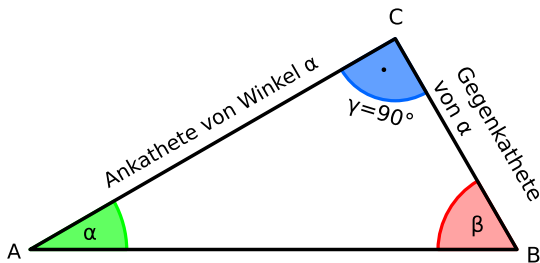


Abbildung 3: Rechtwinkliges Dreieck

# Hypotenuse

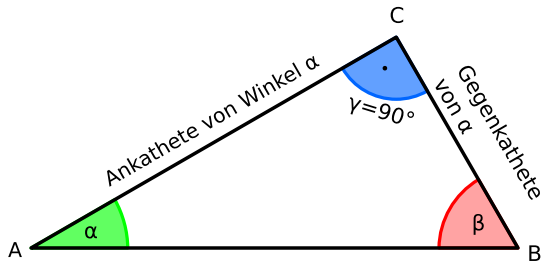


Abbildung 4: Rechtwinkliges Dreieck

# Hypotenuse

## ► „Hypotenuse“

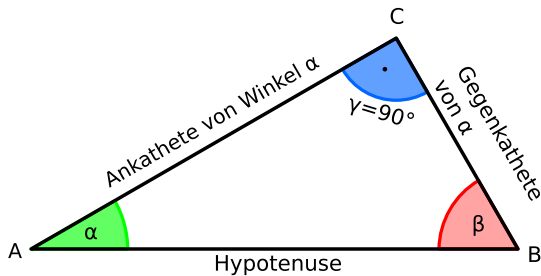


Abbildung 4: Rechtwinkliges Dreieck

# Hypotenuse

Die Hypotenuse liegt gegenüber des rechten Winkels  $\gamma$ .

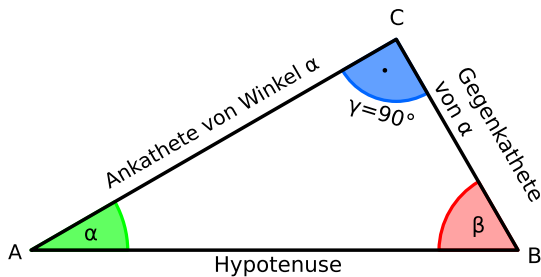


Abbildung 4: Rechtwinkliges Dreieck

# Der Sinus

## Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 5) nennt man zu einem Winkel  $\alpha$  des Dreiecks das Streckenverhältnis

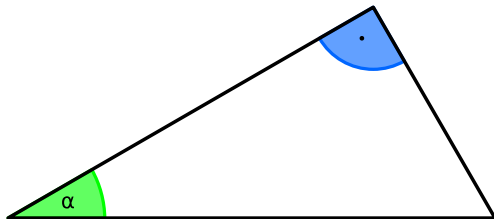


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck



## Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 5) nennt man zu einem Winkel  $\alpha$  des Dreiecks das Streckenverhältnis

$$\sin(\alpha) =$$

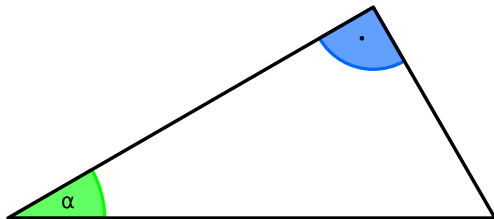


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck

## Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 5) nennt man zu einem Winkel  $\alpha$  des Dreiecks das Streckenverhältnis

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

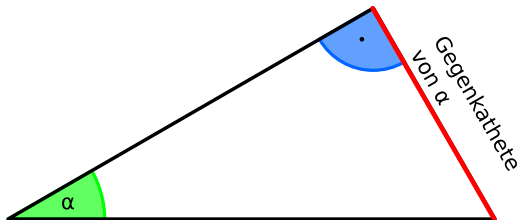


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck

## Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 5) nennt man zu einem Winkel  $\alpha$  des Dreiecks das Streckenverhältnis

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

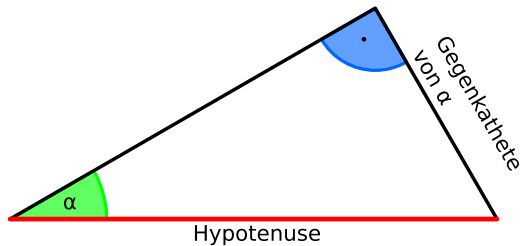


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck

## Definition

In einem rechtwinkligen Dreieck (Abbildung 5) nennt man zu einem Winkel  $\alpha$  des Dreiecks das Streckenverhältnis

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

den **Sinus von**  $\alpha$ .

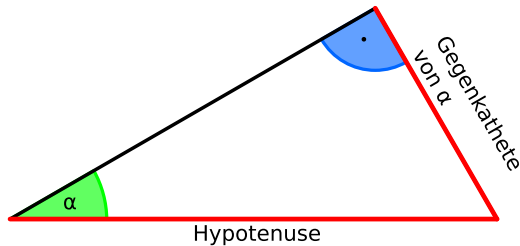


Abbildung 5: Rechtwinkliges Dreieck

## Sinus - Beispiel

## Aufgabe

Berechne die Höhe des Freiburger Münsters. Das rechtwinklige Dreieck in Abbildung 6 besitzt einen rechten Winkel ( $90^\circ$ ), die Hypotenuse 164,05 Meter und die Winkelweite des Winkels  $\alpha$  mit  $45^\circ$ . Berechne die Gegenkathete von  $\alpha$  namens  $x$ .

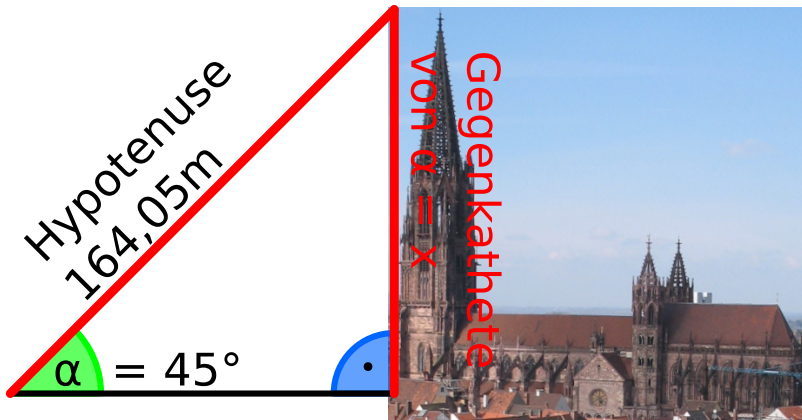


Abbildung 6: Rechtwinkliges Dreieck am Münster

# Rechnung

►  $\alpha = 45^\circ$

# Rechnung

- ▶  $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse =  $164,05m$



# Rechnung

- ▶  $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse =  $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von  $\alpha = x$

# Rechnung

- ▶  $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse =  $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von  $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

# Rechnung

- ▶  $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse =  $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von  $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) =$$

# Rechnung

- ▶  $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse =  $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von  $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{\quad}$$

# Rechnung

- ▶  $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse =  $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von  $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{164,05m}$$

# Rechnung

- ▶  $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse =  $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von  $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{164,05m} \quad | \cdot 164,05m \quad (2)$$

# Rechnung

- ▶  $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse =  $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von  $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{164,05m} \quad | \cdot 164,05m \quad (2)$$

$$\sin(45^\circ) \cdot 164,05m =$$

# Rechnung

- ▶  $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse =  $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von  $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{164,05m} \quad | \cdot 164,05m \quad (2)$$

$$\sin(45^\circ) \cdot 164,05m = x \quad (3)$$



# Rechnung

- ▶  $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse =  $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von  $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{164,05m} \quad | \cdot 164,05m \quad (2)$$

$$\sin(45^\circ) \cdot 164,05m = x \quad (3)$$
$$x \cong$$

# Rechnung

- ▶  $\alpha = 45^\circ$
- ▶ Hypotenuse =  $164,05m$
- ▶ Gegenkathete von  $\alpha = x$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} \quad (1)$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{x}{164,05m} \quad | \cdot 164,05m \quad (2)$$

$$\sin(45^\circ) \cdot 164,05m = x \quad (3)$$

$$x \cong 116m \quad (4)$$

# Antwort

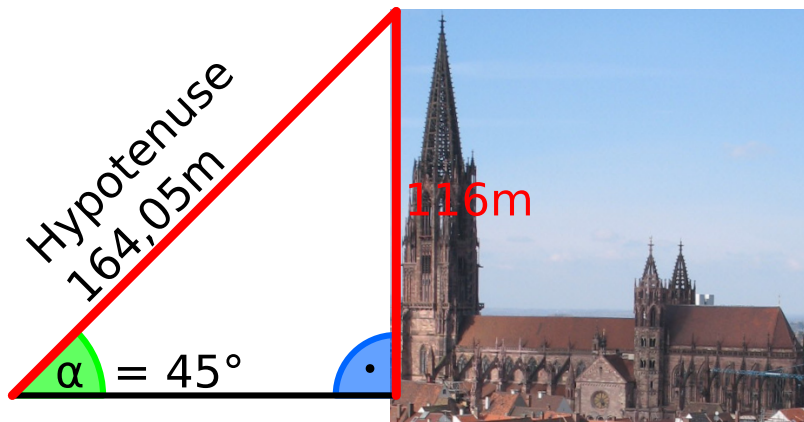


Abbildung 7: Rechtwinkliges Dreieck am Münster

## Antwort

Die Gegenkathete von  $\alpha$  beträgt etwa 116 Meter, somit ist das Münster auch etwa 116 Meter groß.

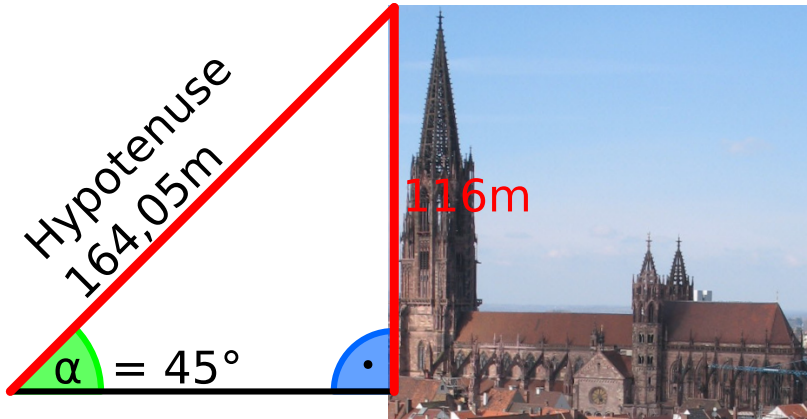


Abbildung 7: Rechtwinkliges Dreieck am Münster

## Der Kosinus und der Tangens

# Sinus von $\alpha$

$$\sin(\alpha) =$$

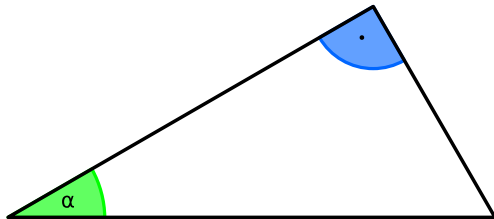


Abbildung 8: Rechtwinkliges Dreieck

# Sinus von $\alpha$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

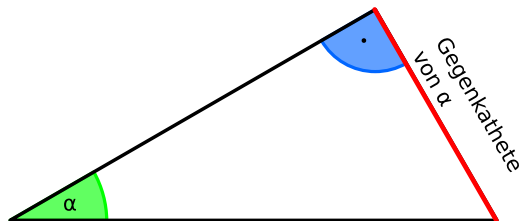


Abbildung 8: Rechtwinkliges Dreieck

# Sinus von $\alpha$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

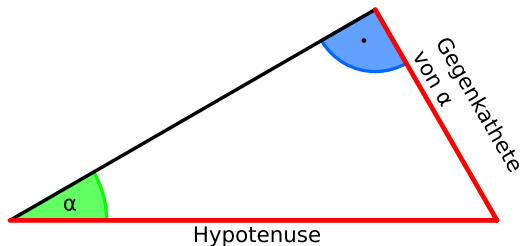


Abbildung 8: Rechtwinkliges Dreieck



# Cosinus von $\alpha$

$$\cos(\alpha) =$$

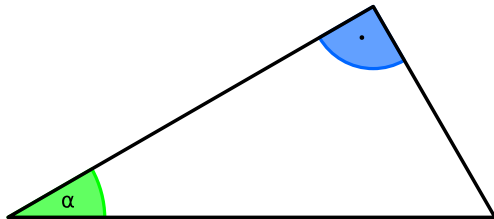


Abbildung 9: Rechtwinkliges Dreieck

# Cosinus von $\alpha$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

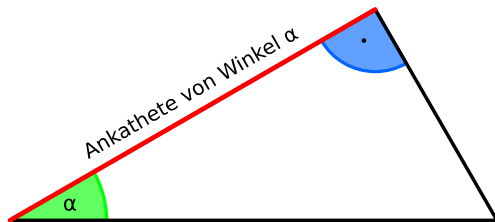


Abbildung 9: Rechtwinkliges Dreieck

# Cosinus von $\alpha$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

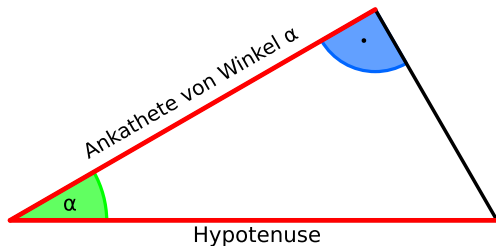


Abbildung 9: Rechtwinkliges Dreieck

# Tangens von $\alpha$

$$\tan(\alpha) =$$

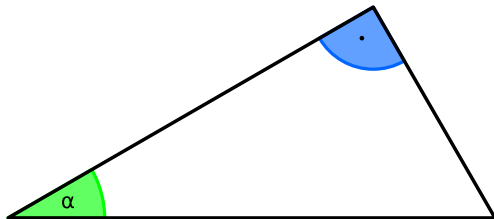


Abbildung 10: Rechtwinkliges Dreieck

# Tangens von $\alpha$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha}$$

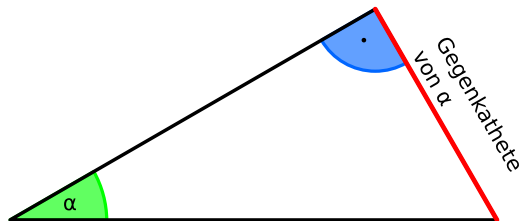


Abbildung 10: Rechtwinkliges Dreieck

# Tangens von $\alpha$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha}$$

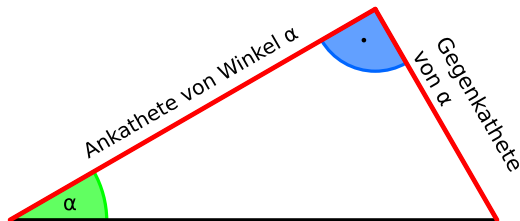


Abbildung 10: Rechtwinkliges Dreieck

# Einheitskreis

## Einheitskreis - Beispiel



## Aufgaben-Text

Auf einem Koordinatensystem eines Radarschirms (Abbildung 11) wird die Lage von zwei Schiffen durch die Entfernung zum Hafen(0) und durch den Kurs gegenüber der x-Achse beschrieben.

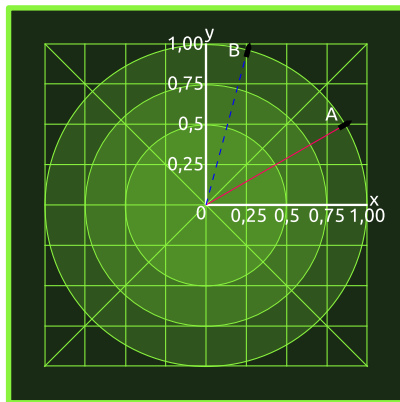


Abbildung 11: Radar

## Aufgaben A

Ein Schiff **A** ist mit dem Kurs  $30^\circ$  gegenüber der x-Achse **einen Kilometer** weit gefahren. Welche Koordinaten im **x-y-Koordinatensystem** hat es?

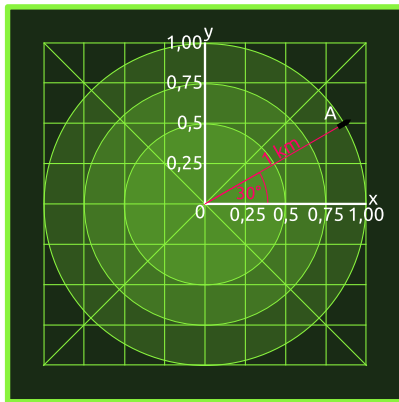


Abbildung 12: Radar

# Lösung A

Schätzungen?

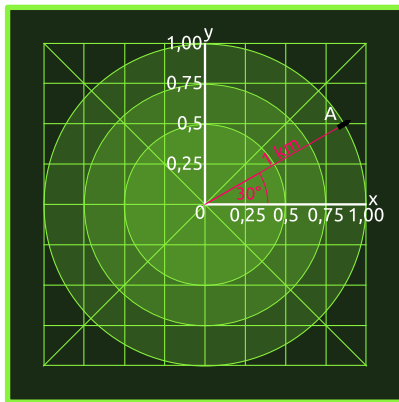


Abbildung 13: Radar Lösung

## Lösung A

Das Schiff **A** mit dem Kurs  $30^\circ$  befindet sich auf der x-Achse: etwa **0,86 Kilometer** und y-Achse: **0,5 Kilometer**. Also auf dem Punkt **A(0,86|0,5)**

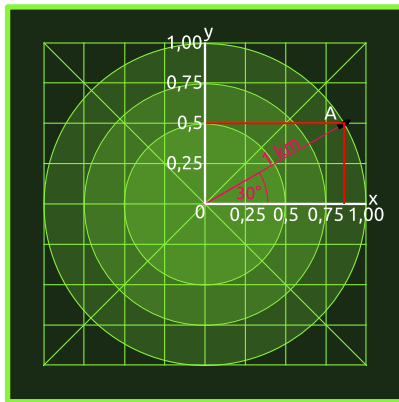


Abbildung 13: Radar Lösung

## Aufgaben B

Welche Koordinaten hat das Schiff **B**, das mit dem Kurs **75°** einen **Kilometer** weit gefahren ist?

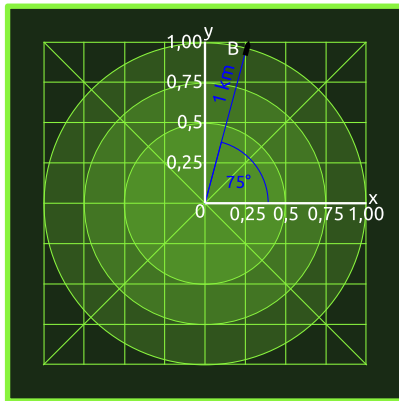


Abbildung 14: Radar

# Lösung B

Schätzungen?

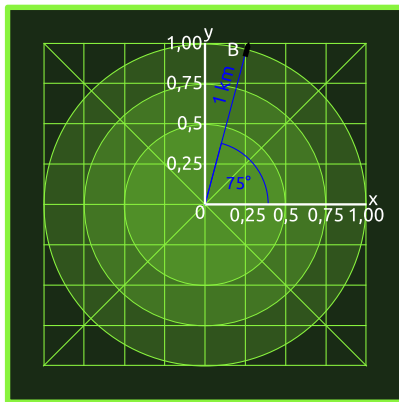


Abbildung 15: Radar Lösung

## Lösung B

Das Schiff **B** mit dem Kurs **75°** befindet sich auf der x-Achse: etwa **0,25 Kilometer** und y-Achse: **0,96 Kilometer**. Also auf dem Punkt **A(0,25|0,96)**

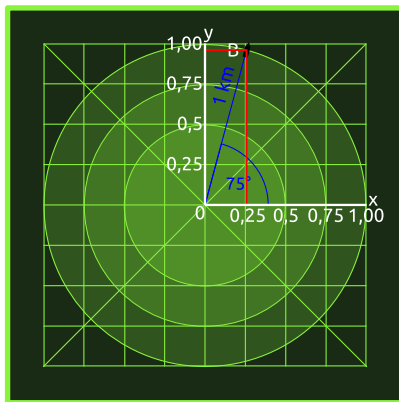


Abbildung 15: Radar Lösung

Hypotenusenlänge 1



# Hypotenusenlänge 1

Beträgt in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenusenlänge in einer vorgegebenen Längeneinheit 1, so lassen sich Sinus und Kosinus besonderst einfach darstellen.

# Hypotenusenlänge 1

Beträgt in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenusenlänge in einer vorgegebenen Längeneinheit 1, so lassen sich Sinus und Kosinus besonders einfach darstellen.

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

# Hypotenusenlänge 1

Beträgt in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenusenlänge in einer vorgegebenen Längeneinheit 1, so lassen sich Sinus und Kosinus besonders einfach darstellen.

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{1}$$

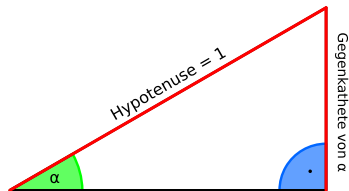


Abbildung 16: Hypotenusenlänge 1

# Hypotenusenlänge 1

Beträgt in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenusenlänge in einer vorgegebenen Längeneinheit 1, so lassen sich Sinus und Kosinus besonders einfach darstellen.

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{1}$$

$$\sin(\alpha) = \text{Gegenkathete von } \alpha = \sin(\alpha)$$

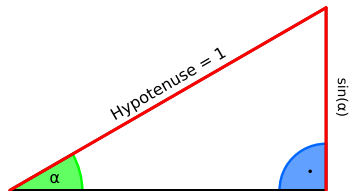


Abbildung 16: Hypotenusenlänge 1

# Hypotenusenlänge 1

Beträgt in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenusenlänge in einer vorgegebenen Längeneinheit 1, so lassen sich Sinus und Kosinus besonders einfach darstellen.

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

# Hypotenusenlänge 1

Beträgt in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenusenlänge in einer vorgegebenen Längeneinheit 1, so lassen sich Sinus und Kosinus besonders einfach darstellen.

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{1}$$

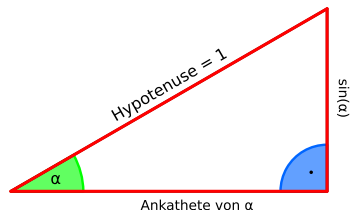


Abbildung 16: Hypotenusenlänge 1

# Hypotenusenlänge 1

Beträgt in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenusenlänge in einer vorgegebenen Längeneinheit 1, so lassen sich Sinus und Kosinus besonders einfach darstellen.

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{1}$$

$$\cos(\alpha) = \text{Ankathete von } \alpha = \cos(\alpha)$$

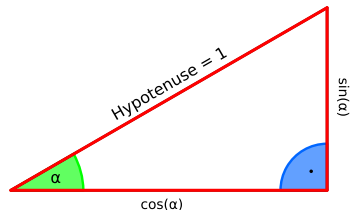


Abbildung 16: Hypotenusenlänge 1

## Der Sinus und Kosinus am Einheitskreis



# Dreieck mit Hypotenusenlänge 1

Dreiecke mit der **Hypotenusenlänge 1** kann man in einem Koordinatensystem auf folgenden Weise darstellen:

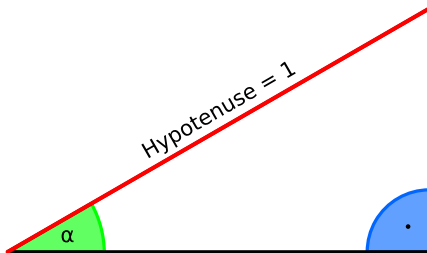


Abbildung 17: Dreieck mit Hypotenusenlänge 1

Die Endpunkte der **Hypotenuse** sind der Ursprung 0 und ein Punkt **P**, der auf einem Kreis um 0 mit dem **Radius 1** liegt. Diesen Kreis nennt man den **Einheitskreis**.

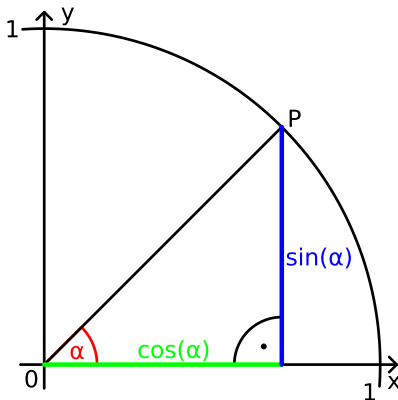


Abbildung 18: Sinus und Kosinus am Einheitskreis

Die Ecke mit dem rechten Winkel liegt auf der **x-Achse senkrecht unter P**. Der Punkt P hat somit die Koordinaten  **$P(\cos(\alpha)|\sin(\alpha))$**

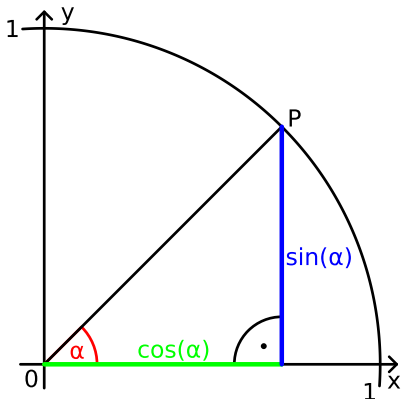


Abbildung 19: Sinus und Kosinus am Einheitskreis

## Beziehungen zwischen Sinus, Kosinus und Tangens

Für  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  nimmt  $\sin(\alpha)$  mit wachsendem  $\alpha$  zu und  $\cos(\alpha)$  ab (Abbildung 20).

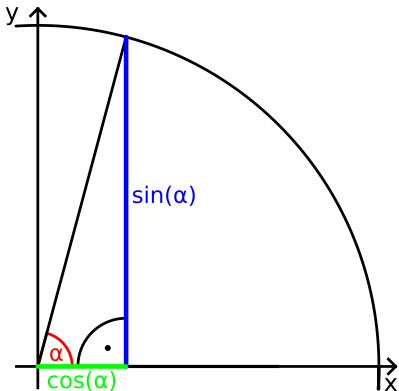


Abbildung 20:  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

Für  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  nimmt  $\sin(\alpha)$  mit wachsendem  $\alpha$  zu und  $\cos(\alpha)$  ab (Abbildung 20).  $\sin(0^\circ) = 0$ ,  $\cos(0^\circ) = 1$  (Abbildung 20),

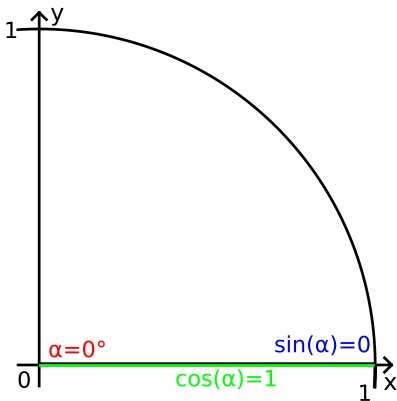


Abbildung 20:  $\sin(0^\circ) = 0$ ,  $\cos(0^\circ) = 1$

Für  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  nimmt  $\sin(\alpha)$  mit wachsendem  $\alpha$  zu und  $\cos(\alpha)$  ab (Abbildung 20).  $\sin(0^\circ) = 0$ ,  $\cos(0^\circ) = 1$  (Abbildung 20),  $\sin(90^\circ) = 1$ ,  $\cos(90^\circ) = 0$  (Abbildung 20).

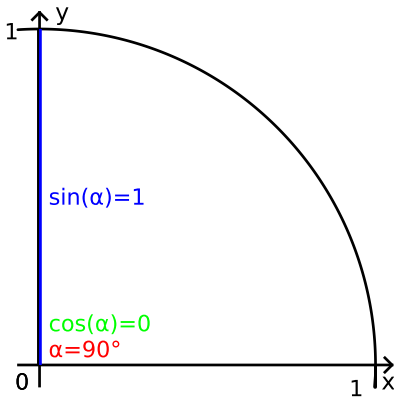


Abbildung 20:  $\sin(90^\circ) = 1$ ,  $\cos(90^\circ) = 0$

Wendet man auf das im Einheitskreis dargestellte Dreieck den Satz des Pythagoras an (Abbildung 21), so erhält man den für jede Winkelweite gültigen Zusammenhang  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$ .

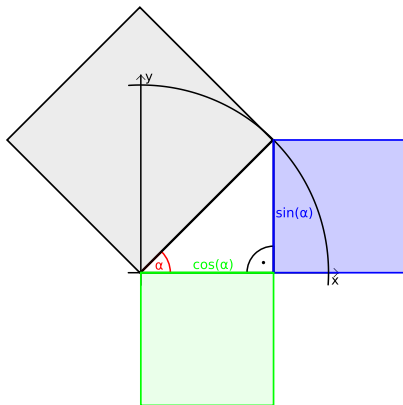


Abbildung 21: Einheitskreis Dreieck Satz des Pythagoras



## Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

# Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$
$$(\sin(45)) ^2 +$$

## Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

## Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 +$$

## Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

## Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

## Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} +$$

## Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2}$$



## Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2} = 1 \quad (4)$$

## Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2} = 1 \quad (4)$$

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1 \quad (5)$$

## Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2} = 1 \quad (4)$$

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1 \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \quad (6)$$

# Beispiel

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2^2}}{2^2} + \frac{\sqrt{2^2}}{2^2} = 1 \quad (4)$$

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1 \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \quad (6)$$

$$0,5 + 0,5 = 1 \quad (7)$$

In Abbildung 22 sieht man:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = x = \cos(\alpha) \text{ und } \cos(90^\circ - \alpha) = y = \sin(\alpha)$$

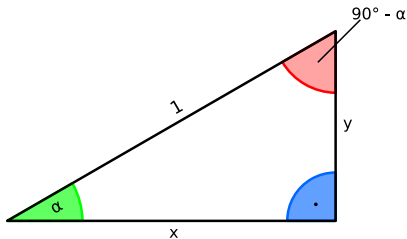


Abbildung 22:  $\sin(90^\circ - \alpha)$ ;  $\cos(90^\circ - \alpha)$

# Beispiel

$$\sin(90^\circ - \alpha) = x \qquad \qquad \qquad = \cos(\alpha) \qquad (1)$$

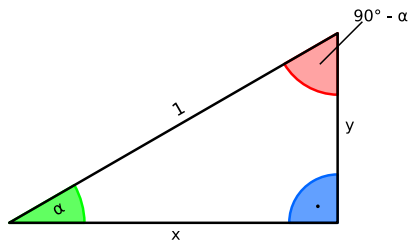


Abbildung 23:  $\sin(90^\circ - \alpha)$ ;  $\cos(90^\circ - \alpha)$

# Beispiel

$$\sin(90^\circ - \alpha) = x \qquad \qquad \qquad = \cos(\alpha) \qquad (1)$$

$$\sin(90^\circ - 30^\circ) =$$

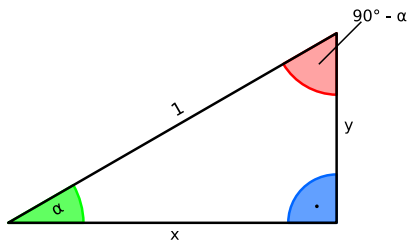


Abbildung 23:  $\sin(90^\circ - \alpha)$ ;  $\cos(90^\circ - \alpha)$

# Beispiel

$$\sin(90^\circ - \alpha) = x \qquad \qquad \qquad = \cos(\alpha) \qquad (1)$$

$$\sin(90^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \qquad \qquad =$$

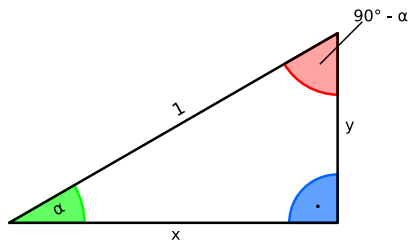


Abbildung 23:  $\sin(90^\circ - \alpha)$ ;  $\cos(90^\circ - \alpha)$



# Beispiel

$$\sin(90^\circ - \alpha) = x \qquad \qquad \qquad = \cos(\alpha) \qquad (1)$$

$$\sin(90^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \qquad \qquad = \cos(30^\circ) \qquad (2)$$

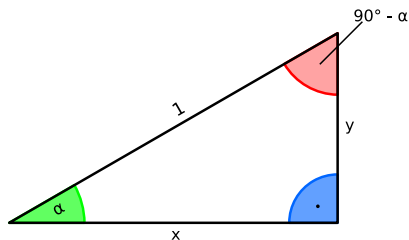


Abbildung 23:  $\sin(90^\circ - \alpha)$ ;  $\cos(90^\circ - \alpha)$

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) =$$

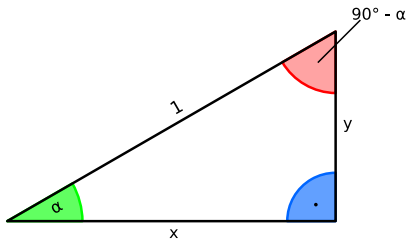


Abbildung 24:  $\sin(90^\circ - \alpha)$ ;  $\cos(90^\circ - \alpha)$

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} =$$

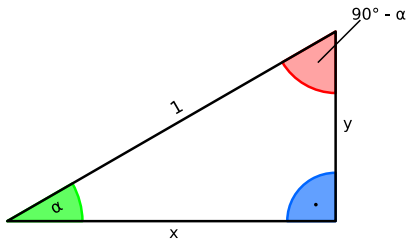


Abbildung 24:  $\sin(90^\circ - \alpha)$ ;  $\cos(90^\circ - \alpha)$

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} =$$

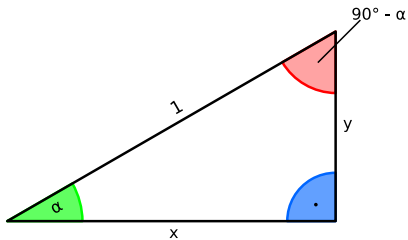


Abbildung 24:  $\sin(90^\circ - \alpha)$ ;  $\cos(90^\circ - \alpha)$

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

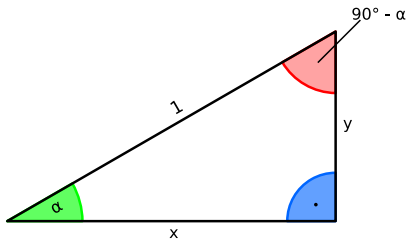


Abbildung 24:  $\sin(90^\circ - \alpha)$ ;  $\cos(90^\circ - \alpha)$

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Wichtig:

$$\tan(90) =$$

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Wichtig:

$$\tan(90) = \frac{\sin(90)}{\cos(90)} =$$

Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Wichtig:

$$\tan(90) = \frac{\sin(90)}{\cos(90)} = \frac{1}{0} =$$



Ebenfalls in Abbildung 24:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Wichtig:

$$\tan(90) = \frac{\sin(90)}{\cos(90)} = \frac{1}{0} = \text{!}$$

## Einheitskreis - Definition

# Definition

Es gelten folgende Zusammenhänge:

# Definition

Es gelten folgende Zusammenhänge:

►  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

# Definition

Es gelten folgende Zusammenhänge:

- ▶  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$
- ▶  $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha)$  und  $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$

# Definition

Es gelten folgende Zusammenhänge:

- ▶  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$
- ▶  $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha)$  und  $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$
- ▶  $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}, \alpha \neq 90^\circ$

## Einheitskreis - Aufgabe

# Aufgabe

$$\sin(\alpha) = 0,6.$$

**Bestimme:**



# Aufgabe

$$\sin(\alpha) = 0,6.$$

**Bestimme:**

► a)  $\cos(\alpha)$

# Aufgabe

$$\sin(\alpha) = 0,6.$$

**Bestimme:**

- ▶ a)  $\cos(\alpha)$
- ▶ b)  $\tan(\alpha)$

# Aufgabe

$$\sin(\alpha) = 0,6.$$

**Bestimme:**

- ▶ a)  $\cos(\alpha)$
- ▶ b)  $\tan(\alpha)$
- ▶ c)  $\sin(90^\circ - \alpha)$

# Aufgabe

$$\sin(\alpha) = 0,6.$$

**Bestimme:**

- ▶ a)  $\cos(\alpha)$
- ▶ b)  $\tan(\alpha)$
- ▶ c)  $\sin(90^\circ - \alpha)$
- ▶ d)  $\cos(90^\circ - \alpha)$

# Aufgabe

$$\sin(\alpha) = 0,6.$$

**Bestimme:**

- ▶ a)  $\cos(\alpha)$
- ▶ b)  $\tan(\alpha)$
- ▶ c)  $\sin(90^\circ - \alpha)$
- ▶ d)  $\cos(90^\circ - \alpha)$
- ▶ e)  $\tan(90^\circ - \alpha)$

## a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

## a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

## a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$\cos(\alpha)$ :

$$\begin{aligned}\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) &= 1 \\ 0,6^2 +\end{aligned}\tag{1}$$



## a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \tag{1}$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1$$

## a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad | - 0,6^2 \quad (2)$$

## a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad | - 0,6^2 \quad (2)$$

$$\cos^2(\alpha) = 1$$

## a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$\cos(\alpha)$ :

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad | - 0,6^2 \quad (2)$$

$$\cos^2(\alpha) = 1 - 0,36$$

## a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad | - 0,6^2 \quad (2)$$

$$\cos^2(\alpha) = 1 - 0,36 \quad | \sqrt{\quad} \quad (3)$$

## a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad | - 0,6^2 \quad (2)$$

$$\cos^2(\alpha) = 1 - 0,36 \quad | \sqrt{\phantom{x}} \quad (3)$$

$$\cos(\alpha) = \sqrt{1 - 0,36} \quad (4)$$

## a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad | - 0,6^2 \quad (2)$$

$$\cos^2(\alpha) = 1 - 0,36 \quad | \sqrt{\quad} \quad (3)$$

$$\cos(\alpha) = \sqrt{1 - 0,36} \quad (4)$$

$$\cos(\alpha) = \sqrt{0,64} \quad (5)$$

## a) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha):$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad | - 0,6^2 \quad (2)$$

$$\cos^2(\alpha) = 1 - 0,36 \quad | \sqrt{\quad} \quad (3)$$

$$\cos(\alpha) = \sqrt{1 - 0,36} \quad (4)$$

$$\cos(\alpha) = \sqrt{0,64} \quad (5)$$

$$\cos(\alpha) = 0,8 \quad (6)$$



## b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

## b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

## b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) =$$

## b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \underline{0,6}$$

## b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8}$$

## b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \quad (2)$$

## b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \quad (2)$$

$$\tan(\alpha) =$$

## b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \quad (2)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{6}{\cancel{10}}}{\frac{8}{\cancel{10}}} =$$



## b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \quad (2)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{6}{\cancel{10}}}{\frac{8}{\cancel{10}}} = \frac{6}{8} \quad (3)$$

## b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \quad (2)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{6}{\cancel{10}}}{\frac{8}{\cancel{10}}} = \frac{6}{8} \quad (3)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{3}{4}$$

## b) Lösung

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\tan(\alpha):$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} \quad (2)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{6}{\cancel{10}}}{\frac{8}{\cancel{10}}} = \frac{6}{8} \quad (3)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{3}{4} = 0,75 \quad (4)$$

c) Lösung:

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\sin(90^\circ - \alpha):$$

c) Lösung:

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\sin(90^\circ - \alpha):$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) =$$

c) Lösung:

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\sin(90^\circ - \alpha):$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha) =$$

c) Lösung:

$$\cos(\alpha) = 0,8$$

$$\sin(90^\circ - \alpha):$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha) = 0,8 \quad (1)$$

d) Lösung:

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(90^\circ - \alpha):$$



d) Lösung:

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(90^\circ - \alpha):$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) =$$

d) Lösung:

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(90^\circ - \alpha):$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha) =$$

d) Lösung:

$$\sin(\alpha) = 0,6$$

$$\cos(90^\circ - \alpha):$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha) = 0,6 \quad (1)$$

e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) =$$

e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha)}$$

e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha)}$$

e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha)} = \frac{0,8}{0,6} \quad (1)$$



# e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha)} = \frac{0,8}{0,6} \quad (1)$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) =$$

# e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha)} = \frac{0,8}{0,6} \quad (1)$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{8}{6} =$$

# e) Lösung:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = 0,8$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = 0,6$$

$$\tan(90^\circ - \alpha):$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha)} = \frac{0,8}{0,6} \quad (1)$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad (2)$$

Mit dem Sinus modellieren

## Mit dem Sinus modellieren - Beispiel

## Aufgabe

Bei einem Schaufelraddampfer dreht sich das Rad mit dem Durchmesser 2 Meter einmal vollständig in 60 Sekunden (Abbildung 24). In welcher Höhe über dem Wasserspiegel liegt der rot markierte Punkt A?

Erstelle eine Wertetabelle in 5 Sekunden-Schritten.



Abbildung 24: Schaufelraddampfer

## Aufgabe

Bei einem Schaufelraddampfer dreht sich das Rad mit dem Durchmesser 2 Meter einmal vollständig in 60 Sekunden (Abbildung 24). In welcher Höhe über dem Wasserspiegel liegt der rot markierte Punkt A?

Erstelle eine Wertetabelle in 5 Sekunden-Schritten.



Abbildung 24: Schaufelraddampfer

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	...	60
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$		$360^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87		0

# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10				30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$				
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87				

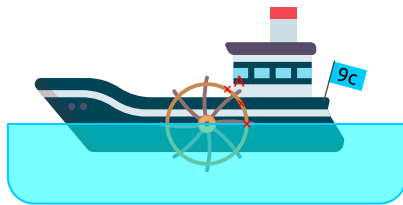


Abbildung 25: Schaufelraddampfer



# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15			30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$				
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87				

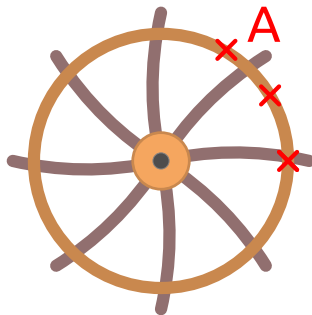


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20		30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$				
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87				

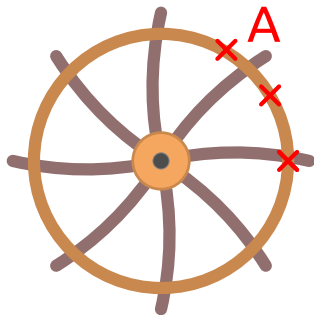


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$				
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87				

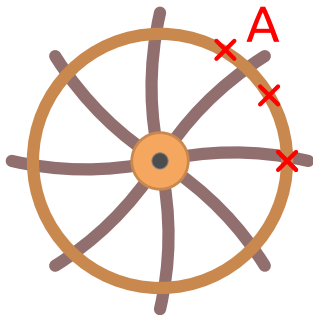


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$			
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87				

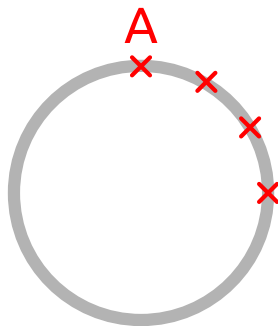


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$		
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87				

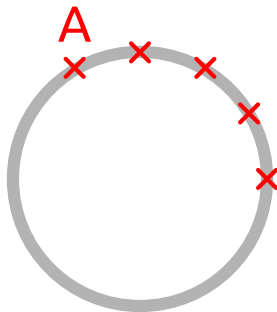


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87				

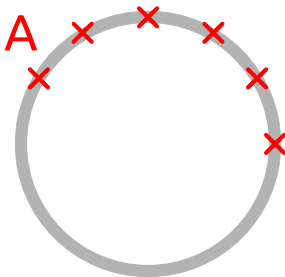


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

## Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87				

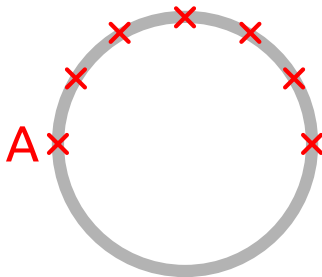


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1			

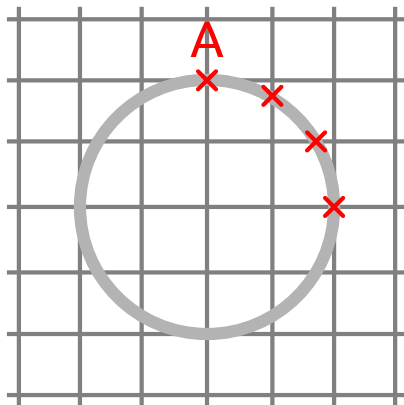


Abbildung 25: Schaufelraddampfer



# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87		

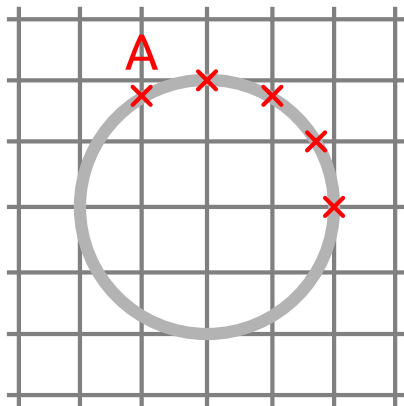


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	

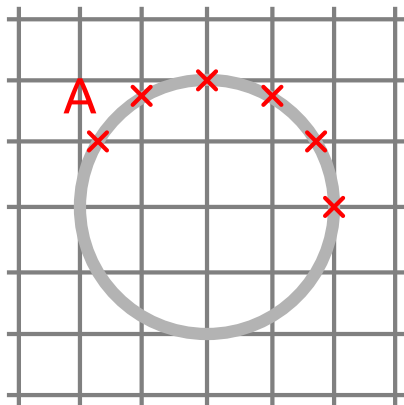


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

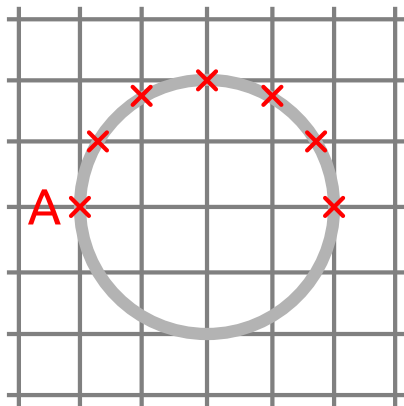


Abbildung 25: Schaufelraddampfer

# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit $t$ (in s)	35					
Winkel $\alpha$						
Höhe $h$ (in m)						



Abbildung 26: Schaufelraddampfer

# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit $t$ (in s)	35	40				
Winkel $\alpha$						
Höhe $h$ (in m)						



Abbildung 26: Schaufelraddampfer

# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit $t$ (in s)	35	40	45			
Winkel $\alpha$						
Höhe $h$ (in m)						



Abbildung 26: Schaufelraddampfer

# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50		
Winkel $\alpha$						
Höhe $h$ (in m)						



Abbildung 26: Schaufelraddampfer

# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50	55	
Winkel $\alpha$						
Höhe $h$ (in m)						



Abbildung 26: Schaufelraddampfer



# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel $\alpha$						
Höhe $h$ (in m)						

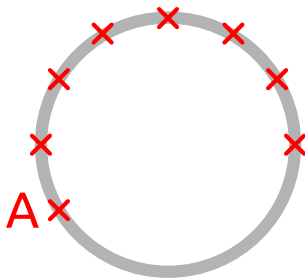


Abbildung 26: Schaufelraddampfer

## Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

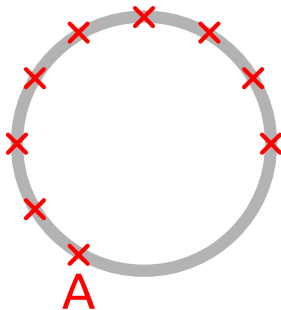
Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel $\alpha$	$210^\circ$					
Höhe $h$ (in m)						



## Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

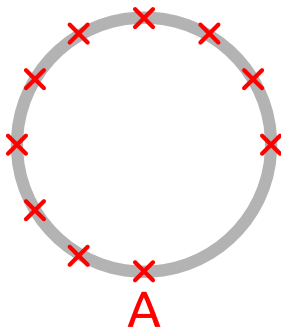
Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel $\alpha$	$210^\circ$	$240^\circ$				
Höhe $h$ (in m)						



## Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

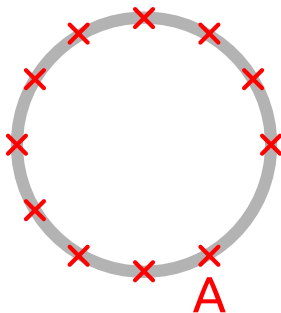
Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel $\alpha$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$			
Höhe $h$ (in m)						



## Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

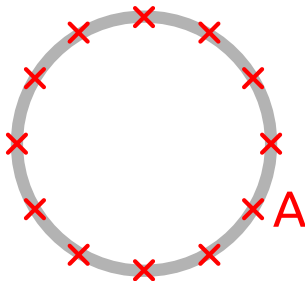
Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel $\alpha$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$		
Höhe $h$ (in m)						



## Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

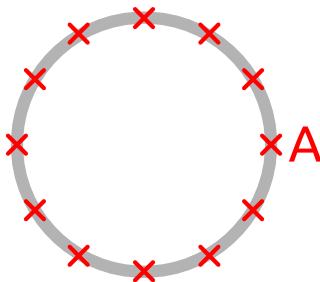
Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel $\alpha$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	
Höhe $h$ (in m)						



## Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

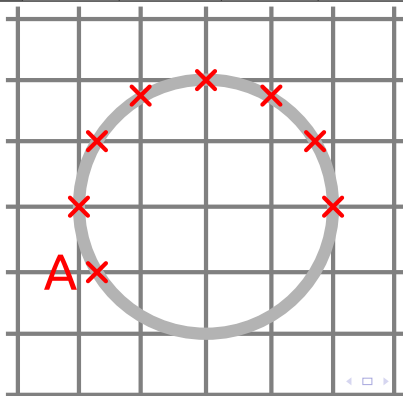
Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel $\alpha$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
Höhe $h$ (in m)						



# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel $\alpha$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
Höhe $h$ (in m)	-0,5					

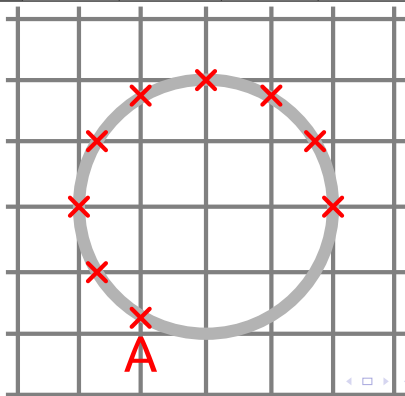




# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

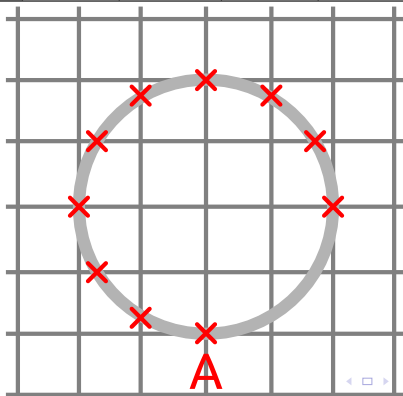
Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel $\alpha$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
Höhe $h$ (in m)	-0,5	-0,87				



# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

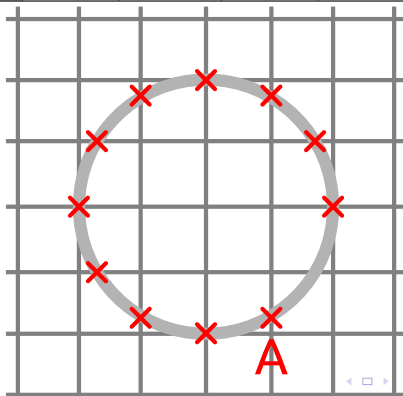
Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel $\alpha$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
Höhe $h$ (in m)	-0,5	-0,87	-1			



# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

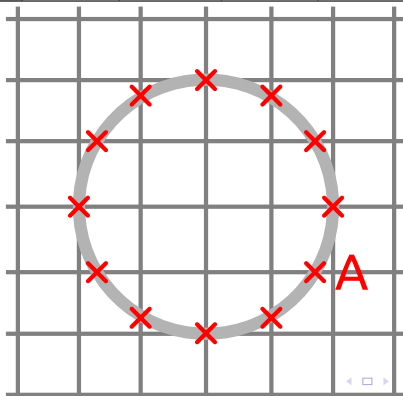
Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel $\alpha$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
Höhe $h$ (in m)	-0,5	-0,87	-1	-0,87		



# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

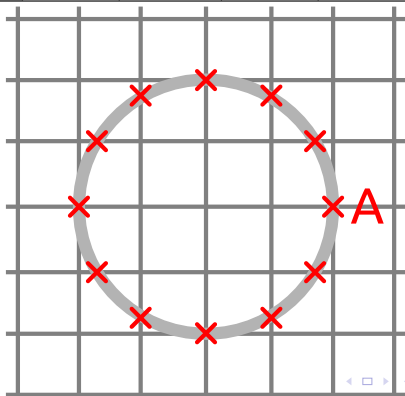
Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel $\alpha$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
Höhe $h$ (in m)	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	



## Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0

Zeit $t$ (in s)	35	40	45	50	55	60
Winkel $\alpha$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
Höhe $h$ (in m)	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0



# Lösung

Zeit $t$ (in s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
Höhe $h$ (in m)	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0



Abbildung 27: Schaufelraddampfer

Winkel  $\alpha$  mit  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

Winkel  $\alpha$  mit  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

Am Einheitskreis entspricht  $\sin(\alpha)$  der y-Koordinate des Punktes P (Abbildung 28).

$$\sin(40^\circ) \approx 0,64$$

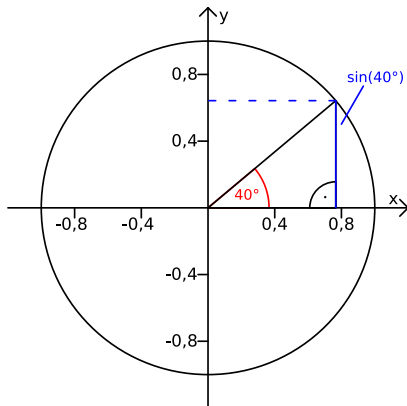


Abbildung 28: Winkel  $\alpha$  mit  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$



Erweiterter Winkel  $\alpha$  mit  $90^\circ < \alpha \leq 360^\circ$

## Erweiterter Winkel $\alpha$ mit $90^\circ < \alpha \leq 360^\circ$

Wird  $\alpha$  über  $90^\circ$  vergrößert, wird der Sinuswert von  $\alpha$  ebenso als y-Koordinate des Punktes P festgelegt (Abbildung 29).

$$\sin(120^\circ) \approx 0,87$$

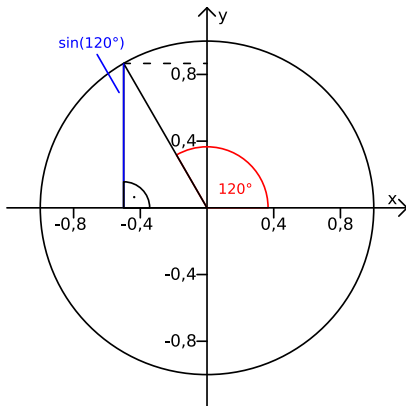


Abbildung 29: Erweiterter Winkel  $\alpha$  mit  $90^\circ < \alpha \leq 360^\circ$

## Erweiterter Winkel $\alpha$ mit $90^\circ < \alpha \leq 360^\circ$

Wird  $\alpha$  über  $90^\circ$  vergrößert, wird der Sinuswert von  $\alpha$  ebenso als y-Koordinate des Punktes P festgelegt (Abbildung 29).

$$\sin(310^\circ) \approx -0,77$$

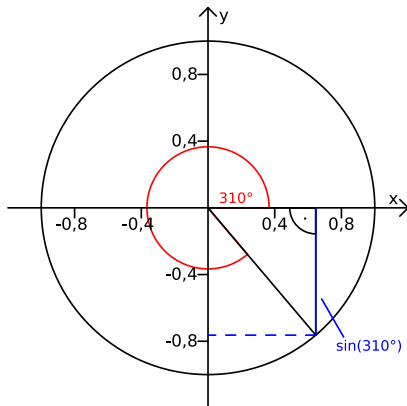


Abbildung 29: Erweiterter Winkel  $\alpha$  mit  $90^\circ < \alpha \leq 360^\circ$

Erweiterter Winkel  $\alpha$  mit  $90^\circ < \alpha \leq 360^\circ$  - Aufgabe

## Aufgabe

Ein Punkt P bewegt sich auf dem Einheitskreis(Abbildung 30) gegen den Uhrzeigersinn. Für  $\alpha = 0^\circ$  befindet er sich im Punkt(1|0).

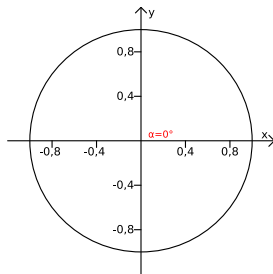


Abbildung 30:  $\alpha = 0^\circ$

## Aufgabe

Ein Punkt P bewegt sich auf dem Einheitskreis(Abbildung 30) gegen den Uhrzeigersinn. Für  $\alpha = 0^\circ$  befindet er sich im Punkt(1|0).

Bestimme

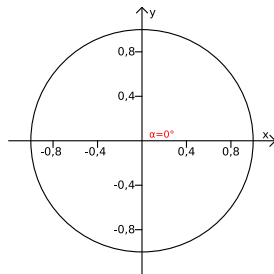


Abbildung 30:  $\alpha = 0^\circ$

## Aufgabe

Ein Punkt P bewegt sich auf dem Einheitskreis (Abbildung 30) gegen den Uhrzeigersinn. Für  $\alpha = 0^\circ$  befindet er sich im Punkt (1|0).

Bestimme

- ▶ a) Gib die x- und y-Koordinaten des Punktes P für  $\alpha = 140^\circ$  und für  $\alpha = 310^\circ$  an.

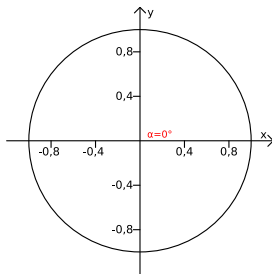


Abbildung 30:  $\alpha = 0^\circ$

# Aufgabe

Ein Punkt P bewegt sich auf dem Einheitskreis (Abbildung 30) gegen den Uhrzeigersinn. Für  $\alpha = 0^\circ$  befindet er sich im Punkt  $(1|0)$ .

Bestimme

- ▶ a) Gib die x- und y-Koordinaten des Punktes P für  $\alpha = 140^\circ$  und für  $\alpha = 310^\circ$  an.
- ▶ b) Bestimme zwei verschiedene Werte für  $\alpha$ , sodass seine y-Koordinate 0,8 beträgt.

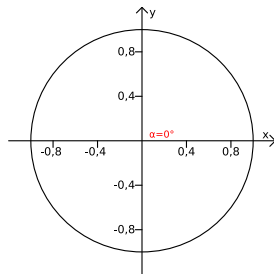


Abbildung 30:  $\alpha = 0^\circ$



## a) Lösung

Für  $\alpha = 140^\circ$

## a) Lösung

Für  $\alpha = 140^\circ$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

## a) Lösung

Für  $\alpha = 140^\circ$

$$\begin{aligned}\sin(\alpha) &= y \\ \sin(140^\circ) &\approx\end{aligned}\tag{1}$$

## a) Lösung

Für  $\alpha = 140^\circ$ : Punkt (     | 0,64)

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(140^\circ) \approx 0,64 \quad (2)$$

## a) Lösung

Für  $\alpha = 140^\circ$ : Punkt (     | 0,64)

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(140^\circ) \approx 0,64 \quad (2)$$

$$\cos(\alpha) = x \quad (3)$$

## a) Lösung

Für  $\alpha = 140^\circ$ : Punkt (     | 0,64)

$$\sin(\alpha) = y \tag{1}$$

$$\sin(140^\circ) \approx 0,64 \tag{2}$$

$$\cos(\alpha) = x \tag{3}$$

$$\cos(140^\circ) \approx$$

## a) Lösung

Für  $\alpha = 140^\circ$ : Punkt  $(-0,77|0,64)$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(140^\circ) \approx 0,64 \quad (2)$$

$$\cos(\alpha) = x \quad (3)$$

$$\cos(140^\circ) \approx -0,77 \quad (4)$$

## a) Lösung

Für  $\alpha = 140^\circ$ : Punkt  $(-0,77|0,64)$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(140^\circ) \approx 0,64 \quad (2)$$

$$\cos(\alpha) = x \quad (3)$$

$$\cos(140^\circ) \approx -0,77 \quad (4)$$

Für  $\alpha = 310^\circ$



## a) Lösung

Für  $\alpha = 140^\circ$ : Punkt  $(-0,77|0,64)$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(140^\circ) \approx 0,64 \quad (2)$$

$$\cos(\alpha) = x \quad (3)$$

$$\cos(140^\circ) \approx -0,77 \quad (4)$$

Für  $\alpha = 310^\circ$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

## a) Lösung

Für  $\alpha = 140^\circ$ : Punkt  $(-0,77|0,64)$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(140^\circ) \approx 0,64 \quad (2)$$

$$\cos(\alpha) = x \quad (3)$$

$$\cos(140^\circ) \approx -0,77 \quad (4)$$

Für  $\alpha = 310^\circ$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(310^\circ) \approx$$

## a) Lösung

Für  $\alpha = 140^\circ$ : Punkt  $(-0,77|0,64)$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(140^\circ) \approx 0,64 \quad (2)$$

$$\cos(\alpha) = x \quad (3)$$

$$\cos(140^\circ) \approx -0,77 \quad (4)$$

Für  $\alpha = 310^\circ$ : Punkt  $(-0,77|-0,64)$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(310^\circ) \approx -0,64 \quad (2)$$

## a) Lösung

Für  $\alpha = 140^\circ$ : Punkt  $(-0,77|0,64)$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(140^\circ) \approx 0,64 \quad (2)$$

$$\cos(\alpha) = x \quad (3)$$

$$\cos(140^\circ) \approx -0,77 \quad (4)$$

Für  $\alpha = 310^\circ$ : Punkt  $(-0,77|-0,64)$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(310^\circ) \approx -0,64 \quad (2)$$

$$\cos(\alpha) = x \quad (3)$$

## a) Lösung

Für  $\alpha = 140^\circ$ : Punkt  $(-0,77|0,64)$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(140^\circ) \approx 0,64 \quad (2)$$

$$\cos(\alpha) = x \quad (3)$$

$$\cos(140^\circ) \approx -0,77 \quad (4)$$

Für  $\alpha = 310^\circ$ : Punkt  $(-0,77|-0,64)$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(310^\circ) \approx -0,64 \quad (2)$$

$$\cos(\alpha) = x \quad (3)$$

$$\cos(310^\circ) \approx 0,77$$

## a) Lösung

Für  $\alpha = 140^\circ$ : Punkt  $(-0,77|0,64)$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(140^\circ) \approx 0,64 \quad (2)$$

$$\cos(\alpha) = x \quad (3)$$

$$\cos(140^\circ) \approx -0,77 \quad (4)$$

Für  $\alpha = 310^\circ$ : Punkt  $(0,64|-0,77)$

$$\sin(\alpha) = y \quad (1)$$

$$\sin(310^\circ) \approx -0,77 \quad (2)$$

$$\cos(\alpha) = x \quad (3)$$

$$\cos(310^\circ) \approx 0,64 \quad (4)$$

## b) Lösung

Für  $\alpha_1$

## b) Lösung

Für  $\alpha_1$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \quad (1)$$



## b) Lösung

Für  $\alpha_1$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \tag{1}$$

$$\sin^{-1}(0,8) \approx$$

## b) Lösung

Für  $\alpha_1$ :  $\sin(53,1^\circ) \approx 0,8$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \quad (1)$$

$$\sin^{-1}(0,8) \approx 53,1^\circ \quad (2)$$

## b) Lösung

Für  $\alpha_1$ :  $\sin(53,1^\circ) \approx 0,8$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \quad (1)$$

$$\sin^{-1}(0,8) \approx 53,1^\circ \quad (2)$$

Für  $\alpha_2$

## b) Lösung

Für  $\alpha_1$ :  $\sin(53,1^\circ) \approx 0,8$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \quad (1)$$

$$\sin^{-1}(0,8) \approx 53,1^\circ \quad (2)$$

Für  $\alpha_2$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \quad (1)$$

## b) Lösung

Für  $\alpha_1$ :  $\sin(53,1^\circ) \approx 0,8$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \quad (1)$$

$$\sin^{-1}(0,8) \approx 53,1^\circ \quad (2)$$

Für  $\alpha_2$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \quad (1)$$

$$53,1^\circ - 180^\circ =$$

## b) Lösung

Für  $\alpha_1$ :  $\sin(53,1^\circ) \approx 0,8$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \quad (1)$$

$$\sin^{-1}(0,8) \approx 53,1^\circ \quad (2)$$

Für  $\alpha_2$ :  $\sin(126,9^\circ) \approx 0,8$

$$\sin^{-1}(y) = \alpha \quad (1)$$

$$53,1^\circ - 180^\circ = 126,9^\circ \quad (2)$$

Funktion  $f$  mit  $f(\alpha)$

## Funktion $f$ mit $f(\alpha)$

Ordnet man jedem Winkel  $\alpha$  mit  $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$  seinen Sinuswert zu, so erhält man eine Funktion  $f$  mit  $f(\alpha) = \sin(\alpha)$ .



## Funktion $f$ mit $f(\alpha)$

Ordnet man jedem Winkel  $\alpha$  mit  $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$  seinen Sinuswert zu, so erhält man eine Funktion  $f$  mit  $f(\alpha) = \sin(\alpha)$ .

Man kann mithilfe des Graphen von  $f$  (Abbildung 31) zu gegebenem Winkel den Sinuswert näherungsweise ablesen oder näherungsweise Winkel mit vorgegebenem Sinuswert ermitteln.

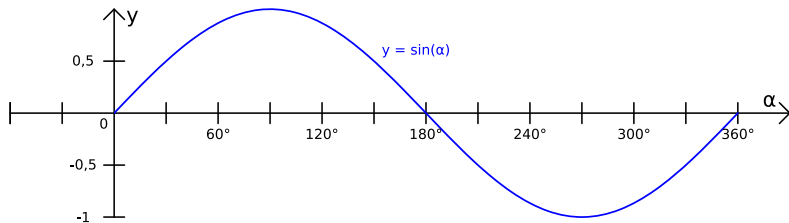


Abbildung 31:  $f(\alpha) = \sin(\alpha)$

## Sinusfunktion im Gradmaß - Definition

# Definition

Die Funktion  $f$  mit  $f(\alpha) = \sin(\alpha)$  heißt **Sinusfunktion im Gradmaß**.

Graph einer Sinusfunktion zeichnen

# Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

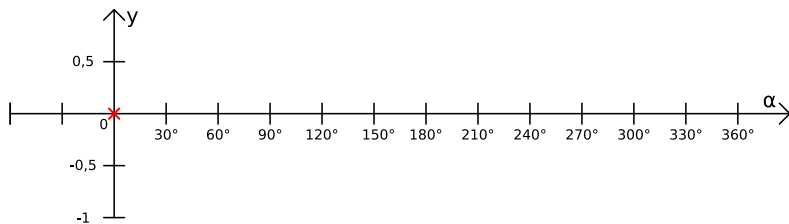


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

# Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

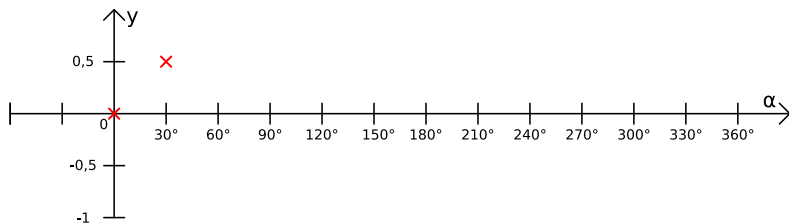


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

# Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

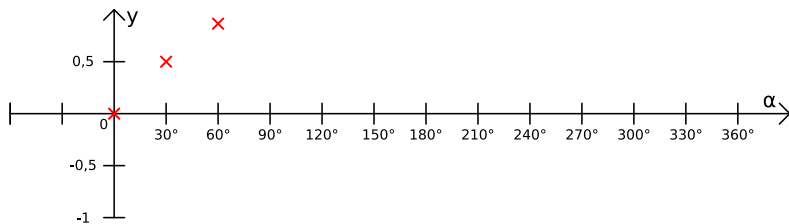


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

# Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

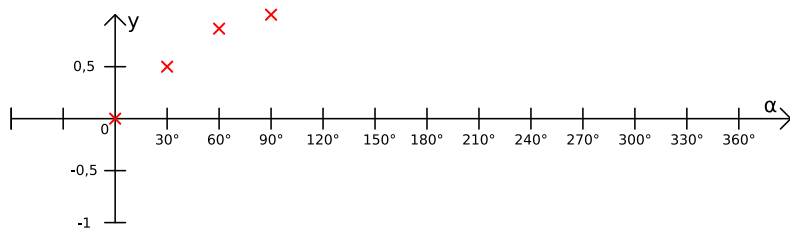


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen



# Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

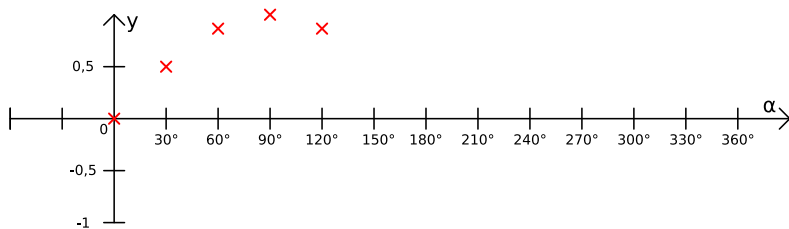


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

# Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

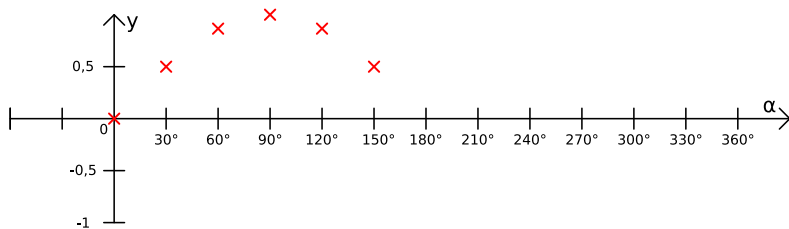


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

# Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

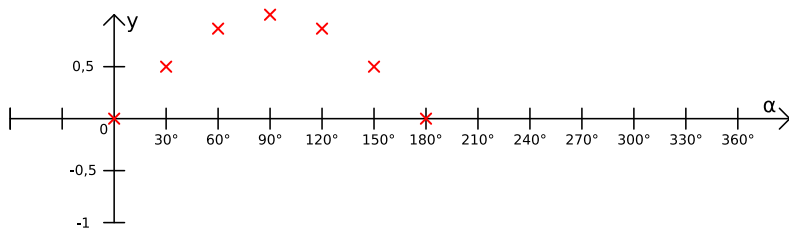


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

# Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

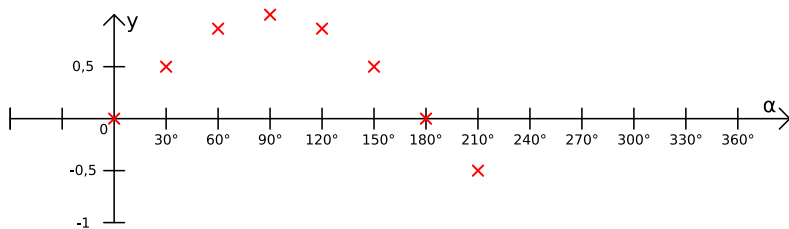


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

# Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

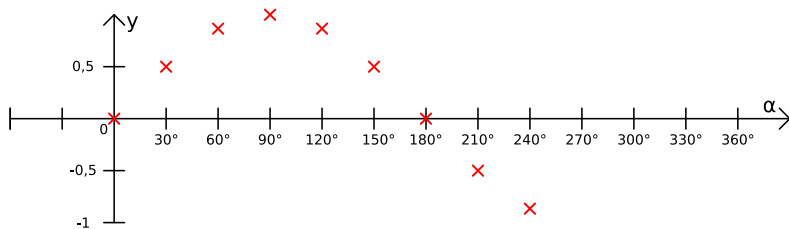


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

# Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

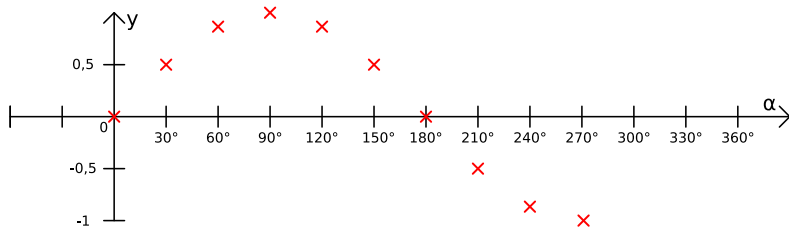


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

# Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

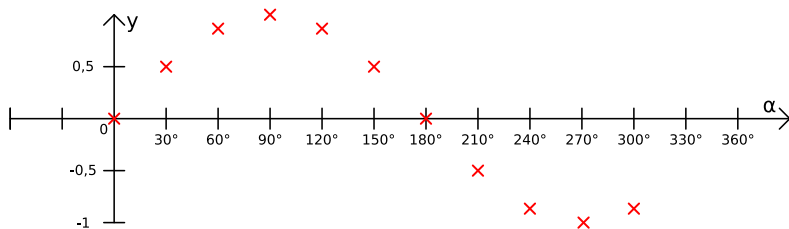


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

# Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

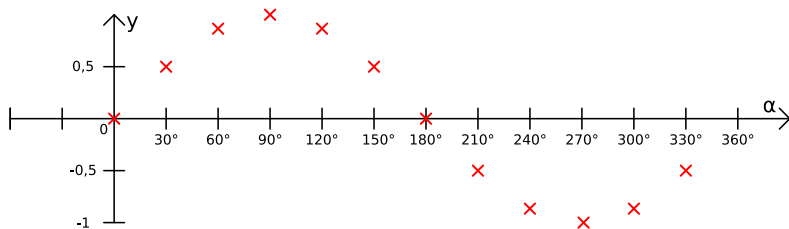


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen



# Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

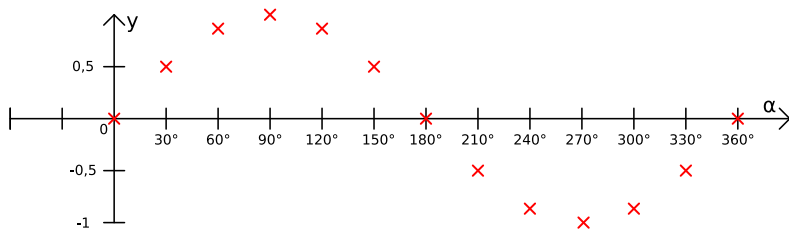


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

# Graph einer Sinusfunktion zeichnen

Winkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin(\alpha)$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0

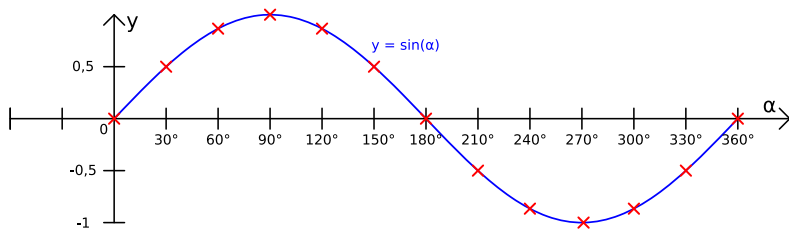


Abbildung 32: Sinuswelle Zeichnen

Einen Zeitlichen Vorgang modellieren

# Einen Zeitlichen Vorgang modellieren

In einem Hafenbecken schwankt der Wasserstand periodisch um seinen Durchschnittswert (Abbildung 33)

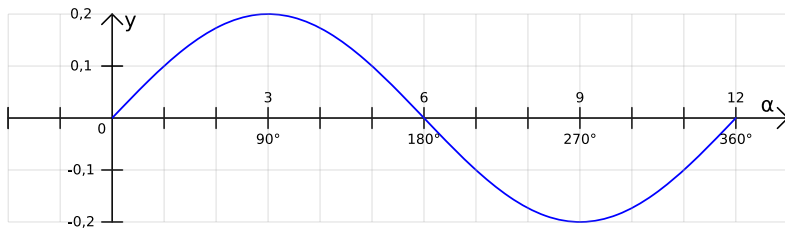


Abbildung 33: Wasserstand

# Aufgabe

# Aufgabe

- ▶ a) Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$  die Winkelweite  $\alpha$  erhält und umgekehrt. Bestimme für  $t = 5$  ( $t$  in h) den zugehörigen Winkel.

# Aufgabe

- ▶ a) Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$  die Winkelweite  $\alpha$  erhält und umgekehrt. Bestimme für  $t = 5$  ( $t$  in h) den zugehörigen Winkel.
- ▶ b) Mit welcher Funktion kann man zu einem gegebenen Winkel  $\alpha$  den Wasserstand berechnen? Berechne den Wasserstand 5 Stunden nach Beobachtungsbeginn.

## a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$  die Winkelweite  $\alpha$  erhält und umgekehrt. Bestimme für  $t = 5$  ( $t$  in h) den zugehörigen Winkel.



## a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$  die Winkelweite  $\alpha$  erhält und umgekehrt. Bestimme für  $t = 5$  ( $t$  in h) den zugehörigen Winkel.

$$12h \hat{=} 360^\circ \quad | : 12 \quad (1)$$

## a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$  die Winkelweite  $\alpha$  erhält und umgekehrt. Bestimme für  $t = 5$  ( $t$  in  $h$ ) den zugehörigen Winkel.

$$12h \hat{=} 360^\circ \quad | : 12 \quad (1)$$

$$1h \hat{=} 30^\circ \quad (2)$$

## a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$  die Winkelweite  $\alpha$  erhält und umgekehrt. Bestimme für  $t = 5$  ( $t$  in h) den zugehörigen Winkel.

$$12h \hat{=} 360^\circ \quad | : 12 \quad (1)$$

$$1h \hat{=} 30^\circ \quad (2)$$

12h in Abbildung 33 entsprechen  $360^\circ$ , also entspricht 1h dem Winkel  $30^\circ$ .

Daraus Folgt  $\alpha = t \cdot 30^\circ$  ( $t$  in h).

## a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$  die Winkelweite  $\alpha$  erhält und umgekehrt. Bestimme für  $t = 5$  ( $t$  in h) den zugehörigen Winkel.

$$12h \hat{=} 360^\circ \quad | : 12 \quad (1)$$

$$1h \hat{=} 30^\circ \quad (2)$$

12h in Abbildung 33 entsprechen  $360^\circ$ , also entspricht 1h dem Winkel  $30^\circ$ .

Daraus Folgt  $\alpha = t \cdot 30^\circ$  ( $t$  in h).

$$\alpha = t \cdot 30^\circ$$

## a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$  die Winkelweite  $\alpha$  erhält und umgekehrt. Bestimme für  $t = 5$  ( $t$  in h) den zugehörigen Winkel.

$$12h \hat{=} 360^\circ \quad | : 12 \quad (1)$$

$$1h \hat{=} 30^\circ \quad (2)$$

12h in Abbildung 33 entsprechen  $360^\circ$ , also entspricht 1h dem Winkel  $30^\circ$ .

Daraus Folgt  $\alpha = t \cdot 30^\circ$  ( $t$  in h).

$$\begin{aligned} \alpha &= t \cdot 30^\circ \\ \alpha &= 5 \cdot 30^\circ \end{aligned} \quad (1)$$

## a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$  die Winkelweite  $\alpha$  erhält und umgekehrt. Bestimme für  $t = 5$  ( $t$  in h) den zugehörigen Winkel.

$$12h \hat{=} 360^\circ \quad | : 12 \quad (1)$$

$$1h \hat{=} 30^\circ \quad (2)$$

12h in Abbildung 33 entsprechen  $360^\circ$ , also entspricht 1h dem Winkel  $30^\circ$ .

Daraus Folgt  $\alpha = t \cdot 30^\circ$  ( $t$  in h).

$$\alpha = t \cdot 30^\circ$$
$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \quad (1)$$

$$\alpha = 150^\circ \quad (2)$$

## a) Lösung

Erläutere, wie man zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$  die Winkelweite  $\alpha$  erhält und umgekehrt. Bestimme für  $t = 5$  ( $t$  in h) den zugehörigen Winkel.

$$12h \hat{=} 360^\circ \quad | : 12 \quad (1)$$

$$1h \hat{=} 30^\circ \quad (2)$$

12h in Abbildung 33 entsprechen  $360^\circ$ , also entspricht 1h dem Winkel  $30^\circ$ .

Daraus Folgt  $\alpha = t \cdot 30^\circ$  ( $t$  in h).

$$\alpha = t \cdot 30^\circ$$
$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \quad (1)$$

$$\alpha = 150^\circ \quad (2)$$

Für  $t = 5$  erhält man  $\alpha = 150^\circ$

## b) Lösung

Mit welcher Funktion kann man zu einem gegebenen Winkel  $\alpha$  den Wasserstand berechnen? Berechne den Wasserstand 5 Stunden nach Beobachtungsbeginn.

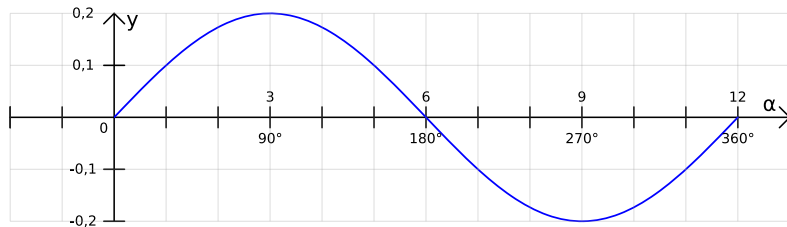


Abbildung 34: Wasserstand



## b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen  $-0,2$  und  $0,2$  um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

## b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = \sin(\alpha)$$

## b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 1 \cdot \sin(\alpha)$$

## b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 1 \cdot \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) =$$

## b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 1 \cdot \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = \sin(\alpha)$$

## b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 1 \cdot \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 0,2 \cdot \sin(\alpha)$$

## b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 1 \cdot \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 0,2 \cdot \sin(\alpha)$$

Für  $t = 5$ :

## b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 1 \cdot \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 0,2 \cdot \sin(\alpha)$$

Für  $t = 5$ :

$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \tag{1}$$



## b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 1 \cdot \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 0,2 \cdot \sin(\alpha)$$

Für  $t = 5$ :

$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \tag{1}$$

$$\alpha = 150^\circ \tag{2}$$

## b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 1 \cdot \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 0,2 \cdot \sin(\alpha)$$

Für  $t = 5$ :

$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \quad (1)$$

$$\alpha = 150^\circ \quad (2)$$

$$f(\quad) = \quad (3)$$

## b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 1 \cdot \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 0,2 \cdot \sin(\alpha)$$

Für  $t = 5$ :

$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \quad (1)$$

$$\alpha = 150^\circ \quad (2)$$

$$f(150^\circ) = \quad (3)$$

## b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 1 \cdot \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 0,2 \cdot \sin(\alpha)$$

Für  $t = 5$ :

$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \quad (1)$$

$$\alpha = 150^\circ \quad (2)$$

$$f(150^\circ) = 0,2 \cdot \sin(\quad) \quad (3)$$

## b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 1 \cdot \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 0,2 \cdot \sin(\alpha)$$

Für  $t = 5$ :

$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \quad (1)$$

$$\alpha = 150^\circ \quad (2)$$

$$f(150^\circ) = 0,2 \cdot \sin(150^\circ) \quad (3)$$

## b) Lösung

Da der Wasserstand zwischen -0,2 und 0,2 um den Durchschnittswert pendelt (Abbildung 34), gilt:

$$f(\alpha) = \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 1 \cdot \sin(\alpha)$$

$$f(\alpha) = 0,2 \cdot \sin(\alpha)$$

Für  $t = 5$ :

$$\alpha = 5 \cdot 30^\circ \quad (1)$$

$$\alpha = 150^\circ \quad (2)$$

$$f(150^\circ) = 0,2 \cdot \sin(150^\circ) \quad (3)$$

$$f(150^\circ) = 0,1 \quad (4)$$

## b) Antwort

Nach 5 Stunden liegt der Wasserstand 10cm über dem Durchschnittswert.

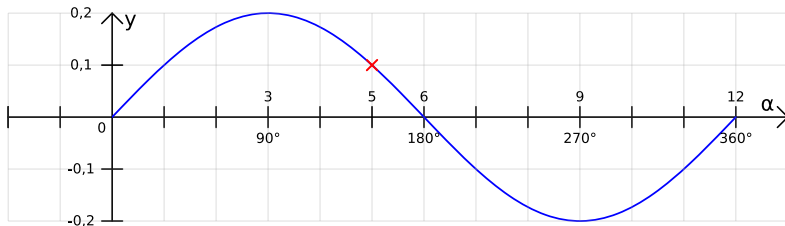


Abbildung 34: Wasserstand nach 5 Stunden

# Anwendung



# Anwendung

Auch wenn es uns nicht oft auffällt, viele technische Geräte bzw. Mechanismen verwenden die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Genauso wie viele mathematische Verfahren.

Ein paar Beispiele:

# Anwendung

Auch wenn es uns nicht oft auffällt, viele technische Geräte bzw. Mechanismen verwenden die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Genauso wie viele mathematische Verfahren.

Ein paar Beispiele:

- ▶ Oszilloskop (elektronisches Messgerät, das elektrische Spannungen in einen Verlaufsgraphen darstellt)

# Anwendung

Auch wenn es uns nicht oft auffällt, viele technische Geräte bzw. Mechanismen verwenden die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Genauso wie viele mathematische Verfahren.

Ein paar Beispiele:

- ▶ Oszilloskop (elektronisches Messgerät, das elektrische Spannungen in einen Verlaufsgraphen darstellt)
- ▶ GPS - Global Positioning System (Positionsbestimmung mit Hilfe von Satelliten)

# Anwendung

Auch wenn es uns nicht oft auffällt, viele technische Geräte bzw. Mechanismen verwenden die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Genauso wie viele mathematische Verfahren.

Ein paar Beispiele:

- ▶ Oszilloskop (elektronisches Messgerät, das elektrische Spannungen in einen Verlaufsgraphen darstellt)
- ▶ GPS - Global Positioning System (Positionsbestimmung mit Hilfe von Satelliten)
- ▶ Computergrafiken in 3D und 2D

# Anwendung

Auch wenn es uns nicht oft auffällt, viele technische Geräte bzw. Mechanismen verwenden die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Genauso wie viele mathematische Verfahren.

Ein paar Beispiele:

- ▶ Oszilloskop (elektronisches Messgerät, das elektrische Spannungen in einen Verlaufsgraphen darstellt)
- ▶ GPS - Global Positioning System (Positionsbestimmung mit Hilfe von Satelliten)
- ▶ Computergrafiken in 3D und 2D
- ▶ Landvermessungen

# Anwendung

Auch wenn es uns nicht oft auffällt, viele technische Geräte bzw. Mechanismen verwenden die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Genauso wie viele mathematische Verfahren.

Ein paar Beispiele:

- ▶ Oszilloskop (elektronisches Messgerät, das elektrische Spannungen in einen Verlaufsgraphen darstellt)
- ▶ GPS - Global Positioning System (Positionsbestimmung mit Hilfe von Satelliten)
- ▶ Computergrafiken in 3D und 2D
- ▶ Landvermessungen
- ▶ Fourier Transformation (z. B. Anwendung beim Spektroskop für Chemiker)

# Anwendung

Auch wenn es uns nicht oft auffällt, viele technische Geräte bzw. Mechanismen verwenden die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Genauso wie viele mathematische Verfahren.

Ein paar Beispiele:

- ▶ Oszilloskop (elektronisches Messgerät, das elektrische Spannungen in einen Verlaufsgraphen darstellt)
- ▶ GPS - Global Positioning System (Positionsbestimmung mit Hilfe von Satelliten)
- ▶ Computergrafiken in 3D und 2D
- ▶ Landvermessungen
- ▶ Fourier Transformation (z. B. Anwendung beim Spektroskop für Chemiker)
- ▶ Astronomen nutzten Spektroskope, um chemische Zusammensetzungen von weit entfernten Planeten zu bestimmen

# Zusammenfassung



## Einheitskreis - Zusammenfassung

# Einheitskreis - Zusammenfassung

Die Endpunkte eines Dreiecks mit der Hypotenusenlänge 1 bilden den Ursprung 0 und einen Punkt P, der auf einem Kreis um 0 mit dem Radius 1 liegt und den Einheitskreis bildet.

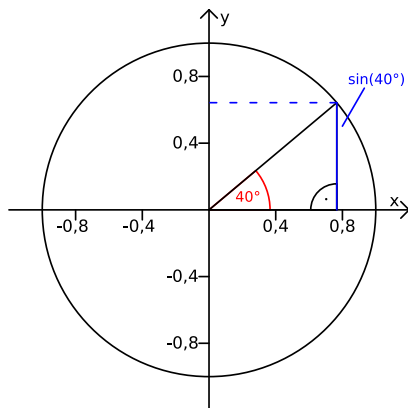


Abbildung 35: Einheitskreis

# Einheitskreis - Zusammenfassung

Die Gegenkathete lässt sich mit  $\sin(\alpha)$  und die Ankathete mit  $\cos(\alpha)$  berechnen.

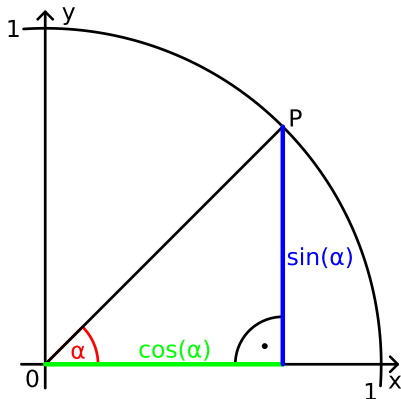


Abbildung 36: Sinus und Kosinus am Einheitskreis

## Mit dem Sinus Modellieren - Zusammenfassung

# Mit dem Sinus Modellieren - Zusammenfassung

Ordnet man jedem Winkel  $\alpha$  mit  $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$  seinen Sinuswert zu, so erhält man die Sinusfunktion im Gradmaß  $f$  mit  $f(\alpha) = \sin(\alpha)$ .

# Mit dem Sinus Modellieren - Zusammenfassung

Ordnet man jedem Winkel  $\alpha$  mit  $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$  seinen Sinuswert zu, so erhält man die Sinusfunktion im Gradmaß  $f$  mit  $f(\alpha) = \sin(\alpha)$ . Trägt man die Werte der Sinusfunktion im Gradmaß in ein entsprechendes Koordinatensystem erhält man den Graphen von  $f$  (Abbildung 37).

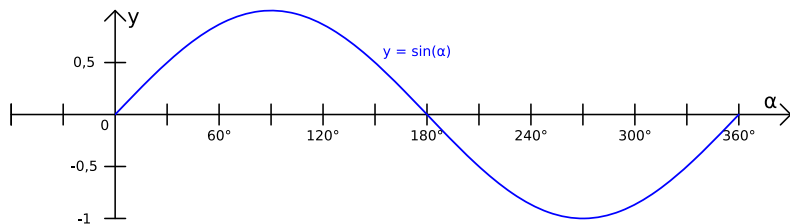


Abbildung 37:  $f(\alpha) = \sin(\alpha)$

Danke für euere Aufmerksamkeit  
Noch Fragen?

## Quellen



# Quellen

- ▶ Freiburger Münster - <https://freiburg-schwarzwald.de/fotos06feb/freiburg12-060227.jpg>
- ▶ Vector Boot - <https://www.vecteezy.com/vector-art/170704-flat-ship-vectors>
- ▶ Lambacher Schweizer 9(S. 90 - 104) - Mathematik Buch
- ▶ Sinus und Kosinus im Alltag - <https://www.matheretter.de/wiki/sinus-kosinus-alltag>