**高等数学（一、二）期末测试卷**

2016-6-13 by An

**一、填空题（3分\*5=15分）**

1. 设为圆周，则；(第一类曲线积分计算)

2. 是级数收敛的必要条件；(常数项级数性质)

3. 已知级数在收敛，那么级数 绝对收敛 . （填“收敛”“绝对收敛”“发散”“不确定”）(常数项级数敛散性-绝对收敛、条件收敛、发散)

4. 微分方程的通解中含有 2 个独立任意常数. (微分方程相关概念)

5.微分方程的满足初始条件的特解为.(二阶可降阶微分方程求特解)

**二、单项选择题（3分\*5=15分）**

1. 设为球面，则．(第一类曲面积分计算)

2. 下列级数中，绝对收敛的是（ D ） (常数项级数敛散性-绝对收敛、条件收敛、发散)

(A)  (B)  (C)  (D) 

3. 若幂级数在点收敛，则级数（ C ）．(幂级数收敛半径)

（A）发散； （B）条件收敛； （C）绝对收敛； （D）收敛性无法确定．

4. 微分方程是（ ）. (微分方程相关概念)

(A) 变量可分离方程； (B) 齐次方程；

(C) 关于的一阶线性方程； (D) 关于的一阶线性方程.

5. 微分方程的通解是（ B ）. (二阶常系数线性齐次微分方程求通解)

(A)  (B)  (C)  (D) .

**三、曲线积分与曲面积分（8分\*2=16分）**

1. 计算曲线积分，其中是上从到一段．(第二类曲线积分计算)

**解：**．

2. 计算，其中是立体

的整个表面外侧. (第二类曲面积分计算-高斯公式)

解：，，



由高斯公式，.

**四、级数（8分\*3=24分）**

1. 设是单调递增有界的正数数列，证明收敛．(证明级数敛散性)

证明: 记，则，且，

正项级数的部分和.

因为****是单调递增有界的正数数列，所以由单调有界定理知,存在常数,使得.从而，故收敛，即原级数****收敛.

2. 求幂级数的收敛半径、收敛区间和收敛域**.** (求幂级数的收敛半径、收敛区间和收敛域)

**解：**由，（2分） 故收敛半径．（4分）

由，得，收敛区间为.

当时，收敛；当时，发散，故原级数的收敛域为：.

3. 将函数展为的幂级数，并指出收敛区间和收敛域. (将函数展开为幂级数，并指出展开式收敛区间-不考三角函数的展开)

解：   ,

由知收敛区间是.

**五、微分方程（8分\*3=24分）**

1. 求微分方程满足的特解. (一阶线性微分方程求特解)

解：

==

代入初始条件，得. 故所求的特解为：

2.求微分方程的通解. (二阶常系数线性非齐次微分方程求通解)

这是一个的常系数二阶线性非齐次方程，它所对应的齐次方程的特征方程为 .

特征根为 故对应齐次的通解为：

不是该特征方程的根，因此可设非齐次方程的一个特解为



将它代入原方程，比较系数得



解之得 

于是所要求的一个特解为

故原方程的通解为: 

3. 设函数在内连续，，且对所有，满足条件

，

求.(积分方程求函数)

解：两端对求导，. 上式中令且由可得

 (1)

由于时关于可导，故可导，于是（1）两端同时对可导，得 ，即，积分，

由得 故 即

**六、综合题（6分）**