**一、填空题（共30分，每小题3分）**

1．极限\_\_\_\_\_\_2\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

2．极限\_\_\_\_\_\_\_\_5/2\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

3．已知当时，与为同阶无穷小，则 \_\_\_\_\_1\_\_\_\_\_\_\_.

4．若极限，则极限 3/2 ．

5. 函数的第一类间断点是  ．

6. 函数在点可微是在点连续的 充分 条件（填 “充分”、“必要”、“充要”）.

7. 设函数可微，则当时，是的 高阶 无穷小．（填 “同阶”、“高阶”、“低阶”）

8. 设函数，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

9. 设函数，则  ．

10. 设函数，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**二、计算极限与连续问题（共24分，每小题6分）**

1．．

解：（3分）（3分）

2．

解：（3分）

 （3分）

3. 已知极限，求的值．

解：原式子可以转换为 (3分)

因此，，得出 （3分）

4.若函数在点处连续，求的值．

解：因在连续，根据连续函数的定义可知

即

即 （4分）

可得， （2分）

**三、计算导数与微分问题（共24分，每小题6分）**

1. ，求.

解： （5分）

 （1分）

2. ，求.

解：

3. 设函数由方程 所确定，求．

解：方程两边同时对求导

得， （4分）

求得导数为 （2分）

4. 设函数，求．

解： （3分）



 （3分）

**四、证明题（共12分，每小题6分）**

1. 用夹逼准则证明极限．

证明：因为 （3分）

且， ，所以（3分）

2. 设在闭区间上上连续，点为区间任取的个点，证明在区间至少存在一点，使得．

证明：因为在闭区间上上连续，由介值定理可得，

又因为点为区间任取的个点，因此 （4分）

即，

也就是，即在区间至少存在一点，使得 （2分）

**五、几何应用题（5分）**

计算尖点蔓叶线在点处的切线和法线(见下图).

解：对函数两边同时关于求导，可得  
将点代入可得，即 （3分）

过点(1,1)的切线方程为：，即 （1分）

过点的法线方程为：，即 （1分）

(第五题图)

**六、综合题（共5分）**

一个女孩把风筝放到300米高，水平吹来的风以25米/秒的速率把风筝吹离，当风筝离女孩500米远时，女孩放风筝线的速度要多快？

解: 如下图所示：代表风筝的水平位移，代表风筝的垂直位移，代表风筝到女孩的距离。

即，据题意可知，，，则。（3分）

于是米/秒 （2分）

女孩放风筝线的速度为20米/秒。

S

Y

X