

2022/23 - Zápočtový test

1. (6 bodů) $U = \langle (0, 1, -1, 2), (1, 1, -1, 1) \rangle$, $V = \langle (-1, -1, 2, 0), (2, 1, -1, 0), (1, 1, 0, 2) \rangle$, $v = (-1, 1, -1, 3)$. $U, V \subset \mathbb{R}^4$
- (a) (1.5 bodů) Určete dimenzi $U + V$ a $U \cap V$.
 - (b) (1.5 bodů) Určete nějakou bázi $U \cap V$.
 - (c) (1.5 bodů) Určete, zda $v \in U$. Pokud ano, určete souřadnice v v U .
 - (d) (1.5 bodů) Najděte nějakou ortonormální bázi U (a souřadnice v v této bázi).

2. (6 bodů) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

- (a) (1 bod) Určete $|A|$ a A^{-1} .
- (b) (1 bod) Určete jádro a obraz zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 : x \mapsto Ax$.
- (c) (2 bodů) Určete vlastní čísla a vektory.
- (d) (2 bodů) Najděte matici zobrazení f v bázi vlastních vektorů. Co je to za zobrazení?