A decorative graphic on the left side of the slide consists of two overlapping parallelograms. The front one is blue and the back one is a light green. They are positioned diagonally, with the blue one partially covering the green one.

Matrizes e Computação Gráfica

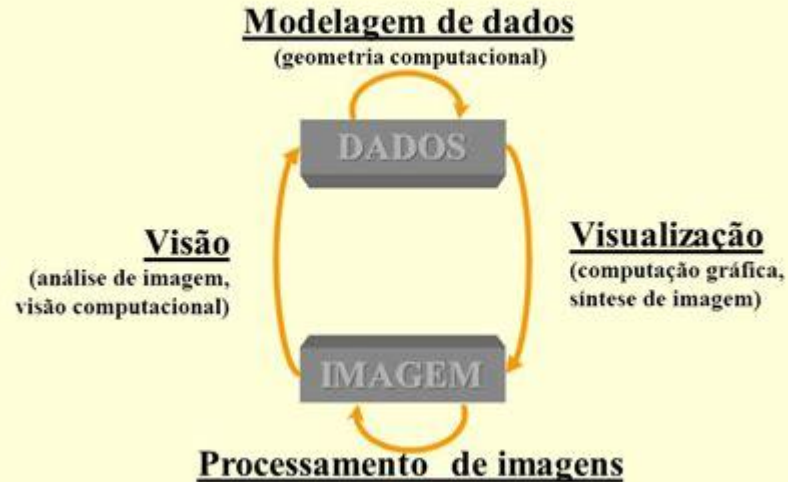


Computação Gráfica

- Síntese de Imagens
 - Criação sintética
 - Representações visuais a partir de especificações
- Processamento de Imagens
 - Atua sobre imagens digitais e suas transformações
 - Melhorar ou realçar características visuais
- Análise de Imagens
 - Obtenção de características e dados

Computação Gráfica

Domínios da Computação Gráfica





IMAGENS

Estruturas de dados matriciais

- Representação discreta
- Contêm a descrição de cada ponto (Pixel)
- Oposto às formas vetoriais

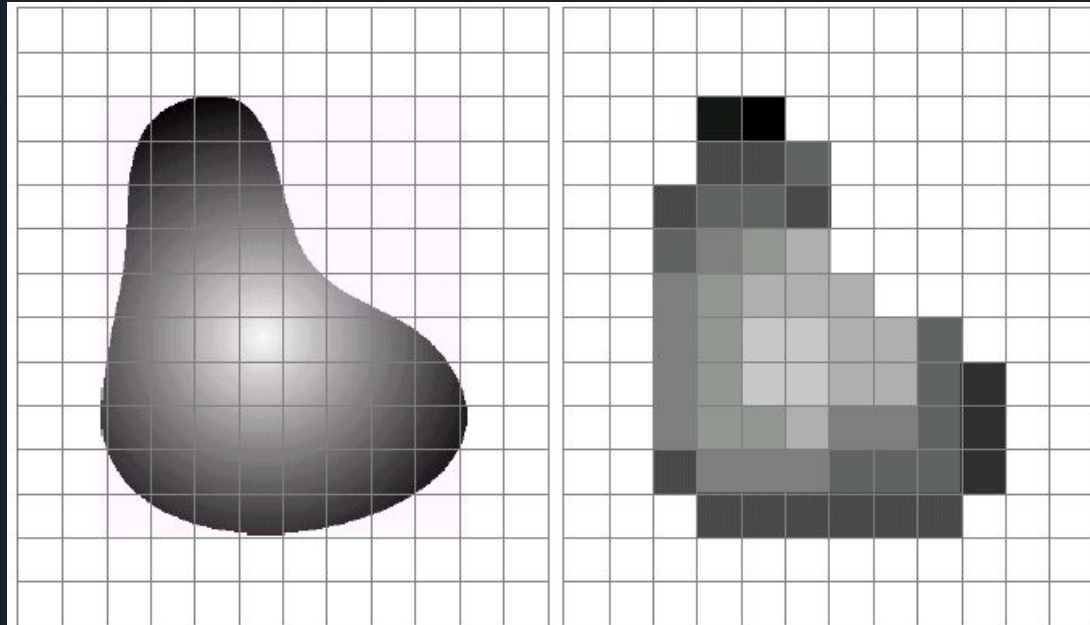
IMAGENS



Raster
.jpeg .gif .png

Vector
.svg

DESCRIÇÃO MATRICIAL



a b

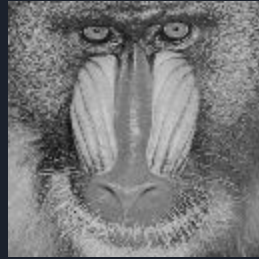
FIGURE 2.17 (a) Continuous image projected onto a sensor array. (b) Result of image sampling and quantization.



DESCRIÇÃO MATRICIAL

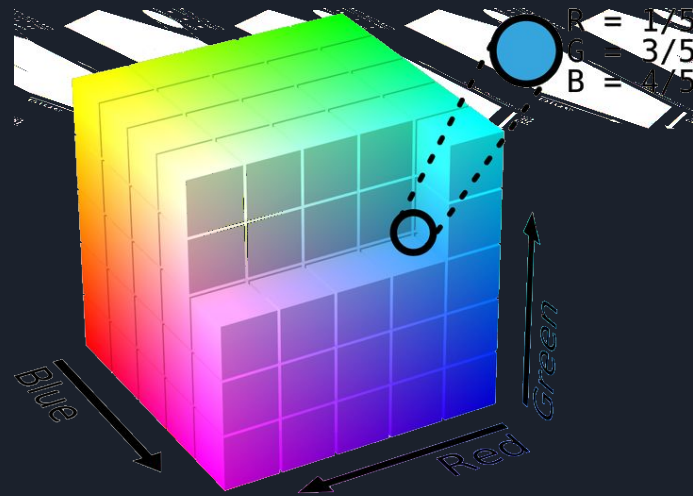
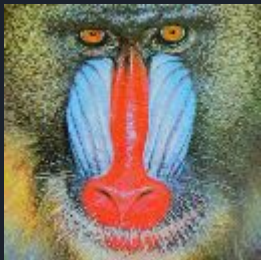
- Imagem Binária
 - Pixels são bits
- Imagem em escala de Cinza
 - Pixels são escalares
- Imagem Colorida
 - Pixels são vetores de um espaço de cores

DESCRIÇÃO MATRICIAL



DESCRIÇÃO MATRICIAL

- Diferentes espaços de cores
- RGB, BGR, RGBA, etc.



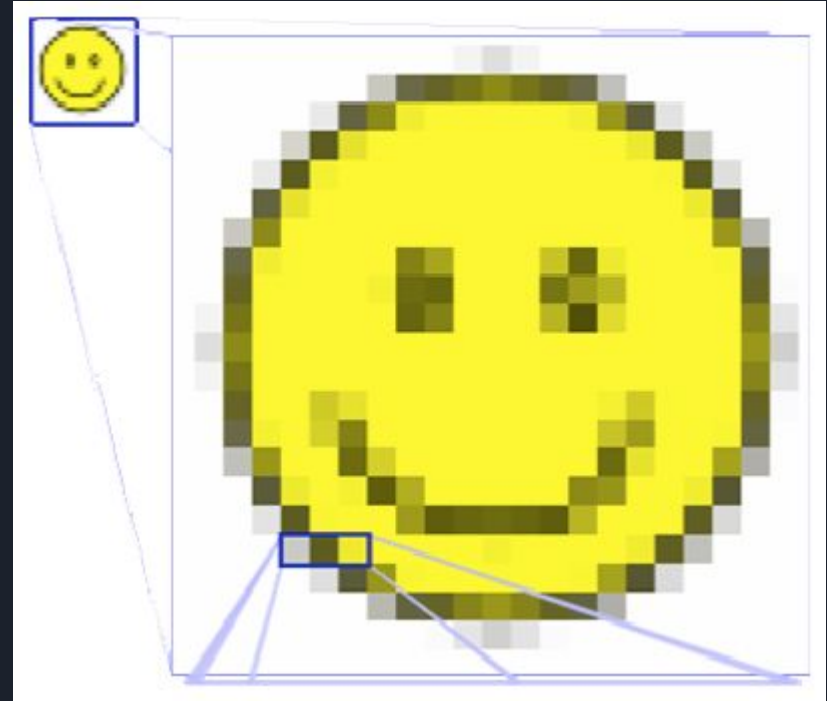
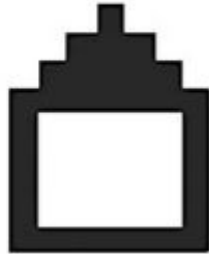


IMAGENS

- Área a ser usada depende da resolução
 - Linha
 - Coluna
 - Número de cores
- Mais pixels = maior a resolução da imagem
 - Imagem com 100 pixels de largura por 100 de altura
 - 3 bytes para representar cada cor (RGB)
 - Total 30.000 bytes

DESCRIÇÃO MATRICIAL

0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0





DESCRIÇÃO VETORIAL

- Usada na maior parte dos processos de CG
- CG baseia-se em vetores matemáticos
- Desenhos e gráficos com menor espaço
- Não perde qualidade
- Permite tratamento independente
 - Objetos
 - Zonas
- Facilita combinações geométricas



RASTERIZAÇÃO

- Conversão de descrição vetorial para matricial
- Transforma objetos 3D em representações

inteiras

RASTERIZAÇÃO

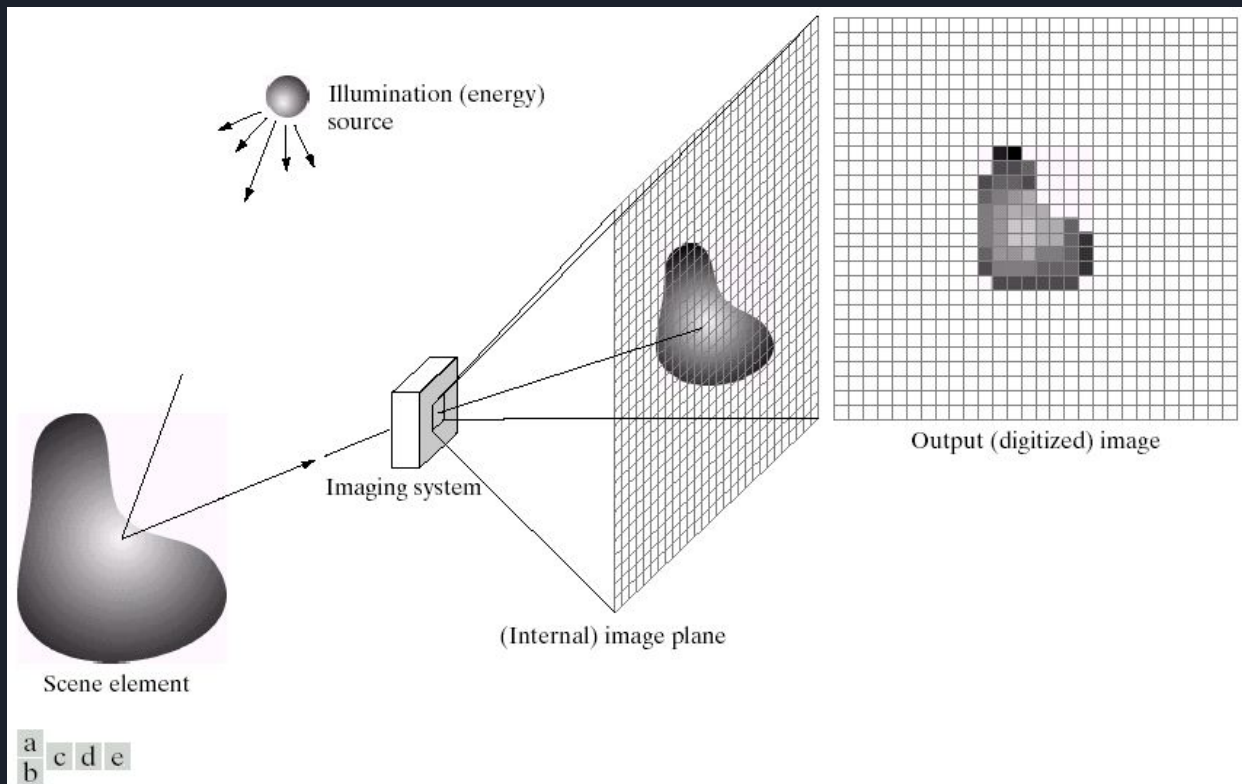


FIGURE 2.15 An example of the digital image acquisition process. (a) Energy (“illumination”) source. (b) An element of a scene. (c) Imaging system. (d) Projection of the scene onto the image plane. (e) Digitized image.



VETORIZAÇÃO

- Inverso da Rasterização
 - Transforma uma imagens discretas em vetoriais
- Podem sofrer ampliação e outras

transformações sem perder de qualidade

- Aplicação
 - ❑ Modelagem de objetos
 - ❑ Composição de objetos complexos
 - ❑ Operações de realismo visual
 - ❑ Animações
 - ❑ Etc.



PRIMITIVAS

- Primitivas baseados em elementos geométricos
 - Pontos
 - Linhas
 - Curvas
 - Polígonos
- Desenhos vetoriais são baseados em vetores
 - Definidos por pontos de controle
 - Cada ponto possui uma posição (plano de trabalho), cor, forma, etc.

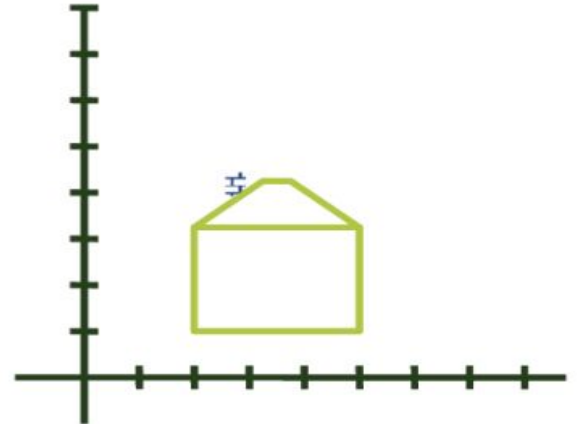
VETORES

- Fundamentais para CG
- Propriedades não alteram o tamanho
- Todas as informações residem na sua descrição
- Usa-

Logo nos estaremos vendo os pontos e objetos como vetores :

A casinha ao lado em 2D será definida por:
 $(2,1)$, $(5,1)$, $(5,3)$, $(2,3)$,

Ou em 3D $(2,1,1)$, $(5,3,1)$, $(5,1,1)$, $(2,3,1)$...





SISTEMA DE COORDENADAS

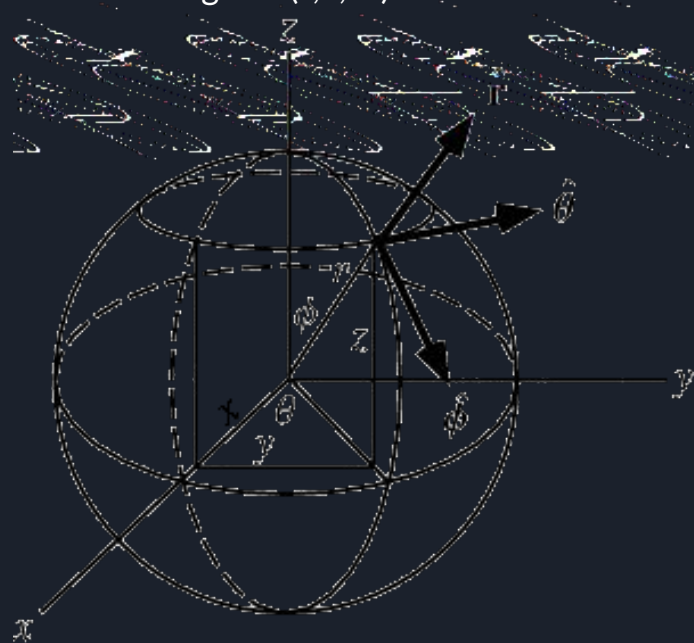
- Provê referência sobre o tamanho e posição

dos objetos na área de trabalho

- Existem diferentes sistemas de coordenadas
 - Coordenadas Polares
 - Coordenadas Esféricas
 - Coordenadas Cilíndricas
 - Coordenadas Cartesianas

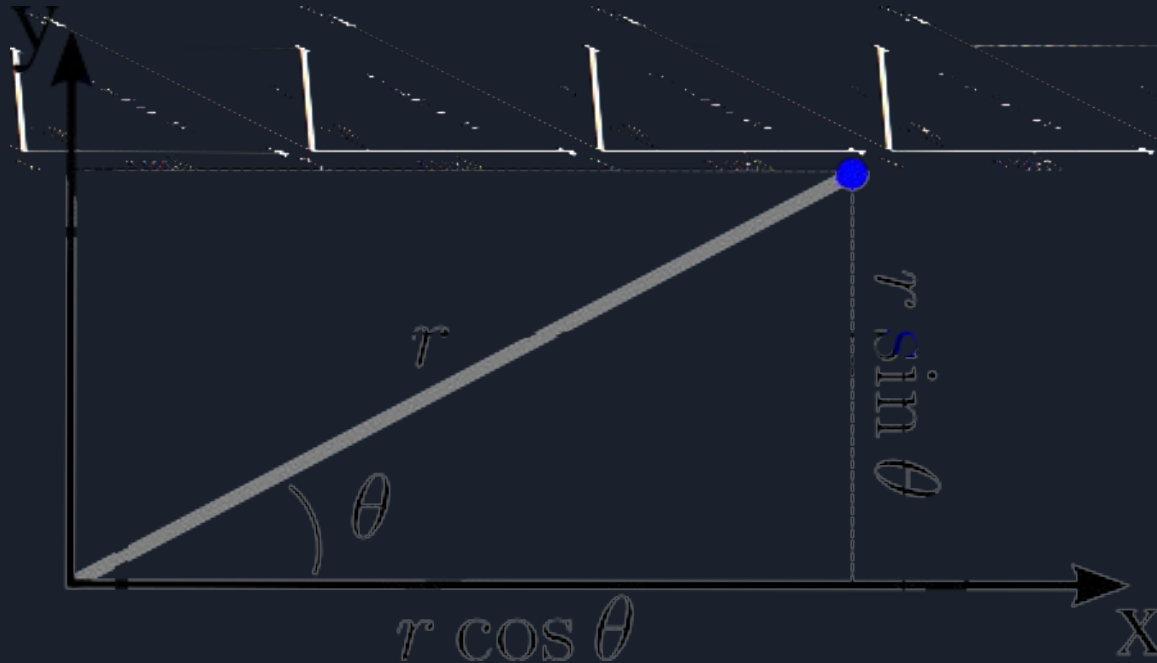
COORDENADAS ESFÉRICAS

- Descritas por raio e dois ângulos (r, θ, Φ)



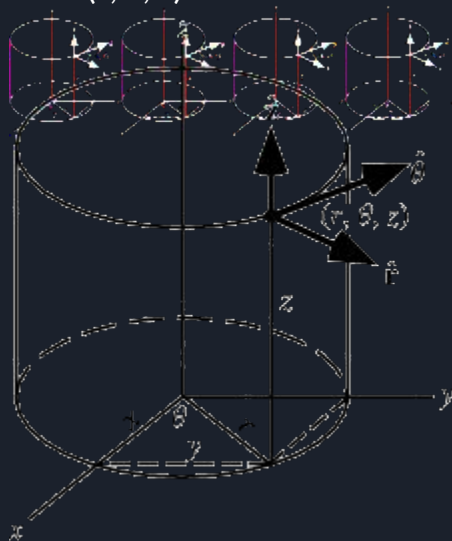
COORDENADAS POLARES

- Medidas por um raio e um ângulo (r, θ)



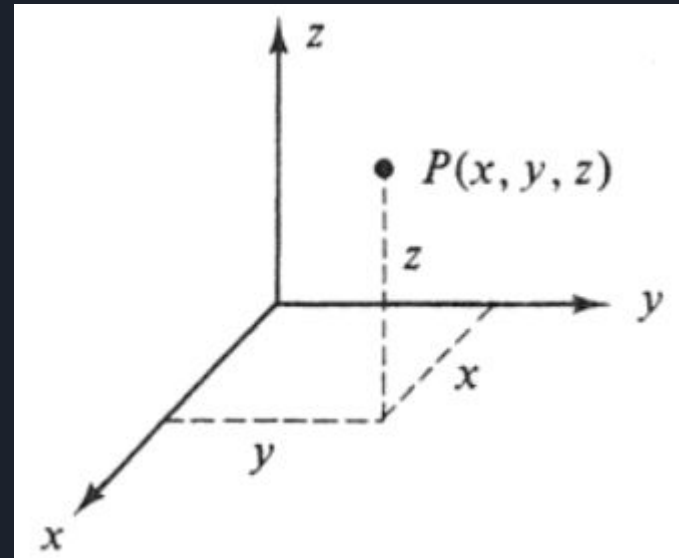
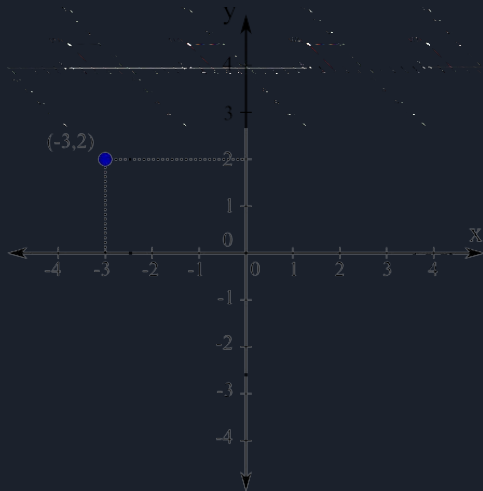
COORDENADAS CILINDRICAS

- Raio, ângulo e comprimento (r, θ, z)



COORDENADAS CARTESIANAS

- Descritas unidades em eixos
- Bidimensionais (2D)
- Tridimensionais (3D)





TRANSFORMAÇÃO ENTRE SISTEMAS



Sistemas de Referência

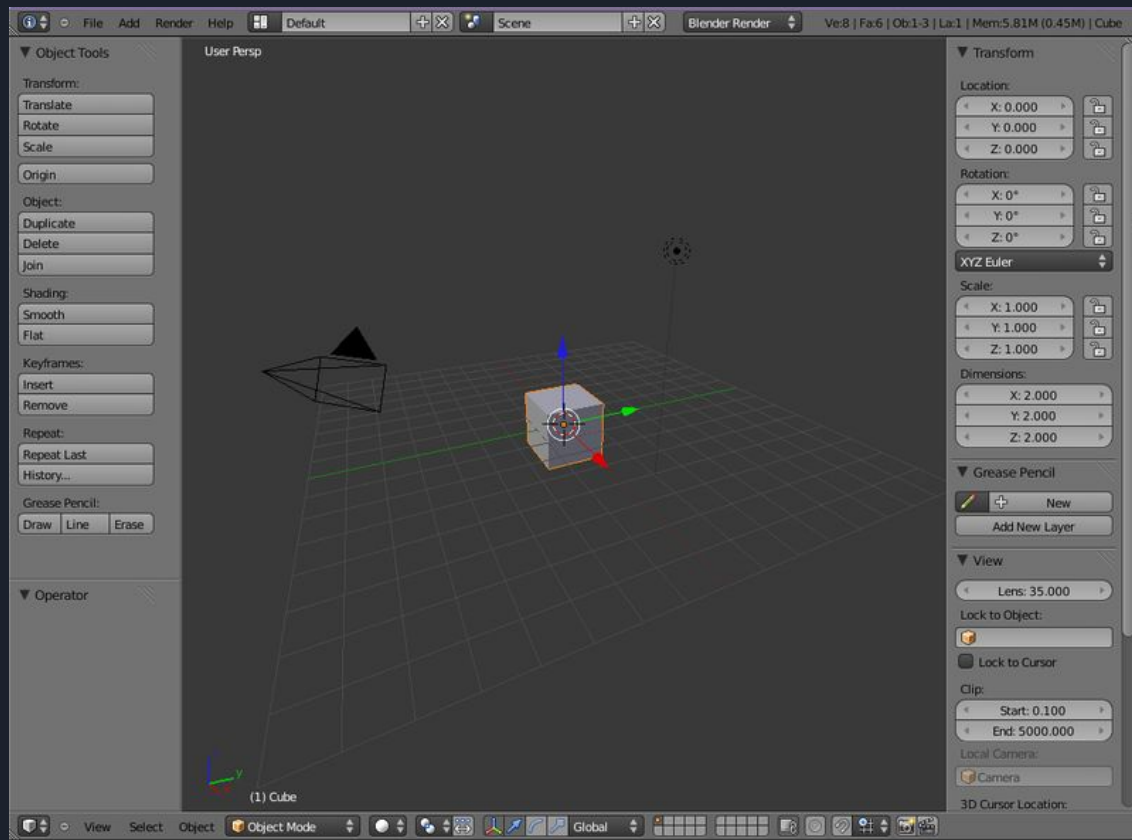
- Sistema de coordenadas específico
- Aspectos principais
 - Unidade (referência básica)
 - Limites (extremos para descrever os objetos)
- Tipos
 - Sistema de Referência do Universo - SRU
 - Sistema de Referência do Objeto - SRO
 - Sistema de Referência Normalizado - SRN
 - Sistema de Referência do Dispositivo - SRD



SRU

- Coordenadas de determinada aplicação
 - Ex: Sistemas CAD: Universo em metros
- Limites
 - $X=[0,100.000]$
 - $Y=[0,100.000]$

SRU

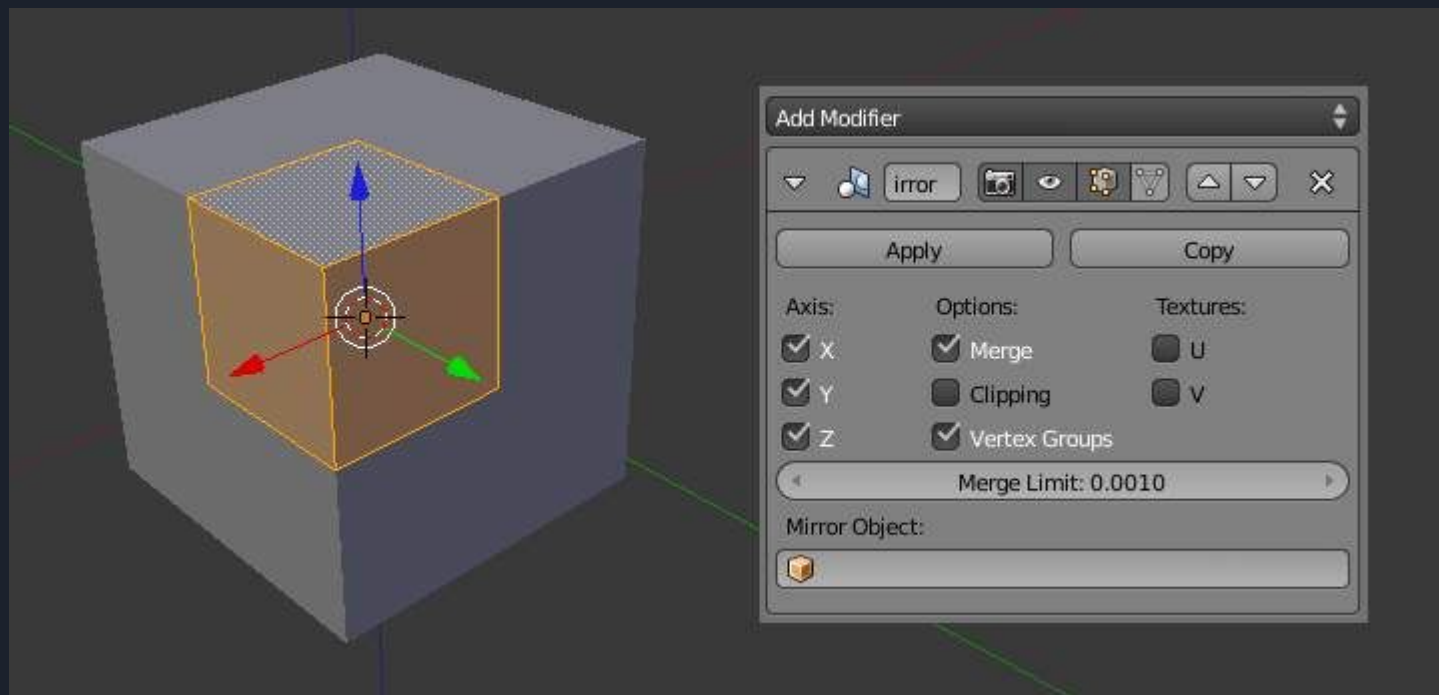




SRO

- Trata o objeto como um universo individual
 - Cada objeto tem suas particularidades
- descritas em função de seu sistema
- Em geral o centro do sistema de coordenadas
- coincide com o centro de gravidade

SRO





SRN

- Usa coordenadas normalizadas $[0,1]$
 - Números reais
- Intermediário entre o SRU e o SRD
- Sistema padrão
 - Imagens independentes do dispositivo
 - Convertido para outros sistemas

SRD

- Coordenadas de um dispositivo específico

- Pode representar

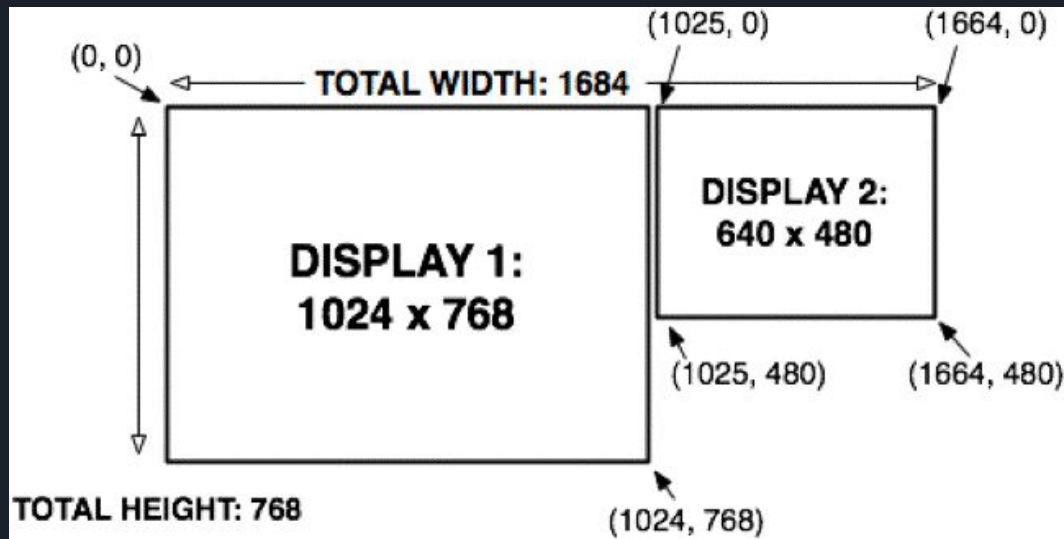
- Número máximo de pixels

- Resolução

- Configuração

- Ex:

- Monitor: 1024x768





TRANSFORMAÇÕES GEOMETRICAS

- Operações
 - Posição
 - Orientação
 - Forma
 - Tamanho
- Podem ser representadas por equações



PONTOS - VETORES- MATRIZES

- Pontos
 - Coordenadas em relação aos eixos
- Vetores
 - Linha ou coluna
- Matrizes
 - Quadrada
 - Diagonal
 - Identidade



MATRIZES

- Transformações e combinações eficientes
- Usada em quase todas as operações de CG
- Representam pontos
 - Matriz 1×2 ou 2×1 = Ponto de um objeto (plano)
 - Matriz $n \times 2$ ou $2 \times n$ = n pontos de um objeto (plano)
 - Matriz 1×3 ou 3×1 = Ponto de um objeto (espaço)
 - Matriz $n \times 3$ ou $3 \times n$ = n pontos de um objeto (espaço)



TRANSFORMAÇÕES LINEARES

- Aplicadas aos pontos, objetos ou ao cenário

-Translação

-Escala

-Rotação

-Reflexão

-Cisalhamento



TRANSLAÇÃO

- Movimentar o objeto
- Todos os pontos do objeto devem ser movidos

para a nova posição

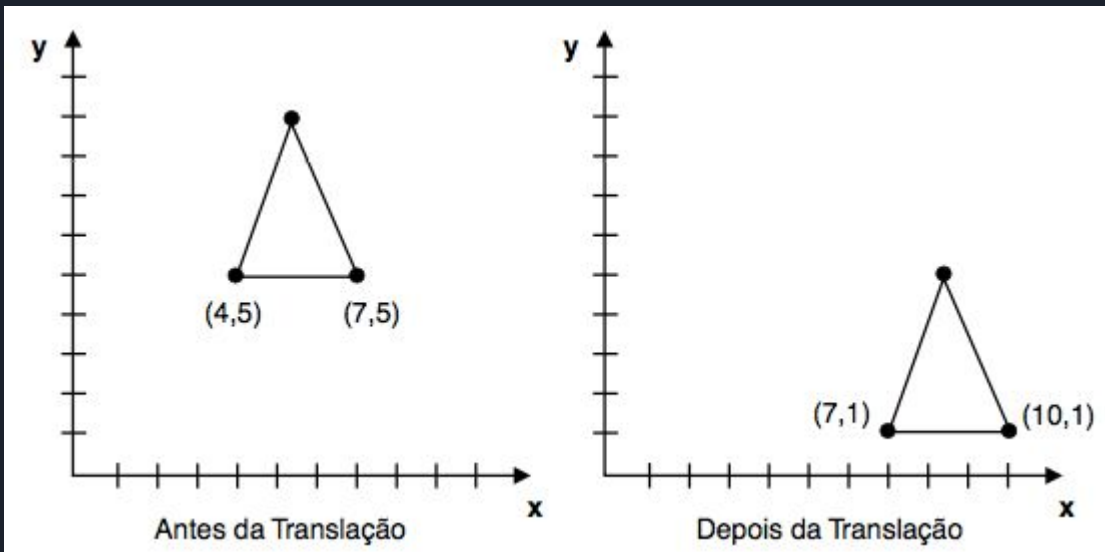
- P (x,y,z) é movido para P' (x',y',z')
- Soma-se T_x , T_y e T_z à cada ponto

– $x' = x + T_x$

– $y' = y + T_y$

– $z' = z + T_z$

TRANSLAÇÃO





ESCALA

- Tamanho do objeto
- Multiplica as coordenadas por constantes
- $P(x,y,z)$ passa para a posição $P'(x',y',z')$
- Muda as proporções conforme as direções

$$- x' = x.Sx$$

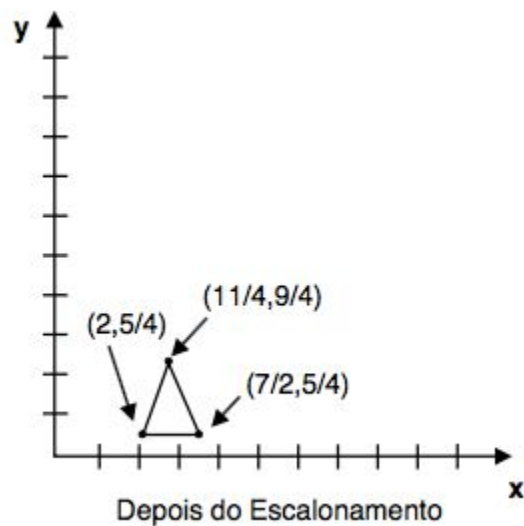
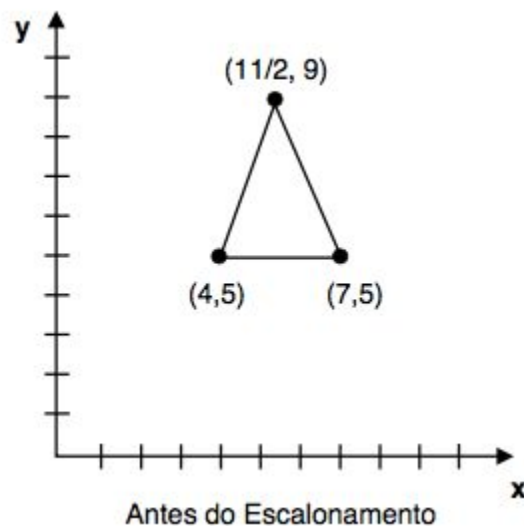
$$- y' = y.Sy$$

$$- z' = z.Sz$$

- Se o objeto não estiver definido com relação a origem ocorrerá, também, uma translação

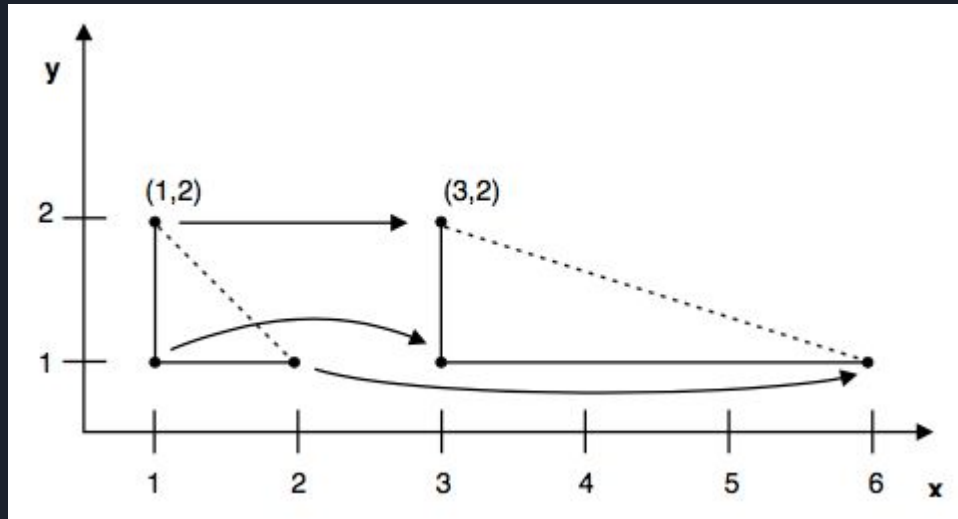
ESCALA

$$[x' \ y' \ z'] = [x \ y \ z] \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} = [xS_x \ yS_y \ zS_z]$$



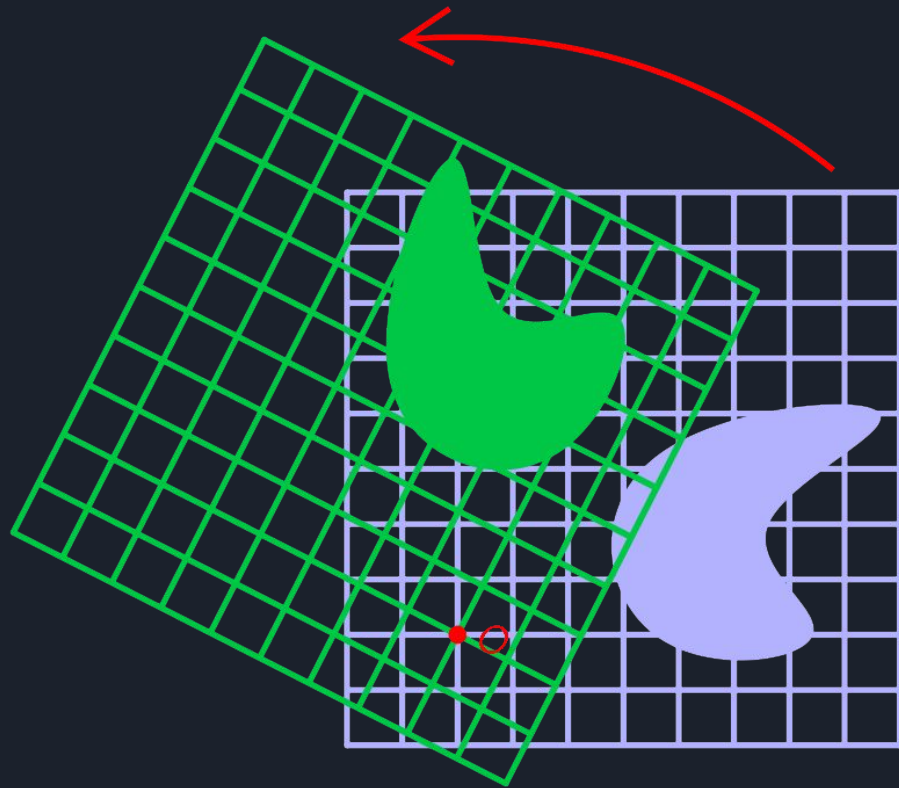
ESCALA

- Fatores de escala diferentes
- Objeto se deforma

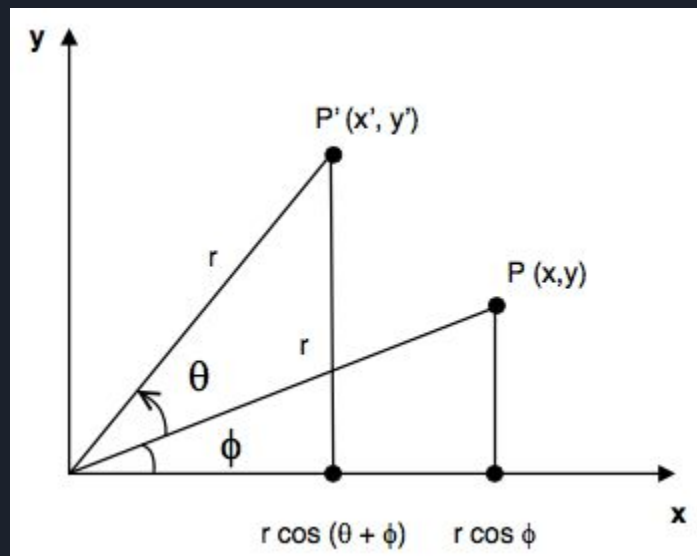


ROTAÇÃO

- Girar o objeto
- $P(x,y,z)$ é rotacionado para $P'(x',y',z')$
- Realizada sobre um ponto
 - Geralmente a origem



ROTAÇÃO



$$x = r \cdot \cos(\phi), y = r \cdot \sin(\phi)$$

$$\begin{aligned}x' &= r \cdot \cos(\theta + \phi) = r \cdot \cos\phi \cdot \cos\theta - r \cdot \sin\phi \cdot \sin\theta \\y' &= r \cdot \sin(\theta + \phi) = r \cdot \sin\phi \cdot \cos\theta + r \cdot \cos\phi \cdot \sin\theta\end{aligned}$$



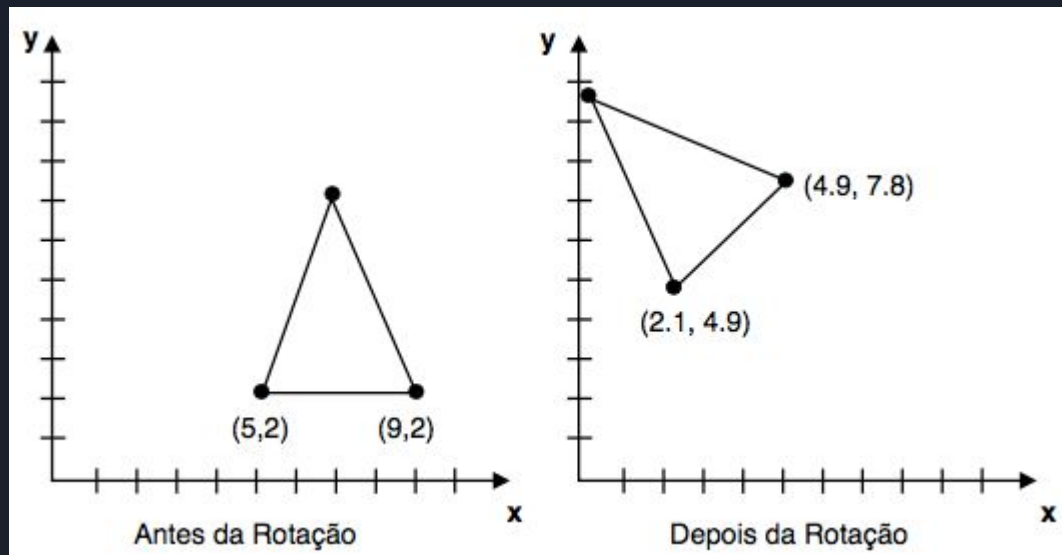
$$\begin{aligned}x' &= x \cos(\theta) - y \sin(\theta) \\y' &= y \cos(\theta) + x \sin(\theta)\end{aligned}$$



$$\begin{bmatrix} x' & y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

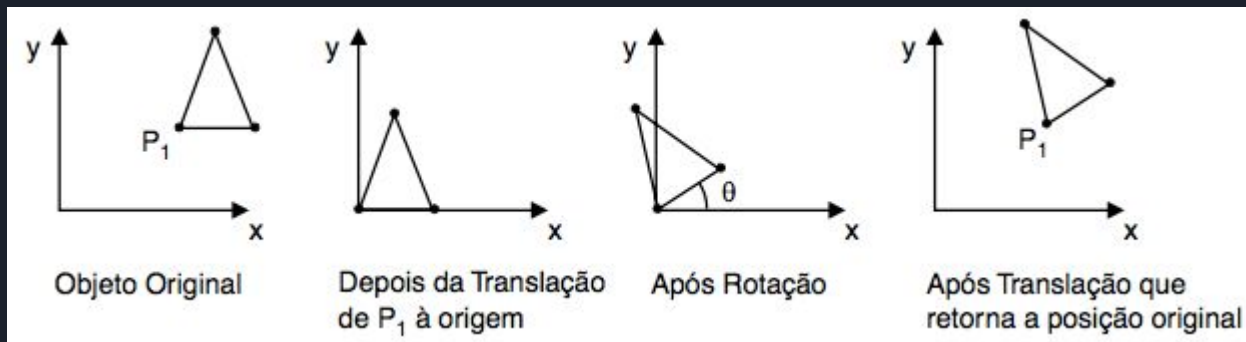
ROTAÇÃO

- Se o objeto não estiver na origem
 - Ocorrerá também uma translação



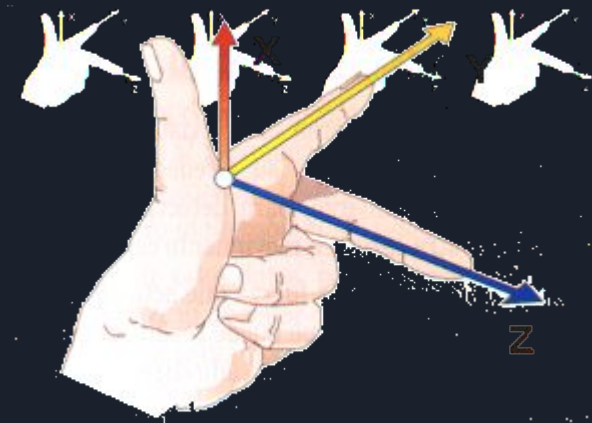
ROTAÇÃO

- Translação para a origem
- Aplica-se a rotação
- Translação inversa

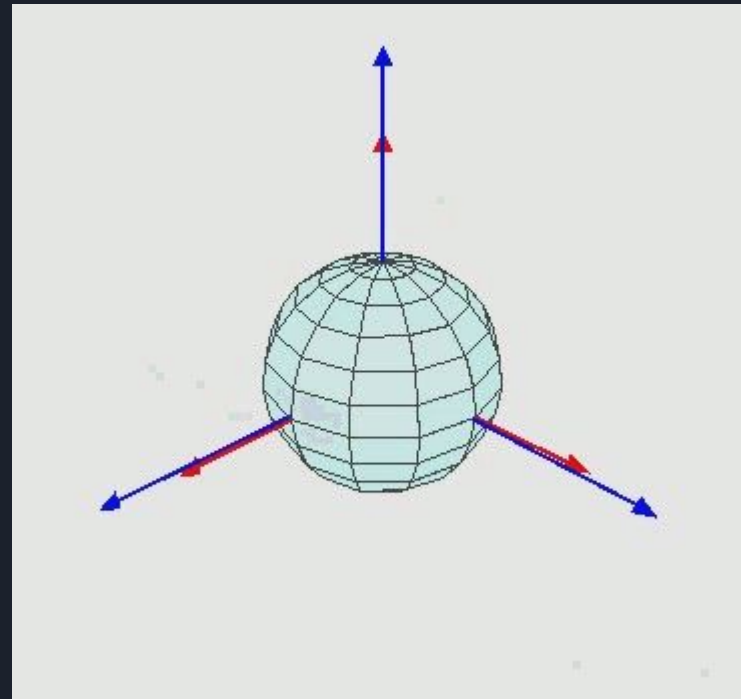
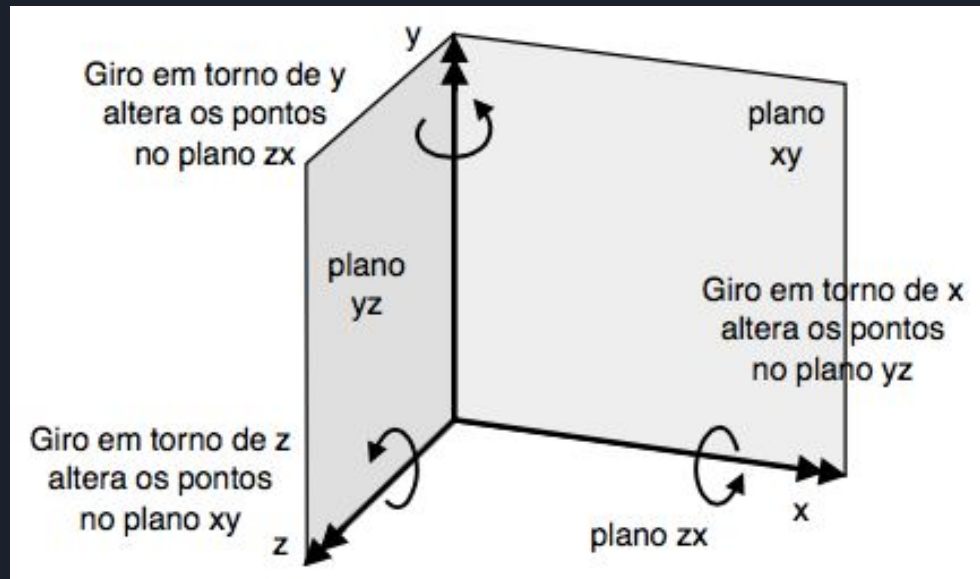


ROTAÇÕES 3D

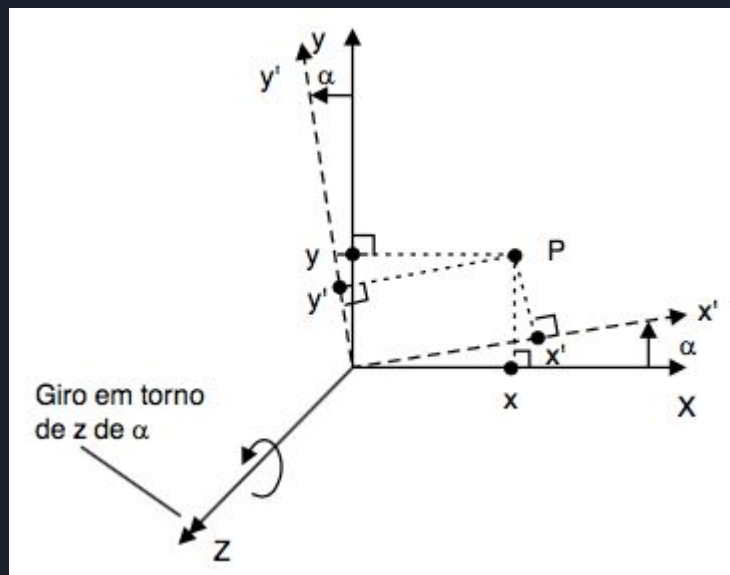
- Individualmente sobre cada eixo
 - Três matrizes de rotação (uma para cada eixo)
- Ângulos de Euler
- Regra da mão direita



ÂNGULOS DE EULER



ÂNGULOS DE EULER



$$[x' \ y' \ z'] = [x \ y \ z] \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



ROTAÇÃO 3D

$$[x' \ y' \ z'] = [x \ y \ z] * \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) & 0 \\ -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[x' \ y' \ z'] = [x \ y \ z] * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & \text{sen}(\beta) \\ 0 & -\text{sen}(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

$$[x' \ y' \ z'] = [x \ y \ z] * \begin{bmatrix} \cos(\delta) & 0 & -\text{sen}(\delta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\delta) & 0 & \cos(\delta) \end{bmatrix}$$



ROTAÇÃO 3D

- Dependente da ordem das rotações
- Não são comutativas

AB

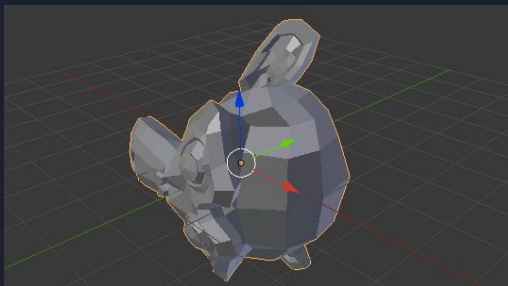


BA

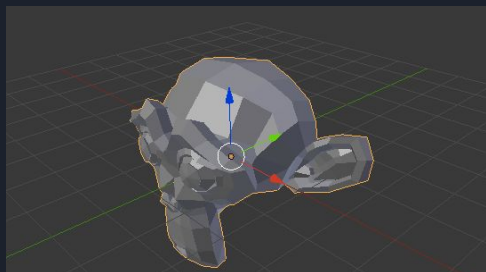
ROTAÇÃO 3D



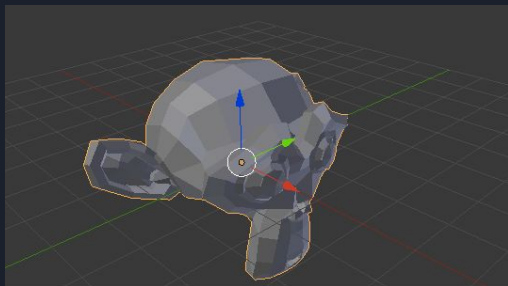
90° em Z



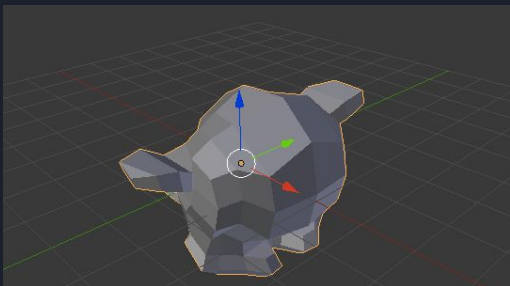
90° em X



90o em Z

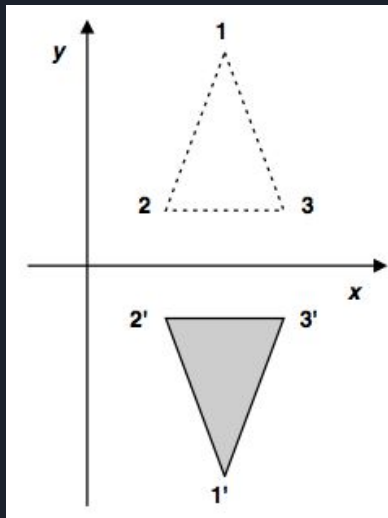


90° em Z



REFLEXÃO

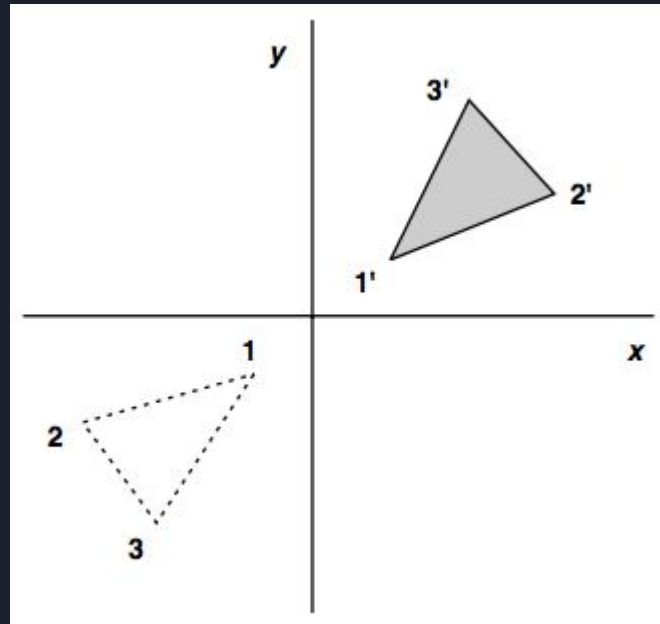
- Espelhamento (flip)
- Em torno dos eixos
- Multiplicação de coordenadas por -1



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

REFLEXÃO

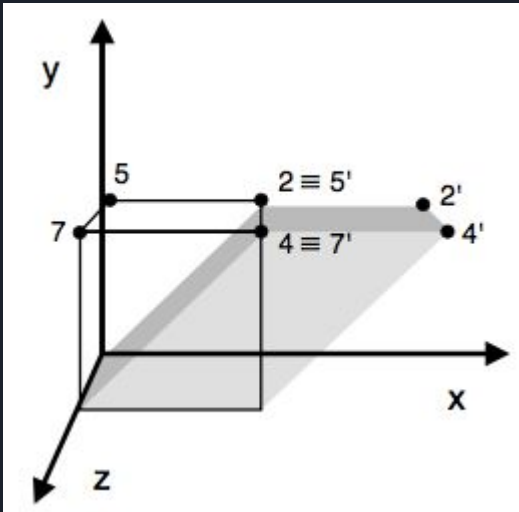
- Em torno de X e Y



$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

CISALHAMENTO

- Distorção (shearing ou skew)
- Proporcional a outras coordenadas

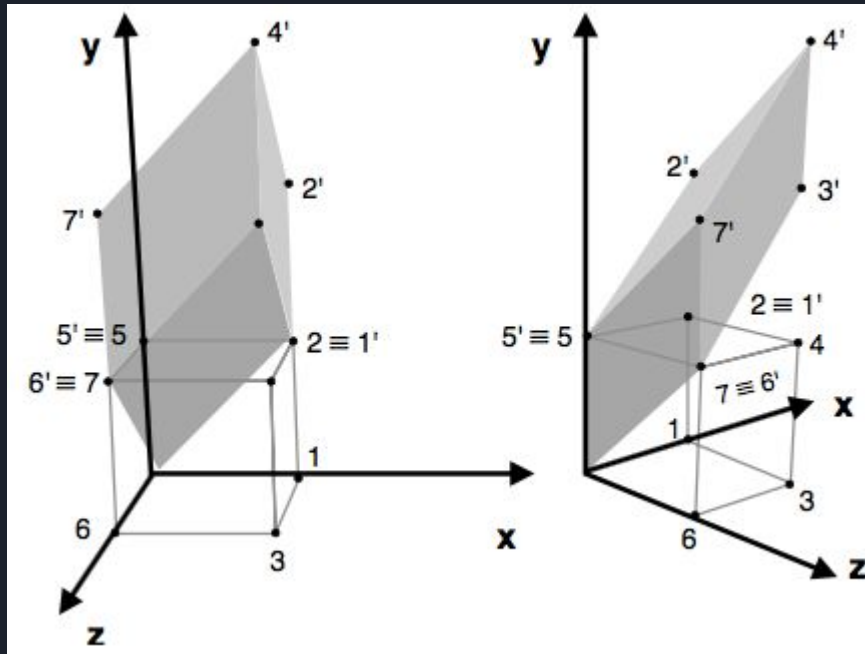


$$x' = x + S \cdot y, y' = y \text{ e } z' = z$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ S & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

CISALHAMENTO

- Pode ser feita em vários eixos simultaneamente



$$\begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & b & 1 \end{bmatrix}$$



COORDENADAS HOMOGÊNEAS

- Matrizes são usadas em transformações

lineares

- Reflexão

- Rotação

- Escala, ...

- Exceção é a translação

- Solução é utilizar coordenadas homogêneas



COORDENADAS HOMOGÊNEAS

- Em 2D

- $(x, y, \lambda) = (x/\lambda, y/\lambda, 1), \lambda \neq 0$

- $P(x, y) = [x, y, 1]$ em coordenadas homogêneas

- Em 3D

- $(x, y, z, \lambda) = (x/\lambda, y/\lambda, z/\lambda, 1), \lambda \neq 0$

- $P(x, y, z) = [x, y, z, 1]$ em coordenadas homogêneas

- Então: $(2, 3, 4, 6) = (4, 6, 8, 12)$

TRANSFORMAÇÕES COM COORDENADAS HOMOGÊNEAS

- Translação através da multiplicação de matrizes

$$[x' \ y' \ z' \ 1] = [x \ y \ z \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix}$$

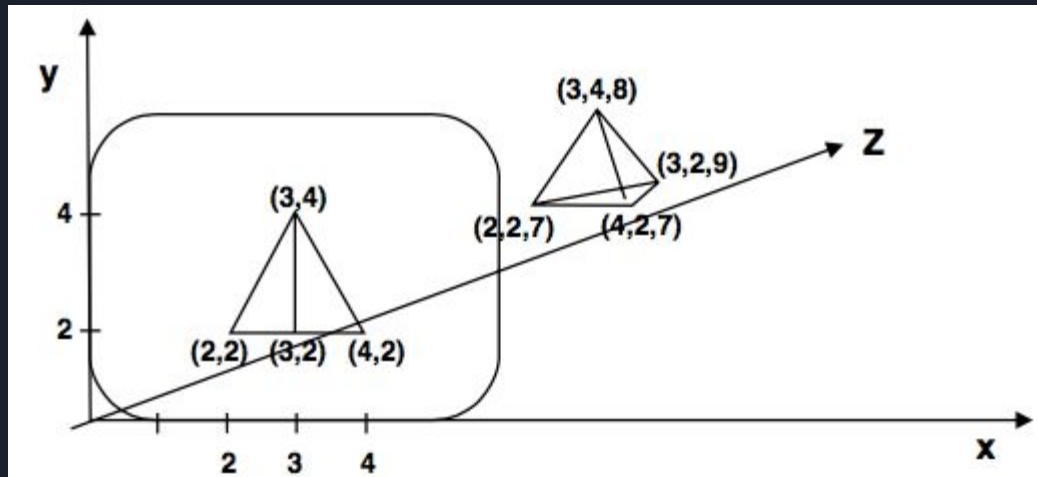
- Outras transformações

$$\text{Matriz de escala} \rightarrow [x \ y \ 1] \cdot \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Matriz de rotação} \rightarrow [x \ y \ 1] \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

PROJEÇÕES GEOMÉTRICAS

- Permitem a visualização em 2D de objetos 3D
- É preciso converter as coordenadas 3D em 2D
- Visão de uma determinada posição

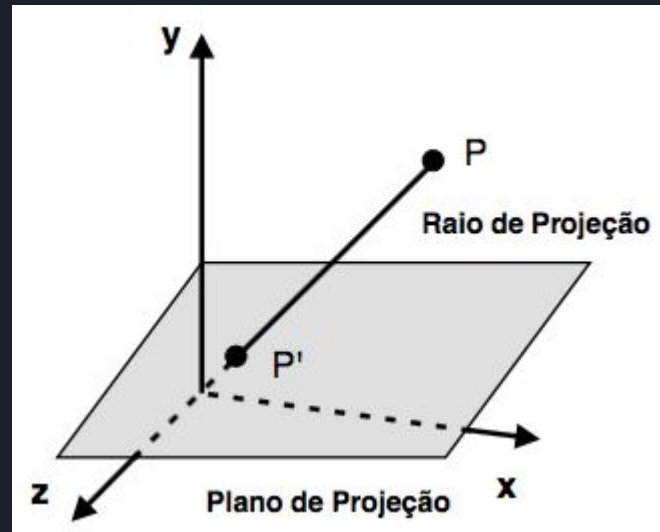




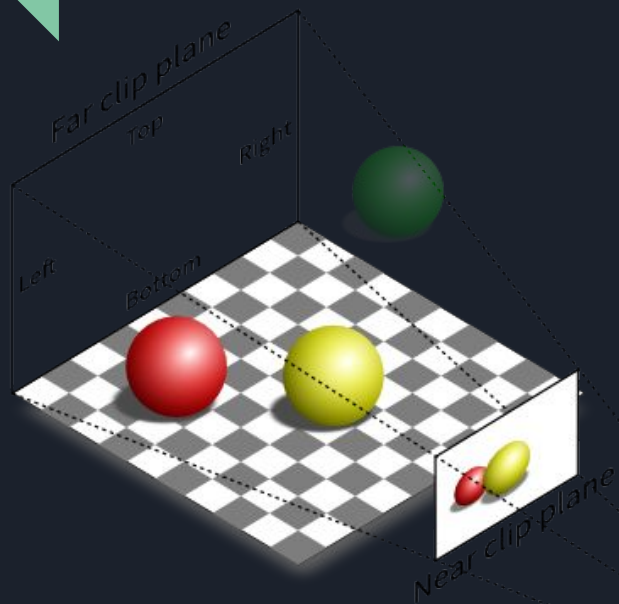
PROJEÇÃO NO PLANO

- Representação gráfica de um objeto no plano
 - Objeto 3D
 - Plano 2D
- Elementos básicos
 - Plano de projeção
- Superfície onde será projetado o objeto
 - Raio projetante
- Retas que passam pelo objeto e pelo centro de projeção
 - Centro de projeção
- Ponto fixo de onde os raios de projeção partem

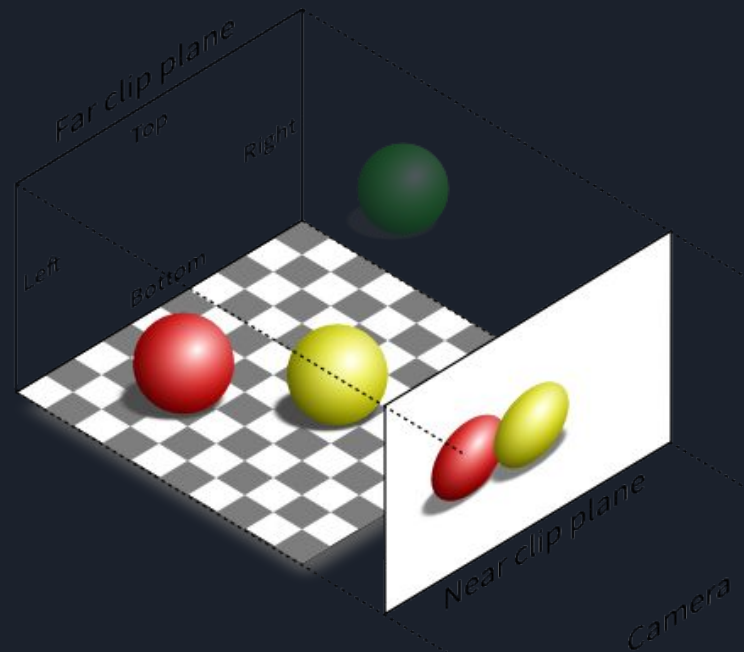
PROJEÇÃO NO PLANO



PROJEÇÃO NO PLANO



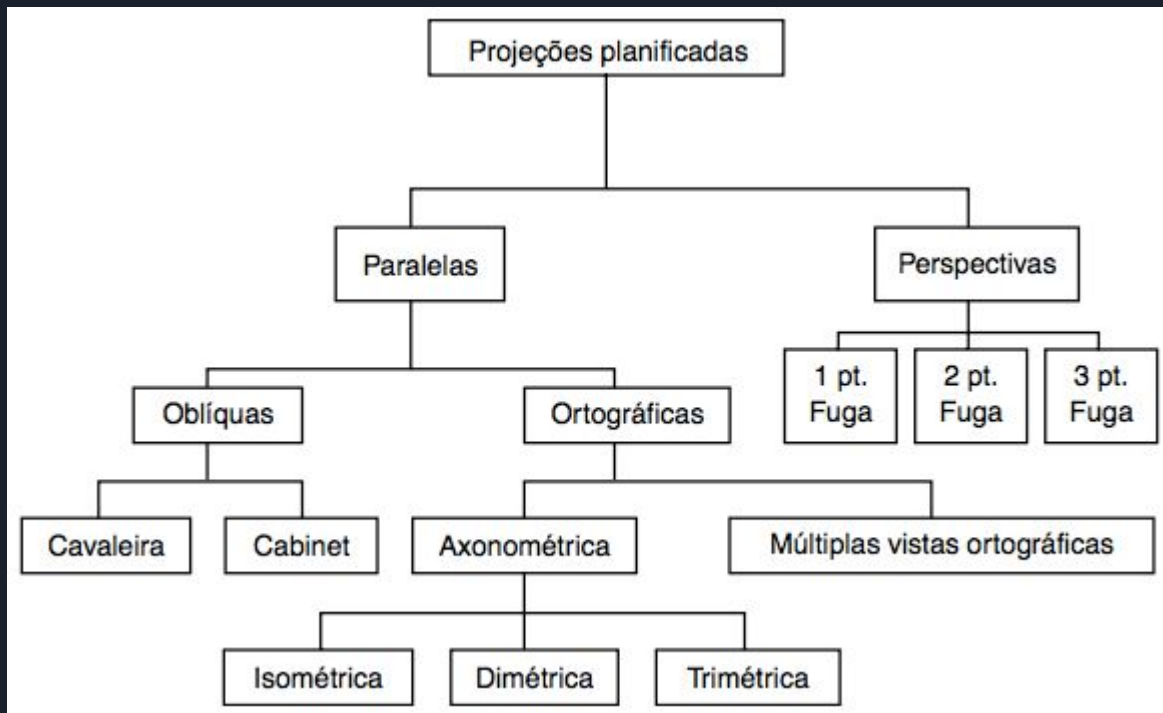
Perspective projection (P)



Orthographic projection (O)

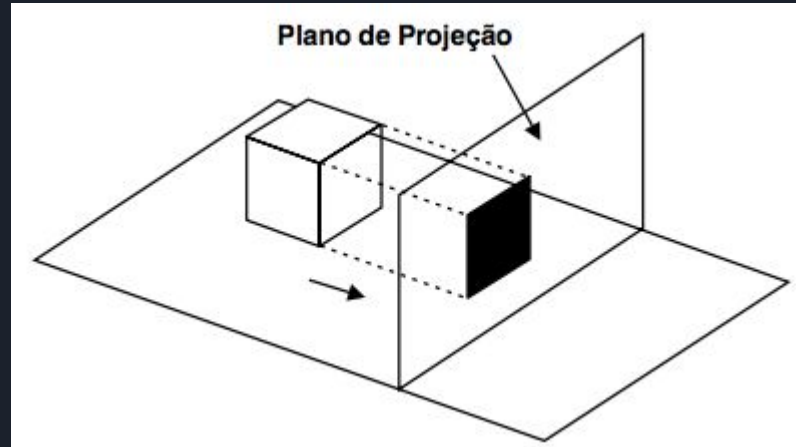
TIPOS DE PROJEÇÃO GEOMÉTRICA

- Depende da relação entre os elementos básicos



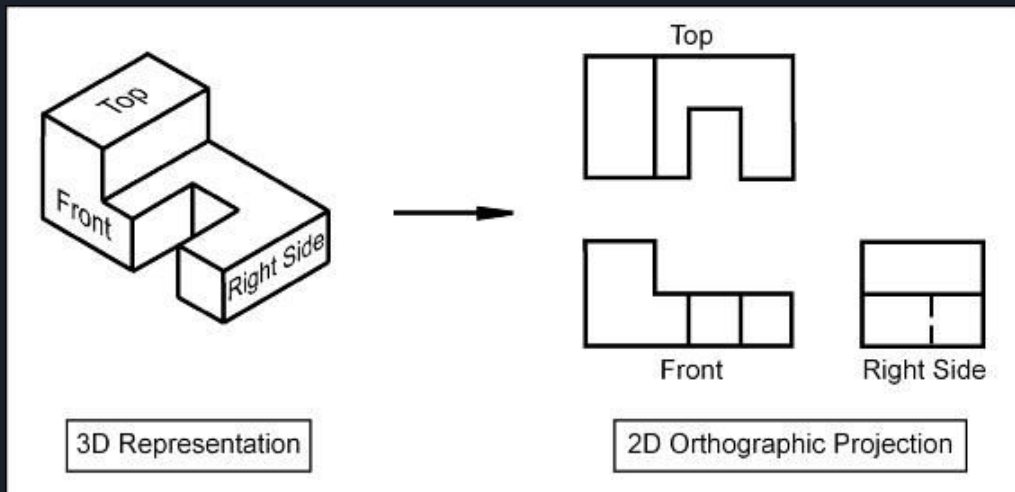
PROJEÇÃO PARALELA ORTOGRÁFICA

- O centro de projeção fica no infinito
- Raios paralelos entre si
- Raios perpendiculares ao plano de projeção



PROJEÇÃO ORTOGRÁFICA

- Não produzem imagens realistas
- Tradicionalmente usados em engenharia (Planta baixa)



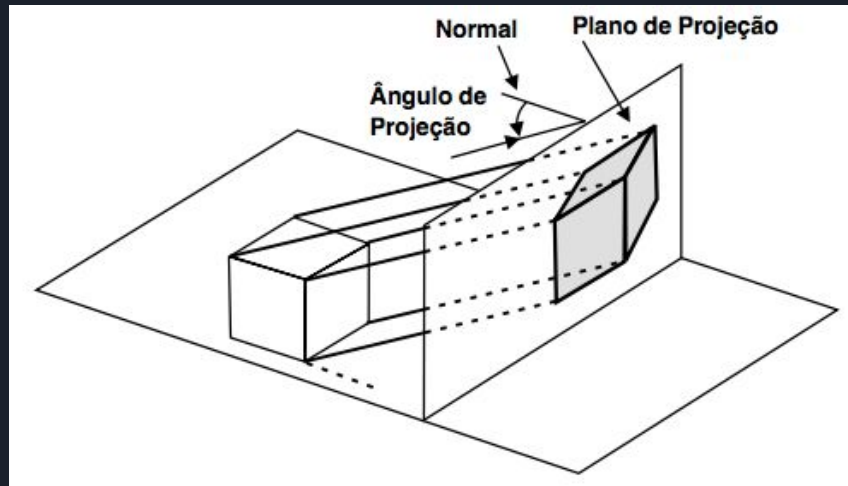
Projeção em $Z=0$

(Plano XY)

$$[x' \ y' \ z' \ 1] = [x \ y \ z \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

PROJEÇÃO PARALELA OBLÍQUA

- O centro de projeção fica no infinito
- Raios paralelos entre si
- Raios inclinados em relação ao plano de projeção

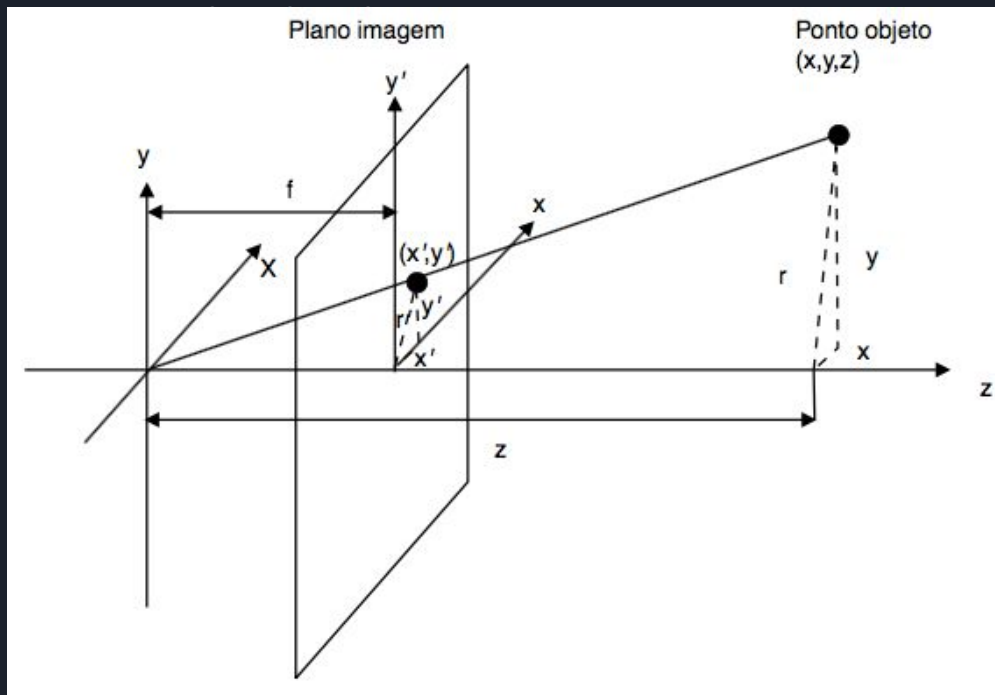




PROJEÇÃO PERSPECTIVA

- Simula o olho humano
 - Representação do espaço 3D no plano 2D
- Produz uma imagens realistas
- Não reproduz suas verdadeiras medidas
- Representa a cena a partir de um ponto finito
 - Centro de projeção não está no infinito

PROJEÇÃO PERSPECTIVA

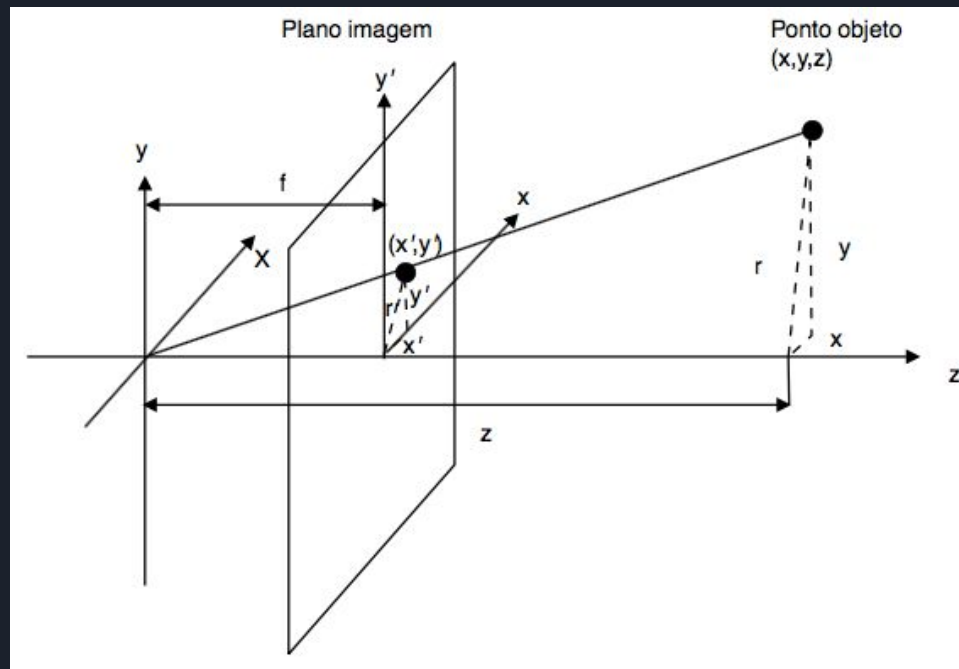


$$r^2 = x^2 + y^2$$
$$r'^2 = x'^2 + y'^2$$

$$\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{r'}{r}$$

$$\frac{x'}{x} = \frac{f}{z} \quad \text{e} \quad \frac{y'}{y} = \frac{f}{z}$$

PROJEÇÃO PERSPECTIVA



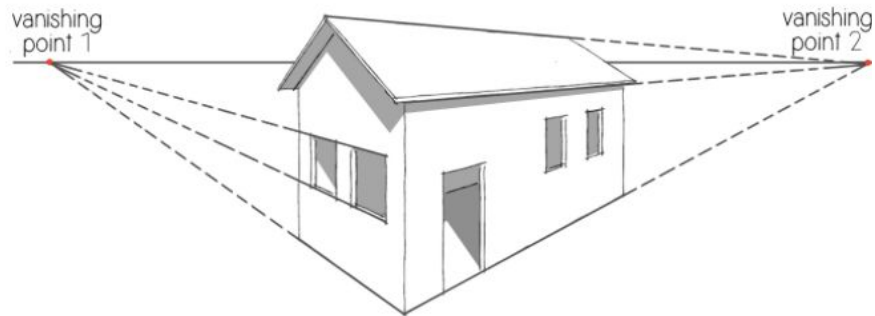
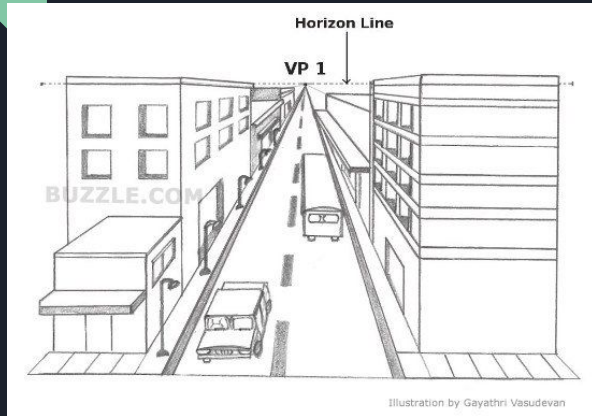
$$[x \ y \ z \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{f_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x' \ y' \ z' \ 1]$$

PONTOS DE FUGA

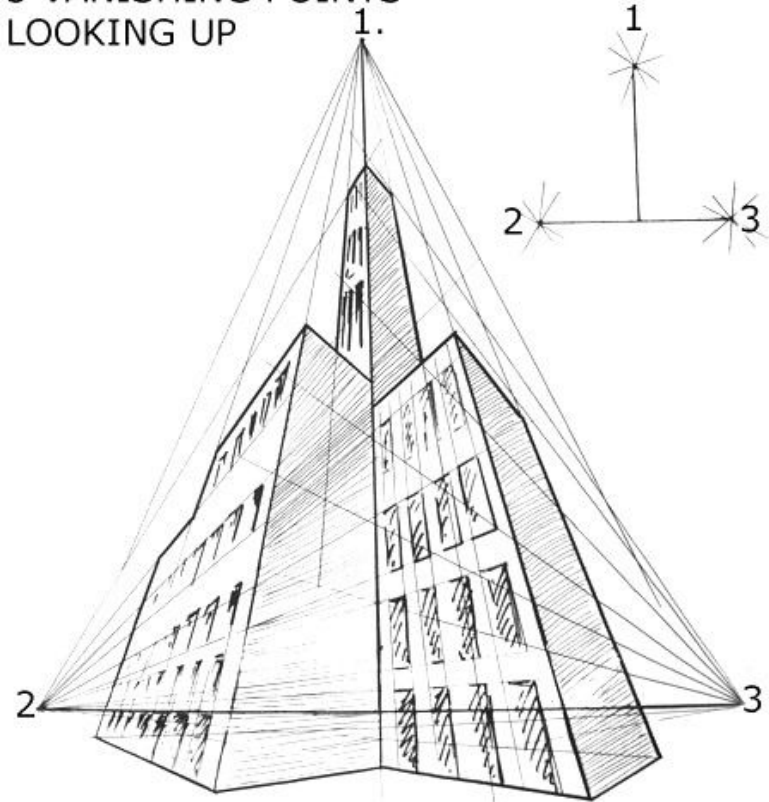
- Linhas paralelas que convergem para um ponto
 - Não são paralelas ao plano de projeção
- Pontos de fuga principais
 - Interseção com um dos eixos principais
 - Determinado pelo número de eixos principais interceptados pelo plano de projeção



PONTOS DE FUGA



3 VANISHING POINTS - LOOKING UP





CÁLCULO DE PONTOS DE FUGA

- Exemplo (Ponto de fuga na direção z)

- $P_z = [0, 0, 1, 0]$

$$[0 \ 0 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-1}{f_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & \frac{-1}{f_z} \end{bmatrix}$$

- Outros eixos

$[-f_x, 0, 0, 1]$, sobre o eixo x,
 $[0, -f_y, 0, 1]$, sobre o eixo y, e
 $[0, 0, -f_z, 1]$ sobre o eixo z.

CÂMERA VIRTUAL

- Análoga a uma máquina fotográfica

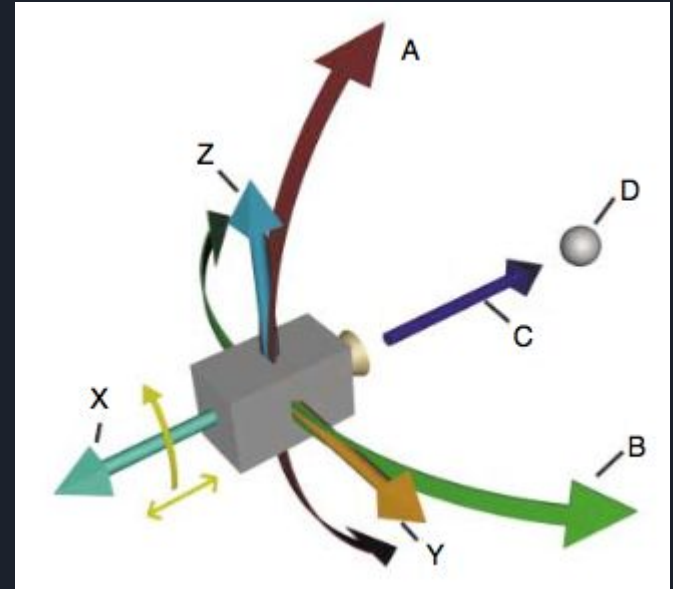
-Ponto de observação

-Orientação

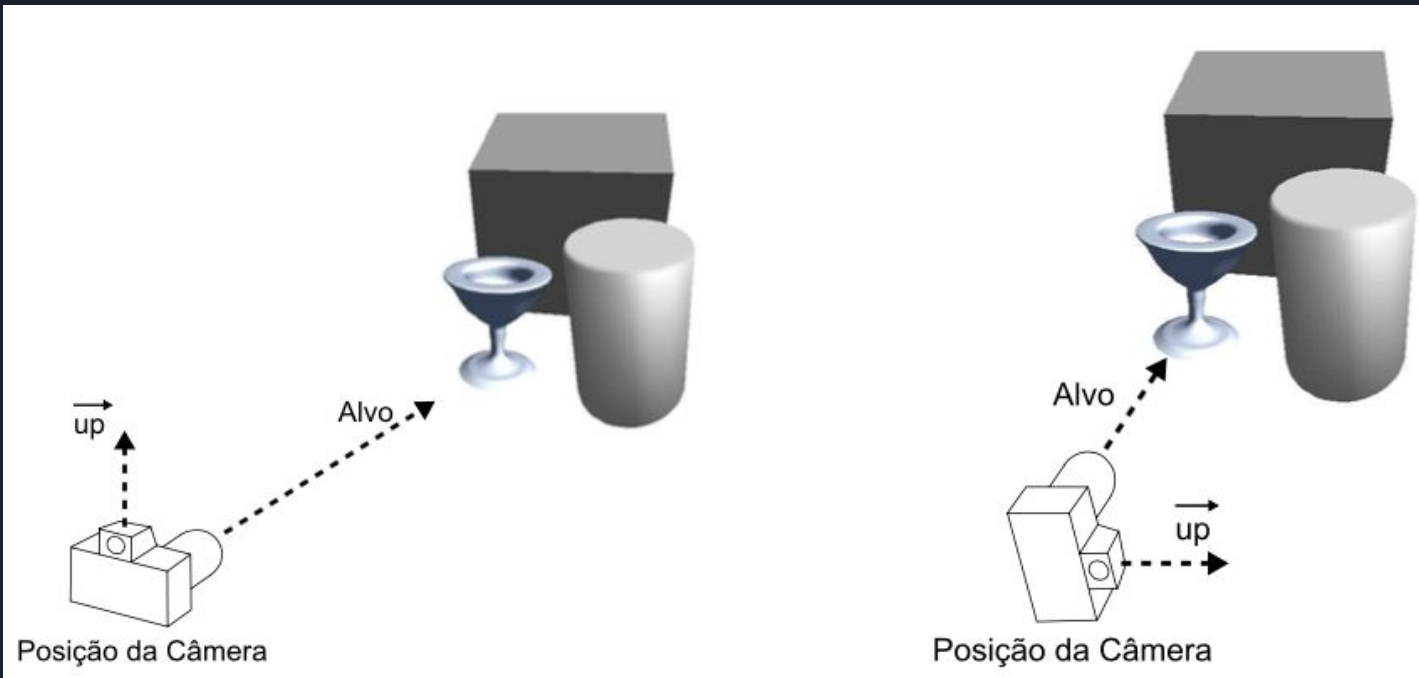
-Foco

-Tipo de projeção

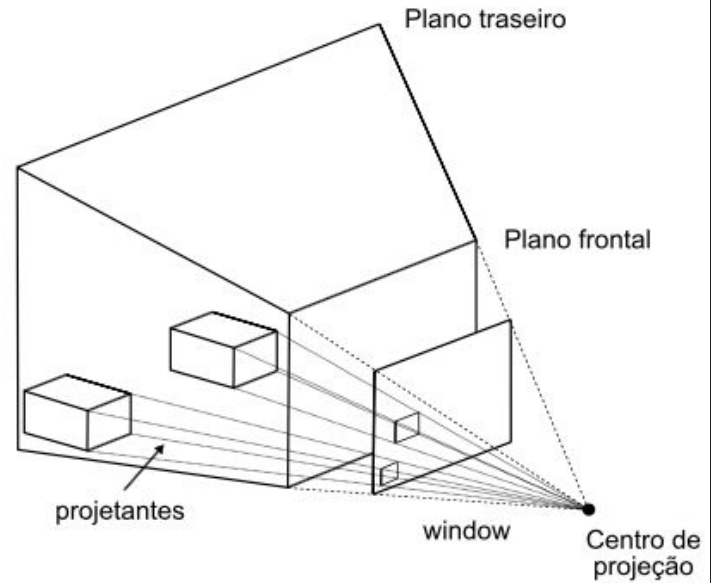
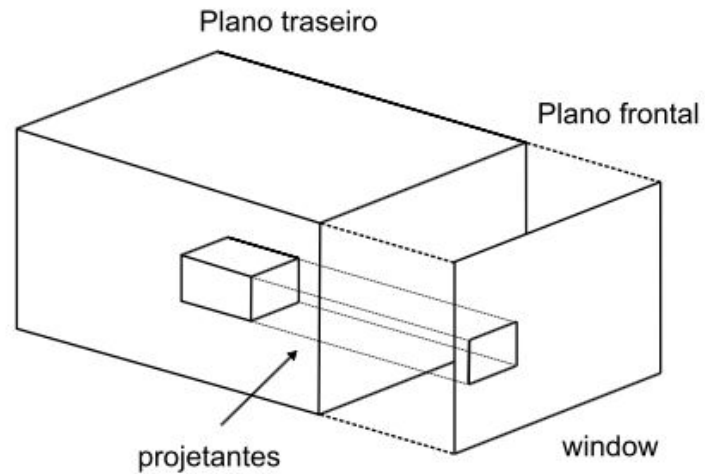
-Clipping



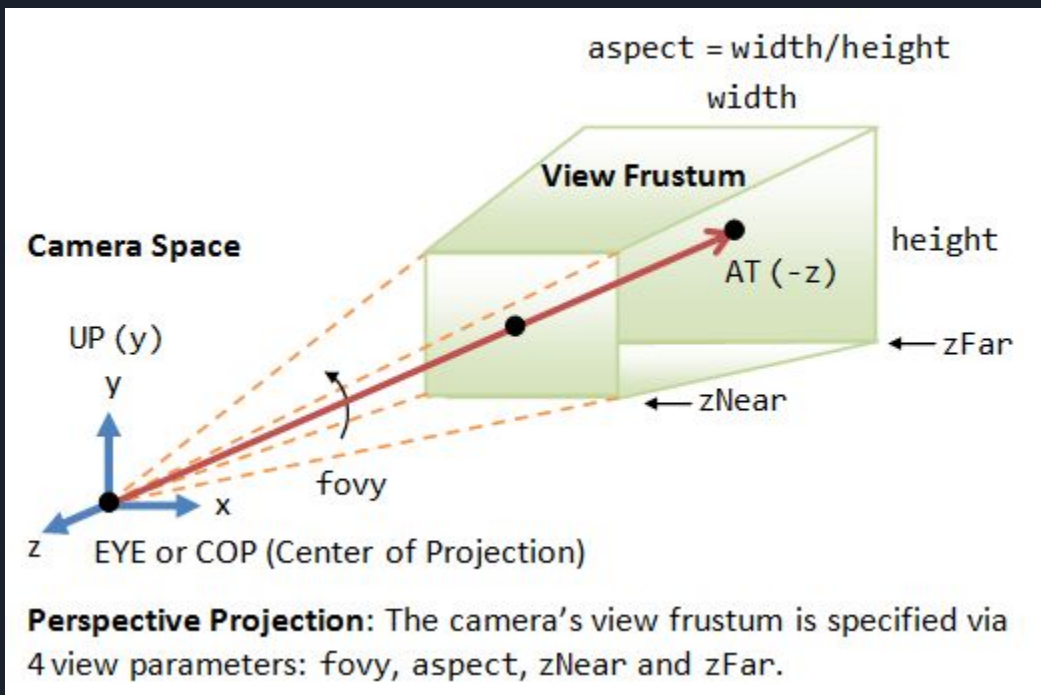
ORIENTAÇÃO



CLIPPING

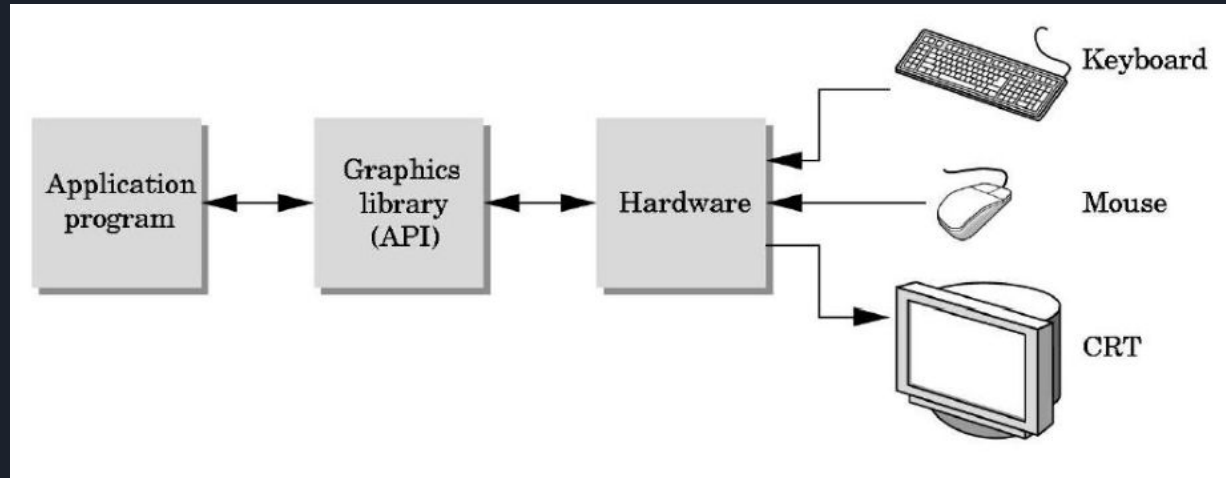


FRUSTRUM



OpenGL

- OpenGL – Open Graphics Library
- API (Application Program Interface) para aplicações gráficas
- Abstrai a complexidade do hardware





OpenGL

- Implementa rotinas gráficas e de modelagem

bidimensional e tridimensional

- Menor complexidade ao desenvolvedor
- Portável
- Disponível em diferentes sistemas
- Rápida
- Comunica-se diretamente com a placa gráfica



INSTALAÇÃO

- Windows

- Opengl32.dll, Glu32.dll e Glut32.dll

- Incluir <GL/glut.h>

- Linux

- libGL.so, libGLU.so e libglut.so (MesaGL)

- Incluir <GL/glut.h>

