# Teo: Algebra de Tablas



# Introducción | Uso de Listas

Para entender el álgebra de tablas se sugiere trabajar con listas ya que las mismas permiten modelar tablas como en SQL y brindan mayor flexibilidad a la hora de realizar operaciones (agregar, eliminar o modificar elementos) en una tabla. En otras palabras, es más fácil manipular bases de datos si entendemos a la BD como una lista de tuplas a que como es planteado en el modelo relacional.

Entonces, básicamente en las filminas se menciona que las tablas son equivalente a listas de tuplas, haciendo referencia a que si hacemos una consulta sobre una tabla, esa consulta también se puede expresar en **operaciones sobre listas**, permitiéndonos tener un paralelismo entre tabla y lista, facilitándonos entender algunos conceptos.

### Notación y conceptos importantes (sobre listas)

- Lista vacía: []
- Agregar elemento: operador ":" (Ej: a : b : c : [] = [a, b, c])
- Conjunto de listas de tipo T: [T] (Ej: [int], [string])
- Existe la recursión sobre listas (visto en Haskell, ej abajo)

```
Ejemplo: Evaluar suma[1,2,3]
Suma 1: 2: 3: []
Suma :: [Int] -> Int
Suma :: [Int] -> Int</l
```

# **Álgebra de Tablas**

Un álgebra de tablas es un marco formal que proporciona un conjunto de operaciones y reglas para trabajar con conjuntos de tablas (representadas por listas de tuplas). Éstas operaciones son recursivas y sirven para manipular las listas.

El Álgebra de tablas nos ayuda para:

- Darle una semántica formal a SQL
   Las consultas en SQL son expresiones en el álgebra de tablas.
- Dadas dos consultas en SQL, chequear si son equivalentes
   Se usan propiedades (e inducción) para probar que dos expresiones del alg. de tablas son equivalentes
- Dada una consulta en SQL, obtener una más eficiente
   Se traduce la consulta a alg. tablas y se busca otra más eficiente usando propiedades, heurísticas y programación dinámica.
- Dada una consulta en SQL, evaluarla
   Se usan operadores físicos que asumen ciertas cosas sobre sus argumentos.

## **Operadores**

Son lo que usaremos para poder hacer consultas a nuestras tablas. Utilizaremos un conjunto de las siguientes operaciones para construir las expresiones de consultas.

SELECT nombre, DNI, nombreBib from bibliotecario, trabajaEN where bibliotecario.DNI = trabajaEN.DNI and antigüedad > 5

Proyección: Se usa para seleccionar un subconjunto de columnas de una tabla.
 Como resultado se tiene una nueva tabla que contiene sólo las columnas especificadas.

Ejemplo: en la imagen anterior, en SELECT se proyectan sólo las tuplas de las columnas nombre, DNI y nombreBib. A esta operación la denotamos con el símbolo 

☐. Podemos definir esta operación recursivamente sobre listas:

$$\begin{split} \Pi_{A,C}[] &= [] \\ \Pi_{A,C}(t:r) &= (t.A, t.C) : (\Pi_{A,C} r) \\ &= ((\t' -> (t'.A, t'.C)) t) : (\Pi_{A,C} r) \\ \Pi_{A,C} &= map \ (\t' -> (t'.A, t'.C)) \end{split}$$

Si lo vemos por partes:

- $\Pi_{A,C}$ [] = [] caso para lista vacía
- $\Pi_{A,C}$ (t:r) = (t.A, t.C) : ( $\Pi_{A,C}$  r) caso recursivo, devuelve una lista donde se toma el componente A y C de la tupla t y se agrega a la lista resultante llamando recursivamente.
- Luego se define la versión usando map, que para cada tupla t', se devuelve la tupla con sus componentes A y C.

$$\Pi_{A,C} = \text{map (\t' -> (t'.A, t'.C))}$$

En definitiva, todo se traduce a

2. <u>Proyección Generalizada</u>: es como proyección pero cuando se quiere proyectar información o atributos que no están en los componentes. En el ejemplo de aquí abajo, sueldos anuales no está en la tabla profe.

profe	profe						
legajo	nombres	apellidos	sueldo				
p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000				
p2	"Patricia"	"Selinger"	6000				
p3	"Edgar F"	"Codd"	5500				
p4	"Barbara"	"Liskov"	5600				

Hacer la consulta: obtener los sueldos anuales de los profesores.

sueldos	_anuales	
legajo	-	sueldes anuales — II.
p1	39000	${\sf sueldos\_anuales} = \Pi_{\sf legajo}, \ {\sf sueldo*13}({\sf profe})$
p2	78000	loggio - ()+ > + loggio)
p3	71500	legajo = (\t -> t.legajo)
p4	72800	sueldo * 13 = (\t -> t.sueldo * 13)

Con map (donde f1 = legajo y f2 = sueldo\*13):

$$\Pi_{f1,...,fn} = map(\t' -> (f1(t'),...,fn(t')))$$

Definición

$$\begin{array}{l}_{1}\Pi_{f_{1},\ldots,f_{N}}([])=[]\\_{2}\Pi_{f_{1},\ldots,f_{N}}(\mathbf{x}:\mathbf{xs})=(f_{1}\;\mathbf{x},\;\ldots,\;f_{N}\;\mathbf{x}):\Pi_{f_{1},\ldots,f_{N}}(\mathbf{xs})\end{array}$$

3. <u>Selección</u>: obtiene las tuplas que cumplen las condiciones/predicados que nosotros deseamos.

Sean las tablas:

profe			
legajo	nombres	apellidos	sueldo
p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000
p2	"Patricia"	"Selinger"	6000
p3	"Edgar F"	"Codd"	5500
p4	"Barbara"	"Liskov"	5600

curs	50	
id	legajo	nombre
c1	p2	"Optimización de Consultas"
c2	р3	"Fundamentos de BD"
c3	p2	"Análisis de Datos"
c4	p1	"Fundamentos del Software"
c5	p4	"Programación OO"

Sea la consulta: obtener los cursos enseñados por Patricia

cursos_patricia						
id	legajo	nombre				
c1	p2	"Optimización de Consultas"				
c3	p2	"Análisis de Datos"				

cursos\_patricia = 
$$\sigma_{legajo=p2}$$
(curso)

El operador de selección se define recursivamente como sigue:

$$\sigma_{P}[] = []$$

$$\sigma_P(t:r) = if p(t) then t: (\sigma_P r) else \sigma_P r$$

4. <u>Producto cartesiano</u>: combina cada fila de una tabla con cada fila de otra tabla. Genera todas las posibles combinaciones de filas entre dos tablas.

1	profe			
1	legajo	nombres	apellidos	sueldo
ĺ	p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000
1	p2	"Patricia"	"Selinger"	6000
1	р3	"Edgar F"	"Codd"	5500
1	p4	"Barbara"	"Liskov"	5600

curs	50	
id	legajo	nombre
c1	p2	"Optimización de Consultas"
c2	р3	"Fundamentos de BD"
сЗ	p2	"Análisis de Datos"
c4	p1	"Fundamentos del Software"
c5	p4	"Programación OO"

-						
p.legajo	nombres	apellidos	sueldo	id	c.legajo	nombre
pl	"Benjamin"	"Pierce"	3000	cl	p2	"Optimización de Consultas"
p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000	c2	p3	"Fundamentos de BD"
p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000	c3	p2	"Análisis de Datos"
p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000	c4	p1	"Fundamentos del Software"
pl	"Benjamin"	"Pierce"	3000	c5	p4	"Programación OO"
p2	"Patricia"	"Selinger"	6000	c1	p2	"Optimización de Consultas"
p2	"Patricia"	"Selinger"	6000	c2	р3	"Fundamentos de BD"

Observar el esquema del producto cartesiano en el ejemplo.

La definición:

$$\Pi \times s = \Pi$$

$$(t:r) \times s = anexar s t (r \times s)$$

donde anexar s t q = (map (t' -> t; t') s) ++ q. Ejemplo:

```
si tenemos una tupla t = (1, "Alice") y una lista de tuplas s = [(10, "Bob"), (20, "Charlie")], la función anexar producirá [(t, (10, "Bob")), (t, (20, "Charlie"))].
```

#### Ejemplo de todo

#### Dadas las tablas:

profe			
legajo	nombres	apellidos	sueldo
p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000
p2	"Patricia"	"Selinger"	6000
p3	"Edgar F"	"Codd"	5500
p4	"Barbara"	"Liskov"	5600

curs	50	
id	legajo	nombre
c1	p2	"Optimización de Consultas"
c2	p3	"Fundamentos de BD"
сЗ	p2	"Análisis de Datos"
c4	p1	"Fundamentos del Software"
c5	p4	"Programación OO"

#### Quiero encontrar los nombres de los profes que dictan 'Análisis de datos':

1. Hacemos el *producto cartesiano* de ambas tablas ya que la consulta se refiere a atributos de ambas tablas (legajo profe y legajo curso).

-						
p.legajo	nombres	apellidos	sueldo	id	c.legajo	nombre
pl	"Benjamin"	"Pierce"	3000	cl	p2	"Optimización de Consultas"
p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000	c2	p3	"Fundamentos de BD"
p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000	c3	p2	"Análisis de Datos"
p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000	c4	p1	"Fundamentos del Software"
pl	"Benjamin"	"Pierce"	3000	c5	p4	"Programación OO"
p2	"Patricia"	"Selinger"	6000	c1	p2	"Optimización de Consultas"
p2	"Patricia"	"Selinger"	6000	c2	p3	"Fundamentos de BD"

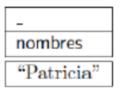
2. Hacemos la <u>selección</u> de las filas que nos interesan, en este caso, las filas tal que cumplan el predicado legajo del profesor == legajo del curso.

_						
legajo	nombres	apellidos	sueldo	id	legajo	nombre
pl	"Benjamin"	"Pierce"	3000	c4	pl	"Fundamentos del Software"
p2	"Patricia"	"Selinger"	6000	c1	p2	"Optimización de Consultas"
p2	"Patricia"	"Selinger"	6000	c3	p2	"Análisis de Datos"
р3	"Edgar F"	"Codd"	5500	c2	р3	"Fundamentos de BD"
p4	"Barbara"	"Liskov"	5600	c5	p4	"Programación OO"

3. Hacemos <u>selección</u> de nuevo para sacar las filas que tengan nombre de curso == "Análisis de Datos", es decir

_						
legajo	nombres	apellidos	sueldo	id	legajo	nombre
p2	"Patricia"	"Selinger"	6000	c3	p2	"Análisis de Datos"

4. Aplicando proyección obtenemos



O sea, hicimos la consulta:  $\Pi$ nombres ( $\sigma$ <sub>P</sub> ( $\sigma$ <sub>Q</sub> (profe x curso)))

En definitiva, la consulta tiene la siguiente pinta:

```
\Pi_{\mathsf{nombres}}(\sigma_{\mathsf{profe.legajo}=\mathsf{curso.legajo}\land\mathsf{curso.nombre}=\text{``Análisis}\ de\ Datos''}(\mathsf{profe}\times\mathsf{curso}))
```

que es equivalente en SQL a:

```
SELECT nombres
FROM profe, curso
WHERE profe.legajo = curso
AND curso.nombres = "Análisis de Datos"
```

#### En general:

select 
$$A1,...,An$$
 Es equivalente a:
$$\Pi_{A1,...,An} \left(\sigma_{p} \left(r_{1} \times ... \times r_{n}\right)\right)$$
where  $P$ 

# **Otros Operadores**

Los primeros 3 operadores son los más básicos.

Reunión Selectiva: es un operador que combina tablas por atributos en común.
 Análogo a <u>Selección</u> cuando los atributos en el predicado coinciden. Con <u>Proyección</u>, muestra las tuplas enteras que compartan los mismos valores en los atributos denotados.

 $\Pi_{\text{nombre, apellido, DNI}}$  ( $\sigma_{\text{persona.DNI = bibliotecario.DNI}}$  (persona x bibliotecario)) Así introducimos un operador llamado reunión selectiva que hace esto:  $\Pi_{\text{nombre, apellido, DNI}}$  (persona  $_{\text{DNI}}\bowtie_{\text{DNI}}$  bibliotecario)

podría decirse que reunión selectiva es como una "abreviación" de selección. De todas maneras, ambas cosas son distintas, en reunión selectiva, la columna DNI no se repite.

¿Cómo se pude definir reunión selectiva usando los operadores vistos?

$$r_{a_1,...,a_i}\bowtie_{b_1,...,b_i} s = \prod_{n_1,...,n_N,c_1,...,c_{M-i}} (\sigma_{a_1=b_1\wedge...\wedge a_i=b_i}(r\times s))$$

Un tipo de reunión selectiva que se usa mucho es reunión natural: se aplica reunión selectiva a todos los atributos con el mismo nombre en las dos tablas.

Sean  $r(n_1 :: \tau_1, ..., n_N :: \tau_N)$  y  $s(m_1 :: \tau'_1, ..., m_M :: \tau'_M)$ , definimos la reunión natural de r y s como:

$$r \bowtie s = r_{a_1,...,a_i} \bowtie_{a_1,...,a_i} s$$
  
donde  $\{a_1,...,a_i\} = \{n_1,...,n_N\} \cap \{m_1,...,m_M\}.$ 

#### La consulta anterior:

Π<sub>nombres</sub>(σ<sub>curso.nombre="Análisis de Datos"</sub> (profe <sub>legajo</sub> ⋈<sub>legajo</sub> curso))
es una reunión natural:

$$\Pi_{\text{nombres}}(\sigma_{\text{curso.nombre}=\text{``Análisis de Datos''}}(\text{profe} \bowtie \text{curso}))$$

#### Disyunción: Construcción de consultas complejas

Se usa el operador let para acortar expresiones a través de la asignación de etiquetas.

#### Esta estaba expresada como:

 $\Pi_{\text{nombres}}(\sigma_{\text{curso.nombre}=\text{``Análisis de Datos''}}(\text{profe}_{\text{legajo}}\bowtie_{\text{legajo}} \text{curso}))$ Se puede escribir así:

```
let profe_curso = profe _{legajo}\bowtie_{legajo} curso 
let pc_analisis = \sigma_{curso.nombre=} "Análisis de Datos" (profe_curso) 
\Pi_{nombres}(pc_analisis)
```

5. <u>Concatenación de tablas</u>: es como la de listas nada mas que ahora el resultado tiene un esquema relacional. Para concatenar dos tablas, los esquemas deben ser compatibles (mismo tipo).

Sean 
$$r(n_1 :: \tau_1, ..., n_N :: \tau_N)$$
 y  $s(m_1 :: \tau_1, ..., m_M :: \tau_N)$   
 $r++s :: (n_1 :: \tau_1, ..., n_N :: \tau_N)$   
 $[] ++s = s$   
 $(t:r)++s = t: (r++s)$ 

6. Resta: en una resta entre dos relaciones *r* y *s* se seleccionan las tuplas de r que **no** están en s.

$$r \setminus s :: (n_1 :: \tau_1, \dots, n_N :: \tau_N)$$
  
 $r \setminus s = \sigma_{(\setminus t \to t \notin s)}(r)$ 

7. <u>Intersección</u>: son las tuplas que estan en r y s si r y s son relaciones.

$$r \cap s :: (n_1 :: \tau_1, \dots, n_N :: \tau_N)$$
  
 $r \cap s = \sigma_{(t \to t \in s)}(r)$ 

- 8. Renombre: con renombre se pueden dar nombres a tablas para diferenciar los atributos al momento de hacer un producto cartesiano u otras operaciones. Notación:  $\rho_{p1}$  con  $\rho$  operador y p1 renombre.
  - Si usamos profe x profe: en la tabla resultante las columnas no van a tener nombre.
  - Lo que podemos hacer es darle nombre a la primera tabla profe:
  - $\rho_{p1}$  (profe) x profe. Aquí todas las columnas del resultado tienen nombre.

p1.legajo	p1.nombres	p1.apellidos	p1.sueldo	.legajo	nombres	apellidos	: sueldo
p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000	p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000
p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000	p2	"Patricia"	"Selinger"	6000
p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000	р3	"Edgar F"	"Codd"	5500
p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000	p4	"Barbara"	"Liskov"	5600
p2	"Patricia"	"Selinger"	6000	p1	"Benjamin"	"Pierce"	3000
p2	"Patricia"	"Selinger"	6000	p2	"Patricia"	"Selinger"	6000
p2	"Patricia"	"Selinger"	6000	p3	"Edgar F"	"Codd"	5500
p2	"Patricia"	"Selinger"	6000	p4	"Barbara"	"Liskov"	5600

las columnas finales tienen nombres: profe.legajo, profe.nombres, profe.apellidos, profe.sueldo pero por cuestiones de espacio no se los puso así.

#### Ejemplo de uso:

Obtener el legajo de los profesores de mayor sueldo:

- Let proxpro =  $\rho_{p1}$  (profe) x profe
- $\circ$  Let sueldo\_menor =  $\Pi_{\text{p1.legajo}}$  ( $\sigma_{\text{p1.sueldo} < \text{profe.sueldo}}$  proxpro)
- $\circ \Pi_{legajo}$  Profe \ sueldo\_menor
- 9. <u>Remover duplicados</u>: La remoción de duplicados nos permite sacar aquellas tuplas que estén duplicadas en la tabla. Por ejemplo, si queremos obtener los legajos, sin duplicados, de les profes de los cursos, podemos hacer lo siguiente:
  - La operación de remoción de duplicados se define recursivamente así:
  - 1. V[] = []
  - 2.  $V(t:r) = if t \in r then V(r) else t: V(r)$

- 10. Agregación: son funciones que se aplican sobre listas. Entre ellas:
  - count (cantidad elementos en una lista)

**Ejemplo:** Obtener la cantidad de departamentos con instructores.  $\circ Y_{(count \circ v) (dept \ name)}$  instructor

- sum (sumar valores que deben ser numéricos)
- avg (promediar valores numéricos)
- min (obtener el mínimo valor en la lista)
- max (obtener el máximo valor en la lista)

**Ejemplo de agregación**: Obtener los legajos de los profes que tienen el salario más alto.

```
let maximo_salario = \gamma_{\max(\text{salario})}(\text{profe})
let profe_max = profe \bowtie \rho_{(\text{salario})}(\text{maximo}_{\text{salario}})
\Pi_{\text{legajo}}(\text{profe}_{\text{max}})
```

Éstas pueden combinarse entre sí

**Ejercicio**: Obtener la cantidad de departamentos con instructores y máximo salario de los instructores

```
\circ \gamma_{(count \circ v) (dept \ name), \ max(salario)} instructor
```

## **NOTAS DE EMA**

# REPASO DE LISTAS (FUNCIONAL)

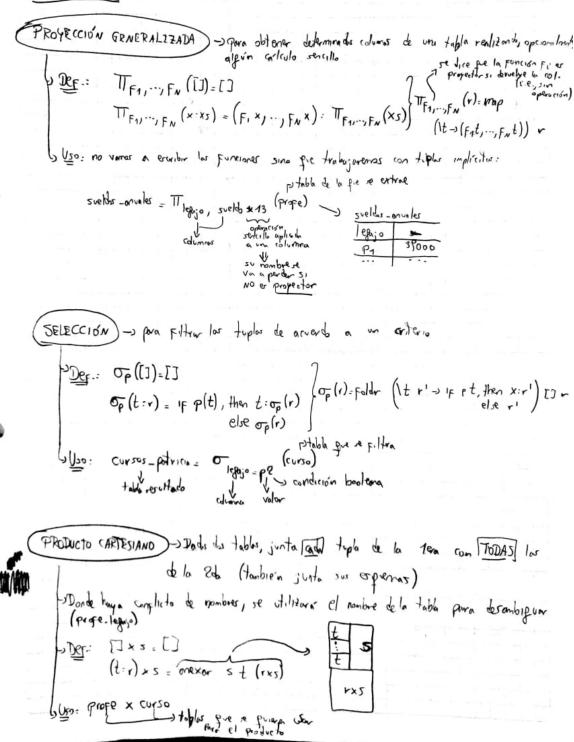
### TABLAS Y SUS ESQUEMAS

nombre		
Compos :: ts		Componiton of ESQUEMA > R := nombre (componiton,, componiton)
V <sub>1</sub> 1		VIN Decimos que nombre:: R
:	٠.,	TUPLAS  fortourn typo dom (R) = t1 x x tN  Lypora tener el valor de un carpo de la corsora topla, teneres
V <sub>M1</sub>		in admir. Admir.
		Deben estar en el dominio definido (tw)

## CONCATE NACIÓN THE TUPLAS

CS Escaneado con CamScanno

### OPERADORES



CS Escarwado con Camil

(REUNIÓN JELECTIVA) -> producto sortesiono pero se selectionen solo aprellos combraciones pre tienen mismo valor en la columa relectiona da
pej., en vez de profe x ruso, tenenos
Profe legajo M tegajo Curso, el cual solo deja lor combinaciones
donde coincides los legujos (A importante para los FK)
5 sodo se deja la col. de la 127. (la fre re busco que sea pual)
$C_{a_{1},,a_{i}} \bowtie b_{1,,b_{i}} s :: (n_{1}::t_{1},,n_{N}::t_{N}) c_{1} \bowtie n_{1},,c_{N-i})$ $C_{a_{1},,a_{i}} \bowtie b_{1,,b_{i}} s = \prod_{n_{1},,n_{N}:c_{1},,c_{N-i}} (\sigma_{a_{1}:b_{1}},,\sigma_{a_{i}:b_{i}})$ $C_{a_{1},,a_{i}} \bowtie b_{1,,b_{i}} s = \prod_{n_{1},,n_{N}:c_{1},,c_{N-i}} (\sigma_{a_{1}:b_{1}},,\sigma_{a_{i}:b_{i}})$ $C_{a_{1},,a_{i}} \bowtie b_{1,,b_{i}} s = \prod_{n_{1},,n_{N}:c_{1},,c_{N-i}} (\sigma_{a_{1}:b_{1}},,\sigma_{a_{i}:b_{i}})$ $C_{a_{1},,a_{i}} \bowtie b_{1,,a_{i}:b_{i}} s = \prod_{n_{1},,n_{N}:c_{1},,c_{N-i}:b_{1}:a_{1},,a_{n_{i}:b_{1}}} (\sigma_{a_{1}:b_{1}},,\sigma_{a_{i}:b_{i}:a_{1}})$
(a,,,a; Nb,,b; S = 11,0,,,n,c,,,
REUNIÓN NATURAL) -> Reunión Selectiva con TOPAS las columnes que togan igual nombre en
Def:
DEFINICIÓN LOCAL (let) -> Para no escribor una chorrera de cosor, es como "meterlo en una variable auxiliar"
L Deg.: let x=r }= (1x → s) r
spórmula a la que se le aplican les let's de curriba
CONCATENACIÓN -> consuteración de tudos LIBRAL Re consuleración de listas
r+15= Folder () or tables deben compiler for sus esprenos sen "compatibles", i.e., for tage  (:) s r  (e) resultado freda con el espreno de la respuenta lo son
(:) s r Substables son compatibles si sus esqueme lo son
(RESTA) quitor a va table les tiplos que existe en otra ) A los esquenos deben ser compatibles y
Def. Ns = o(1t -> t &s) (r) -> selectionemes de r tode les tuples que
Nagaration of the section of the sec

INTERSECCIÓN  $\tau$  solo deja tuplos concidentes entre la tablas

A especia comptible y fred el de la sepure de

Def:  $r \cap s = \sigma(t \rightarrow t \in s)$ RENOMBRAMIENTO) -> solo modifica el espiera de una tabla fura dule un nuevo nombre, tanto a la tabla en si como a los compos Dec: PHILADAMAN (s(n,,,n,n) (r)=r -> con extern nevo s(n,,...,n'n) y mismas L) Aclaraciones To si sob se friere renombrar campas, prede amitire el nombre de la tibla si se prier e renombrar solo el compo n:, dejando a las atras igual, warenar n: « n: REMOVER DUPLICADOS) -> remueve tuplor Jupliados Upg: v []=[]

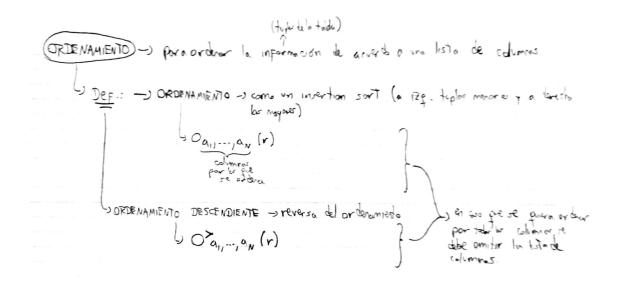
v (t:r)= | p t ∈ r, then v r
else t:(vr)

V(r)= poldr (\textbf{t} s → | p t ∈ s then s else (t:s)) AGREGACIÓN -> para esto vomos a consideror los punciones esto young nomeros. \( \int\_{F\_1(a\_1), \cdots, F\_m(a\_m)} \left( \rangle ) = \left[ F\_1 \left( \map (\t = \t - a\_1) \rangle r \right) , \cdots, F\_m \left( \map (\t = \t - a\_m) \rangle r \right) \] AGRUPACIÓN PARA usor ofregación paro conocer el valor para un determinad grupo de valores

Uso

LOS se projector las clumnas de garupación de r y se le sacan las duplicados "legajo J'court id (cuso)" Da cada tupla de la openación le onexons el único resultad de la openación sobre los registros de r Filtrados para se prupo en particular

CS Escaneado con CamScano



CS Escarwado con CamScanne