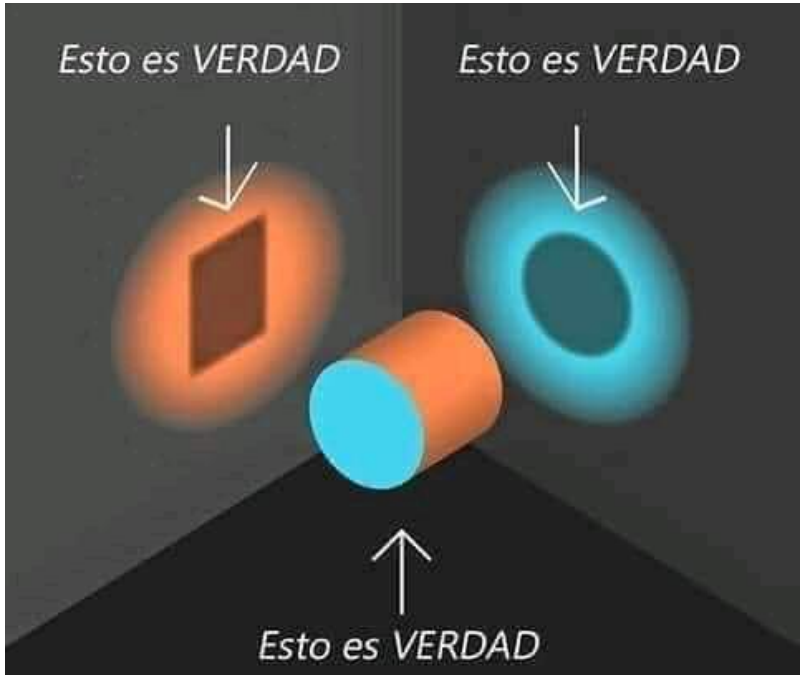
Análisis y Visualización de Datos

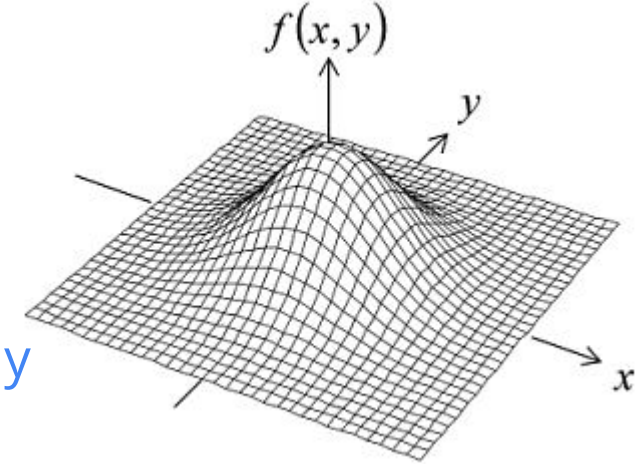
Diplomatura CDAAyA
2024

Para pensar...



Varias Variables

En un mismo experimento o análisis podemos tomar en cuenta varios aspectos o medidas relevantes a la vez, así como combinación de situaciones, etc.



Sean **X**: $\Omega \to R$ **e Y**: $\Omega \to R$ **variables aleatorias**.
función de **densidad/probabilidad conjunta**:

- $f(x,y)$ p/ X e Y v.a. continuas, densidad, y
- $f(x,y) = P(X=x, Y=y)$ p/discretas, prob. o densidad puntual

Notación: P(X=x,Y=y)=P((X=x)∩(Y=y)). la coma significa intersección

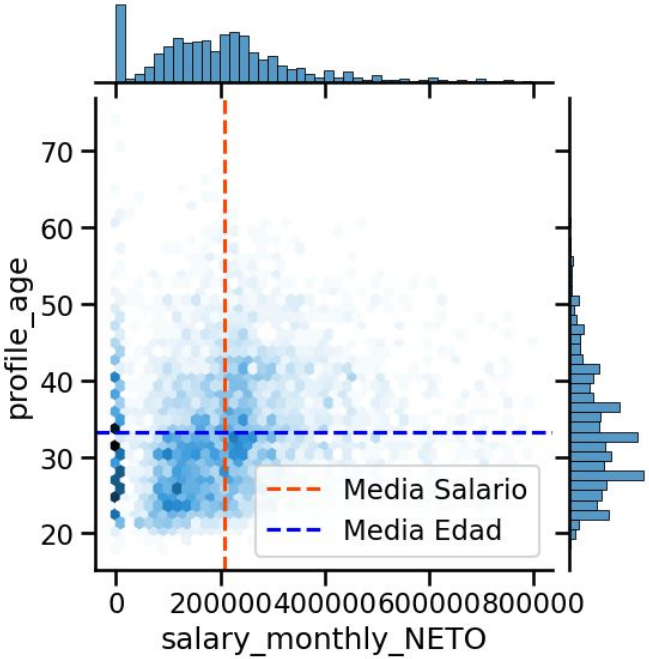
Varias Variables -> una variable

X: $\Omega \rightarrow R$ **e Y**: $\Omega \rightarrow R$ **variables aleatorias** con función de densidad o probabilidad conjunta ***f(x,y)***.
Las **densidades marginales** son:

$$f_Y(y) = \sum_x f(x,y)$$ p/ X discreta

$$f_X(x) = \sum_y f(x,y)$$ p/ Y discreta

p/ modelos continuos se usa integral

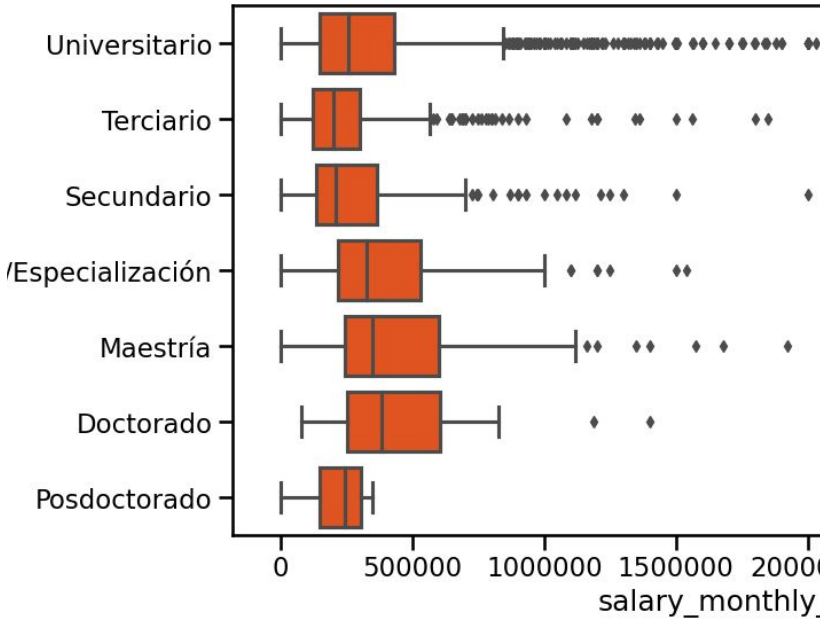


Varias Variables

X: $\Omega \rightarrow R$ **e Y**: $\Omega \rightarrow R$ **variables aleatorias** con función de densidad o probabilidad conjunta ***f(x,y)***.
Las **densidades condicionales**:

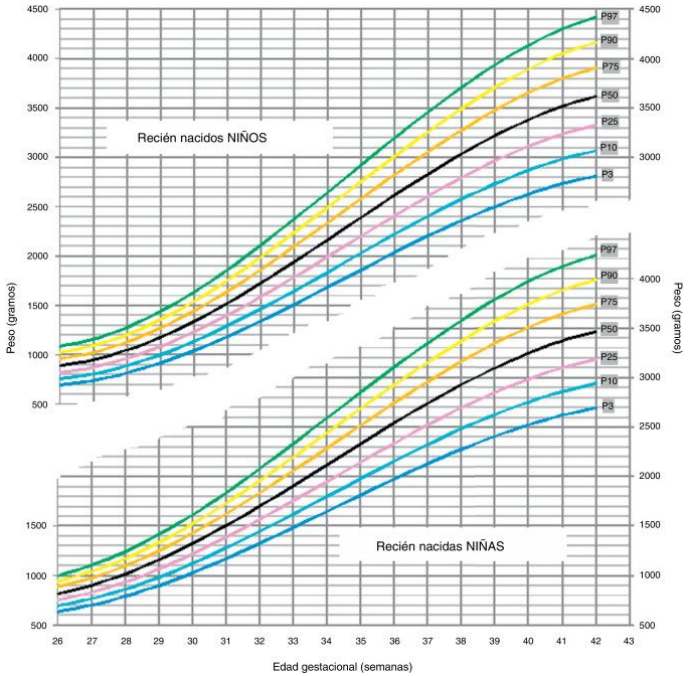
$$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f(x,y)}{f_Y(y)}, \text{ si } f_Y(y) > 0$$

$$f_{Y|X}(y|x) = \frac{f(x,y)}{f_X(x)}, \text{ si } f_X(x) > 0$$



Percentiles

Los percentiles de crecimiento son percentiles de distribuciones condicionadas por edad. Ver: el siguiente [link curvas de crecimiento]



Varias Variables: propiedades

X: $\Omega \to R$ **e Y**: $\Omega \to R$ **variables aleatorias**

Se pueden combinar v.a. numéricas.
Por ejemplo, se puede definir la v.a. suma:
X+Y: $\Omega \to R$ es una nueva v.a. $(X+Y)(\omega)=X(\omega)+Y(\omega)$ p/c/ $\omega \in \Omega$.
Y así con cualquier combinación de dos o más variables.
X-Y, X/Y^2, log(X.Y), etc.
se cumple que:

- $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$, $E(X-Y)=E(X)-E(Y)$, (media de la suma..., media de la resta..)

Varias Variables, numéricas

X: $\Omega \rightarrow R$ **e Y**: $\Omega \rightarrow R$ **variables aleatorias**

Se cumple: $Var(X+Y)=Var(X)+Var(Y)-Cov(X,Y)$.

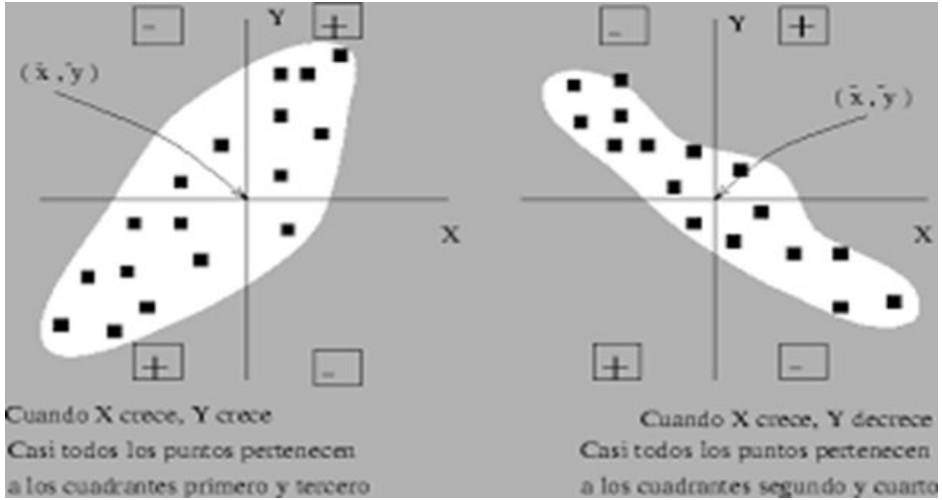
Se define la **Covarianza** y el **Coeficiente de Correlación** entre X e Y:

$Cov(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}$, para $\mu_X=E(X)$ y $\mu_Y=E(Y)$.

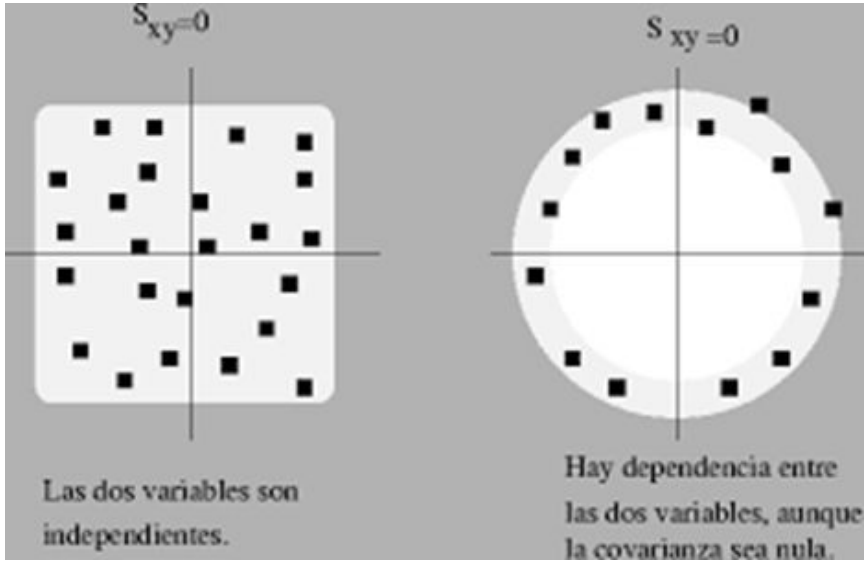
$$\rho = Corr(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_1 \sigma_2}$$, p/ $\sigma_1^2=Var(X)$ y $\sigma_1^2=Var(Y)$

Covarianza en gráficos

$S_{XY}>0$



$S_{XY}< 0$



Independencia entre Variables

X e Y v.a. se dicen **independientes** si $f(x,y) = f_X(x) f_Y(y)$

(**$X_1, X_2, \ldots, X_n$** muestra aleatoria si son v.a. independientes:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \ldots f_{X_n}(x_n) = \prod_{i=1}^{n} f_{X_i}(x_i)$$

e idénticamente distribuidas (clones))

Varias Variables: independencia

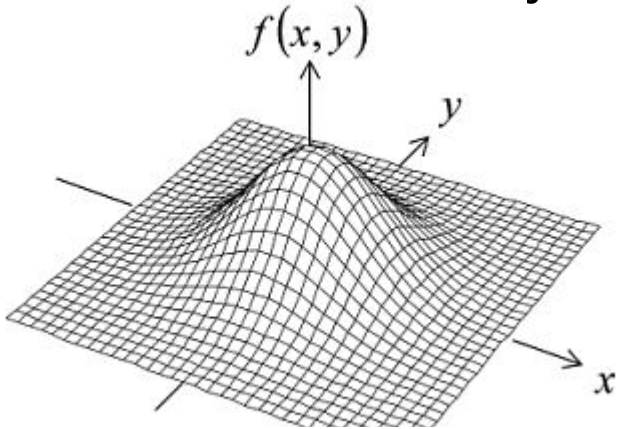
X: $\Omega \rightarrow R$ **e Y**: $\Omega \rightarrow R$ **variables aleatorias**

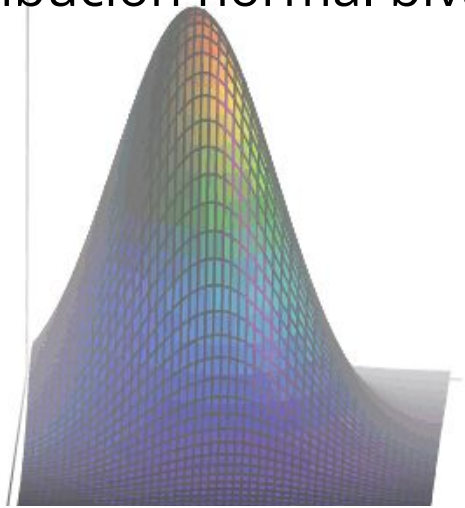
Si X e Y son independientes ENTONCES se cumple:

- E(X.Y)=E(X).E(Y),
- Cov(X,Y)=0
- ρ=Corr(X,Y)=0
- Var(X+Y)=Var(X)+Var(Y).
- P(X=x, Y=y)=P(X=x). P(Y=y) ,
- P(X=x|Y=y)=P(X=x) ,
- $f(x,y) = f_X(x) f_Y(y)$
- $f_{X|Y}(x|y) = \frac{f(x,y)}{f_Y(y)} = \frac{f_X(x)\cancel{f_Y(y)}}{\cancel{f_Y(y)}} = f_X(x)$

Ejemplo: distribución Normal bivariada

Diremos que el par (X, Y) de v.a. tiene distribución normal bivariada si función de densidad conjunta es:





$f(x,y)= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\{-\frac{1}{2\sigma_1^2\sigma_2^2(1-\rho^2)}(\sigma_2^2(x-\mu_1)^2+\sigma_1^2(y-\mu_2)^2-2\sigma_1\sigma_2\rho(x-\mu_1)(y-\mu_2))\}$

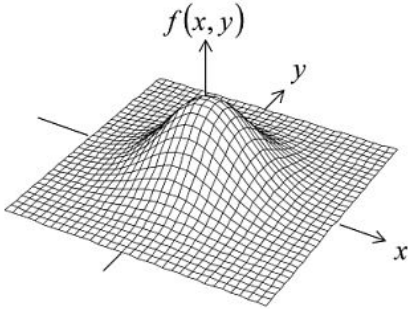
μ_1= E(X), μ_2= E(Y) , σ_1^2= Var(X), σ_2^2= Var(Y), $\rho = Corr(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_1\sigma_2}$

Ejemplo: distribución Normal bivariada

X e Y v.a. con distribución normal bivariada

independientes ⇔

$$\rho = Corr(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_1 \sigma_2} \quad =0$$

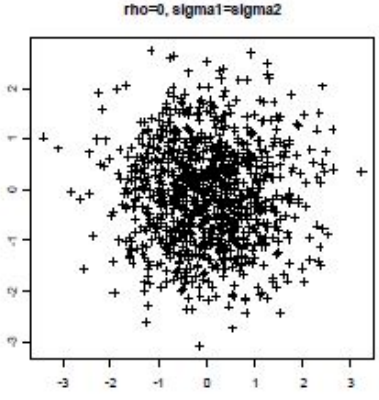


f(x,y)=

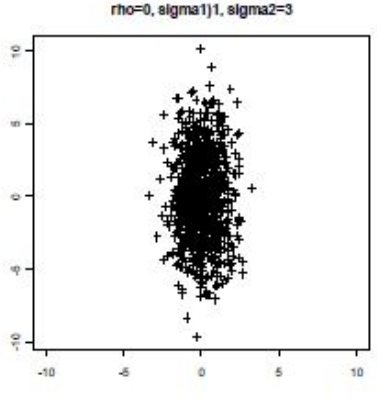
$$\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\{-\frac{1}{2\sigma_1^2\sigma_2^2(1-\rho^2)}(\sigma_2^2(x-\mu_1)^2 + \sigma_1^2(y-\mu_2)^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho(x-\mu_1)(y-\mu_2))\}$$

f(x,y) $= \left[\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right)\right]\left[\frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right)\right] = f_X(x) f_Y(y)$

Datos simulados con distribución Normal bivariada

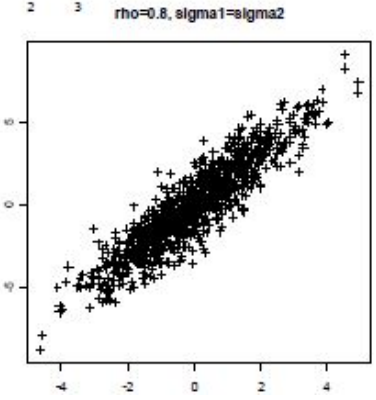


$$\mu_1 = \mu_2 = 0$$
$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1$$
$$\rho = 0$$

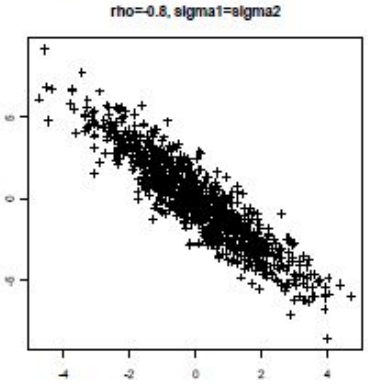


$$\mu_1 = \mu_2 = 0$$
$$\sigma_1 = 1\ \sigma_2 = 3$$
$$\rho = 0$$

$$\mu_1 = \mu_2 = 0$$
$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1$$
$$\rho = 0.8$$



$$\mu_1 = \mu_2 = 0$$
$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1$$
$$\rho = -0.8$$



Asociación de Variables

- Para variables Categóricas: **tablas de contingencia**

	Diestro	Zurdo	TOTAL
Hombre	43	9	52
Mujer	44	4	48
TOTAL	87	13	100

- Para variables Numéricas: Covarianza y Correlación, p/asociación lineal

Covarianza y Correlación

$$Cov(X,Y) = \frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}$$

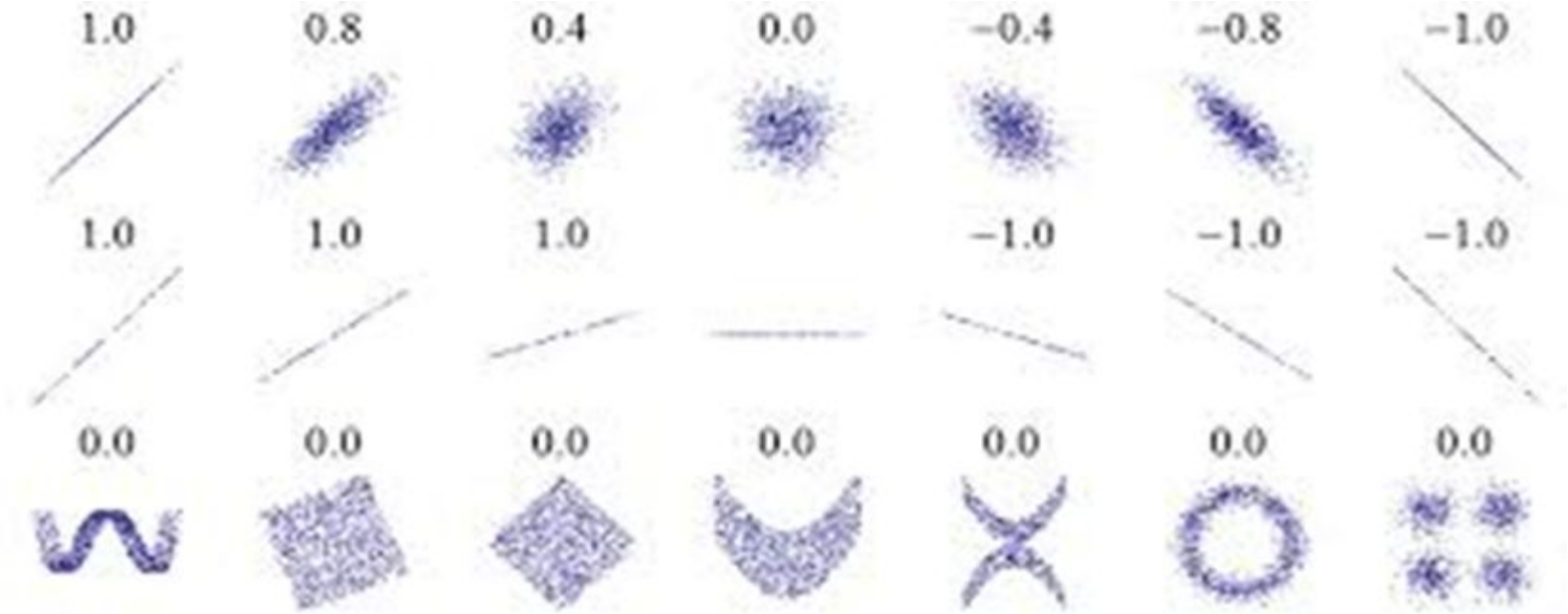
Si $Cov_{xy} > 0$, la correlación (“alineación”) es directa.

•Si $Cov_{xy} < 0$, la correlación (“alineación”) es inversa

$$\rho = Corr(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_1 \sigma_2}$$

El valor del índice de correlación r= ρ varía en el intervalo [-1,1],

Correlación en gráficos



Interpretación

●Si $r = 1$, existe una correlación positiva perfecta. El índice indica una dependencia total entre las dos variables denominada *relación directa*: cuando una de ellas aumenta, la otra también lo hace en proporción constante.
●Si $0 < r < 1$, existe una correlación positiva.
●Si $r = 0$, no existe relación lineal. Pero esto no necesariamente implica que las variables son independientes: pueden existir todavía relaciones no lineales entre las dos variables.
●Si $-1 < r < 0$, existe una correlación negativa.
●Si $r = -1$, existe una correlación negativa perfecta. El índice indica una dependencia total entre las dos variables llamada *relación inversa*: cuando una de ellas aumenta, la otra disminuye en proporción constante.

Coeficiente de correlación lineal. Spearman

O Coeficiente de Spearman

Para (X , Y) par de v.a. Si no sabemos si su distribución conj. es Normal o tenemos pocos datos. O si la/s variable/s son del tipo ordinal.

- analíticamente tiene un cálculo tedioso

Coeficiente de correlación lineal. Tau de Kendall

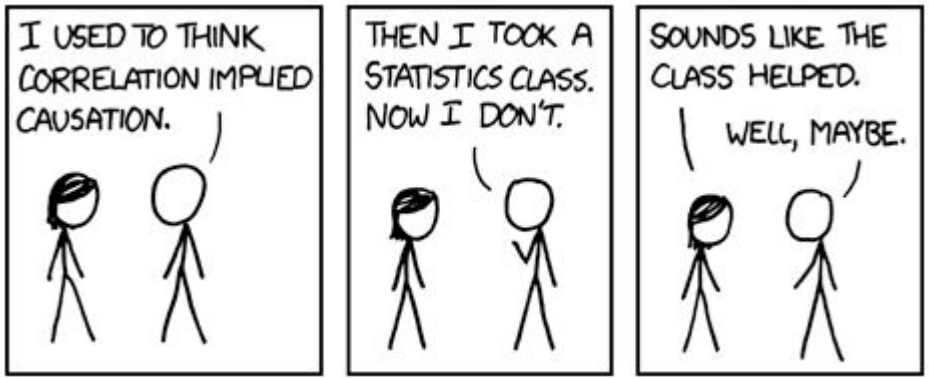
O Coeficiente de Correlación por Rangos de Kendall

Medida de asociación no paramétrica utilizada para variables cualitativas ordinales o de razón (numéricas). Estas variables son distribuidas en categorías con varios niveles que cumplen un orden, por ejemplo, muy bajo, bajo, medio, alto y muy alto.

- Sólo se puede aplicar a partir de tablas cuadradas.
- Las variables utilizadas deben ser de nivel ordinal, intervalo o razón
- Su resultado debe encontrarse en el rango de -1 a 1.
- Tiene sentido su aplicación, si las variables objeto de estudio no poseen una distribución poblacional conjunta normal

Cuidado!

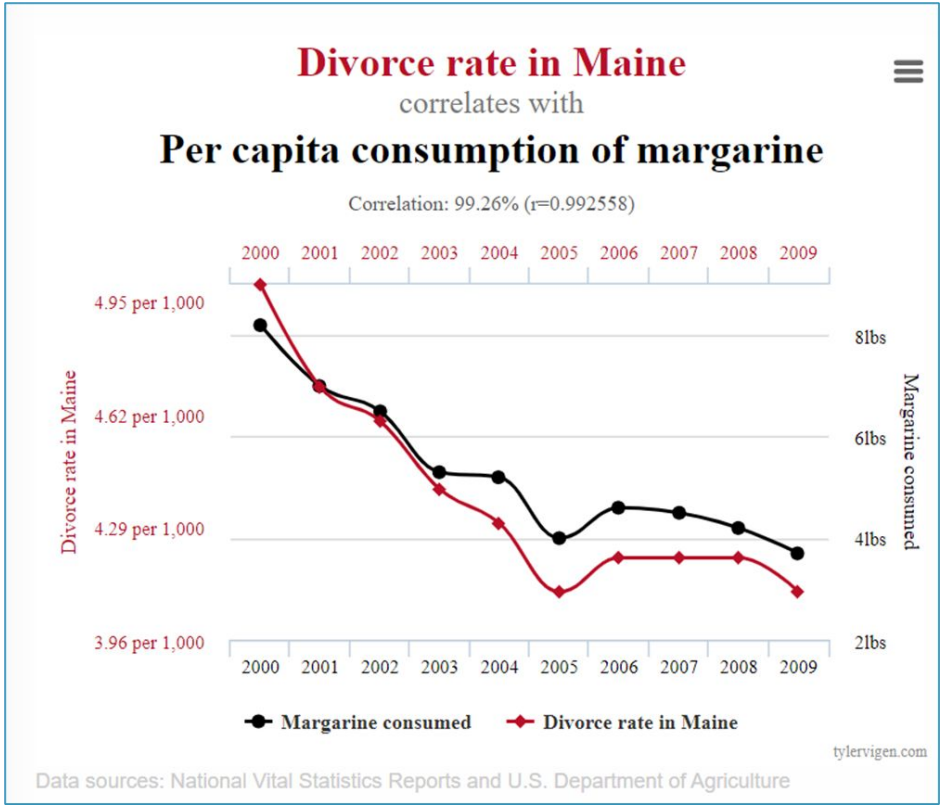
Recuerden que **la correlación no implica causalidad**. Por ejemplo, si las ventas de helados están correlacionadas positivamente con los ataques de los tiburones a los nadadores, eso no significa que el consumo de helados de alguna manera hace que los tiburones ataquen. Otra variable, como el clima cálido, puede provocar un aumento tanto en las ventas de helados como en las visitas a las playas.



Correlación versus causalidad

La correlación no es causal y otra variable inadvertida puede estar influyendo en los resultados.

https://tylervigen.com/spurious-correlations



Notebook 03 Varias Variables.ipynb