Combo 1

July 3, 2024

1 Defina cuándo un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$es llamado Σ-recursivo (no hace falta que defina "función Σ-recursiva")

Un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ sera llamado Σ-*recursivo* cuando la funcion $\chi_S^{\omega^n \times \Sigma^{*m}}$ sea Σ-recursiva.

2 Defina $\langle s_1, s_2, ...\rangle$

Dada una infinitupla $(s_1, s_2, ...) \in \omega^{[\mathbf{N}]}$ usaremos $\langle s_1, s_2, ...\rangle$ para denotar al numero $\prod_{i=1}^{\infty} pr(i)^{s_i}$.

3 Defina "f es una función Σ-mixta"

Sea Σ un alfabeto finito. Dada una funcion f, diremos que f es Σ-*mixta* si cumple las siguientes propiedades

(M1) Existen $n, m \geq 0$, tales que $D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$

(M2) Ya sea $I_f \subseteq \omega$ o $I_f \subseteq \Sigma^*$

4 Defina "familia Σ-indexada de funciones"

Dado un alfabeto Σ, una *familia* Σ-*indexada de funciones* sera una funcion $\mathcal{G}$ tal que $D_\mathcal{G} = \Sigma$ y para cada $a \in D_\mathcal{G}$ se tiene que $\mathcal{G}(a)$ es una funcion.

5 Defina $R(f, \mathcal{G})$

5.1 Recursion primitiva sobre variable alfabetica con valores numericos

Sea

$$f : S_1 \times ... \times S_n \times L_1 \times ... \times L_m \to \omega$$

con $S_1, ..., S_n \subseteq \omega$ y $L_1, ..., L_m \subseteq \Sigma^*$ conjuntos no vacios y sea $\mathcal{G}$ una familia Σ-indexada de funciones tal que

$$\mathcal{G}_a : \omega \times S_1 \times ... \times S_n \times L_1 \times ... \times L_m \times \Sigma^* \to \omega$$

para cada $a \in \Sigma$. Definamos

$$R(f, \mathcal{G}) : S_1 \times ... \times S_n \times L_1 \times ... \times L_m \times \Sigma^* \to \omega$$

de la siguiente manera

(1) $R(f, \mathcal{G})(\vec{x}, \vec{\alpha}, \varepsilon) = f(\vec{x}, \vec{\alpha})$

(2) $R(f, \mathcal{G})(\vec{x}, \vec{\alpha}, \alpha a) = \mathcal{G}_a(R(f, \mathcal{G})(\vec{x}, \vec{\alpha}, \alpha), \vec{x}, \vec{\alpha}, \alpha)$

Diremos que $R(f, \mathcal{G})$ es obtenida por *recursion primitiva* a partir de f y $\mathcal{G}$.

5.2 Recursion primitiva sobre variable alfabetica con valores alfabeticos

Supongamos Σ es un alfabeto finito. Sea

$$f : S_1 \times ... \times S_n \times L_1 \times ... \times L_m \to \Sigma^*$$

con $S_1, ..., S_n \subseteq \omega$ y $L_1, ..., L_m \subseteq \Sigma^*$ conjuntos no vacios y sea $\mathcal{G}$ una familia Σ-indexada de funciones tal que

$$\mathcal{G}_a : S_1 \times ... \times S_n \times L_1 \times ... \times L_m \times \Sigma^* \times \Sigma^* \to \Sigma^*$$

para cada $a \in \Sigma$. Definamos

$$R(f, \mathcal{G}) : S_1 \times ... \times S_n \times L_1 \times ... \times L_m \times \Sigma^* \to \Sigma^*$$

de la siguiente manera

(1) $R(f, \mathcal{G})(\vec{x}, \vec{\alpha}, \varepsilon) = f(\vec{x}, \vec{\alpha})$

(2) $R(f, \mathcal{G})(\vec{x}, \vec{\alpha}, \alpha a) = \mathcal{G}_a(\vec{x}, \vec{\alpha}, \alpha, R(f, \mathcal{G})(\vec{x}, \vec{\alpha}, \alpha))$.

Diremos que $R(f, \mathcal{G})$ es obtenida por *recursion primitiva* a partir de f y $\mathcal{G}$.