Combo 13

July 2, 2024

1 Defina $i^{n,m}$, $E_{\#}^{n,m}$ y $E_{*}^{n,m}$

Sean $n, m \in \omega$, fijos. Definamos

$$\begin{aligned} i^{n,m} &: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \mathrm{Pro}^\Sigma \to \omega \\ E_{\#}^{n,m} &: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \mathrm{Pro}^\Sigma \to \omega^{[\mathbf{N}]} \\ E_{*}^{n,m} &: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \mathrm{Pro}^\Sigma \to \Sigma^{*[\mathbf{N}]} \end{aligned}$$

de la siguiente manera

$$\begin{aligned} &(i^{n,m}(0,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}), E_{\#}^{n,m}(0,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}), E_{*}^{n,m}(0,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P})) = (1,(x_1,...,x_n,0,...),(\alpha_1,...,\alpha_m,\varepsilon,...)) \\ &(i^{n,m}(t+1,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}), E_{\#}^{n,m}(t+1,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}), E_{*}^{n,m}(t+1,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P})) = \\ &\qquad = S_{\mathcal{P}}(i^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}), E_{\#}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}), E_{*}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P})) \end{aligned}$$

Notese que

$$(i^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}), E_{\#}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}), E_{*}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}))$$

es la descripcion instantanea que se obtiene luego de correr $\mathcal{P}$ una cantidad t de pasos partiendo del estado

$$((x_1,...,x_n,0,...),(\alpha_1,...,\alpha_m,\varepsilon,...))$$

2 Defina $E_{\#j}^{n,m}$ y $E_{*j}^{n,m}$

Definamos para cada $j \in \mathbf{N}$, funciones

$$\begin{aligned} E_{\#j}^{n,m} &: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \mathrm{Pro}^\Sigma \to \omega \\ E_{*j}^{n,m} &: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \mathrm{Pro}^\Sigma \to \Sigma^* \end{aligned}$$

de la siguiente manera

$$\begin{aligned} E_{\#j}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}) &= j\text{-esima coordenadade } E_{\#}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}) \\ E_{*j}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}) &= j\text{-esimacoordenada de } E_{*}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}) \end{aligned}$$

3 Defina $Halt^{n,m}$

Dados $n, m \in \omega$, definamos:

$$Halt^{n,m} = \lambda t\vec{x}\vec{\alpha}\mathcal{P}\,[i^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}) = n(\mathcal{P}) + 1]$$

$Halt^{n,m}$ tiene una descripcion muy intuitiva, ya que dado $(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}) \in \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \mathrm{Pro}^{\Sigma}$, tenemos que $Halt^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}) = 1$ si y solo si el programa $\mathcal{P}$ se detiene luego de t pasos partiendo desde el estado $\|x_1, ..., x_n, \alpha_1, ..., \alpha_m\|$.

4 Defina $T^{n,m}$

Definimos $T^{n,m} = M(Halt^{n,m})$. Notar que para $(\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}) \in D_{T^{n,m}}$ tenemos que $T^{n,m}(\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P})$ = cantidad de pasos necesarios para que $\mathcal{P}$ se detenga partiendo de $\|x_1, ..., x_n, \alpha_1, ..., \alpha_m\|$.

5 Defina $AutoHalt^{\Sigma}$

Cuando $\Sigma \supseteq \Sigma_p$, podemos definir

$$AutoHalt^{\Sigma} = \lambda\mathcal{P}\left[(\exists t \in \omega)\ Halt^{0,1}(t,\mathcal{P},\mathcal{P})\right].$$

Notar que para cada $\mathcal{P} \in \mathrm{Pro}^{\Sigma}$ tenemos que $AutoHalt(\mathcal{P}) = 1$ sii $\mathcal{P}$ se detiene partiendo del estado $\|\mathcal{P}\|$.

6 Defina los conjuntos A y N

Supongamos que $\Sigma \supseteq \Sigma_p$. Entonces definimos los conjuntos

$$A = \left\{\mathcal{P} \in \mathrm{Pro}^{\Sigma} : AutoHalt^{\Sigma}(\mathcal{P}) = 1\right\}$$

$$N = \left\{\mathcal{P} \in \mathrm{Pro}^{\Sigma} : AutoHalt^{\Sigma}(\mathcal{P}) = 0\right\}$$