

Reglas de Asociación

Georgina Flesia, Laura Alonso Alemany
Diplomatura en Ciencia de Datos,
Aprendizaje Automático y sus Aplicaciones
FaMAF-UNC
Agosto 2024

Intuición

La probabilidad condicional hecha regla

¿Qué nos suma este formato?

- Más fácil de inspeccionar
 - Se pueden manipular distintamente componentes como antecedente, consecuente, representatividad,
 - Se pueden insertar métricas: novedad, sorpresa, valor económico, clase
- Más accionable!

De intuición a producción hay un buen trecho!

Contexto

- El algoritmo más popular es Apriori (Agrawal et al 1993)
- Todos los datos tienen que ser categóricos
- Inicialmente se usó para Análisis del Carrito de la Compra (Market Basket Analysis)

Pan → Leche [sop = 5%, conf = 100%]

Terminología

I = {i1, i2, ..., im}: un conjunto de **items**.

Transacción **t**:

t es un conjunto de items sin orden, y $t \subseteq I$.

Base de datos de transacciones: un conjunto de transacciones $T = \{t1, t2, ..., tn\}$.

Ejemplo

Transacciones de compra de mercado:

```
t1: {pan, queso, leche}
t2: {manzana, huevos, sal, yogur}
...
tn: {bizcocho, huevos, leche}
```

Definiciones:

- **item**: un item/artículo en el carrito de la compra
- **I**: todos los items que se venden en el negocio
- **transacción**: items comprados en un ticket (*basket*)

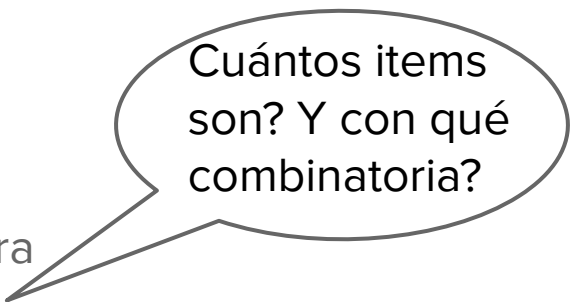
Ejemplo

Transacciones de compra de mercado:

```
t1: {pan, queso, leche}  
t2: {manzana, huevos, sal, yogur}  
...  
tn: {bizcocho, huevos, leche}
```

Definiciones:

- **item**: un item/artículo en el carrito de la compra
- **I**: todos los items que se venden en el negocio
- **transacción**: items comprados en un ticket (*basket*)



Cuántos items son? Y con qué combinatoria?

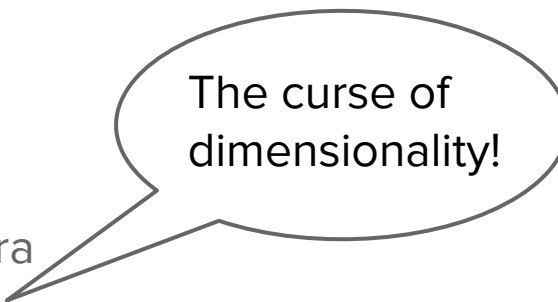
Ejemplo

Transacciones de compra de mercado:

```
t1: {pan, queso, leche}  
t2: {manzana, huevos, sal, yogur}  
...  
tn: {bizcocho, huevos, leche}
```

Definiciones:

- **item**: un item/artículo en el carrito de la compra
- **I**: todos los items que se venden en el negocio
- **transacción**: items comprados en un ticket (*basket*)



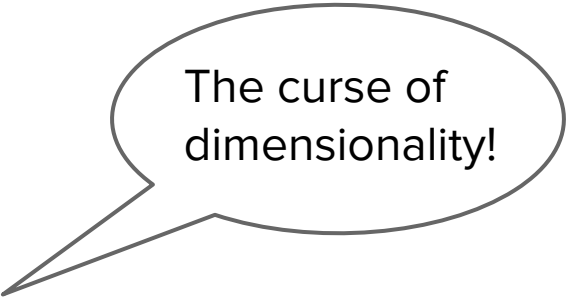
The curse of dimensionality!

Ejemplo

Un dataset de documentos de texto. Cada documento es una bolsa de palabras

doc1: Estudiante, Enseñar, Escuela
doc2: Estudiante, Escuela
doc3: Enseñar, Escuela, Ciudad, Partido
doc4: Beisbol, Basket
doc5: Basket, Player, Espectador
doc6: Beisbol, Entrenador, Partido, Equipo
doc7: Basket, Equipo, Ciudad, Partido

- **item**: una palabra en un documento
- **I**: todas las palabras del conjunto de documentos
- **transacción**: las palabras de un documento



The curse of dimensionality!

Ejemplo

Un dataset de documentos de texto. Cada documento es una bolsa de palabras

doc1: Estudiante, Enseñar, Escuela

doc2: Estudiante, Escuela

doc3: Enseñar, Escuela, Ciudad, Partido

doc4: Beisbol

doc5: Basket

doc6: Beisbol, Entrenador, Partido, Equipo

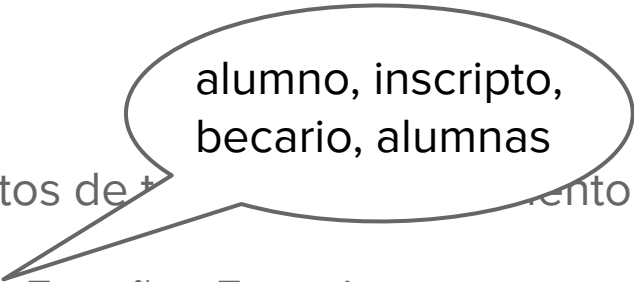
doc7: Basket, Equipo, Ciudad, Partido

Qué queremos saber?

- **item**: una palabra en un documento
- **I**: todas las palabras del conjunto de documentos
- **transacción**: las palabras de un documento

Ejemplo

Un dataset de documentos de texto es una bolsa de palabras



alumno, inscripto,
becario, alumnas

doc1: Estudiante, Enseñar, Escuela

doc2: Estudiante, Escuela

doc3: Enseñar, Escuela, Ciudad, Partido

doc4: Beisbol, Basket

doc5: Basket, Player, Espectador

doc6: Beisbol, Entrenador, Partido, Equipo

doc7: Basket, Equipo, Ciudad, Partido

- **item**: una palabra en un documento
- **I**: todas las palabras del conjunto de documentos
- **transacción**: las palabras de un documento

Ejemplo

Un dataset de documentos de texto es una bolsa de palabras

alumno, inscripto,
becario, alumnas

doc1: Estudiante, Enseñar, Escuela

doc2: Estudiante, Escuela

doc3: Enseñar, Escuela, Ciudad, Pa

doc4: Beisbol, Basket

doc5: Basket, Player, Espectador

doc6: Beisbol, Entrenador, Partido,

doc7: Basket, Equipo, Ciudad, Partido

- Pre-procesos
- Conocimiento de dominio (traductores, sinónimos)
- Embeddings!

- **item**: una palabra en un documento
- **I**: todas las palabras del conjunto de documentos
- **transacción**: las palabras de un documento

Ejemplo

Un conjunto de historias clínicas.

paciente1:

consulta1:deshidratación, fiebre38.5, ibuprofeno

consulta2:gastritis, protector_gástrico

Paciente2:

consulta1:dolor_articular, fiebre39, antibiótico, ibuprofeno

consulta2:dolor_articular, febrícula37.5, ibuprofeno

consulta3:gastritis, protector_gástrico

- **item**: una evento en una historia clínica
- **I**: todos los eventos en todas las historias clínicas
- **transacción**: Cada consulta? Cada historia clínica? Cada período de tiempo?

Ejemplo

Un conjunto de historias clínicas.

paciente1:

consulta1:deshidratación, fiebre 38.5, ibuprofeno

consulta2:gastritis, protector_gástrico

Paciente2:

consulta1:dolor_articular, fiebre 39, antibiótico, ibuprofeno

consulta2:dolor_articular, febrícula 37.5, ibuprofeno

consulta3:gastritis, protector_gástrico

- **item**: una evento en una historia clínica
- **I**: todos los eventos en todas las historias clínicas
- **transacción**: Cada consulta? Cada historia clínica? Cada período de tiempo?



discretizar

Ejemplo

Un conjunto de historias clínicas.

paciente1:

consulta1:deshidratación, fiebre38.5, ibuprofeno

consulta2:gastritis, protector_gástrico

Paciente2:

consulta1:dolor_articular, fiebre39, antibiótico, ibuprofeno

consulta2:dolor_articular, febrícula37.5, ibuprofeno

consulta3:gastritis, protector_gástrico

discretizar

clases de equivalencia
semántica

- **ítem**: una evento en una historia clínica
- **I**: todos los eventos en todas las historias clínicas
- **transacción**: Cada consulta? Cada historia clínica? Cada período de tiempo?

Ejemplo

- Patrones de navegación de usuarios en la web
- Patrones de aprendizaje en plataformas on-line
- Patrones de fallo de discos rígidos
- Esperanza de vida de animales
- ...

Una regla de asociación $X \rightarrow Y$ es un patrón que dice que cuando ocurre X , ocurre Y con una cierta probabilidad.

Una transacción t contiene X , un conjunto de items (itemset) en I , si $X \subseteq t$.

Una regla de asociación es una implicación:

$$\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}, \text{ donde } X, Y \subset I, \text{ y } X \cap Y = \emptyset$$

Un itemset es un conjunto de items.

$$X = \{\text{leche}, \text{ pan}, \text{ cereal}\}$$

Un k -itemset es un itemset con k items.

$$\{\text{leche}, \text{ pan}, \text{ cereal}\} \text{ es un 3-itemset}$$

Métricas

Soporte: La regla $X \rightarrow Y$ tiene Soporte sup en T (el dataset de transacciones) si $sup\%$ de las transacciones contienen $X \cup Y$.

$$sup = Pr(X \cup Y).$$

Confianza: La regla $X \rightarrow Y$ tiene Confianza $conf$ en T si $conf\%$ de las transacciones que contienen X también contienen Y .

$$conf = Pr(Y \mid X).$$

Lift: $lift = Pr(X \cup Y) / (Pr(X) * Pr(Y))$

Convicción: $conv = (1 - sup(Y)) / (1 - conf(X \rightarrow Y)).$

Métricas

Soporte: La regla $X \rightarrow Y$ tiene Soporte sup en T (el dataset de transacciones) si $sup\%$ de las transacciones contienen $X \cup Y$.

$$sup = Pr(X \cup Y)$$

Confianza: La regla $X \rightarrow Y$ tiene Confianza $conf$ si $conf\%$ de las transacciones que contienen X también contienen Y .

$$conf = Pr(Y | X).$$

Lift: $lift = Pr(X \cup Y) / (Pr(X) * Pr(Y))$

Convicción: $conv = (1 - sup(Y)) / (1 - conf(X \rightarrow Y)).$

¿Qué van a priorizar estas métricas?
¿Responden a nuestras preguntas?
¿Nos aportan información valiosa?

transacciones

Métricas

más **soporte**: la regla se encuentra en más transacciones

más **confianza**: mayor probabilidad de que la regla sea cierta para una transacción

más **lift**: menor probabilidad de que la regla sea una casualidad

más **convicción**: mayor grado de implicación, va de 1 a infinito (si la confianza es 1, la convicción es infinita (no 0))

Objetivo de las reglas de asociación

Encontrar todas las reglas que satisfacen un soporte mínimo y confianza mínima

- Todas las reglas
- No hay items objetivo

Una visión simplista de los datos, porque no incluye:

- cantidad
- precio
- promociones

Objetivo de las reglas de asociación

Encontrar todas las reglas que satisfacen un soporte mínimo y confianza mínimo

- Todas las reglas
- No hay items objetivo

Una visión simplista de los datos, porque no incluye:

- cantidad
- precio
- promociones

Algoritmos de reglas

- Hay muchos!
- Usan diferentes estrategias y estructuras de datos
- Pero los conjuntos de reglas resultantes son todos los mismos: dado un dataset, un soporte mínimo y una confianza mínima, el conjunto de reglas de asociación en T es determinístico.

Vamos a ver Apriori (Agrawal et al. 1983)

Algoritmo Apriori

Apriori(T, ϵ)

$L_1 \leftarrow \{\text{large 1 - itemsets}\}$

$k \leftarrow 2$

while $L_{k-1} \neq \emptyset$

$C_k \leftarrow \{a \cup \{b\} \mid a \in L_{k-1} \wedge b \notin a\} - \{c \mid \{s \mid s \subseteq c \wedge |s| = k-1\} \not\subseteq L_{k-1}\}$

for transactions $t \in T$

$C_t \leftarrow \{c \mid c \in C_k \wedge c \subseteq t\}$

for candidates $c \in C_t$

$count[c] \leftarrow count[c] + 1$

$L_k \leftarrow \{c \mid c \in C_k \wedge count[c] \geq \epsilon\}$

$k \leftarrow k + 1$

return $\bigcup_k L_k$

Pasos

1. Encontrar todos los itemsets con soporte mínimo (itemsets frecuentes)

`{pollo, ropa, leche}` `[sop = 3/7]`

1. Usar los itemsets para generar reglas

`ropa → leche, pollo` `[sop = 3/7, conf = 3/3]`

Encontrar itemsets frecuentes

Iterativo (por niveles)

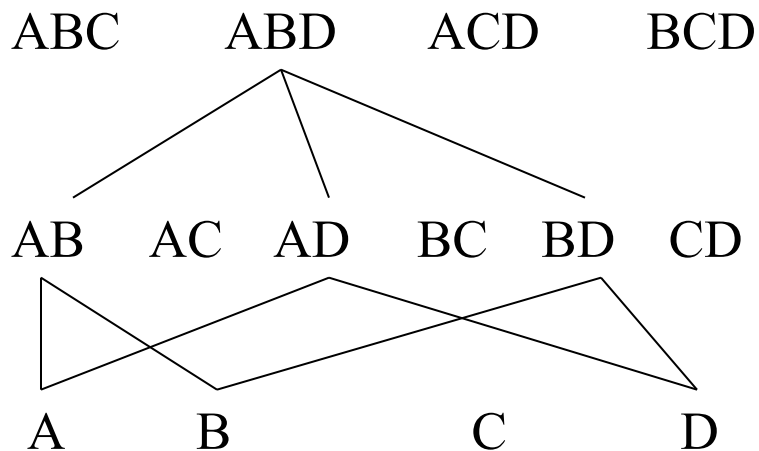
Encontrar todos los itemsets frecuentes de 1 item, entonces todos los itemsets frecuentes de 2 items, y así sucesivamente

- en cada iteración k , considerar solamente los itemsets que contienen un $(k-1)$ -itemset frecuente (descartar de entrada los itemsets que no contienen un $(k-1)$ -itemset frecuente)
- Los items están ordenados, para evitar repeticiones

Encontrar itemsets frecuentes

Itemset frecuente \rightarrow Soporte \geq minsup

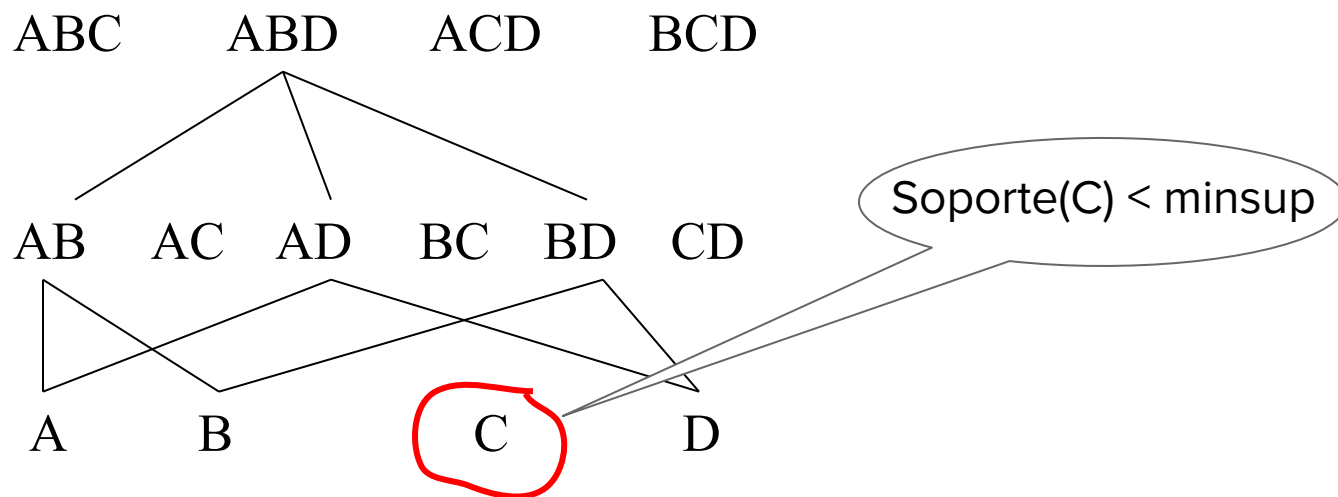
propiedad apriori (downward closure): todos los subconjuntos de un itemset frecuente también son itemsets frecuentes



Encontrar itemsets frecuentes

Itemset frecuente \rightarrow Soporte \geq minsup

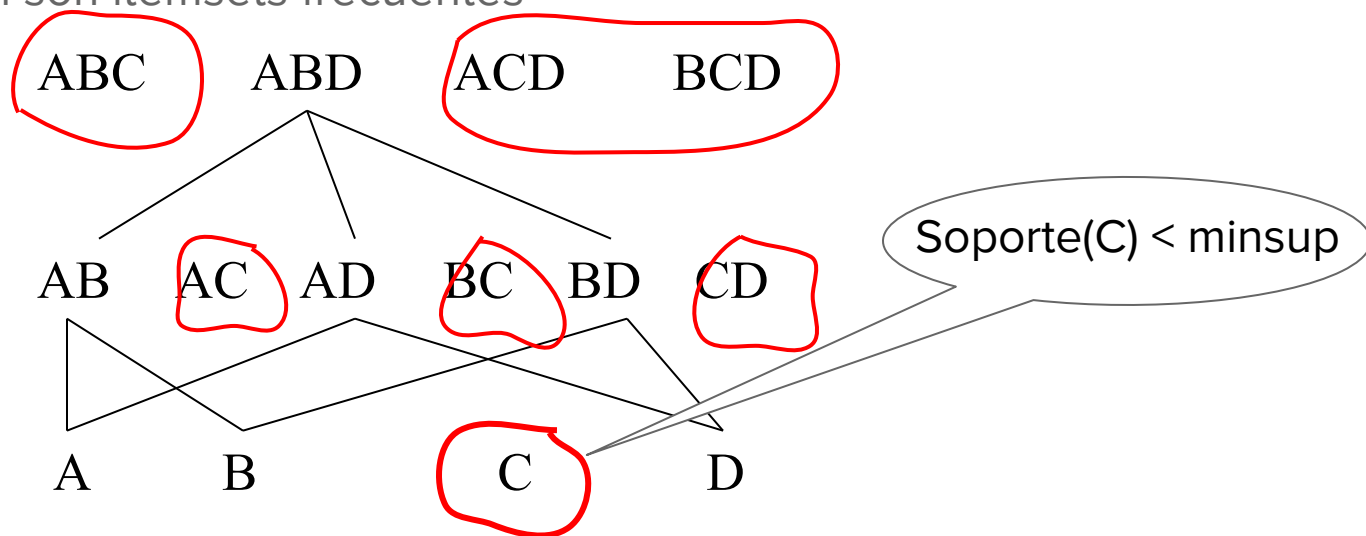
propiedad apriori (downward closure): todos los subconjuntos de un itemset frecuente también son itemsets frecuentes



Encontrar itemsets frecuentes

Itemset frecuente \rightarrow Soporte \geq minsup

propiedad apriori (downward closure): todos los subconjuntos de un itemset frecuente también son itemsets frecuentes



Encontrar confianza

Para cada itemset frecuente X ,

Para cada subconjunto no vacío A de X ,

Sea $B = X - A$

$\text{Soporte}(A \rightarrow B) = \text{Soporte}(A \cup B) = \text{Soporte}(X)$

$\text{Confianza}(A \rightarrow B) = \text{Soporte}(A \cup B) / \text{Soporte}(A)$

$A \rightarrow B$ es una regla de asociación si

$\text{Confianza}(A \rightarrow B) \geq \text{minconf}$

Esta información ya se obtuvo en el momento de generación de itemsets, no hay que recorrer el dataset de vuelta

Ejemplo

Supongamos $\{2,3,4\}$ es frecuente, con $\text{sop}=50\%$

Subconjuntos propios no vacíos: $\{2,3\}$, $\{2,4\}$, $\{3,4\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, con $\text{sop}=50\%$, 50% , 75% , 75% , 75% , 75% respectivamente

Generan estas reglas de asociación:

$2,3 \rightarrow 4$, Confianza= 100%

$2,4 \rightarrow 3$, Confianza= 100%

$3,4 \rightarrow 2$, Confianza= 67%

$2 \rightarrow 3,4$, Confianza= 67%

$3 \rightarrow 2,4$, Confianza= 67%

Consideraciones sobre Apriori

Parece muy caro pero...

- Búsqueda por niveles, explotando la propiedad de downward closure
 - El parámetro k (tamaño del itemset más grande) limita el coste
 - Escalable!
-
- El espacio de todas las reglas de asociación es exponencial, $O(2^m)$, donde m es el número de items en I .
 - Explota la sparseness de los datos, los valores altos de Soporte y Confianza.
 - Igualmente: un número enorme de reglas!!!

Diferentes soportes mínimos

Diferentes soportes mínimos

- El soporte mínimo genérico asume que todos los items se distribuyen igual
- En muchas aplicaciones, algunos items son muy frecuentes y otros no
- Si el soporte mínimo es muy alto, no encontramos reglas para items poco frecuentes
- Si el soporte mínimo es muy bajo, hay demasiadas reglas

Solución:

- Especificar diferentes soportes mínimos para diferentes items
- Para cada regla, inspeccionamos todos los items que se encuentran en la regla, vemos los soportes mínimos asociados a cada item, nos quedamos con el menor soporte mínimo y determinamos que ese es el soporte mínimo que va a tener que superar la regla

Ejemplo

pan, zapatos, ropa

Los valores MIS especificados por el usuario son:

$$\text{MIS}(\text{pan}) = 2\%$$

$$\text{MIS}(\text{zapatos}) = 0.1\%$$

$$\text{MIS}(\text{ropa}) = 0.2\%$$

Ejemplo

pan, zapatos, ropa

Los valores MIS especificados por el usuario son:

$$\text{MIS}(\text{pan}) = 2\% \quad \text{MIS}(\text{zapatos}) = 0.1\% \quad \text{MIS}(\text{ropa}) = 0.2\%$$

El soporte mínimo de esta regla es el mínimo soporte mínimo:

$$\text{ropa} \rightarrow \text{pan} \rightarrow \text{MIS}(\text{ropa} \rightarrow \text{pan}) = \mathbf{0.2\%}$$

Ejemplo

pan, zapatos, ropa

Los valores MIS especificados por el usuario son:

$MIS(\text{pan}) = 2\%$ $MIS(\text{zapatos}) = 0.1\%$ $MIS(\text{ropa}) = 0.2\%$

Esta regla no supera el soporte mínimo:

$\text{ropa} \rightarrow \text{pan} [\text{sup}=0.15\%, \text{conf}=70\%]$

Ejemplo

`pan, zapatos, ropa`

Los valores MIS especificados por el usuario son:

$MIS(\text{pan}) = 2\%$ $MIS(\text{zapatos}) = 0.1\%$ $MIS(\text{ropa}) = 0.2\%$

Esta regla no supera el soporte mínimo:

`ropa → pan [sup=0.15%,conf =70%]`

Esta regla sí supera el soporte mínimo:

`ropa → zapatos [sup=0.15%,conf =70%]`

Ejemplo

`pan, zapatos, ropa`

Los valores MIS especificados por el usuario son:

$MIS(\text{pan}) = 2\%$ $MIS(\text{zapatos}) = 0.1\%$ $MIS(\text{ropa}) = 0.2\%$

Esta regla no supera el soporte mínimo:

`ropa → pan [sup=0.15%,conf =70%] -- MIS(ropa → pan) = 0.2%`

Esta regla sí supera el soporte mínimo:

`ropa → zapatos [sup=0.15%,conf =70%] -- MIS(ropa → zapatos) = 0.1%`

Para qué es adecuado el soporte mínimo

- Cuando algo es muy caro: *caviar*
- Cuando algo es muy costoso: *cáncer*
- Cuando algo es nuevo: *estudiantes nuevos*
- Para hacer seguimientos específicos
- Para diseñar estrategias con objetivos específicos

Downward closure

Este modelo no preserva downward closure!

Ejemplo: consideramos los cuatro items 1, 2, 3 y 4 en una base de datos. Sus soportes mínimos son

$$\text{MIS}(1) = 10\% \quad \text{MIS}(2) = 20\%$$

$$\text{MIS}(3) = 5\% \quad \text{MIS}(4) = 6\%$$

$\{1, 2\}$ con Soporte 9% es infrecuente, pero $\{1, 2, 3\}$ y $\{1, 2, 4\}$ podrían ser frecuentes.

Valoración diferentes soportes mínimos

- Contiene al modelo con soporte mínimo genérico
- Es un modelo más realista para aplicaciones prácticas
- Ayuda a encontrar reglas para items raros sin producir un montón de reglas inútiles con items frecuentes
- Podemos forzar a hacer reglas solamente con esos items

Pero...

- Hay que asignar soporte mínimo a cada item, manualmente!

Reglas de asociación con clase

Reglas de asociación con clase

- Las reglas de asociación no tienen objetivo: encuentran todas las reglas que existen en los datos, cualquier item puede aparecer como consecuente o condición de una regla
- En algunas aplicaciones nos interesan algunos objetivos concretos

Ejemplo: encontrar palabras asociadas a algún tema

Reglas de asociación con clase

Sea un dataset de transacciones T con n transacciones.

Cada transacción también se etiqueta con una clase y .

Sea I el conjunto de todos los items en T , Y las etiquetas de clase y $I \cap Y = \emptyset$.

Una regla de asociación con clase es una implicación de la forma

$$X \rightarrow y, \text{ donde } X \subseteq I, y \in Y.$$

Las definiciones de Soporte y Confianza son igual que en las reglas de asociación normales.

Ejemplo

doc 1: Estudiante, Enseñar, Escuela : Educación
doc 2: Estudiante, Escuela : Educación
doc 3: Enseñar, Escuela, Ciudad, Partido : Educación
doc 4: Beisbol, Basket : Deporte
doc 5: Basket, Player, Espectador : Deporte
doc 6: Beisbol, Entrenador, Partido, Equipo : Deporte
doc 7: Basket, Equipo, Ciudad, Partido : Deporte

minsup = 20% y minconf = 60%

Estudiante, Escuela → Educación [sup= 2/7, conf = 2/2]

Partido → Deporte [sup= 2/7, conf = 2/3]

Algoritmo

Encontrar todos los items que tienen soporte $>$ minsup, con forma:

$(\text{condset}, y)$, y representa una regla $\text{condset} \rightarrow y$

Donde condset es un conjunto de items de I (i.e., $\text{condset} \subseteq I$), $y \in Y$ es una etiqueta de clase.

El algoritmo apriori se puede modificar para generar reglas con clase

Clase y diferentes soportes mínimos

El usuario puede especificar diferentes soportes mínimos para diferentes clases

Ejemplo:

- tenemos la clase Sí y la clase No
- Queremos soporte 5% para la clase Sí y Soporte 10% para la clase No

Si especificamos soporte mínimo de 100% para una clase, no se generan reglas para esa clase