Combo 2 de definiciones y convenciones notacionales

Emanuel Nicolás Herrador - November 2024

1 $(\Sigma, \tau) \models \varphi$

Defina $(\Sigma, \tau) \models \varphi$

Dada (Σ, τ) una teoría, escribiremos $(\Sigma, \tau) \models \varphi$ cuando φ sea verdadera en todo modelo de (Σ, τ).

2 Partición de A, $R_{\mathcal{P}}$

Defina "partición de A" y $R_{\mathcal{P}}$

Dado un conjunto A, por una partición de A entenderemos un conjunto $\mathcal{P}$ tal que:

- Cada elemento de $\mathcal{P}$ es un subconjunto no vacío de A
- Si $S_1, S_2 \in \mathcal{P}$ y $S_1 \neq S_2$, entonces $S_1 \cap S_2 = \emptyset$
- $A = \{a : a \in S, \text{ para algún } S \in \mathcal{P}\}$.

Dada una partición $\mathcal{P}$ de un conjunto A podemos definir una relación binaria asociada a $\mathcal{P}$ de la siguiente manera:

$$R_{\mathcal{P}} = \{(a, b) \in A^2 : a, b \in S, \text{ para algún } S \in \mathcal{P}\}$$

3 φ_i está bajo la hipótesis φ_l en $(\varphi, \mathbf{J})$

Defina cuándo "φ_i está bajo la hipótesis φ_l en $(\varphi, \mathbf{J})$" (no hace falta que defina $\mathcal{B}^{\mathbf{J}}$)

Sea $(\varphi, \mathbf{J})$ un par adecuado de tipo τ, diremos que φ_i está bajo la hipótesis φ_l en $(\varphi, \mathbf{J})$ cuando haya en $\mathcal{B}^{\mathbf{J}}$ un bloque de la forma $\langle l, j \rangle$ el cual contenga a i.

4 $(L, s, i)/\theta$

Defina $(L, s, i)/\theta$ (θ una congruencia del reticulado terna (L, s, i)). No hace falta que defina el concepto de congruencia.

Sea (L, s, i) un reticulado terna. Una congruencia sobre (L, s, i) será una relación de equivalencia θ sobre L la cual cumpla:

1. $x\theta x'$ y $y\theta y'$ implica $(x\ s\ y)\theta(x'\ s\ y')$ y $(x\ i\ y)\theta(x'\ i\ y')$

Gracias a esta condición, podemos definir en forma inambigua sobre L/θ dos operaciones binarias $\tilde{s}$ e $\tilde{i}$, de la siguiente manera:

$$x/\theta\ \tilde{s}\ y/\theta = (x\ s\ y)/\theta$$
$$x/\theta\ \tilde{i}\ y/\theta = (x\ i\ y)/\theta$$

La terna $(L/\theta, \tilde{s}, \tilde{i})$ es llamada el cociente de (L, s, i) sobre θ y la denotamos con $(L, s, i)/\theta$.