Combo 8 de definiciones y convenciones notacionales

Emanuel Nicolás Herrador - November 2024

1 $(L, s, i, {}^c, 0, 1)/\theta$

Defina $(L, s, i, {}^c, 0, 1)/\theta$ (θ una congruencia del reticulado complementado $(L, s, i, {}^c, 0, 1)$)

Sea $(L, s, i, {}^c, 0, 1)$ un reticulado complementado. Una congruencia sobre $(L, s, i, {}^c, 0, 1)$ será una relación de equivalencia sobre L la cual cumpla:

1. θ es una congruencia sobre $(L, s, i, 0, 1)$
2. $x/\theta = y/\theta$ implica $x^c/\theta = y^c/\theta$

Las condiciones anteriores nos permiten definir sobre L/θ dos operaciones binarias $\tilde{s}$ e $\tilde{i}$, y una operación unaria $\tilde{c}$ de la siguiente manera:

$$x/\theta \; \tilde{s} \; y/\theta = (x \; s \; y)/\theta$$
$$x/\theta \; \tilde{i} \; y/\theta = (x \; i \; y)/\theta$$
$$(x/\theta)^{\tilde{c}} = x^c/\theta$$

La 6-upla $(L/\theta, \tilde{s}, \tilde{i}, {}^{\tilde{c}}, 0/\theta, 1/\theta)$ es llamada el cociente de $(L, s, i, {}^c, 0, 1)$ sobre θ y la denotaremos con $(L, s, i, {}^c, 0, 1)/\theta$.

2 $\mathbf{A} \vDash \varphi[a_1, \ldots, a_n]$

Dados $\varphi =_d \varphi(v_1, \ldots, v_n)$, $\mathbf{A}$ una estructura de tipo τ y $a_1, \ldots, a_n \in A$, defina qué significa $\mathbf{A} \vDash \varphi[a_1, \ldots, a_n]$ (i.e., convención notacional 4)

Dados $\varphi =_d \varphi(v_1, \ldots, v_n)$, $\mathbf{A}$ una estructura de tipo τ y $a_1, \ldots, a_n \in A$, entonces $\mathbf{A} \vDash \varphi[a_1, \ldots, a_n]$ significará que $\mathbf{A} \vDash \varphi[\vec{b}]$ donde $\vec{b}$ es una asignación tal que a cada v_i le asigna el valor a_i.
En general, $\mathbf{A} \nvDash \varphi[a_1, \ldots, a_n]$ significará que no sucede $\mathbf{A} \vDash \varphi[a_1, \ldots, a_n]$

3 Supremo de S en $(P, \leq)$

Dado un poset $(P, \leq)$, defina "a es supremo de S en $(P, \leq)$"

Sea $(P, \leq)$ un poset. Dado $S \subseteq P$, diremos que un elemento $a \in P$ es cota superior de S en $(P, \leq)$ cuando $\forall b \in S, \; b \leq a$.
Un elemento $a \in P$ será llamado supremo de S en $(P, \leq)$ cuando se den las siguientes dos propiedades:

1. a es cota superior de S en $(P, \leq)$
2. $\forall b \in P$, si b es una cota superior de S en $(P, \leq)$, entonces $a \leq b$

4 i es anterior a j en $(\varphi, \mathbf{J})$

Defina "i es anterior a j en $(\varphi, \mathbf{J})$" (no hace falta que defina $\mathcal{B}^{\mathbf{J}}$)

Sea $(\varphi, \mathbf{J})$ un par adecuado de tipo τ, y sean $i, j \in \langle 1, n(\varphi) \rangle$. Diremos que i es anterior a j en $(\varphi, \mathbf{J})$ si $i < j$ y además $\forall B \in \mathcal{B}^{\mathbf{J}}, \; (i \in B \Rightarrow j \in B)$.