==
UFC - CK0215-2019.1-T01 - Complemento (de 26/03/2019) da Aula 08 (de 20/03/2019)
----

1. DEFINIÇÃO: dado um intervalo v[p..q] de um vetor "v", com p <= q, a MEDIANA do intervalo é um elemento "x" tal que exista uma ordenação v' crescente do intervalo tal que v'[i] = x, sendo i = $\lfloor(p+q)/2\rfloor$.

2. Uma descrição inteira do algoritmo de seleção linear BFPRT (de Blum, Floyd, Pratt, Rivest e Tarjan, em 1973):

* ENTRADA: vetor "v" e índices "a", "i" e "b".

* PRÉ-CONDIÇÕES:

  a) a <= i <= b.

  b) v[a..b] é um intervalo válido do vetor "v" (isto é, está dentro dos limites do vetor, tanto à esquerda quanto à direita).

* SAÍDA: nenhuma (mas veja a pós-condição garantida pelo algoritmo).

* PÓS-CONDIÇÃO: o intervalo v[a..b] estará particionado com relação a v[i], da seguinte maneira: dado j ∈ [a..b], sendo j != i, então:

  a) Se j < i, então v[j] <= v[i].

  b) Se j > i, então v[j] >= v[i].

* PASSOS:

----

  a) CASO BASE: se o intervalo v[a..b] tiver até 5 elementos, encontre o elemento desejado, coloque-o na posição "i" de "v", e particione o intervalo v[a..b] com relação ao elemento em questão. Essas tarefas podem ser facilmente realizadas por meio do Algoritmo de Seleção de Hoare, ou mesmo ordenando-se diretamente o intervalo v[a..b].

     Conforme especificado acima, o algoritmo não precisa retornar valor algum, por garantir que, ao final da execução, o elemento desejado estará na posição "i" de "v".

  b) CASO RECURSIVO: trataremos agora o caso em que o intervalo v[a..b] possui mais de 5 elementos.

     Sejam os SEGMENTOS do intervalo v[a..b] os sucessivos trechos de 5 (*) elementos contíguos, começando a partir de v[a]. Os segmentos do intervalo são, portanto, v[a..a+4], v[a+5..a+9], etc (*: o último segmento termina em v[b] e pode ter menos que 5 elementos).

     O primeiro passo desse caso é então encontrar a mediana de cada um dos segmentos do intervalo v[a..b]. Para cada intervalo, a mediana pode ser encontrada pelo mesmo procedimento do passo "a" acima (caso base).

  c) O próximo passo é colocar as medianas no início do intervalo v[a..b]. Isso pode ser feito trocando-se o elemento v[a] com a 1ª mediana, o elemento v[a+1] com a 2ª mediana, etc.

     (OPCIONAL: observe que os passos "b" e "c" podem ser unidos num único laço, que percorra os segmentos; em cada segmento, primeiro encontra-se a mediana, e depois já troca-se essa mediana com o elemento correspondente do trecho inicial do intervalo v[a..b]).

d) Seja "u" o índice da última mediana, após ela ter sido colocada no trecho inicial de v[a..b]. O próximo passo é então encontrar a MEDIANA DAS MEDIANAS, isto é, a mediana "M" do intervalo v[a..u]. Isso deve ser feito RECURSIVAMENTE.

e) Após encontrar "M", tri-particione o intervalo v[a..b], obtendo índices "r" e "s" tais que, após o particionamento, tenhamos:

   * Os elementos v[a..r-1] são menores que M.

   * Os elementos v[r..s] são iguais a M.

   * Os elementos v[s+1..b] são maiores que M.

f) Temos então 3 subcasos possíveis:

   (1) i ∈ [r..s]: nesse caso, o elemento v[i] já satisfaz os requisitos desejados, e o algoritmo pode terminar (como antes, sem retornar valor algum).

   (2) i < r: nesse caso, o elemento procurado está no intervalo v[a..r-1], devendo ser obtido RECURSIVAMENTE.

   (3) i > s: nesse caso, o elemento procurado está no intervalo v[s+1..b], devendo ser obtido RECURSIVAMENTE.

----

3. EXERCÍCIO: modifique o algoritmo acima para atender à seguinte especificação:

   * SAÍDA: dois índices "r" e "s".

   * PÓS-CONDIÇÕES:

     a) a <= r <= i <= s <= b.

     b) Para todo j ∈ [a..b]:

        * Se j < r, então v[j] < v[i].

        * Se j ∈ [r..s], então v[j] = v[i].

        * Se j > s, então v[j] > v[i].

==