Universidad Mayor de San Simón

Facultad de Ciencias y Tecnología — Departamento de Informática y Sistemas

Materia: TEORÍA DE AUTÓMATAS Y LENG. FORMALES **Docente:** Helder Fernández Guzmán

Evaluación: Primer Parcial — Examen Escrito — Versión B **Duración:** 90 minutos

Total: 100 puntos **Fecha:** 22-01-2026

Apellidos y Nombres: ______________________________ **Código SIS:** ____________

Instrucciones generales: Examen individual. Responda **todas** las preguntas. No está permitido ningún glosario o material de apoyo. Respuestas a mano. Se evalúan los **pasos** (tablas, cierres, particiones, producto, trazas y justificación). **No se penaliza notación** mientras la idea sea correcta.**Sugerencia de evidencia:** Cuando aplique, puede documentar su desarrollo con el **dibujo (interpretación visual)** del autómata resultante (además de su tabla/pasos). Esto **ayuda a evidenciar comprensión**; se evaluará la coherencia, no la prolijidad, pero todo su examen DEBE ser legible.
Alfabeto: $\Sigma = \{e, o\}$.

Parte A — Conceptos (30 pts)

Instrucción: Responda de forma breve (2–4 líneas). Cada ítem vale **3 pts**.

1. (3 pts) Explique qué representan Σ^* y ε. Dé un ejemplo de cadena en Σ^* para $\Sigma = \{e, o\}$.
2. (3 pts) Diferencia formal entre **AFD** y **AFN** en la aceptación de una cadena (idea de determinismo vs existencia de recorrido).
3. (3 pts) En un ε-AFN, ¿qué es el **ε-cierre** de un conjunto de estados y por qué es necesario al simular o convertir?
4. (3 pts) En la construcción por **subconjuntos** (AFN→AFD), ¿cuándo un estado del AFD (que es un conjunto) se marca como **final**?
5. (3 pts) Para construir el **complemento** de un lenguaje regular usando un AFD, ¿qué condición debe cumplir el autómata antes de "invertir finales"? (Explique brevemente.)
6. (3 pts) Explique la idea del **producto** para intersección de AFD: ¿cómo se define el estado inicial y cuál es el criterio de estados finales?
7. (3 pts) ¿Por qué se eliminan estados **no alcanzables** antes de minimizar? (Responda con una razón conceptual.)
8. (3 pts) En minimización por particiones, ¿qué significa que dos estados sean **equivalentes**? Dé una definición operacional.
9. (3 pts) Enuncie la estructura de cuantificadores del **Pumping Lemma** para lenguajes regulares (incluya p, $w = xyz$, y las restricciones sobre x, y, z).
10. (3 pts) Explique brevemente el rol de la condición $|xy| \leq p$ en el Pumping Lemma (¿qué "fuerza" sobre la ubicación de y?).

Parte B — Desarrollo (70 pts)

Pregunta 1 — Clausura aplicada $A \setminus B$ (25 pts)

Considere $\Sigma = \{e, o\}$. Defina:

- $A = \{w \in \Sigma^* : \ \#e(w) \text{ es par}\}$ (cantidad de símbolos e en w es par).
- $B = \{w \in \Sigma^* : \ w \text{ termina en } oo\}$.

Se sabe que $A \setminus B = A \cap \overline{B}$.

AFD dado para A (paridad de e):
Estados $Q_A = \{E, O\}$, inicial E, finales $F_A = \{E\}$ (E=par, O=impar). Transiciones:

$$\delta_A(E, e) = O, \ \delta_A(E, o) = E, \ \delta_A(O, e) = E, \ \delta_A(O, o) = O.$$

Solicitado (muestre pasos):

a) Construya un **AFD** para B (puede ser tabla o diagrama). (6 pts)
b) Construya $\overline{B}$ indicando claramente cómo completa el AFD (si aplica) y cuáles son sus estados finales. (4 pts)
c) Construya el **producto** para $A \cap \overline{B}$: estados pares, estado inicial, transiciones por e y o (tabla o diagrama). (10 pts)
d) Indique el conjunto de **estados finales** del producto (criterio correcto). (2 pts)
e) Verifique con **4 pruebas** (2 IN y 2 OUT) mostrando una traza breve de estados del producto. (3 pts)

Puntaje por tareas:

- AFD de B — **6 pts**
- Complemento $\overline{B}$ — **4 pts**
- Producto $A \cap \overline{B}$ — **10 pts**
- Estados finales — **2 pts**
- 4 pruebas con traza breve — **3 pts**

Pregunta 2 — ε-AFN $\to$ AFD por subconjuntos (25 pts)

Considere $\Sigma = \{e, o\}$. Se entrega el siguiente ε-**AFN** $N = (Q, \Sigma, \Delta, s_0, F)$:

- Estados $Q = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$, estado inicial s_0.
- Estados finales $F = \{s_3, s_6\}$.
- Transiciones (en forma de conjunto de destinos):

$$\begin{array}{rll}
 & \Delta(s_0, \varepsilon) = \{s_1, s_4\} & \\
\textbf{Rama 1 (comienza con } oo\textbf{):} & \Delta(s_1, o) = \{s_2\}, & \Delta(s_2, o) = \{s_3\}, \\
 & \Delta(s_3, e) = \{s_3\}, & \Delta(s_3, o) = \{s_3\} \\
\textbf{Rama 2 (termina en } ee\textbf{):} & \Delta(s_4, e) = \{s_5\}, & \Delta(s_4, o) = \{s_4\}, \\
 & \Delta(s_5, e) = \{s_6\}, & \Delta(s_5, o) = \{s_4\}, \\
 & \Delta(s_6, e) = \{s_6\}, & \Delta(s_6, o) = \{s_4\}
\end{array}$$

Este ε-AFN reconoce el lenguaje:

$$L = \{w \in \Sigma^* : \text{ o bien } w \text{ comienza con } oo, \text{ o bien } w \text{ termina con } ee\}.$$

Solicitado (muestre pasos):

a) Calcule el ε-cierre de $\{s_0\}$ y escriba el **estado inicial** del AFD. (5 pts)
b) Construya la **tabla de subconjuntos** (solo estados alcanzables) con transiciones por e y o. (12 pts)
c) Marque los **estados finales** del AFD (explique el criterio aplicado). (4 pts)
d) Verifique con **3 cadenas** (una que entra por la rama "comienza con oo", una por "termina con ee", y una rechazada) mostrando traza breve de conjuntos. (4 pts)

Puntaje por tareas:

- ε-cierre inicial + estado inicial del AFD — **5 pts**
- Tabla de subconjuntos alcanzables (e/o) — **12 pts**
- Estados finales del AFD — **4 pts**
- 3 pruebas con traza — **4 pts**

Pregunta 3 — Minimización de AFD (20 pts)

Considere el AFD $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ con $\Sigma = \{e, o\}$, estados $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$, estado inicial q_0 y estados finales $F = \{q_0, q_3\}$.
Tabla de transición δ:

Estado	**con e**	**con o**
q_0	q_1	q_2
q_1	q_0	q_3
q_2	q_4	q_5
q_3	q_0	q_3
q_4	q_4	q_5
q_5	q_4	q_5
q_6	q_6	q_6

Solicitado (muestre pasos):

a) Determine el conjunto de **estados alcanzables** desde q_0. (4 pts)
b) Escriba la **partición inicial** $P_0 = \{F,\ Q \setminus F\}$. (3 pts)
c) Realice el **refinamiento 1** de particiones justificando separaciones (por transiciones con e/o). (6 pts)
d) Realice el **refinamiento 2** o indique que la partición ya es estable (justifique). (4 pts)
e) Construya el **AFD mínimo** usando los bloques como estados (inicial, finales y transiciones). (3 pts)