

Teoria de Automatas y Lenguajes Formales

Unidad 1 — Sesión 8 (Lun 19-ene-2026): Minimización basica de AFD

Docente: Helder Octavio Fernandez Guzman

- Objetivo: reducir un AFD sin cambiar el lenguaje que reconoce.
- Ruta (3 pasos):
 - ① **Limpieza**: eliminar estados **inalcanzables**.
 - ② **Particiones**: refinar bloques hasta estabilizar.
 - ③ **AFD minimo**: construir un AFD por bloques equivalentes.
- Hoy: ejemplo guiado + actividad (evidencia con pruebas).

- Herramienta principal: **UC Davis Automaton Simulator**.
- Representacion recomendada: **YAML** (mismos nombres de estados que en las figuras).
- Evidencia minima para tu actividad:
 - lista de estados alcanzables (antes de minimizar),
 - particiones P_0, P_1, \dots hasta estable,
 - AFD minimo (diagrama o tabla),
 - tabla de pruebas (al menos 6 cadenas: 3 acepta / 3 rechaza).

- **Alcanzable:** existe un camino desde el estado inicial.
- **AFD completo:** en cada estado hay transicion para cada simbolo de Σ .
- **Estados equivalentes:** no existe cadena que los distinga (misma aceptacion futura).
- **Estados distinguibles:** existe una cadena que hace que uno acepte y el otro rechace.

Idea: la minimizacion *fusiona* estados equivalentes.

Fase 1: limpieza

Eliminar estados **inalcanzables** (no aportan al lenguaje).

Fase 2: particiones

- Particion inicial:

$$P_0 = \{F, Q \setminus F\}.$$

- Refinamiento: separar estados de un bloque si, con algun simbolo, caen a **bloques distintos**.
- Parar cuando la particion se estabiliza.

Regla operativa (bloque destino)

Periodo 2/6

- Para cada bloque B de la particion actual:
 - para cada estado $q \in B$, registrar
$$(\text{bloque}(\delta(q, a)), \text{bloque}(\delta(q, b))).$$
 - si dos estados de B tienen pares distintos, **separarlos**.
- Consejo: usar una mini-tabla de *firma* por estado.

- Olvidar eliminar inalcanzables.
- Refinar comparando *estados* en vez de *bloques destino*.
- Construir el AFD minimo sin actualizar transiciones al *bloque* correspondiente.
- No validar con pruebas (IN / NOT IN).

Ejemplo docente: definicion del lenguaje

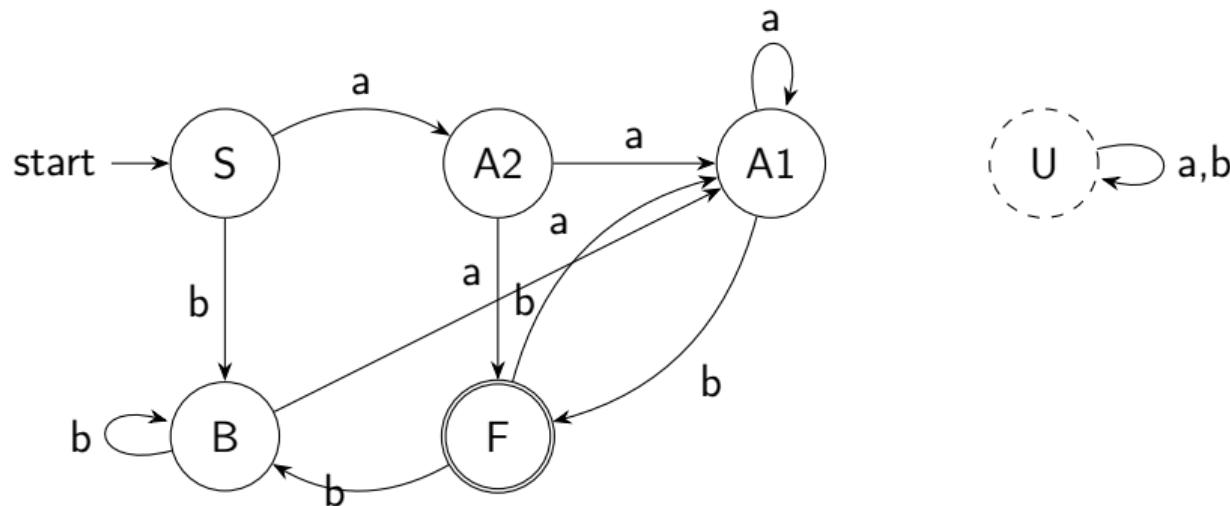
Periodo 3/6

Sea $\Sigma = \{a, b\}$.

- Lenguaje L : cadenas que **terminan** en ab.
- Objetivo: minimizar un AFD (intencionalmente **no minimo**).
- Resultado final (referencia): AFD minimo con estados q_0, q_1, q_2 .

AFD no minimo (TikZ)

Periodo 3/6



Nota: U esta dibujado como estado aislado (candidato a inalcanzable).

Tabla de transicion del AFD (para refinar)

Periodo 3/6

Estado	a	b
S	A2	B
A2	A1	F
A1	A1	F
B	A1	B
F	A1	B
U	U	U

- Estado inicial: S. Finales: {F}.
- $\Sigma = \{a, b\}$ (AFD completo).

- Desde S:
 - con a llego a A2, luego a A1 y F.
 - con b llego a B.
- Por tanto, alcanzables: {S, A2, A1, B, F}.
- U no es alcanzable \Rightarrow **se elimina** antes de minimizar.

Particion inicial P_0

Periodo 4/6

- Finales: $F = \{F\}$.
- No finales: $Q \setminus F = \{S, A2, A1, B\}$.

$$P_0 = \{\{F\}, \{S, A2, A1, B\}\}.$$

Refinamiento: firma por bloque destino

Periodo 4/6

Partition actual: $\{\{F\}, \{S, A2, A1, B\}\}$.

Estado	$\text{bloque}(\delta(\cdot, a))$	$\text{bloque}(\delta(\cdot, b))$
S	(no final)	(no final)
A2	(no final)	(final)
A1	(no final)	(final)
B	(no final)	(no final)

Conclusiones:

- A2 y A1 tienen la misma firma \Rightarrow quedan juntos.
- S y B tienen la misma firma \Rightarrow quedan juntos.

Particion estable y bloques equivalentes

Periodo 4/6

$$P_1 = \{\{F\}, \{A2, A1\}, \{S, B\}\}.$$

- Verificacion rapida: al aplicar refinamiento otra vez, no se separa mas.
- Bloques equivalentes:
 - $A2 \equiv A1$
 - $S \equiv B$

Construcción del AFD mínimo

Periodo 4/6

- Cada bloque de P_1 se vuelve un estado del AFD mínimo.
- Transición:

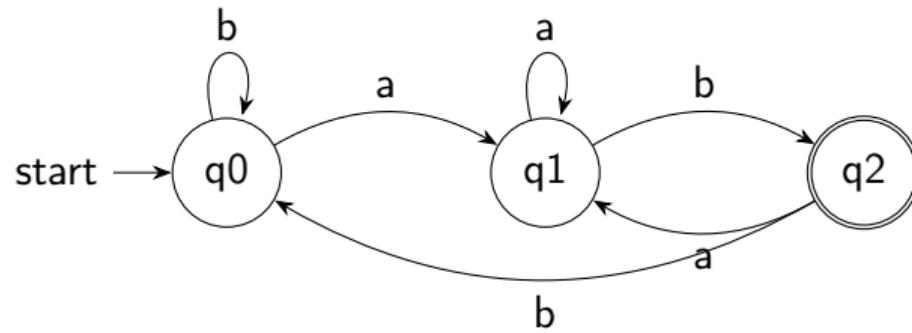
$$[q] \xrightarrow{\sigma} [\delta(q, \sigma)]$$

- Inicial: el bloque que contiene a S.
- Final: el bloque que contiene a F.

Convención para el mínimo (referencia): q0, q1, q2.

AFD minimo (TikZ): termina en ab

Periodo 4/6



Validacion rapida (tabla de pruebas)

Periodo 4/6

Cadena w	Esperado (termina en ab)
ab	Acepta
aab	Acepta
bab	Acepta
ϵ	Rechaza
a	Rechaza
aba	Rechaza

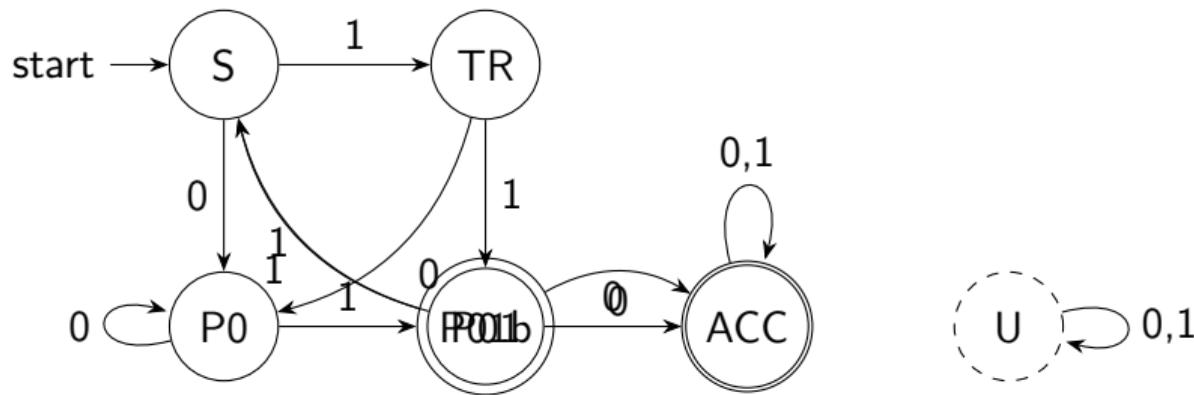
- La validacion debe dar lo mismo en el AFD original y en el minimo.

Sea $\Sigma = \{0, 1\}$.

- Lenguaje: cadenas que **contienen** la subcadena 010.
- Se entrega un AFD intencionalmente **no minimo**.
- Tu tarea: limpiar alcanzables, refinar particiones, construir minimo y validar.

AFD no minimo (TikZ): contiene 010

Periodo 5/6



Nota: U esta dibujado como estado aislado (candidato a inalcanzable).

Entregable minimo (checklist)

Periodo 5/6

- (1) Alcanzables: lista desde S.
- (2) Particiones: P_0, P_1, \dots hasta estable.
- (3) AFD minimo: diagrama o tabla de transicion.
- (4) Tabla de pruebas: **6 cadenas** (3 acepta / 3 rechaza) con esperado.

Set minimo de pruebas sugerido (sin revelar el minimo)

Periodo 5/6

Cadena w	Esperado (contiene 010)
010	Acepta
0010	Acepta
1010	Acepta
ϵ	Rechaza
01	Rechaza
111	Rechaza

Checklist de depuracion (antes de entregar)

Periodo 6/6

- DFA completo: transicion para cada simbolo en cada estado.
- Alcanzables: elimine inalcanzables antes de minimizar.
- Refinamiento: compare **bloques destino**, no nombres de estados.
- Construccion final: reemplace transiciones por **transiciones entre bloques**.
- Validacion: pruebe 6 cadenas (IN / NOT IN).

- Hoy: minimizacion por particiones (limpieza + refinamiento + minimo).
- Proxima sesion: **Pumping lemma (regular)**: estructura y patrones.