

# Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Unidad 1 — Sesión 1 (08-ene-2026): Notación y operaciones con lenguajes

Docente: Helder Octavio Fernández Guzmán

# ¿Qué problema resuelve este curso?

Periodo 1/6

- Un **lenguaje** describe **qué cadenas son válidas** bajo ciertas reglas.
- Eso permite expresar **patrones** antes de programar (validación, filtrado, reconocimiento).
- En esta unidad veremos lenguajes **regulares** y cómo reconocerlos con **autómatas**.

**Ejemplo motivador (hoy lo describimos; mañana lo diseñamos):**

Lenguaje de cadenas sobre  $\{a, b\}$  que **terminan en ab**.

Al finalizar la sesión podrás:

- Usar notación básica:  $\Sigma$ ,  $w$ ,  $|w|$ ,  $\varepsilon$ ,  $\Sigma^*$  y  $L \subseteq \Sigma^*$ .
- Operar con lenguajes:  $\cup$  (unión), concatenación, potencia ( $L^k$ ),  $L^*$  y  $L^+$ .
- Conectar un lenguaje descrito en palabras con una **idea de autómatas** (vista previa).

- **Alfabeto:**  $\Sigma = \{a, b\}$
- **Cadena:**  $w = abba$
- **Longitud:**  $|w| = 4$
- **Cadena vacía:**  $\varepsilon$  (longitud 0)

**Idea clave:** trabajamos con **cadena finitas** construidas con símbolos de  $\Sigma$ .

- $\Sigma^*$ : conjunto de **todas** las cadenas finitas sobre  $\Sigma$ .
- Un **lenguaje** es un conjunto de cadenas:  $L \subseteq \Sigma^*$ .
- **Pertenencia**:  $w \in L$  (pertenece) y  $w \notin L$  (no pertenece).

Ejemplo: si  $L = \{ab, bba\}$ , entonces

$ab \in L$  y  $aba \notin L$ .

# ¿Cómo describir un lenguaje?

Periodo 2/6

Tres formas típicas:

- 1 **Listado finito:**  $L = \{a, ab, bba\}$
- 2 **Comprensión:**  $L = \{w \in \{a, b\}^* : w \text{ termina en } ab\}$
- 3 **Descripción verbal precisa:** “todas las cadenas sobre  $\{a, b\}$  que terminan en  $ab$ ”.

Sea:

$$L_1 = \{a, ab\}, \quad L_2 = \{b, ba\}$$

Entonces:

$$L_1 \cup L_2 = \{a, ab, b, ba\}$$

**Mini-ejercicio:** calcula  $L_1 \cup \{bb\}$ .

Definición:

$$L_1 L_2 = \{ xy : x \in L_1, y \in L_2 \}$$

Con los mismos  $L_1$  y  $L_2$ :

$$L_1 L_2 = \{ ab, aba, abb, abba \}$$

(donde, por ejemplo,  $ab = a \cdot b$  y  $abba = ab \cdot ba$ ).



Para  $k \geq 1$ , definimos:

$$L^k = \underbrace{LL \dots L}_{k \text{ veces}}$$

Ejemplo:  $L = \{a, bb\}$

$$L^2 = \{aa, abb, bba, bbbb\}$$

**Idea:**  $L^2$  combina **todas** las concatenaciones posibles de dos elementos de  $L$ .

# Kleene star ( $L^*$ )

Periodo 4/6

Definición:

$$L^* = \{\varepsilon\} \cup L \cup L^2 \cup L^3 \cup \dots$$

Ejemplo:  $L = \{ab\}$

$$L^* = \{\varepsilon, ab, abab, ababab, \dots\}$$

**Lectura correcta:** repetir **cadenas** del lenguaje (no “repetir letras”).

Definición:

$$L^+ = LL^*$$

**Interpretación:** todo lo de  $L^*$  **excepto**  $\varepsilon$ .

Ejemplo con  $L = \{ab\}$ :

$$L^+ = \{ab, abab, ababab, \dots\}$$

# Errores típicos (y cómo evitarlos)

Periodo 4/6

- Confundir  $L^*$  con “repetir símbolos” en lugar de **repetir cadenas**.
- Olvidar que  $\varepsilon \in L^*$  **siempre**.
- Confundir **unión** ( $\cup$ ) con **concatenación** ( $L_1L_2$ ).

**Regla rápida:**  $\cup$  mezcla elementos; concatenación **pega** cadenas.

Definimos:

$$L = \{ w \in \{a, b\}^* : w \text{ termina en } ab \}$$

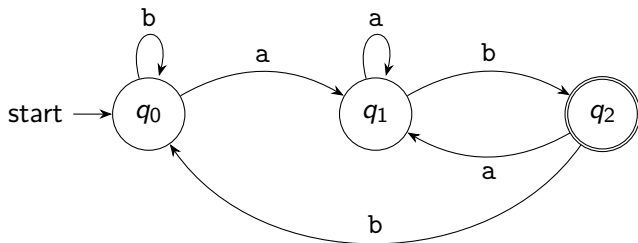
Ejemplos:

- **Acepta:** ab, aab, bab, bbab
- **No acepta:** aba, baba, a, bbb

**Mañana:** formalizaremos esta idea y diseñaremos el **AFD** que reconoce exactamente este  $L$ .

# Vista previa: diagrama de estados (idea de reconocimiento)

Periodo 5/6



Idea didáctica (qué “recuerda” cada estado):

- $q_0$ : no hay sufijo útil (no termina en a)
- $q_1$ : el último símbolo fue a
- $q_2$ : la cadena **termina en ab** (**acepta**)

Traza rápida (ejemplo):

Para  $w = aab$ :

$$q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{b} q_2$$

**Conclusión:** acepta.

Trabajo en parejas:

- ➊ Dado un lenguaje finito  $L$ , escribe 2 cadenas en  $L$  y 2 fuera de  $L$ .
- ➋ Calcula una operación (unión o concatenación) con un segundo lenguaje dado.
- ➌ Lista ejemplos de  $L^*$  hasta una longitud máxima indicada (por ejemplo, longitud  $\leq 6$ ).

**Salida:** revisión rápida en aula (sin nota).

- Hoy: notación + operaciones con lenguajes (base para todo el curso).
- Puente: lenguaje “termina en ab” y vista previa del AFD.
- Mañana: **diseño y verificación de AFD** (más práctica guiada).

**Termómetro (Moodle):** Quiz 0 sobre notación y operaciones (opcional, formativo).



- **Alfabeto:**  $\Sigma = \{a, b\}$     **cadena:**  $w$     **longitud:**  $|w|$     **vacía:**  $\varepsilon$
- **Todas las cadenas:**  $\Sigma^*$     **lenguaje:**  $L \subseteq \Sigma^*$     **pertenencia:**  $w \in L / w \notin L$
- **Operaciones:**

$$L_1 \cup L_2, \quad L_1 L_2 = \{xy : x \in L_1, y \in L_2\}, \quad L^k = \underbrace{LL \cdots L}_k$$

- **Kleene:**

$$L^* = \{\varepsilon\} \cup L \cup L^2 \cup \cdots, \quad L^+ = LL^* \text{ (todo menos } \varepsilon)$$

- **Errores típicos:** olvidar  $\varepsilon \in L^*$ ; confundir  $\cup$  con concatenación; pensar que  $L^*$  repite *símbolos* y no *cadena*s.

**Puente a mañana:** lenguaje “termina en ab”  $\Rightarrow$  formalizar, diseñar y verificar un **AFD**.