

Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Unidad 1 — Sesión 1 (08-ene-2026): Notación y operaciones con lenguajes

Docente: Helder Octavio Fernández Guzmán

¿Qué problema resuelve este curso?

Periodo 1/6

- Un lenguaje describe qué cadenas son válidas bajo ciertas reglas.
- Eso permite expresar patrones antes de programar (validación, filtrado, reconocimiento).
- En esta unidad veremos lenguajes regulares y cómo reconocerlos con autómatas.

Ejemplo motivador (hoy lo describimos; mañana lo diseñamos):

Lenguaje de cadenas sobre $\{a, b\}$ que terminan en ab.

Al finalizar la sesión podrás:

- Usar notación básica: Σ , w , $|w|$, ε , Σ^* y $L \subseteq \Sigma^*$.
- Operar con lenguajes: \cup (unión), concatenación, potencia (L^k), L^* y L^+ .
- Conectar un lenguaje descrito en palabras con una **idea de autómata** (vista previa).

- **Alfabeto:** $\Sigma = \{a, b\}$
- **Cadena:** $w = abba$
- **Longitud:** $|w| = 4$
- **Cadena vacía:** ε (longitud 0)

Idea clave: trabajamos con **cadenas finitas** construidas con símbolos de Σ .

- Σ^* : conjunto de **todas** las cadenas finitas sobre Σ .
- Un **lenguaje** es un conjunto de cadenas: $L \subseteq \Sigma^*$.
- **Pertenencia:** $w \in L$ (pertenece) y $w \notin L$ (no pertenece).

Ejemplo: si $L = \{ab, bba\}$, entonces

$ab \in L$ y $aba \notin L$.

¿Cómo describir un lenguaje?

Periodo 2/6

Tres formas típicas:

- ① **Listado finito:** $L = \{a, ab, bba\}$
- ② **Comprensión:** $L = \{ w \in \{a, b\}^* : w \text{ termina en } ab \}$
- ③ **Descripción verbal precisa:** "todas las cadenas sobre $\{a, b\}$ que terminan en ab".

Operación: unión

Periodo 3/6

Sea:

$$L_1 = \{a, ab\}, \quad L_2 = \{b, ba\}$$

Entonces:

$$L_1 \cup L_2 = \{a, ab, b, ba\}$$

Mini-ejercicio: calcula $L_1 \cup \{bb\}$.

Operación: concatenación

Periodo 3/6

Definición:

$$L_1 L_2 = \{ xy : x \in L_1, y \in L_2 \}$$

Con los mismos L_1 y L_2 :

$$L_1 L_2 = \{ ab, aba, abb, abba \}$$

(donde, por ejemplo, $ab = a \cdot b$ y $abba = ab \cdot ba$).

Potencia de un lenguaje

Periodo 3/6

Para $k \geq 1$, definimos:

$$L^k = \underbrace{LL \cdots L}_{k \text{ veces}}$$

Ejemplo: $L = \{a, bb\}$

$$L^2 = \{aa, abb, bba, bbbb\}$$

Idea: L^2 combina **todas** las concatenaciones posibles de dos elementos de L .

Kleene star (L^*)

Periodo 4/6

Definición:

$$L^* = \{\varepsilon\} \cup L \cup L^2 \cup L^3 \cup \dots$$

Ejemplo: $L = \{ab\}$

$$L^* = \{\varepsilon, ab, abab, ababab, \dots\}$$

Lectura correcta: repetir **cadenas** del lenguaje (no “repetir letras”).

Kleene plus (L^+)

Periodo 4/6

Definición:

$$L^+ = LL^*$$

Interpretación: todo lo de L^* excepto ε .

Ejemplo con $L = \{ab\}$:

$$L^+ = \{ab, abab, ababab, \dots\}$$

Errores típicos (y cómo evitarlos)

Periodo 4/6

- Confundir L^* con “repetir símbolos” en lugar de **repetir cadenas**.
- Olvidar que $\varepsilon \in L^*$ **siempre**.
- Confundir **unión** (\cup) con **concatenación** (L_1L_2).

Regla rápida: \cup mezcla elementos; concatenación pega cadenas.

Lenguaje objetivo (puente a AFD)

Periodo 5/6

Definimos:

$$L = \{ w \in \{a, b\}^* : w \text{ termina en } ab \}$$

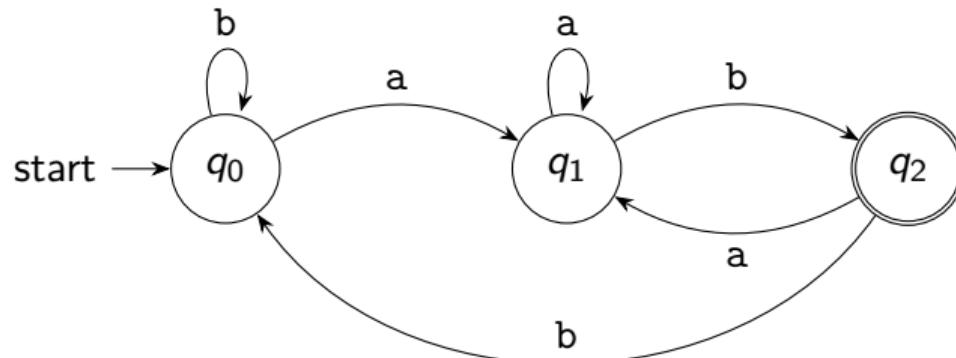
Ejemplos:

- **Acepta:** ab, aab, bab, bbab
- **No acepta:** aba, baba, a, bbb

Mañana: formalizaremos esta idea y diseñaremos el **AFD** que reconoce exactamente este L .

Vista previa: diagrama de estados (idea de reconocimiento)

Periodo 5/16



Idea didáctica (qué “recuerda” cada estado):

- q_0 : no hay sufijo útil (no termina en a)
- q_1 : el último símbolo fue a
- q_2 : la cadena **termina en ab** (acepta)

Simulación rápida paso a paso (ejemplo):

Para $w = aab$:

$$q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{b} q_2$$

Conclusión: acepta

Trabajo en parejas:

- ① Dado un lenguaje finito L , escribe 2 cadenas en L y 2 fuera de L .
- ② Calcula una operación (unión o concatenación) con un segundo lenguaje dado.
- ③ Lista ejemplos de L^* hasta una longitud máxima indicada (por ejemplo, longitud ≤ 6).

Salida: revisión rápida en aula (sin nota).

- Hoy: notación + operaciones con lenguajes (base para todo el curso).
- Puente: lenguaje “termina en ab” y vista previa del AFD.
- Mañana: **diseño y verificación de AFD** (más práctica guiada).

Termómetro (Moodle): Quiz 0 sobre notación y operaciones (opcional, formativo).

- **Alfabeto:** $\Sigma = \{a, b\}$ **cadena:** w **longitud:** $|w|$ **vacía:** ε
- **Todas las cadenas:** Σ^* **lenguaje:** $L \subseteq \Sigma^*$ **pertenencia:** $w \in L / w \notin L$
- **Operaciones:**

$$L_1 \cup L_2, \quad L_1 L_2 = \{xy : x \in L_1, y \in L_2\}, \quad L^k = \underbrace{LL \cdots L}_k$$

- **Kleene:**

$$L^* = \{\varepsilon\} \cup L \cup L^2 \cup \dots, \quad L^+ = LL^* \text{ (todo menos } \varepsilon\text{)}$$

- **Errores típicos:** olvidar $\varepsilon \in L^*$; confundir \cup con concatenación; pensar que L^* repite *símbolos* y no *cadenas*.

Puente a mañana: lenguaje “termina en ab” \Rightarrow formalizar, diseñar y verificar un AFD.