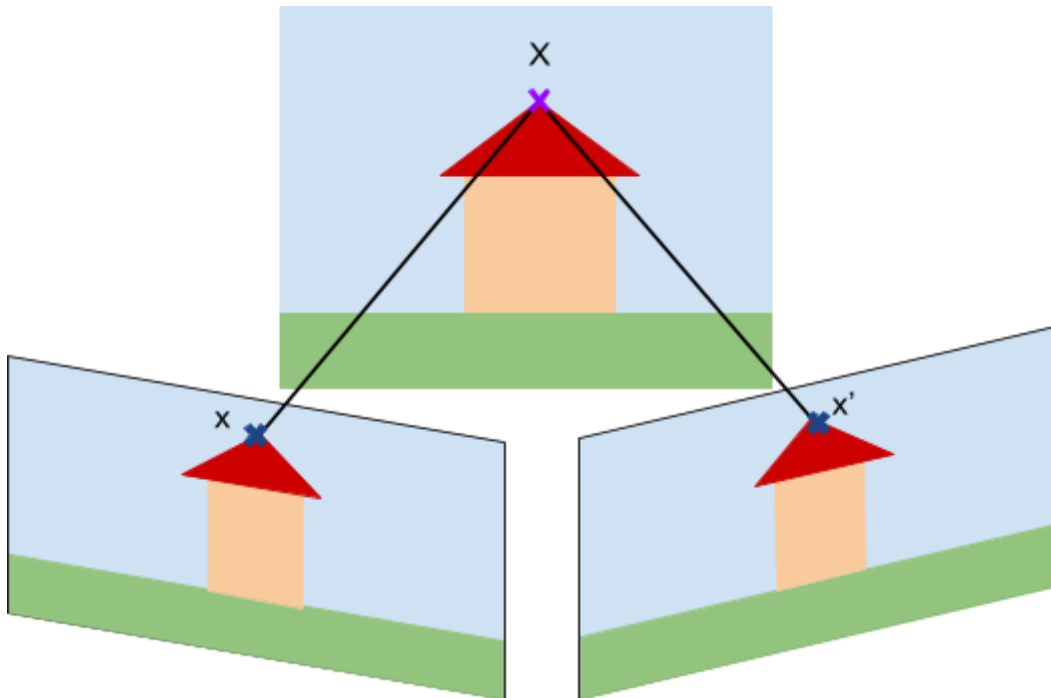


Pràctica 5 : 3D Reconstruction

Question 1. Write the steps to show that the system of equations is equivalent to the homogeneous equations $\bar{x} = PX$ and $\bar{x}' = P'X$.

Establim dos punts $\bar{x} = (x, y, 1)^T$ i $\bar{x}' = (x', y', 1)^T$ en coordenades homogènies que formen una correspondència entre una imatge amb dos punts de vista diferents, i la matriu de projecció de la càmera de mida 3×4 $P = (\overline{P_1^T}, \overline{P_2^T}, \overline{P_3^T})^T$.

Per al primer punt de vista, tenim que $\lambda(x, y, 1)^T = PX$ i, per al segon, $\lambda'(x', y', 1)^T = P'X$, on X és un punt 3D que \bar{x} i \bar{x}' comparteixen al projectar-los:



Així doncs, es verifica que, per al primer punt de vista, $\lambda x = \overline{P_1^T} X$, $\lambda y = \overline{P_2^T} X$ i $\lambda = \overline{P_3^T} X$, i per tant, $x' \overline{P_3'^T} X = \overline{P_1'^T} X$, $y' \overline{P_3'^T} X = \overline{P_2'^T} X$.

D'aquí, podem arribar a que $(x \overline{P_3^T} - \overline{P_1^T}) X = 0$ i $(y \overline{P_3^T} - \overline{P_2^T}) X = 0$, on X és la incògnita i podem extreure que $H \bar{x} \equiv HPX \rightarrow \bar{x} \equiv PX$.

Seguint el mateix procediment per al segon punt de vista, arribem a la mateixa conclusió: $H \bar{x}' \equiv HP'X \rightarrow \bar{x}' \equiv P'X$.

Question 2. Write the equations in the matrix form $AX = 0$.

$$AX = 0 \rightarrow \begin{bmatrix} \overline{xP_3^T} - \overline{P_1^T}; & \overline{yP_3^T} - \overline{P_2^T}; & \overline{x'P_3'^T} - \overline{P_1'^T}; & \overline{y'P_3'^T} - \overline{P_2'^T} \end{bmatrix} X = 0$$

Question 3. Write the code to solve the system in the function triangulate.m

```
function X = triangulate(x1, x2, P1, P2, imsize)

% Precondition.
if nargin > 2
    H = [2/imsize(1) 0 -1
         0 2/imsize(2) -1
         0 0 1];
    P1 = H * P1;
    P2 = H * P2;
    x1 = euclid(H * homog(x1));
    x2 = euclid(H * homog(x2));
end

% Create the design matrix A.
A = [x1(1)*P1(3,:)-P1(1,:);
     x1(2)*P1(3,:)-P1(2,:);
     x2(1)*P2(3,:)-P2(1,:);
     x2(2)*P2(3,:)-P2(2,:)];

% Solve AX = 0.

[~, ~, V] = svd(A);
%X es la última columna de V
X = V(:,length(V));

end
```

Question 4. Compute the Essential matrix from the Fundamental matrix and the camera calibration matrix.

```
% Camera calibration matrix computed in practica3.m
K = [3044.19815016907 -4.01014339223785 1507.81572864665;
     0 3044.21428754626 1002.01971055401;
     0 0 1];

% Question 4
% Compute the Essential matrix from the Fundamental
% E = K2'*F*K1, en aquest cas, com les dues vistes estan creades a partir
% de la mateixa càmera K2=K1.
E = K'*F*K;
```

Question 5. Write the camera projection matrix P for the first camera.

Assumim que la primera càmera es troba a l'origen, sense rotació i que la segona càmera té una rotació i una translació respecte la primera.

$$P_1 = K \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

Question 6. The rotation and translation of the second camera can be computed from the SVD decomposition of E . There are 4 possible solutions. Complete the code to compute the 4 candidate solutions for the second camera projection matrix.

```
[U,S,V] = svd(E);
% The SVD of E has several ambiguities. In particular, U and V may be
% improper rotations in which case we need to change their sign.
if det(U) < 0
    U = -U;
end
if det(V) < 0
    V = -V;
end
W = [0 -1 0; 1 0 0; 0 0 1];
```

```
% Rotation and translation for the 2nd camera can be computed from the SVD
% of E. There are 4 possible positions for the second camera.
Pc2 = {};
R1= U*W*V';
R2= U*W'*V';
u3 = U(:,size(U,2)); % last column of U;
Pc2{1} = K*[R1(:,,:),u3(:)];
Pc2{2} = K*[R1(:,,:),-u3(:)];
Pc2{3} = K*[R2(:,,:),u3(:)];
Pc2{4} = K*[R2(:,,:),-u3(:)];
```

Question 7. How can we choose the right solution from the 4 candidates? The code to do it is provided, explain how it works. Once the proper solution is chosen, we can triangulate all the matches to get a sparse point cloud.

De les 4 possibles solucions que obtenim, només una és geomètricament correcta: aquella en la que el punt 3D X , reconstruït a partir de dos punts corresponents x i x' es troba davant de les dues càmeres.

Una vegada s'ha fet triangulació, (es normalitza) i es comprova que tant $\overline{P_3^T X}$ com $\overline{P'_3{}^T X}$ (les projeccions dels punts x i x' en la representació en 3D) siguin més grans que 0, és a dir, que tinguin una posició positiva respecte les dues càmeres, i per tant, que es troba davant d'aquestes.

Question 8. Complete the code to triangulate all matches.

```
% Question 8: Triangulate all matches
N = size(x1,2);
X = zeros(4,N);
for i = 1:N
    X(:,i) = triangulate(x1(:,i), x2(:,i), P1, P2, [w h]);
end
```

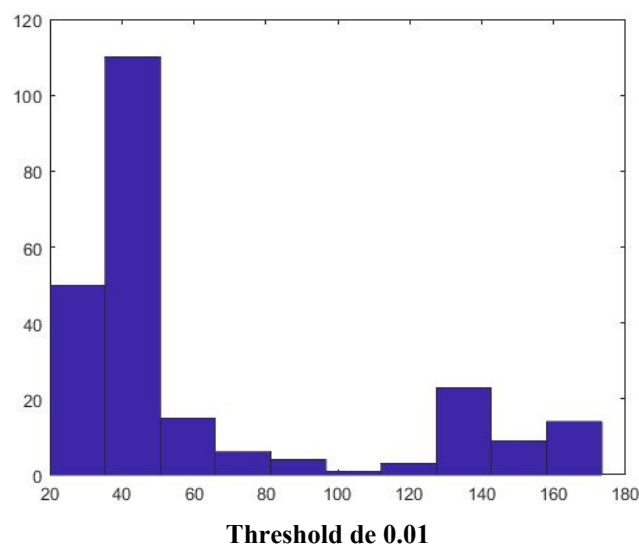
Question 9. Complete the code to compute the reprojection error of each match. Plot the histogram of the errors.

$$\text{reprojection_error} = (1/N) * \sqrt{\sum (\| [P * Xi] - [xi] \|^2 + \| [P' * Xi] - [xi'] \|^2)}$$

```
X(1:4,:) = X(1:4,:) ./ X(4,:);

% canvi de coordenades
X1 = euclid(P1*X);
X2 = euclid(P2*X);
reprojection_error = (1/N)*sqrt((sum((x1 - X1).^2)) + (sum((x2 - X2).^2)));

figure;
hist(reprojection_error);
```

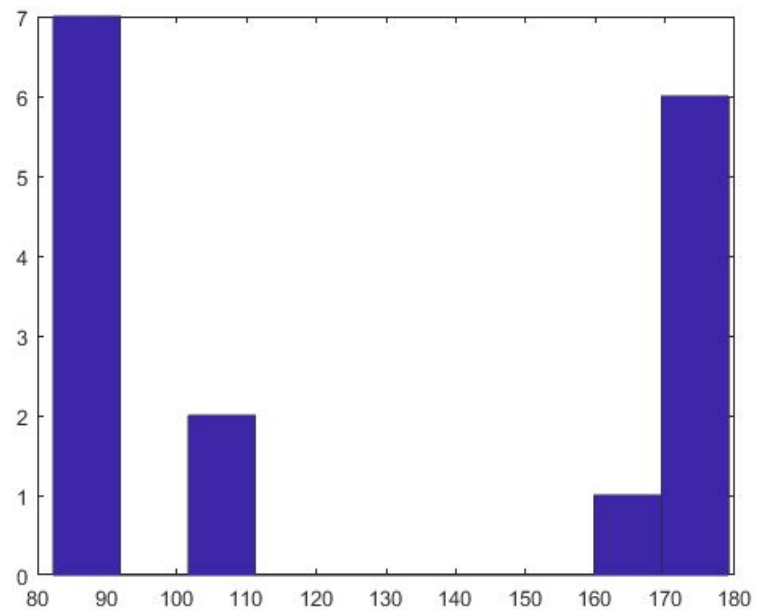
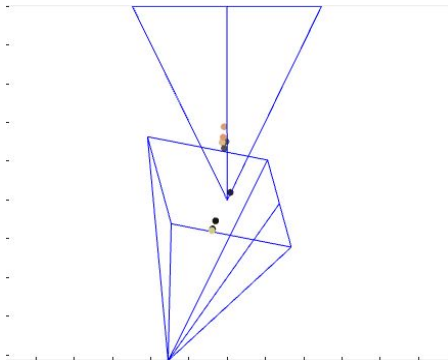
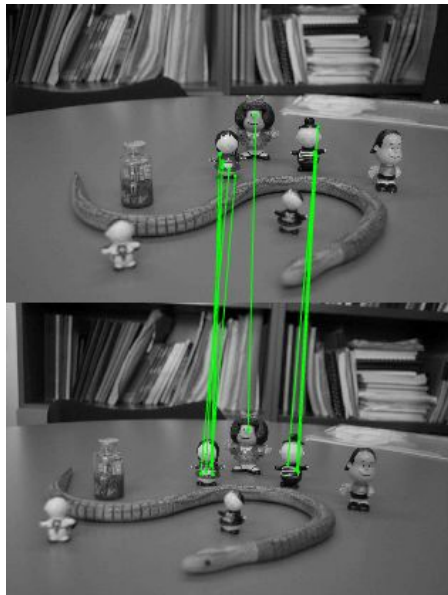


Question 10. Change the SIFT threshold to 0.005 first and then to 0.001. Repeat the reconstruction for these two new set of 2D points and comment the results obtained.

Els resultats anteriors estaven computats amb un llindar de 0.01. En aquest apartat provem de canviar-lo a 0.05, 0.005 i a 0.001.

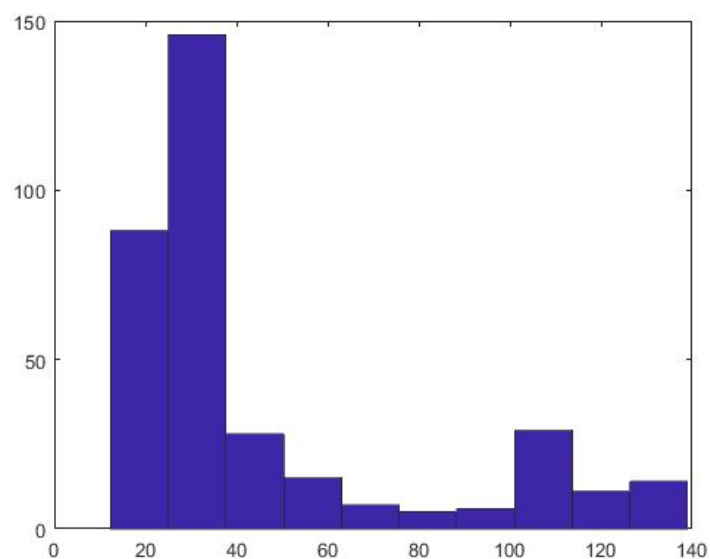
0.05

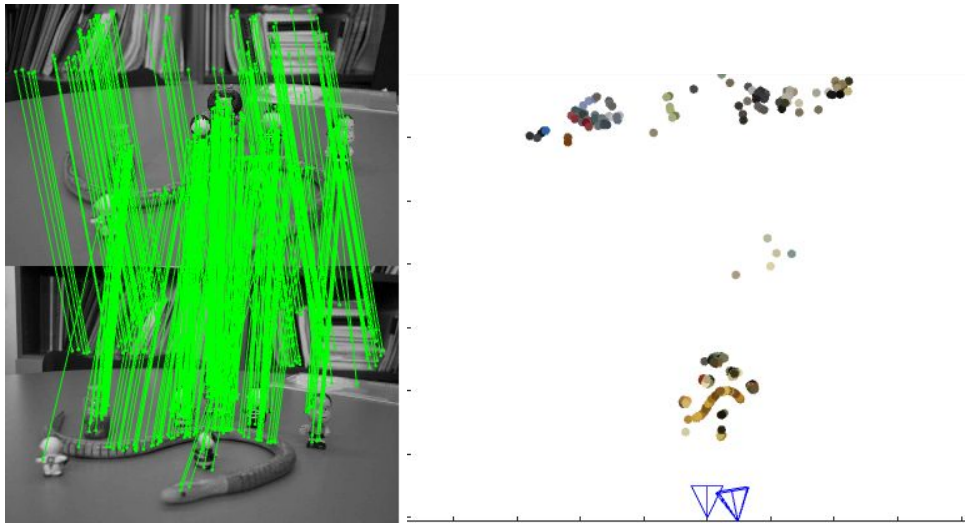
Augmentant el threshold, disminuim la quantitat de matchings que agafem, i per això l'error de reconstrucció és tan alt. A més, les vistes de les dues càmeres no estan del tot ben trobades.



0.005

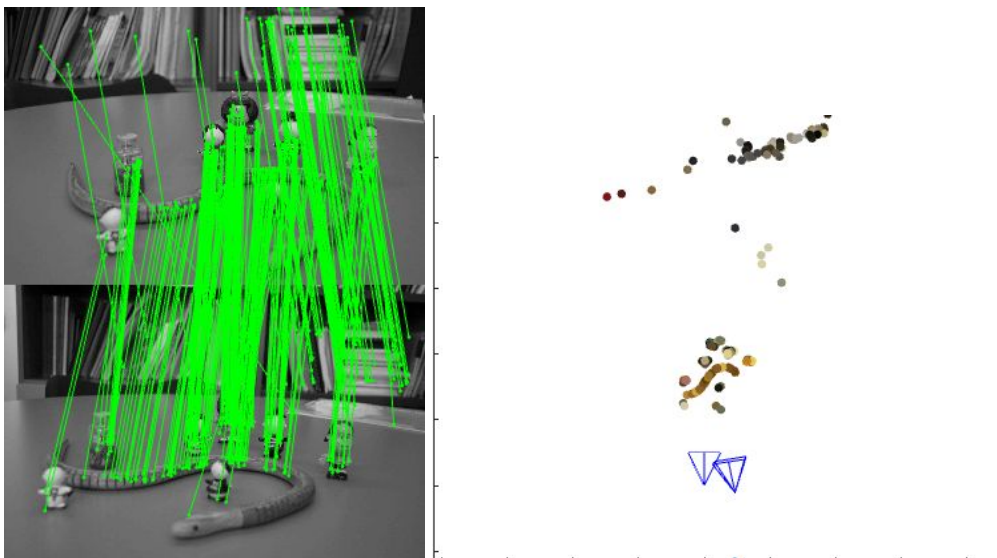
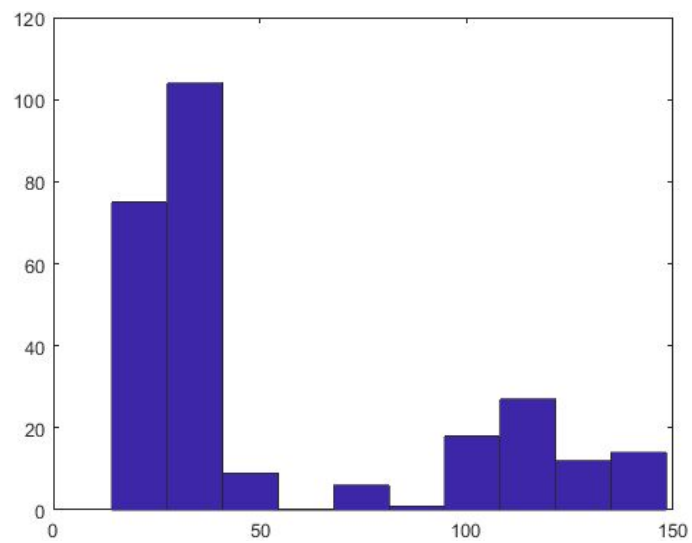
Com podem veure a la imatge de sota, l'error de reprojecció ha augmentat considerablement al baixar el threshold de 0.01 a 0.005, ja que el nombre de matches que es troben són molts més. Les vistes que veiem en el gràfic de sota a la dreta estan força ben reconstruïdes.





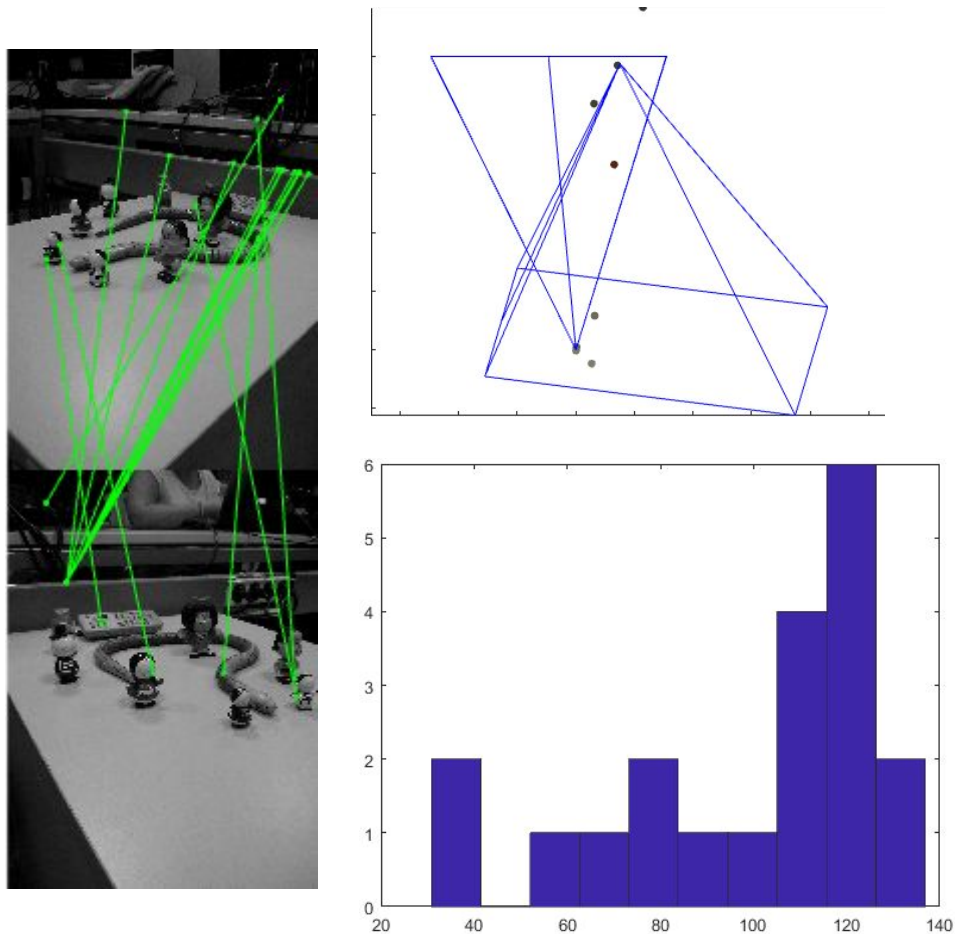
0.001

Amb el menor threshold de tots, l'error de reprojecció sembla que es redueixi. Tot i així, la disposició dels objectes de l'escena és lleugerament distinta al que obtenim amb el threshold de 0.005.



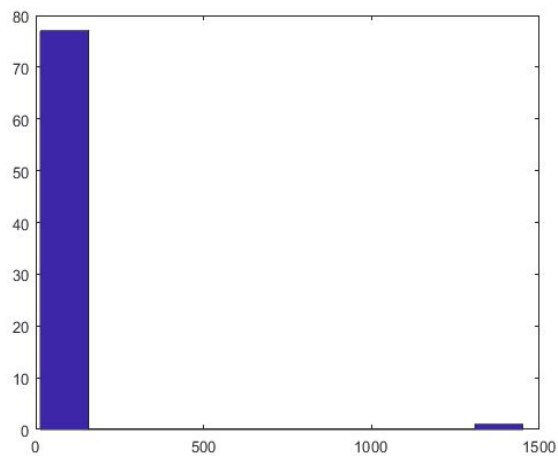
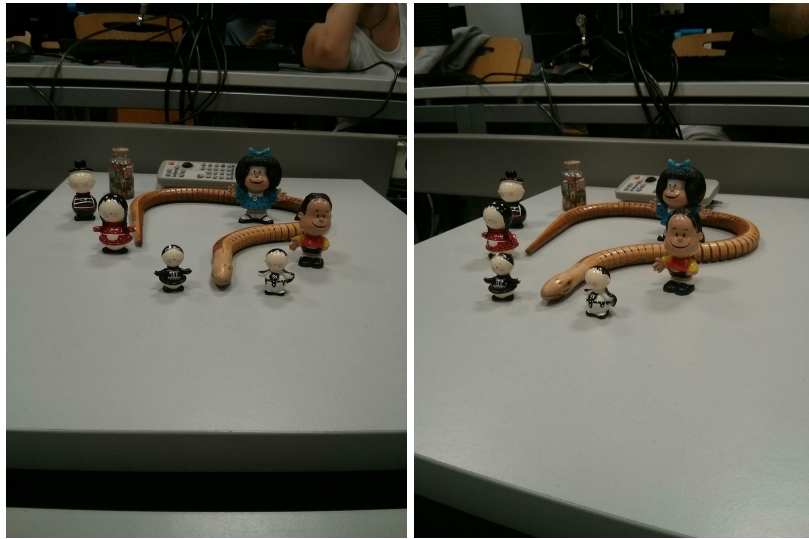
Question 11. Repeat all the process with your own images taken with your camera. Try reconstructions for different pairs of images and comment the results obtained.

Si utilitzem les dues imatges (vistes) següents obtindrem els següents resultats.



Com podem veure a través l'histograma, amb aquestes dues imatges l'error de reprojecció és molt més elevat, ja que pocs matches són correctes.

Ara provem les dues imatges següents:



En aquest cas, el resultat és molt més encertat i precís. Gairebé totes les correspondències són inliers i l'error de reprojecció és més petit.