

# Trabalho Prático

## Projeto e Análise de Algoritmos

Prof. Raquel Mini

Nome: Rithie Natan Carvalhaes Prado

Matricula: 541488

## 1. Introdução

Sabemos que o Algoritmo de Dijkstra oferece uma solução para achar o menor caminho em um grafo, seja orientado ou não, com arestas de peso não negativas. Entretanto, este algoritmo não resolve o mesmo problema com um grafo que contém arestas negativas.

Um dos problemas em grafos com arestas negativas são os ciclos negativos, no qual nos leva a uma situação em podemos entrar em um loop infinito e nunca achar o menor caminho ou achar, porém teremos diminuído comprimento menor caminho. Este problema acontece com algoritmos que não estão preparados para isso, por tanto, é interessante identificar em cada grafo a possibilidade desses loops.

Por tanto, este trabalho consiste em implementar o Algoritmo de Dijkstra para achar o menor caminho em um grafo com arestas positivas e o Algoritmo de Bellman-Ford para determinar se existe ciclos negativos ou a solução existente para achar o menor caminho em um grafo com arestas negativas. Será feito uma análise de complexidade para cada algoritmo e comparar o tempo de execução de ambos.

## 2. Implementação

### 2.1. Estrutura de dados utilizadas

- Serão utilizadas matrizes para representar cada grafo em cada Algoritmo.

### 2.2. Algoritmo de Dijkstra

- Grafo representado por matriz dinâmica.
- O algoritmo de Dijkstra recebe um grafo, número de vértices, vértices iniciais e vértice final. A implementação consiste em três vetores auxiliares: verificar se um vértice foi visitado, para determinar o menor caminho, para determinar o caminho mais curto.
- O método main recebe as entradas de um arquivo chamado 'DijkstraTeste.in', no qual corresponde a número de vértices e número de arestas na primeira linha. E nas demais linhas as conexões entre vértices e seus respectivos pesos.
- Execução do programa via terminal:
  - `g++ -o dijkstra AlgoritmoDeDijkstra.cpp`
  - `./dijkstra < DijkstraTeste.in`

### 2.3. Algoritmo de Bellman-Ford

- Grafo representado por uma matriz comum.
- O método BellmanFord recebe por parâmetro o grafo construído, o número de vértices, número de arestas e vértice de início. O algoritmo inicializa um vetor auxiliar

que conterá as distâncias dos vértices. Posteriormente será relaxado as arestas e verificamos se existem ciclos negativos. Por último, impresso as distâncias entre os vértices.

- Execução do programa via terminal:
  - `g++ -o bellman AlgoritmoDeBellmanFord.cpp`
  - `./bellman`

#### 2.4. Ambiente Computacional:

- Processador: Intel Core i3-3220 de 3,30GHz
- Sistema Operacional: Windows 10
- Editor de Texto: VS Code
- Compilador: g++ versão 7.5.0

### 3. Análise de Complexidade

2.1. Algoritmo de Dijkstra - Operações relevantes: alocar matriz, liberar memória e percorrer vértices adjacentes.

- Método AlocarMatriz: Pior e Melhor caso:  $n^2$
- Método FreeMemória: Pior e Melhor caso:  $n$
- Método Dijkstra:  $O(n^2)$
- Método Main: Melhor e Pior caso:  $n + n$
- Soma:  $n^2 + n + n^2 + n + n = 2n^2 + 3n = O(n^2)$

2.2. Algoritmo de Bellman-Ford – Operações relevantes: relaxar as arestas e verificar ciclo negativo.

- Método BellmanFord: Pior e Melhor caso:  $n^2$
- Método main:  $n^2$
- $O(n^2)$

### 4. Testes

#### 4.1 Testes do Algoritmo de Dijkstra

- Foi criado um arquivo chamado, 'DijkstraTeste.in' no qual contém um caso de teste para mostrar a criação de um grafo e a execução do algoritmo.
- Também testamos o tempo de execução de cada algoritmo.

```
caminho mais curto entre 0 e 6 tem comprimento 50: 0
2
1
6

real    0m0.015s
user    0m0.000s
sys     0m0.016s
```

#### 4.2 Testes do Algoritmo de Bellman-Ford

- O teste do Algoritmo de Bellman-Ford foi criado no próprio programa, no método main. O teste consiste em criar um grafo qualquer e testar o algoritmo na identificação de ciclos negativos e/ou a distância entre o vértice inicial.

```
Distância do vertice de inicial:
0          0
1         -1
2          2
3         -2
4          1

real      0m0.015s
user      0m0.000s
sys       0m0.016s
```

## 5. Conclusão

O algoritmo de Dijkstra e de Bellman-Ford são situacionais dependendo de cada caso. O algoritmo de Bellman-Ford só será utilizado quando temos grafos que contenham pesos negativos e mesmo assim, dependendo da circunstância, os casos de ciclos negativos podem se torna muito recorrentes. Entretanto, sempre que tivermos somente pesos positivos em nosso grafo, devemos sempre utilizar o algoritmo de Dijkstra, pois tem um custo menor de execução e é um algoritmo ótimo em relação a achar o caminho mais curto.

## 6. Bibliografia

- USP - [https://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos\\_para\\_grafos/aulas/dijkstra.html](https://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos_para_grafos/aulas/dijkstra.html)
- USP - [https://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos\\_para\\_grafos/aulas/bellman-ford.html#concept](https://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos_para_grafos/aulas/bellman-ford.html#concept)
- Wikipédia:
  - [https://pt.wikipedia.org/wiki/Algoritmo\\_de\\_Bellman-Ford](https://pt.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_de_Bellman-Ford)
  - [https://pt.wikipedia.org/wiki/Algoritmo\\_de\\_Dijkstra](https://pt.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_de_Dijkstra)

## 7. Anexos

Os arquivos em anexos são:

- AlgoritmoDeDijkstra.cpp
- AlgoritmoDeBellmanFord.cpp
- DijkstraTeste.in