Question 14/14

Образом довільної точки $\begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix}$ в результаті дії довільного оператора $T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ буде точка

$$\begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (aX + bY), (bX + dY) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^* & Y^* \end{bmatrix}$$

Вказати наступне перетворення:
симетрія відносно осі OY

A.

$$a = d = 1, c = b = 0$$

B.

$$d = 1, c = b = 0$$

C.

$$a = 1, c = b = 0$$

D.

$$c = b = 0$$

✓ E.

b = c = 0, d=1, a=-1

[0 1 0 0]
[0 0 -1 0]
[0 0 0 -1]

Score: ***2/2p.***

Question 3/14

Порівняти за часом(тривалість) задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $\begin{matrix} x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \dfrac{2t}{1+t^2} \end{matrix}$ $, t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності:

A. 1) = 2)
✓ B. <u>1) > 2)</u>
C. 1) < 2)

Score: ***2/2p.***

Question 4/26

Трьохточкова перспектива з точкою спостереження k на осі OZ може бути отримане шляхом обертання навколо

A. трьох різних осей

B. двох різних осей

C. навколо початку координат

Question 7/26

Один з методів розкладання відрізка в растр полягає в розв'язуванні диференціального рівняння, що описує цей процес
Вкажіть його вигляд:

A.

dy/dx=const

B.

Dy/Dx=(y2-y1)/(x2-x1)

C.

dy/dx= Dy/Dx+1

D.

Dy/Dx=(y2-y1)(x2-x1)

E.

dx/dy=const

Question 8/26

Записати розмірності для знаходженння P’ у класичному матричному вигляді M·P=B,
M- матриця прямокутна ()x(n),
P -стовпець (n) x1,
B -стовпець ( )x1 .

A. n

B. n-1

C. n-2

Співвідношення для поновлення трьохвимірних координаь може бути записане у вигляді однорідних рівнянь:

A.

$$\left(T_{11}-T_{14}x^{*}\right)x+\left(T_{21}-T_{24}x^{*}\right)y+\left(T_{31}-T_{34}x^{*}\right)z+\left(T_{41}-T_{44}x^{*}\right)=0$$

B.

$$\left(T_{21}-T_{24}x^{*}\right)y+\left(T_{31}-T_{34}x^{*}\right)z+\left(T_{41}-T_{44}x^{*}\right)=0$$

C.

$$\left(T_{12}-T_{14}y^{*}\right)x+\left(T_{22}-T_{24}y^{*}\right)y+\left(T_{32}-T_{34}y^{*}\right)z+\left(T_{42}-T_{44}y^{*}\right)=0$$

D.

$$\left(T_{22}-T_{24}y^{*}\right)y+\left(T_{32}-T_{34}y^{*}\right)z+\left(T_{42}-T_{44}y^{*}\right)=0$$

де

$$B = \begin{bmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} & B_{1,3} & B_{1,4} \\ B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} & B_{2,4} \\ B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} & B_{3,4} \\ B_{4,1} & B_{4,2} & B_{4,3} & B_{4,4} \end{bmatrix}$$

A.

$B_{1,1}$

B.

$B_{2,2}$

C.

$B_{2,3}$

D.

$B_{3,2}$

E.

$B_{3,3}$

F.

$B_{4,4}$

Question 11/26

Бікубічна поверхня задається 4-ма векторами положень кутових точок, 8-ма векторами дотичних в кутових точках, 4-ма векторами кривизни в кутових точках. В її структуру входять:

A. кутові координати
B. кутові вектори
C. w- дотичні вектори
D. w- дотичні координати
E. u - дотичні координати
F. u - дотичні вектори
G. вектори кривизни
H. координати кривизни

Question 12/26

Образом довільної точки $\begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix}$ в результаті дії довільного оператора $T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ буде точка

$$\begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \left[(aX + bY),(bX + dY)\right] = \begin{bmatrix} X^* & Y^* \end{bmatrix}$$

Вказати наступне перетворення:
симетрія відносно осі OY

A.

$$a = d = 1, c = b = 0$$

B.

$$d = 1, c = b = 0$$

C.

$$a = 1, c = b = 0$$

D.

$$c = b = 0$$

E.

$$b = c = 0,\ d=1,\ a=-1$$

Question 13/26

Інтерполяційна схема для білінійної поверхні визначається співвідношенням:

A.

$$Q(u, w) = P(u, 0)(1 - w) + P(u, 1)w + P(0, w)(1 - u) + P(1, w)u$$

B.

$$Q(u, w) = P(0, 0)(1 - u)(1 - w) + P(0, 1)(1 - u)w + P(1, 0)u(1 - w) + \\ + P(1, 1)uw$$

C.

$$Q(u, w) = P(u, 0)(1 - w) + P(u, 1)w$$

Question 14/26

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 0, 1/r, 1).

A. Так

B. Ні

Question 15/26

Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

1) $\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \end{cases} \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2}$

2) $\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \end{cases} \quad 0 \le Q \le \infty$

Поставити знак нерівності:

A. 1) = 2)

B. <u>1) > 2)</u>

C. 1) < 2)

Question 16/26

Рекурентні формули для параметричного задання гіперболи можна записати:

A.

$$x_{n+1} = x_n \cos dQ - y_n \sin dQ$$
$$y_{n+1} = x_n \sin dQ + y_n \cos dQ$$

B.

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n \cos dQ - \frac{a}{b} y_n \sin dQ \\ y_{n+1} = \frac{b}{a} x_n \sin dQ + y_n \cos dQ \end{cases}$$

C.

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n \cdot chdQ + \frac{a}{b} y_n \cdot shdQ \\ y_{n+1} = \frac{b}{a} x_n \cdot shdQ + y_n \cdot chdQ \end{cases}$$

Question 17/26

Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

A.

$r'(0)=r_1$

B.

$r'(1)= r_3$

C.

$r'(0)= 3(r_1 - r_0)$

D.

$r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

Question 18/26

В алгоритмі Брезенхема, щоб розглядати наступний піксел, необхідно відкоректувати похибку

A. e=e+1

B. e=e – 1

C. e =1

D. e= 1–e

E. e*=1

Question 19/26

.Виберіть, які з крайових умов для для кубічного сплайну задають доповнення системи рівнянь

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & 0\ldots\ldots & 0 \\ & M & \\ 0 & 0\ldots\ldots & 1 \end{pmatrix} \quad B' = \begin{pmatrix} P_1 \\ B \\ P_n \end{pmatrix}$$

A. закріплена гранична умова

B. слабкі граничні умови

C. циклічні кінцеві умови

D. ациклічні кінцеві умови

Question 20/26

Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

A. ортогональна

B. косокутна паралельна

C. перспективна

Question 21/26

Метод параболічної інтерполяції передбачає наявність чотирьох послідовних точок одночасно. Плавна крива між двома внутрішніми точками утворюється шляхом спряження двох параболічних сегментів, що перекриваються. Вкажіть формулу цього спряження.

A.

$$V = Q(s) = \beta \cdot s(e - s)$$

B.

$$C(t) = [1 - (\frac{t}{t_0})] \cdot P(r) + \frac{t}{t_0} Q(s)$$

C.

$$P(r) = P_3 + \frac{r}{d}(P_5 - P_3) + \alpha \cdot r(d - r)(P_4 - I)$$

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B.

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

C.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$$

Question 23/26

Яка структура даних використовується при заповненні області методом вказання внутрішньої точки.

A. Стек FILO
B. Стек FIFO
C. Черга FILO
D. Черга FIFO
E. Послідовний список

Question 25/26

В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за розміщення сцени при перспективній проекції.

A. a
B. b
C. c
D. <u>p</u>
E. d
F. e
G. f
H. <u>q</u>
I. h
J. i
K. j
L. <u>r</u>
M. <u>l</u>
N. <u>m</u>
O. <u>n</u>
P. <u>s</u>

Question 26/26

Для алгоритмів креслення відрізків для спрощення обчислень використовується покроковий алгоритм.

Простий покроковий алгоритм

позиція=початок

крок=збільшення

1 if позиція – кінець<точність then 4 if позиція>>точність then 4

if позиція>кінець then 4

if позиція<кінець then 3 ><кінець then 3

2 позиція=позиція - крок

go to 1

3 позиція=позиція + крок

go to 2

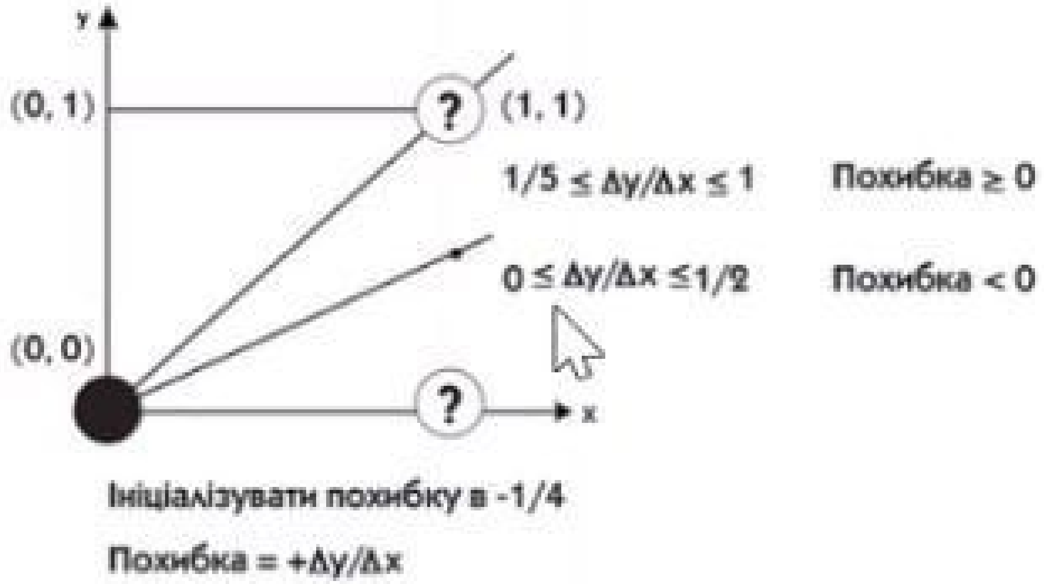
4 finish

Вкажіть кроки 1-4, в яких допущені помилки(у порядку зростання та **без розділових знаків**) .

A. 13

Question 24/26

Алгоритм Брезенхема побудований так, що потрібно перевірити лише знак цієї похибки



Чи правильно це:

A. ~~Так~~
B. Ні

9. Коефіцієнти B_i визначаються за допомогою спеціальних граничних умов для сплайнового сегмента

а) $B_1 = P_1$

б) $B_2 = P_1'$

в) $B_3 = \dfrac{3(P_2 - P_1)}{t_2^2} - \dfrac{2P_1'}{t_2^2} - \dfrac{P_2'}{t_2^2}$

г) $B_4 = \dfrac{2(P_1 - P_2)}{t_2^3} + \dfrac{P_1'}{t_2^2} + \dfrac{P_2'}{t_2^2}$

10. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

а) $r'(0)=r_1$

б) $r'(1)= r_3$

в) $r'(0)= 3(r_1 – r_0)$

г) $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

11. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 0, 1/r, 1).

а)**Так**

б) Ні

7. Записати розмірності для знаходженння P’ у класичному матричному вигляді

$M \cdot P = B$,

M- матриця прямокутна (n-2)x(n),

P -стовпець *(n)* x*1*,

B -стовпець *(n-2)*x*1* .

а) n б) n-1 в) n-2

8. Задані точки кривої Без’є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

а)B_0 (1,1)

б)B_3 (3,1)

в)B_1 (2,3)

г)B_2(4,3)

4. Співвідношення для поновлення трьохвимірних координаь може бути записане у вигляді однорідних рівнянь:

а) $$(T_{11} - T_{14}x^*)x + (T_{21} - T_{24}x^*)y + (T_{31} - T_{34}x^*)z + (T_{41} - T_{44}x^*) = 0$$

б) $$(T_{21} - T_{24}x^*)y + (T_{31} - T_{34}x^*)z + (T_{41} - T_{44}x^*) = 0$$

в)= $$(T_{12} - T_{14}y^*)x + (T_{22} - T_{24}y^*)y + (T_{32} - T_{34}y^*)z + (T_{42} - T_{44}y^*) = 0$$

г) $$(T_{22} - T_{24}y^*)y + (T_{32} - T_{34}y^*)z + (T_{42} - T_{44}y^*) = 0$$

5. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

1) $\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \quad 0 \le Q \le \infty \end{cases}$

Поставити знак нерівності:

1) = 2) ; 1) > 2); 1) < 2);

6. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

1. Процес обертання навколо осі OY

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за розміщення сцени при перспективній проекції: p, q, r

3. Трьохточкова перспектива з точкою спостереження k на осі Z може бути отримане шляхом обертання навколо

а) трьох різних осей

б) двох різних осей

в) навколо початку координат

Question 4/14

Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

✓ *A.* (3, 18, 21, 3)

B. (3, 6, 7, 4)

C. (3, 6, 7, 1)

Score: ***2/2p.***

Question 5/14

В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій

A.

$$X + Y = const$$

✓ *B.*

$$aX - bY = 0$$

C.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Score: ***0/1p.***

-

Question 6/14

Записати розмірності для знаходженння P' у класичному матричному вигляді M·P=B,
M- матриця прямокутна ()x(n),
P -стовпець (n) x1,
B -стовпець ( )x1 .

A. n

B. n-1

✓ *C.* n-2

Score: ***2/2p.***

В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за зміни масштабу, зсуву, обертання, перенесення.

✓ *A.* a
✓ *B.* b
✓ *C.* c
D. p
✓ *E.* d
✓ *F.* e
✓ *G.* f
H. q
✓ *I.* h
✓ *J.* i
✓ *K.* j
L. r
✓ *M.* l
✓ *N.* m
✓ *O.* n
P. s

Score: ***6/24p.***

Question 8/14

Процес обертання навколо осі OZ

✓ *A.*

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B.

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

C.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$$

Score: ***2/2p.***

Question 9/14

Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

✓ A.

$$r'(0)=r_1$$

✓ B.

$$r'(1)= r_3$$

C.

$$r'(0)= 3(r_1 - r_0)$$

✓ D.

$$r'(1)= 3(r_2 - r_3)$$

*Score: **3/3p.***

Question 10/14

Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

✓ *A.*

$B_0\ (1,1)$

✓ *B.*

$B_3\ (3,1)$

C.

$B_1\ (2,3)$

D.

$B_2(4,3)$

Score: ***2/2p.***

Question 11/14

Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

A. ортогональна

✓ *B.* <u>перспективна</u>

C. косокутна паралельна

Score: ***2/2p.***

Question 12/14

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 1, 1/r, 1).

A. Так

✓ *B.* Ні

Score: ***1/1p.***

Question 13/14

Діметрична проекція

A. змінює форму об'єкта та його положення в просторі

B. не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі

✓ *C.* не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі

Score: ***0/2p.***

Процес обертання навколо осі OY:

$$б)\ \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

Процес обертання навколо осі OZ:

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

В загальному випадку матриця перетворень однорідних координат у тривимірному випадку може бути записана:

Вкажіть елементи, які відповідають за РОЗМІЩЕННЯ СЦЕНИ при перспективній проекції:

pqrslmn

Вкажіть елементи, які відповідають за ЗМІНИ МАСШТАБУ, ЗСУВУ, ОБЕРТАННЯ, ПЕРЕНЕСЕННЯ при перспективній проекції:

abcdefhijlmn

Вкажіть елементи, які відповідають за МАСШТАБУВАННЯ, ОБЕРТАННЯ ТА ЗМІЩЕННЯ при перспективній проекції:

abcdefhij

Триточкова перспектива з точкою спостереження k на осі Z може бути отримана шляхом обертання навколо:

Двох різних осей

Співвідношення для поновлення тривимірних координат може бути записаним у вигляді однорідних рівняннь:

$$\left(T_{11}-T_{14}x^*\right)x+\left(T_{21}-T_{24}x^*\right)y+\left(T_{31}-T_{34}x^*\right)z+\left(T_{41}-T_{44}x^*\right)=0$$
$$\left(T_{12}-T_{14}y^*\right)x+\left(T_{22}-T_{24}y^*\right)y+\left(T_{32}-T_{34}y^*\right)z+\left(T_{42}-T_{44}y^*\right)=0$$

Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

1) $\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \end{cases} \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2}$ 2) $\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \end{cases} \quad 0 \le Q \le \infty$

Поставити знак нерівності:

1) = 2) ; 1) > 2); 1) < 2);

Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \frac{2t}{1+t^2}$, $t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності:

1 > 2

Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, що сходяться до точки за площиною спостереження:

Перспективна

Діметрична проекція

Не змінює форми об'єкта, а лише його положення в просторі.

Записати розмірність для знаходження P' у класичному матричному вигляді M*P = B

n-2

Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. **Координати точок цієї кривої при u=0, та u=1 будуть такими:**

B0, B3

Знайти помилки в умовах кривої Без'є:

а) $r'(0)=r_1$
б) $r'(1)= r_3$
в) $r'(0)= 3(r_1 - r_0)$
г) $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 0, 1/r, 1).

Так.

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 1, 1/r, 1).

Ні

Коефіцієнти B визначаються за допомогою спеціальних граничних умов для сплайнового сегменту:

а) $$B_1 = P_1$$

б) $$B_2 = P_1'$$

в) $$B_3 = \frac{3(P_2 - P_1)}{t_2^2} - \frac{2P_1'}{t_2^2} - \frac{P_2'}{t_2^2}$$

г) $$B_4 = \frac{2(P_1 - P_2)}{t_2^3} + \frac{P_1'}{t_2^2} + \frac{P_2'}{t_2^2}$$

Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних коорданатах як:

(3, 18, 21, 3)

В загальному випадку двовимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій:

aX – bY = 0

Образом довільної точки [X, Y] в результаті дій довільного оператору T = [[a, b], [c, d]] буде точка

$$[X \quad Y]\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = [(aX + bY), (bX + dY)] = [X^* \quad Y^*]$$

Вказати наступне перетворення симетрії відносно осі OY:

A.

$$a = d = 1, c = b = 0$$

B.

$$d = 1, c = b = 0$$

C.

$$a = 1, c = b = 0$$

D.

$$c = b = 0$$

✓ E.

$$b = c = 0, d = 1, a = -1$$

Один із методів розкладання відрізка в растр полягає в розв'язуванні диференціального рівняння, що описує процес. Вкажіть його вигляд:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Бікубічна поверхня задається 4-ма векторами положень кутових точок, 8-ма векторами дотичних точок в кутових точках, 4-ма векторами кривизни в кутових точках. В її структуру входять:

$$P = \begin{bmatrix} кутові\,координати & w\text{ - }дотичні\,вектори \\ u\text{ - }дотичні\,вектори & вектори\,кривизни \end{bmatrix}.$$

Інтерполяційна схема для білінійної поверхні визначається співвідношенням:

$$Q(u,w) = P(0,0)(1-u)(1-w) + P(0,1)(1-u)w + P(1,0)u(1-w) + P(1,1)uw$$

Рекурентні формули для параметричного задання гіперболи можна записати:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n \cdot chdQ + \frac{a}{b} y_n \cdot shdQ \\ y_{n+1} = \frac{b}{a} x_n \cdot shdQ + y_n \cdot chdQ \end{cases}$$

В алгоритмі Брезнехма, щоб розглядати наступний піксель, необхідно відкорегувати похибку

e = e – 1

Виберіть, які з крайових умов для кубічного сплайну задають доповнення системи рівнянь.

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & 0\ldots\ldots & 0 \\ & M & \\ 0 & 0\ldots\ldots & 1 \end{pmatrix} \quad B' = \begin{pmatrix} P_1 \\ B \\ P_n \end{pmatrix}$$

Закріплена гранична умова

Метод параболічної інтерполяції передбачає наявність чотирьох послідовних точок одночасно. Плавна крива між двома внутрішніми точками утворюється шляхом спряження двох параболічних сегментів, що перекриваються. Вкажіть формулу цього спряження.

$$C(t) = [1 - (\frac{t}{t_0})] \cdot P(r) + \frac{t}{t_0} Q(s)$$

Яка структура даних використовується при заповненні області методом вказання внутрішньої точки.

Стеком FIFO

Для алгоритмів креслення відрізків для спрощення обчислень використовується покроковий алгоритм. Простий покроковий алгоритм:

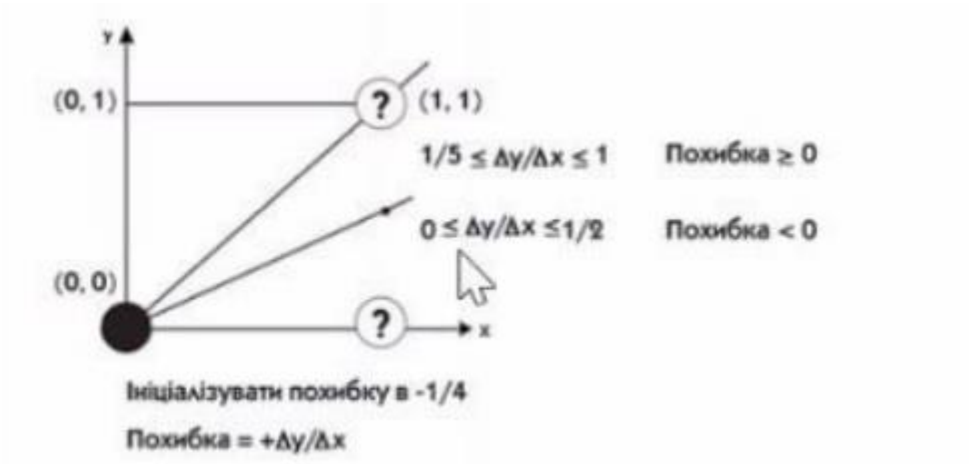
```
позиція=початок
крок=збільшення
1 if позиція – кінець<точність then 4 if позиція>>точність then 4
   if позиція>кінець then 4
   if позиція<кінець then 3 ><кінець then 3
2 позиція=позиція - крок
   go to 1
3 позиція=позиція + крок
   go to 2
4 finish
```

Вкажіть кроки 1-4, в яких допущені помилки(у порядку зростання та **без розділових знаків**) .

13

```
позиція=початок
крок=збільшення
1 if позиція - кінець<точність then 4
      if позиція>кінець then 2
      if позиція<кінець then 3
2 позиція=позиція - крок
      go to 1
3 позиція=позиція+крок
      go to 1
4 finish
```

Алгоритм Брезенхема побудований так, що потрібно перевірити лише знак цієї похибки:



Чи правильно це:

Ні

Координати, які задають позицію точки відносно початку визначеної системи координат — це

Абсолютні

Загальна матриця обертання має вигляд (навколо центральної точки)

$$T = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Опис поверхні у векторному параметричному вигляді зручним з наступних причин:

1. Такий опис поверхні є осенезалежним.
2. Допускає використання тривимірних перетворень однорідних координат.
3. Спрощує представлення просторових кривих в однорідних координатах
4. Дозволяє отримати єдине задання для багатозначних поверхонь чи функцій.

Для опису поверхні Без'є використовується форма, записана у вигляді

$$P(u,w) = \begin{bmatrix} 1-u^3 & 3u(1-u)^2 & 3u^2(1-u) & w^3 \end{bmatrix} \cdot B \begin{bmatrix} (1-w)^3 \\ 3(1-w)^2 w \\ 3(1-w)w^2 \\ w^3 \end{bmatrix}$$

де

$$B = \begin{bmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} & B_{1,3} & B_{1,4} \\ B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} & B_{2,4} \\ B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} & B_{3,4} \\ B_{4,1} & B_{4,2} & B_{4,3} & B_{4,4} \end{bmatrix}$$

B (2, 2), B (2, 3), B (3, 2), B (3, 3)

Побудова сегменту кривої Без'є, що проходить через 4 точки передбачає задання наступних крайових умов:

r(0) = r0; r(1) = r3; r'(0) = 3(r1-r0); r'(1)=3(r3-r2);

Вар.2

1. Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

   а) (3, 18, 21, 3); б)(3, 6, 7, 4); в)(3, 6, 7, 1).

   Точки xyz мають поділитись на 4значення і результатом має бути дана точка

2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

   Вкажіть елементи, які відповідають за обертання: a b c d e f h i j

3. Записати матрицю дзеркального відображення відносно координатної площини XOZ:

-1 0 0 0
0 1 0 0
0 0 -10
0 0 0 1

Множення матриці повороту на x на матрицю повороту z

4. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \dfrac{2t}{1+t^2}$, $t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності:

1) > 2)

1) … x більше y ……2) x менше y

5. Для загальної аксонометричної проекції масштабні коефіцієнти є

   а) однаковими в трьох головних напрямах; - ізометрична
   б) різними в трьох головних напрямах; - аксонометрична
   в) різними в двох головних напрямах. -диметрична

6. Діметрична проекція
   а) змінює форму об'єкта та його положення в просторі;
   б) не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі;
   в) не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі

7. Процес обертання навколо осі OZ

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ Z б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ Y в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$ X

8. Записати розмірності для знаходженння P' у матричному вигляді
   $M \cdot P = B$, M- матриця прямокутна (n-2)*(n), P -стовпець (n)*(1), B -стовпець (n-2)*(1)

9. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор $\begin{bmatrix} a & b & 0 \end{bmatrix}$ утворює точку в безмежності на прямій

а) $X+Y=const$ б) $aX-bY=0$ в) $\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}$.

10. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими: а) (1,1), (3,1); б)(1,1), $B_1(2,3)$; в) $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$.

11. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:
а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

12. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:
$r(0)=r_1$ $r(1)=r_3$ $r'(0)=3(r_1-r_0)$ $r'(1)=3(r_2-r_3)$

Матриці перетворення

Паралельне перенесення: $\underline{T} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & t_x\\ 0 & 1 & 0 & t_y\\ 0 & 0 & 1 & t_z\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ $\underline{T}\cdot(x,y,z,1)^T=(x+t_x,y+t_y,z+t_z,1)^T$

Обертання навколо осі x: $\underline{R_x} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0\\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

Обертання навколо осі y: $\underline{R_y} = \begin{pmatrix}\cos\beta & 0 & \sin\beta & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

Обертання навколо осі z: $\underline{R_z} = \begin{pmatrix}\cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & 0\\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

Масштабування: $\underline{S} = \begin{pmatrix}s_x & 0 & 0 & 0\\ 0 & s_y & 0 & 0\\ 0 & 0 & s_z & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ $\underline{S}\cdot(x,y,z,1)^T=(s_x\cdot x,s_y\cdot y,s_z\cdot z,1)^T$

Перспективне перетворення: $\underline{P} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 0\end{pmatrix}$ $\underline{P}\cdot(x,y,z,1)^T=(x,y,z,\frac{z}{d})^T$

Ортогональна проєкція: $\underline{P_{\mathrm{orth},z=0}} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ $\underline{P_{\mathrm{orth},z=0}}\cdot(x,y,z,1)^T=(x,y,0,1)^T$

Умови кривої Безє

$$r(0)=r_0$$
$$r(1)=r_3$$
$$r'(0)=3(r_1-r_0)$$
$$r'(1)=3(r_3-r_2)$$

Остаточно основна матриця перетворень на площині розмірності 3х3 для двохвимірних однорідних координат може бути по дії роз-бита на 4 блоки

$$\left[\begin{array}{cc|c} a & b & p\\ c & d & q\\ \hline m & n & s\end{array}\right],$$

де

a,b,c,d - здійснюють зміну масштабу, зсув, обертання;

m,n - зміщення;

p,q - отримання проекцій;

s - повну зміну масштабу (гомотетію).

Узагальнена матриця перетворень 4 х 4 для трьохмірних однорідних координат має вигляд : Т=

$$\left\{\begin{array}{cccc} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & S \end{array}\right\}$$

Ця матриця може бути надана у вигляді чотирьох окремих частин:

$$\left\{\begin{array}{cc} 3 \times 3 & 3 \times 1 \\ 1 \times 3 & 1 \times 1 \end{array}\right\}$$

Матриця 3х3 здійснює безліч перетворень - змінення масштабу, зсув, обертання. Матриця 1х3 робить перенос, а матриця-стовпець 3х1 - перетворення в перспективі. Останній скалярний елемент 1х1 виконує загальне змінення масштабу. Повне перетворення виконується впливом на вектор положення матриці 4х4.

Вар.3

1. Точка (3, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах (3, 18, 21, 3); б)(3, 6, 7, 4); в)(3, 6, 7, 1).

2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T=\begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за перенесення.: l m n

3. Записати матрицю центральної симетрії відносно початку координат:

Маштабування з коефіцієнтом -1

4. Діметрична проекція

а) змінює форму об'єкта та його положення в просторі;

б) не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі;

в) не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі

5. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

1) $\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \quad 0 \le Q \le \infty \end{cases}$

Поставити знак нерівності: 1) > 2)

6. Процес обертання навколо осі OY

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

7. Записати розмірності для знаходженння P' у матричному вигляді

$M \cdot P = B$, M- матриця прямокутна( )х( ), P -стовпець ( )х( ) , B -стовпець ( )х( ) .

8. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

$r(0)=r_0$ $r(1)=r_3$ $r'(0)=3(r_1-r_0)$ $r(1)=3(r_3-r_2)$

9. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор $\begin{bmatrix} a & b & 0 \end{bmatrix}$ утворює точку в безмежності на прямій

а) $X+Y=const$ б) $aX-bY=0$ в) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

10. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

11. Який вид поверхні задає формула: $Q=[u^3\ u^2\ u\ 1]MGM^T[w^3\ w^2\ w\ 1]^T$?

а) білінійну б) бікубічну в) поверхню Без'є

12. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 1, 1/r, 1). Так/ ні.

9. Коефіцієнти B_i визначаються за допомогою спеціальних граничних умов для сплайнового сегмента

а) $B_1 = P_1$

б) $B_2 = P_1'$

в) $B_3 = \dfrac{3(P_2 - P_1)}{t_2^2} - \dfrac{2P_1'}{t_2^2} - \dfrac{P_2'}{t_2^2}$

г) $B_4 = \dfrac{2(P_1 - P_2)}{t_2^3} + \dfrac{P_1'}{t_2^2} + \dfrac{P_2'}{t_2^2}$

10. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

а) $r'(0)=r_1$
б) $r'(1)= r_3$
в) $r'(0)= 3(r_1 – r_0)$
г) $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

11. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 0, 1/r, 1).

а) **Так**
б) Ні

7. Записати розмірності для знаходженння Р' у класичному матричному вигляді

$M \cdot P = B$,
М- матриця прямокутна (n-2)x(n),
Р -стовпець *(n)* x*1*,
В -стовпець *(n-2)*x*1* .

а) n б) n-1 в) n-2

8. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

а) B_0 (1,1)
б) B_3 (3,1)
в) B_1 (2,3)
г) B_2(4,3)

4. Співвідношення для поновлення трьохвимірних координаь може бути записане у вигляді однорідних рівнянь:

а) $$\left(T_{11}-T_{14}x^{*}\right)x+\left(T_{21}-T_{24}x^{*}\right)y+\left(T_{31}-T_{34}x^{*}\right)z+\left(T_{41}-T_{44}x^{*}\right)=0$$

б) $$\left(T_{21}-T_{24}x^{*}\right)y+\left(T_{31}-T_{34}x^{*}\right)z+\left(T_{41}-T_{44}x^{*}\right)=0$$

в)= $$\left(T_{12}-T_{14}y^{*}\right)x+\left(T_{22}-T_{24}y^{*}\right)y+\left(T_{32}-T_{34}y^{*}\right)z+\left(T_{42}-T_{44}y^{*}\right)=0$$

г) $$\left(T_{22}-T_{24}y^{*}\right)y+\left(T_{32}-T_{34}y^{*}\right)z+\left(T_{42}-T_{44}y^{*}\right)=0$$

5. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

1) $\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a}\cdot tgQ \quad 0 \le Q \le \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = a\cdot Q^2 \\ y = 2a\cdot Q \qquad 0 \le Q \le \infty \end{cases}$

Поставити знак нерівності:

1) = 2) ; 1) > 2); 1) < 2);

6. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

1. Процес обертання навколо осі OY

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T=\begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за розміщення сцени при перспективній проекції: p, q, r

3. Трьохточкова перспектива з точкою спостереження k на осі Z може бути отримане шляхом обертання навколо

а) трьох різних осей

б) двох різних осей

в) навколо початку координат

Question 4/14

Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

✓ *A.* (3, 18, 21, 3)

B. (3, 6, 7, 4)

C. (3, 6, 7, 1)

Score: ***2/2p.***

Question 5/14

В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій

A.

$$X + Y = const$$

✓ *B.*

$$aX - bY = 0$$

C.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Score: ***0/1p.***

Question 6/14

Записати розмірності для знаходженння P' у класичному матричному вигляді M·P=B,
M- матриця прямокутна ()x(n),
P -стовпець (n) x1,
B -стовпець ( )x1 .

A. n

B. n-1

✓ *C.* n-2

Score: ***2/2p.***

⟲ ↔ | Page view | A Read aloud | Add text | Draw | Highlight

В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за зміни масштабу, зсуву, обертання, перенесення.

✓ *A.* a
✓ *B.* b
✓ *C.* c
D. p
✓ *E.* d
✓ *F.* e
✓ *G.* f
H. q
✓ *I.* h
✓ *J.* i
✓ *K.* j
L. r
✓ *M.* l
✓ *N.* m
✓ *O.* n
P. s

Score: ***6/24p.***

Question 8/14

Процес обертання навколо осі OZ

✓ A.

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B.

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

C.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$$

Score: ***2/2p.***

Question 9/14

Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

✓ A.

$$r'(0)=r_1$$

✓ B.

$$r'(1)= r_3$$

C.

$$r'(0)= 3(r_1 - r_0)$$

✓ D.

$$r'(1)= 3(r_2 - r_3)$$

Score: ***3/3p.***

Question 10/14

Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

✓ *A.* <u>$B_0\ (1,1)$</u>

✓ *B.* <u>$B_3\ (3,1)$</u>

C. $B_1\ (2,3)$

D. $B_2(4,3)$

Score: ***2/2p.***

Question 11/14

Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

A. ортогональна

✓ *B.* <u>перспективна</u>

C. косокутна паралельна

Score: ***2/2p.***

Question 12/14

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 1, 1/r, 1).

A. Так

✓ *B.* <u>Ні</u>

Score: ***1/1p.***

Question 13/14

Діметрична проекція

A. <u>змінює форму об'єкта та його положення в просторі</u>

B. не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі

✓ *C.* не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі

Score: ***0/2p.***

Question 14/14

Образом довільної точки $[X \quad Y]$ в результаті дії довільного оператора $T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ буде точка

$$[X \quad Y]\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = [(aX + bY), (bX + dY)] = [X^* \quad Y^*]$$

Вказати наступне перетворення:
симетрія відносно осі OY

A.

$$a = d = 1, c = b = 0$$

B.

$$d = 1, c = b = 0$$

C.

$$a = 1, c = b = 0$$

D.

$$c = b = 0$$

✓ E.

b = c = 0, d=1, a=-1

[0 1 0 0]
[0 0 -1 0]
[0 0 0 -1]

Score: ***2/2p.***

Question 3/14

Порівняти за часом(тривалість) задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \dfrac{2t}{1+t^2}$, $t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності:

A. 1) = 2)
✓ B. 1) > 2)
C. 1) < 2)

Score: ***2/2p.***

Question 4/26

Трьохточкова перспектива з точкою спостереження k на осі OZ може бути отримане шляхом обертання навколо

A. трьох різних осей
B. двох різних осей
C. навколо початку координат

Question 7/26

Один з методів розкладання відрізка в растр полягає в розв'язуванні диференціального рівняння, що описує цей процес

Вкажіть його вигляд:

A.

dy/dx=const

B.

Dy/Dx=(y2-y1)/(x2-x1)

C.

dy/dx= Dy/Dx+1

D.

Dy/Dx=(y2-y1)(x2-x1)

E.

dx/dy=const

Question 8/26

Записати розмірності для знаходженння P' у класичному матричному вигляді M·P=B,

M- матриця прямокутна ()x(n),

P -стовпець (n) x1,

B -стовпець ( )x1 .

A. n

B. n-1

C. n-2

Співвідношення для поновлення трьохвимірних координаь може бути записане у вигляді однорідних рівнянь:

A.

$$\left(T_{11}-T_{14}x^{*}\right)x+\left(T_{21}-T_{24}x^{*}\right)y+\left(T_{31}-T_{34}x^{*}\right)z+\left(T_{41}-T_{44}x^{*}\right)=0$$

B.

$$\left(T_{21}-T_{24}x^{*}\right)y+\left(T_{31}-T_{34}x^{*}\right)z+\left(T_{41}-T_{44}x^{*}\right)=0$$

C.

$$\left(T_{12}-T_{14}y^{*}\right)x+\left(T_{22}-T_{24}y^{*}\right)y+\left(T_{32}-T_{34}y^{*}\right)z+\left(T_{42}-T_{44}y^{*}\right)=0$$

D.

$$\left(T_{22}-T_{24}y^{*}\right)y+\left(T_{32}-T_{34}y^{*}\right)z+\left(T_{42}-T_{44}y^{*}\right)=0$$

де

$$B = \begin{bmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} & B_{1,3} & B_{1,4} \\ B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} & B_{2,4} \\ B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} & B_{3,4} \\ B_{4,1} & B_{4,2} & B_{4,3} & B_{4,4} \end{bmatrix}$$

A. $B_{1,1}$

B. $B_{2,2}$

C. $B_{2,3}$

D. $B_{3,2}$

E. $B_{3,3}$

F. $B_{4,4}$

Question 11/26

Бікубічна поверхня задається 4-ма векторами положень кутових точок, 8-ма векторами дотичних в кутових точках, 4-ма векторами кривизни в кутових точках. В її структуру входять:

A. кутові координати

B. кутові вектори

C. w- дотичні вектори

D. w- дотичні координати

E. u - дотичні координати

F. u - дотичні вектори

G. вектори кривизни

H. координати кривизни

Question 12/26

Образом довільної точки $\begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix}$ в результаті дії довільного оператора $T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ буде точка

$$\begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix}(aX + bY), (bX + dY)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^* & Y^* \end{bmatrix}$$

Вказати наступне перетворення:
симетрія відносно осі OY

A.

$$a = d = 1, c = b = 0$$

B.

$$d = 1, c = b = 0$$

C.

$$a = 1, c = b = 0$$

D.

$$c = b = 0$$

E.

$$\underline{b = c = 0,\ d=1,\ a=-1}$$

Question 13/26

Інтерполяційна схема для білінійної поверхні визначається співвідношенням:

A. $$Q(u, w) = P(u, 0)(1 - w) + P(u, 1)w + P(0, w)(1 - u) + P(1, w)u$$

B. $$\underline{Q(u, w) = P(0, 0)(1 - u)(1 - w) + P(0, 1)(1 - u)w + P(1, 0)u(1 - w) + P(1, 1)uw}$$

C. $$Q(u, w) = P(u, 0)(1 - w) + P(u, 1)w$$

Question 14/26

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 0, 1/r, 1).

A. <u>Так</u>
B. Ні

Question 15/26

Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

1) $\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \quad\quad 0 \le Q \le \infty \end{cases}$

Поставити знак нерівності:

A. 1) = 2)
B. 1) > 2)
C. 1) < 2)

Question 16/26

Рекурентні формули для параметричного задання гіперболи можна записати:

A.

$$x_{n+1} = x_n \cos dQ - y_n \sin dQ$$
$$y_{n+1} = x_n \sin dQ + y_n \cos dQ$$

B.

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n \cos dQ - \frac{a}{b} y_n \sin dQ \\ y_{n+1} = \frac{b}{a} x_n \sin dQ + y_n \cos dQ \end{cases}$$

C.

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n \cdot chdQ + \frac{a}{b} y_n \cdot shdQ \\ y_{n+1} = \frac{b}{a} x_n \cdot shdQ + y_n \cdot chdQ \end{cases}$$

Question 17/26

Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

A. $r'(0)=r_1$

B. $r'(1)= r_3$

C. $r'(0)= 3(r_1 – r_0)$

D. $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

Question 18/26

В алгоритмі Брезенхема, щоб розглядати наступний піксел, необхідно відкоректувати похибку

A. e=e+1
B. e=e – 1
C. e =1
D. e= 1–e
E. e*=1

Question 19/26

.Виберіть, які з крайових умов для для кубічного сплайну задають доповнення системи рівнянь

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & 0\ldots\ldots & 0 \\ & M & \\ 0 & 0\ldots\ldots & 1 \end{pmatrix} \quad B' = \begin{pmatrix} P_1 \\ B \\ P_n \end{pmatrix}$$

A. закріплена гранична умова
B. слабкі граничні умови
C. циклічні кінцеві умови
D. ациклічні кінцеві умови

Question 20/26

Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

A. ортогональна
B. косокутна паралельна
C. перспективна

Question 21/26

Метод параболічної інтерполяції передбачає наявність чотирьох послідовних точок одночасно. Плавна крива між двома внутрішніми точками утворюється шляхом спряження двох параболічних сегментів, що перекриваються. Вкажіть формулу цього спряження.

A.

$$V = Q(s) = \beta \cdot s(e - s)$$

B.

$$C(t) = [1 - (\frac{t}{t_0})] \cdot P(r) + \frac{t}{t_0} Q(s)$$

C.

$$P(r) = P_3 + \frac{r}{d}(P_5 - P_3) + \alpha \cdot r(d - r)(P_4 - I)$$

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B.

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

C.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$$

Question 23/26

Яка структура даних використовується при заповненні області методом вказання внутрішньої точки.

A. Стек FILO
B. Стек FIFO
C. Черга FILO
D. Черга FIFO
E. Послідовний список

Question 25/26

В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за розміщення сцени при перспективній проекції.

A. a
B. b
C. c
D. p
E. d
F. e
G. f
H. q
I. h
J. i
K. j
L. r
M. l
N. m
O. n
P. s

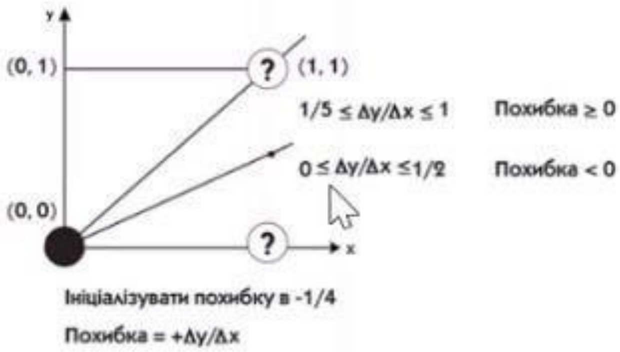
Question 26/26

Для алгоритмів креслення відрізків для спрощення обчислень використовується покроковий алгоритм.
Простий покроковий алгоритм
позиція=початок
крок=збільшення
1 if позиція – кінець<точність then 4 if позиція>>точність then 4
   if позиція>кінець then 4
   if позиція<кінець then 3 ><кінець then 3
2 позиція=позиція - крок
   go to 1
3 позиція=позиція + крок
   go to 2
4 finish
Вкажіть кроки 1-4, в яких допущені помилки(у порядку зростання та **без розділових знаків**) .

A. 13

Question 24/26

Алгоритм Брезенхема побудований так, що потрібно перевірити лише знак цієї похибки



Чи правильно це:

A. ~~Так~~
B. Ні

Вар.2

1. Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

   а) (3, 18, 21, 3); б)(3, 6, 7, 4); в)(3, 6, 7, 1).

   Точки xyz мають поділитись на 4значення і результатом має бути дана точка

2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

   Вкажіть елементи, які відповідають за обертання: a b c d e f h i j

3. Записати матрицю дзеркального відображення відносно координатної площини XOZ:

   -1 0 0 0
   0 1 0 0
   0 0 -10
   0 0 0 1

   Множення матриці повороту на x на матрицю повороту z

4. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $\begin{matrix} x = \dfrac{1 - t^2}{1 + t^2} \\ y = \dfrac{2t}{1 + t^2} \end{matrix}$ $, t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності:

   1) > 2)

   1) … x більше y ……2) x менше y

5. Для загальної аксонометричної проекції масштабні коефіцієнти є

   а) однаковими в трьох головних напрямах; - ізометрична
   б) різними в трьох головних напрямах; - аксонометрична
   в) різними в двох головних напрямах. -диметрична

6. Діметрична проекція
   а) змінює форму об’єкта та його положення в просторі;
   б) не змінює ні форми об’єкта, ні його положення в просторі;
   в) не змінює форми об’єкта, а змінює тільки його положення в просторі

7. Процес обертання навколо осі OZ

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ Z б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ Y в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$ X

8. Записати розмірності для знаходженння P’ у матричному вигляді
   $M \cdot P = B$, M- матриця прямокутна (n-2)*(n), P -стовпець (n)*(1), B -стовпець (n-2)*(1)

9. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор $\begin{bmatrix} a & b & 0 \end{bmatrix}$ утворює точку в безмежності на прямій

а) $X + Y = const$ б) $aX - bY = 0$ в) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

10. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими: а) (1,1), (3,1); б) (1,1), $B_1(2,3)$; в) $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$.

11. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

12. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

$r(0)=r_1$ $r(1)= r_3$ $r'(0)= 3(r_1 - r_0)$ $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

Матриці перетворення

Паралельне перенесення: $\underline{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\underline{T} \cdot (x, y, z, 1)^T = (x + t_x, y + t_y, z + t_z, 1)^T$

Обертання навколо осі x: $\underline{R_x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Обертання навколо осі y: $\underline{R_y} = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Обертання навколо осі z: $\underline{R_z} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Масштабування: $\underline{S} = \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\underline{S} \cdot (x, y, z, 1)^T = (s_x \cdot x, s_y \cdot y, s_z \cdot z, 1)^T$

Перспективне перетворення: $\underline{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 0 \end{pmatrix}$ $\underline{P} \cdot (x, y, z, 1)^T = (x, y, z, \frac{z}{d})^T$

Ортогональна проєкція: $\underline{P_{\text{orth},z=0}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\underline{P_{\text{orth},z=0}} \cdot (x, y, z, 1)^T = (x, y, 0, 1)^T$

Умови кривої Безє

$$r(0) = r_0$$
$$r(1) = r_3$$
$$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$$
$$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$$

Остаточно основна матриця перетворень на площині розмірності 3х3 для двохвимірних однорідних координат може бути по дії роз-бита на 4 блоки

$$\begin{bmatrix} a & b & | & p \\ c & d & | & q \\ - & - & + & - \\ m & n & | & s \end{bmatrix},$$

де

a, b, c, d - здійснюють зміну масштабу, зсув, обертання;

m, n - зміщення;

p, q - отримання проекцій;

s - повну зміну масштабу (гомотетію).

Узагальнена матриця перетворень 4 х 4 для трьохмірних однорідних координат має вигляд : Т=

$$\left\{\begin{matrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & S \end{matrix}\right\}$$

Ця матриця може бути надана у вигляді чотирьох окремих частин:

$$\left\{\begin{matrix} 3 \times 3 & 3 \times I \\ I \times 3 & I \times I \end{matrix}\right\}$$

Матриця 3х3 здійснює безліч перетворень - змінення масштабу, зсув, обертання. Матриця 1х3 робить перенос, а матриця-стовпець 3х1 - перетворення в перспективі. Останній скалярний елемент 1х1 виконує загальне змінення масштабу. Повне перетворення виконується впливом на вектор положення матриці 4х4.

Пероблена 2??

ПІ студента_Сердюк Назар_______ група__ПМІ 35_________________ Вар.2

1. Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

   а) (3, 18, 21, 3); б)(3, 6, 7, 4); в)(3, 6, 7, 1).

2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

   Вкажіть елементи, які відповідають за обертання:____a e j s_________

3. Записати матрицю дзеркального відображення відносно координатної площини XOZ:

4. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $\begin{matrix} x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \dfrac{2t}{1+t^2} \end{matrix}$ $, t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності: 1) … x більше y ……2) x менше y

5. Для загальної аксонометричної проекції масштабні коефіцієнти є

   а) однаковими в трьох головних напрямах;
   б) різними в трьох головних напрямах;
   в) різними в двох головних напрямах.

6. Діметрична проекція

   а) змінює форму об’єкта та його положення в просторі;

б) не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі;

в) не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі

7. Процес обертання навколо осі OZ

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

8. Записати розмірності для знаходженння P' у матричному вигляді
$M \cdot P = B$, M- матриця прямокутна( )x( ), P -стовпець n x1, B -стовпець n x1 .

9. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор $\begin{bmatrix} a & b & 0 \end{bmatrix}$ утворює точку в безмежності на прямій

а) $X + Y = const$ б) $aX - bY = 0$ в) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

10. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими: а) (1,1), (3,1); б) (1,1), $B_1(2,3)$; в) $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$.

11. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:
а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

12. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:
$r(0)=r_1$ $r(1)= r_3$ $r'(0)= 3(r_1 – r_0)$ $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

Вар.3

1. Точка (3, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах
(3, 18, 21, 3); б)(3, 6, 7, 4); в)(3, 6, 7, 1).

2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за перенесення.: l m n

3. Записати матрицю центральної симетрії відносно початку координат:
Маштабування з коефіцієнтом -1

4. Діметрична проекція
а) змінює форму об'єкта та його положення в просторі;
б) не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі;
в) не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі

5. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

1) $\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \end{cases} \quad 0 \le Q \le \dfrac{\pi}{2}$ 2) $\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \end{cases} \quad 0 \le Q \le \infty$

Поставити знак нерівності: 1) > 2)

6. Процес обертання навколо осі OY

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

7. Записати розмірності для знаходженння P’ у матричному вигляді

$M \cdot P = B$, M- матриця прямокутна( )x( ), P -стовпець ( )x( ) , B -стовпець ( )x( ) .

8. Знайти помилки в умовах задання кривої Без’є:

$r(0)=r_0$ $r(1)= r_3$ $r'(0)= 3(r_1 – r_0)$ $r(1)= 3(r_3 – r_2)$

9. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор $\begin{bmatrix} a & b & 0 \end{bmatrix}$ утворює точку в безмежності на прямій

а) $X + Y = const$ б) $aX - bY = 0$ в) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

10. Проекція, при якій положення об’єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

11. Який вид поверхні задає формула: $Q = [u^3\ u^2\ u\ 1]MGM^T[w^3\ w^2\ w\ 1]^T$?

а) білінійну б) бікубічну в) поверхню Без’є

12. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 1, 1/r, 1). Так/ ні.

Шось

Порівняти за часом

[0 1 0 0]
[0 0 -1 0]
[0 0 0 -1]

Score: ***2/2p.***

Question 3/14

Порівняти за часом(тривалість) задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \dfrac{2t}{1+t^2}$, $t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності:

A. 1) = 2)
✓ *B.* 1) > 2)
C. 1) < 2)

Score: ***2/2p.***

Точка у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює

Question 4/14

Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

✓ *A.* (3, 18, 21, 3)
B. (3, 6, 7, 4)
C. (3, 6, 7, 1)

Score: ***2/2p.***

Question 5/14

В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій

A.
$$X + Y = const$$

✓ *B.*
$$aX - bY = 0$$

C.
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Score: ***0/1p.***

Записати розмірності для знаходження

-

Question 6/14

Записати розмірності для знаходженння P' у класичному матричному вигляді M·P=B,
M- матриця прямокутна ()x(n),
P -стовпець (n) x1,
B -стовпець ( )x1 .

A. n
B. n-1
✓ *C.* n-2

Score: ***2/2p.***

В загальному випадку матрриця перетворення

Вкажіть елементи яку відповідяють за зміни масштабу зсуву обертання перенесення

Page view | Read aloud | Add text | Draw | Highlight

В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за зміни масштабу, зсуву, обертання, перенесення.

✓ *A.* a
✓ *B.* b
✓ *C.* c
D. p
✓ *E.* d
✓ *F.* e
✓ *G.* f
H. q
✓ *I.* h
✓ *J.* i
✓ *K.* j
L. r
✓ *M.* l
✓ *N.* m
✓ *O.* n
P. s

Score: ***6/24p.***

Процес обертання навколо

Question 8/14

Процес обертання навколо осі OZ

✓ *A.*

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B.

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

C.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$$

Score: ***2/2p.***

Знайти помилки в умовах задання кривої

Question 9/14

Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

✓ *A.*

$r'(0)=r_1$

✓ *B.*

$r'(1)= r_3$

C.

$r'(0)= 3(r_1 - r_0)$

✓ *D.*

$r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

Score: ***3/3p.***

Задані точки кривої Без

Координати точое кривої

Question 10/14

Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

✓ *A.* $B_0\ (1,1)$

✓ *B.* $B_3\ (3,1)$

C. $B_1\ (2,3)$

D. $B_2(4,3)$

Score: ***2/2p.***

Проекція при якій положення обєктів перетворюєтся в координати проекції вздовж ліній які сходятся до точки за площиною стостереження

При перспективному перетворенні прямі які були паралельні

Діаметрична проекція

Question 11/14

Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

A. ортогональна
✓ *B.* перспективна
C. косокутна паралельна

Score: ***2/2p.***

Question 12/14

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 1, 1/r, 1).

A. Так
✓ *B.* Ні

Score: ***1/1p.***

Question 13/14

Діметрична проекція

A. змінює форму об'єкта та його положення в просторі
B. не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі
✓ *C.* не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі

Score: ***0/2p.***

Образом довільної точки в результаті дії довільного оператора

Question 14/14

Образом довільної точки $[X \quad Y]$ в результаті дії довільного оператора $T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ буде точка

$$[X \quad Y]\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = [(aX + bY),(bX + dY)] = [X^* \quad Y^*]$$

Вказати наступне перетворення:
симетрія відносно осі OY

A.

$$a = d = 1, c = b = 0$$

B.

$$d = 1, c = b = 0$$

C.

$$a = 1, c = b = 0$$

D.

$$c = b = 0$$

✓ E.

b = c = 0, d=1, a=-1

13. Процес обертання навколо осі OY

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

14. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за розміщення сцени при перспективній проекції:_____**lmnspqr**__________

15. Трьохточкова перспектива з точкою спостереження k на осі Z може бути отримане шляхом обертання навколо

а) трьох різних осей

б) двох різних осей

в) навколо початку координат

4. Співвідношення для поновлення трьохвимірних координаь може бути записане у вигляді однорідних рівнянь:

а) $\left(T_{11}-T_{14}x^{*}\right)x+\left(T_{21}-T_{24}x^{*}\right)y+\left(T_{31}-T_{34}x^{*}\right)z+\left(T_{41}-T_{44}x^{*}\right)=0$

б) $\left(T_{21}-T_{24}x^{*}\right)y+\left(T_{31}-T_{34}x^{*}\right)z+\left(T_{41}-T_{44}x^{*}\right)=0$

в) $\left(T_{12}-T_{14}y^{*}\right)x+\left(T_{22}-T_{24}y^{*}\right)y+\left(T_{32}-T_{34}y^{*}\right)z+\left(T_{42}-T_{44}y^{*}\right)=0$

г) $\left(T_{22}-T_{24}y^{*}\right)y+\left(T_{32}-T_{34}y^{*}\right)z+\left(T_{42}-T_{44}y^{*}\right)=0$

5. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

2) $\begin{cases} x = tg^2Q \\ y = \pm 2\sqrt{a}\cdot tgQ \end{cases} \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2}$ 2) $\begin{cases} x = a\cdot Q^2 \\ y = 2a\cdot Q \end{cases} \quad 0 \le Q \le \infty$

Поставити знак нерівності:

1) = 2) ; 1) > 2); 1) < 2);

6. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

7. Записати розмірності для знаходженння P' у класичному матричному вигляді

$M \cdot P = B$,

M- матриця прямокутна ()x(n),

P -стовпець *(n)* x*1*,

B -стовпець *( )*x*1* .

а) n б) n-1 в) n-2

8. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

а)B_0 (1,1)

б)B_3 (3,1)

в)B_1 (2,3)

г)B_2(4,3)

ав

9. Коефіцієнти B_i визначаються за допомогою спеціальних граничних умов для сплайнового сегмента

а) $B_1 = P_1$

б) $B_2 = P_1'$

в) $$B_3 = \frac{3(P_2 - P_1)}{t_2^2} - \frac{2P_1'}{t_2^2} - \frac{P_2'}{t_2^2}$$

г) $$B_4 = \frac{2(P_1 - P_2)}{t_2^3} + \frac{P_1'}{t_2^2} + \frac{P_2'}{t_2^2}$$

10. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

а) $r'(0)=r_1$

б) $r'(1)= r_3$

в) $r'(0)= 3(r_1 – r_0)$

г) $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

абг

11. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 0, 1/r, 1).

а)**Так**

б) Ні.

12. Виберіть, які з крайових умов для для кубічного сплайну задають доповнення системи рівнянь

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & 0\ldots\ldots & 0 \\ & M & \\ 0 & 0\ldots\ldots & 1 \end{pmatrix} \qquad B' = \begin{pmatrix} \tilde{P}_1 \\ B \\ \tilde{P}_n \end{pmatrix}$$

А) закріплена гранична умова

Б)) слабкі граничні умови

В) циклічні кінцеві умови

Г) ациклічні кінцеві умови

Патраманський Максим, ПМІ-32

13. Процес обертання навколо осі OY

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

14. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за розміщення сцени при перспективній проекції:_p, q, r_____________

15. Трьохточкова перспектива з точкою спостереження k на осі Z може бути отримане шляхом обертання навколо

а) трьох різних осей

б) двох різних осей

в) навколо початку координат

4. Співвідношення для поновлення трьохвимірних координаь може бути записане у вигляді однорідних рівнянь:

а) $$(T_{11} - T_{14}x^*)x + (T_{21} - T_{24}x^*)y + (T_{31} - T_{34}x^*)z + (T_{41} - T_{44}x^*) = 0$$

б) $$(T_{21} - T_{24}x^*)y + (T_{31} - T_{34}x^*)z + (T_{41} - T_{44}x^*) = 0$$

в) $$(T_{12} - T_{14}y^*)x + (T_{22} - T_{24}y^*)y + (T_{32} - T_{34}y^*)z + (T_{42} - T_{44}y^*) = 0$$

г) $$(T_{22} - T_{24}y^*)y + (T_{32} - T_{34}y^*)z + (T_{42} - T_{44}y^*) = 0$$

5. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

3) $\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \end{cases} \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2}$ 2) $\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \end{cases} \quad 0 \le Q \le \infty$

Поставити знак нерівності:

2) = 2) ; 1) > 2); 1) < 2);

6. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

7. Записати розмірності для знаходження P' у класичному матричному вигляді

$M \cdot P = B$,

М- матриця прямокутна ()х(n),

Р -стовпець (n) х1,

В -стовпець $( )$х1 .

b) n б) n-1 в) n-2

8. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

а)B_0 (1,1)

б)B_3 (3,1)

в)B_1 (2,3)

г)B_2(4,3)

9. Коефіцієнти B_i визначаються за допомогою спеціальних граничних умов для сплайнового сегмента

а) $B_1 = P_1$

б) $B_2 = P_1'$

в) $B_3 = \frac{3(P_2 - P_1)}{t_2^2} - \frac{2P_1'}{t_2^2} - \frac{P_2'}{t_2^2}$

г) $B_4 = \frac{2(P_1 - P_2)}{t_2^3} + \frac{P_1'}{t_2^2} + \frac{P_2'}{t_2^2}$

10. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

а) $r'(0)=r_1$

б) $r'(1)= r_3$

в) $r'(0)= 3(r_1 - r_0)$

г) $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

11. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 0, 1/r, 1).

а)**Так**

б) Ні

12. Виберіть, які з крайових умов для для кубічного сплайну задають доповнення системи рівнянь

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & 0\ldots\ldots & 0 \\ & M & \\ 0 & 0\ldots\ldots & 1 \end{pmatrix} \qquad B' = \begin{pmatrix} P_1 \\ B \\ P_n \end{pmatrix}$$

А) закріплена гранична умова
Б)) слабкі граничні умови

В) циклічні кінцеві умови

Г) ациклічні кінцеві умови

???

1. 1
2. 3 (3 правильні букви)
3. 1
4. 2
5. 1
6. 1
7. 0
8. 0
9. 0
10. 3
11. 1
12. 1

Процес обертання навколо осі OY:

б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$

Процес обертання навколо осі OZ:

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

В загальному випадку матриця перетворень однорідних

координат у тривимірному випадку може бути записана:

Вкажіть елементи, які відповідають за РОЗМІЩЕННЯ СЦЕНИ

при перспективній проекції:

Pqrslmn

Вкажіть елементи, які відповідають за ЗМІНИ МАСШТАБУ,

ЗСУВУ, ОБЕРТАННЯ, ПЕРЕНЕСЕННЯ при перспективній проекції:

Abcdefhijlmn

Вкажіть елементи, які відповідають за МАСШТАБУВАННЯ,

ОБЕРТАННЯ ТА ЗМІЩЕННЯ при перспективній проекції:

Abcdefhij

Триточкова перспектива з точкою спостереження k на осі Z може

бути отримана шляхом обертання навколо:

Двох різних осей

Співвідношення для поновлення тривимірних координат може

Бути записаним у вигляді однорідних рівняннь:

$$\begin{aligned}(T_{11}-T_{14}x^*)x+(T_{21}-T_{24}x^*)y+(T_{31}-T_{34}x^*)z+(T_{41}-T_{44}x^*)=0\\(T_{12}-T_{14}y^*)x+(T_{22}-T_{24}y^*)y+(T_{32}-T_{34}y^*)z+(T_{42}-T_{44}y^*)=0\end{aligned}$$

Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній

формах малювання параболи:

$$1)\ \begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a}\cdot tgQ \quad 0 \le Q \le \dfrac{\pi}{2} \end{cases} \qquad 2)\ \begin{cases} x = a\cdot Q^2 \\ y = 2a\cdot Q \quad 0 \le Q \le \infty \end{cases}$$

Поставити знак нерівності:

1) = 2) ; 1) > 2); 1) < 2);

Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола

$$1)\begin{cases} x = \cos Q\cdot R \\ y = \sin Q\cdot R \end{cases} \quad 2)\ \begin{matrix} x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \dfrac{2t}{1+t^2} \end{matrix}, t = tg(Q/2)$$ Поставити знак нерівності:

1 > 2

Проекція, при якій положення об’єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, що сходяться до точки за площиною спостереження:

Перспективна

Діметрична проекція

Не змінює форми об’єкта, а лише його положення в просторі.

Записати розмірність для знаходження P’ у класичному матричному вигляді M*P = B

n-2

Задані точки кривої Без’є:

$B_0(1,1), B_1(2,3), B_2(4,3), B_3(3,1)$

.

Координати точок цієї кривої при u=0, та u=1 будуть такими:

B0, B3

Знайти помилки в умовах кривої Без’є:

а) $r'(0)=r_1$

б) $r'(1)= r_3$

в) $r'(0)= 3(r_1 - r_0)$

г) $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 0, 1/r, 1).

Так.

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 1, 1/r, 1).

Ні

Коефіцієнти B визначаються за допомогою спеціальних граничних умов для сплайнового сегменту:

а) $B_1 = P_1$

б) $B_2 = P_1'$

в) $B_3 = \dfrac{3(P_2 - P_1)}{t_2^2} - \dfrac{2P_1'}{t_2^2} - \dfrac{P_2'}{t_2^2}$

г) $B_4 = \dfrac{2(P_1 - P_2)}{t_2^3} + \dfrac{P_1'}{t_2^2} + \dfrac{P_2'}{t_2^2}$

Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах як:

(3, 18, 21, 3)

В загальному випадку двовимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій:

aX – bY = 0

Образом довільної точки [X, Y] в результаті дій довільного оператору T = [[a, b], [c, d]] буде точка

$$[X \quad Y]\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = [(aX + bY), (bX + dY)] = [X^* \quad Y^*]$$

Вказати наступне перетворення симетрії відносно осі OY:

A.

$$a = d = 1, c = b = 0$$

B.

$$d = 1, c = b = 0$$

C.

$$a = 1, c = b = 0$$

D.

$$c = b = 0$$

✓ E.

b = c = 0, d=1, a=-1

Один із методів розкладання відрізка в растр полягає в розв'язуванні диференціального рівняння, що описує процес. Вкажіть його вигляд:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Бікубічна поверхня задається 4-ма векторами положень кутових точок, 8-ма векторами дотичних точок в кутових точках, 4-ма векторами кривизни в кутових точках. В її структуру входять:

$$P = \begin{bmatrix} \text{кутові координати} & w\text{ - дотичні вектори} \\ u\text{ - дотичні вектори} & \text{вектори кривизни} \end{bmatrix}.$$

Інтерполяційна схема для білінійної поверхні визначається співвідношенням:

$$Q(u, w) = P(0,0)(1-u)(1-w) + P(0,1)(1-u)w + P(1,0)u(1-w) + P(1,1)uw$$

Рекурентні формули для параметричного задання гіперболи можна записати:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n \cdot chdQ + \dfrac{a}{b} y_n \cdot shdQ \\ y_{n+1} = \dfrac{b}{a} x_n \cdot shdQ + y_n \cdot chdQ \end{cases}$$

В алгоритмі Брезнехма, щоб розглядати наступний піксель, необхідно відкорегувати похибку

e = e – 1

Виберіть, які з крайових умов для кубічного сплайну задають доповнення системи рівнянь.

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \ldots\ldots & 0 \\ & M & \\ 0 & 0 \ldots\ldots & 1 \end{pmatrix} \quad B' = \begin{pmatrix} P_1 \\ B \\ P_n \end{pmatrix}$$

Закріплена гранична умова

Метод параболічної інтерполяції передбачає наявність чотирьох послідовних точок одночасно. Плавна крива між двома внутрішніми точками утворюється шляхом спряження двох параболічних сегментів, що перекриваються. Вкажіть формулу цього спряження.

$$C(t) = [1 - (\frac{t}{t_0})] \cdot P(r) + \frac{t}{t_0} Q(s)$$

Яка структура даних використовується при заповненні області методом вказання внутрішньої точки.

Стеком FIFO

Для алгоритмів креслення відрізків для спрощення обчислень використовується покроковий алгоритм. Простий покроковий алгоритм:

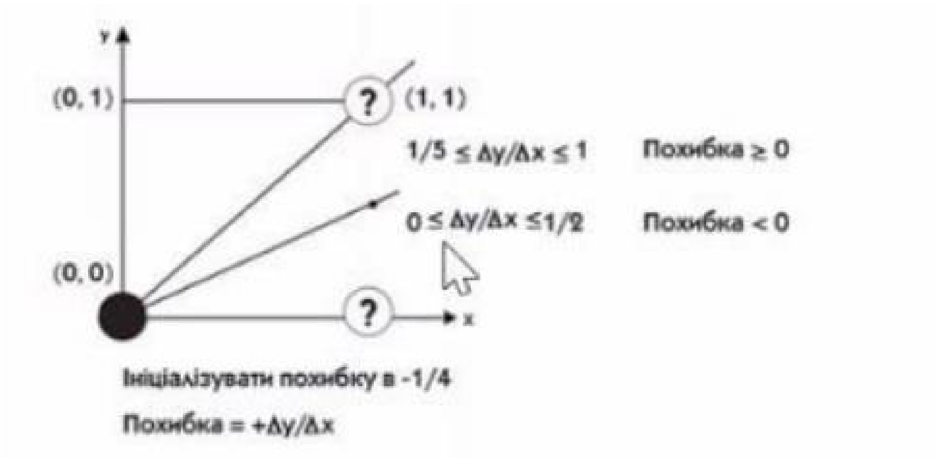
```
позиція=початок
крок=збільшення
1 if позиція – кінець<точність then 4 if позиція>>точність then 4
   if позиція>кінець then 4
   if позиція<кінець then 3 ><кінець then 3
2 позиція=позиція - крок
   go to 1
3 позиція=позиція + крок
   go to 2
4 finish
```

Вкажіть кроки 1-4, в яких допущені помилки(у порядку зростання та **без розділових знаків**) .

```
позиція=початок
крок=збільшення
1 if позиція - кінець<точність then 4
      if позиція>кінець then 2
      if позиція<кінець then 3
2 позиція=позиція - крок
      go to 1
3 позиція=позиція+крок
      go to 1
4 finish
```

Алгоритм Брезенхема побудований так, що потрібно перевірити лише знак цієї похибки:

Чи правильно це: Ні



Координати, які задають позицію точки відносно початку визначеної системи координат — це

Абсолютні

Загальна матриця обертання має вигляд (навколо центральної точки)

$$T = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Опис поверхні у векторному параметричному вигляді зручним з наступних причин:

1. Такий опис поверхні є осенезалежним.

2. Допускає використання тривимірних перетворень однорідних координат.

3. Спрощує представлення просторових кривих в однорідних координатах

4. Дозволяє отримати єдине задання для багатозначних поверхонь чи функцій.

Для опису поверхні Без'є використовується форма, записана у Вигляді

$$P(u,w)=\begin{bmatrix}1-u^3 & 3u(1-u)^2 & 3u^2(1-u) & w^3\end{bmatrix}\bullet B\begin{bmatrix}(1-w)^3\\ 3(1-w)^2w\\ 3(1-w)w^2\\ w^3\end{bmatrix}$$

де

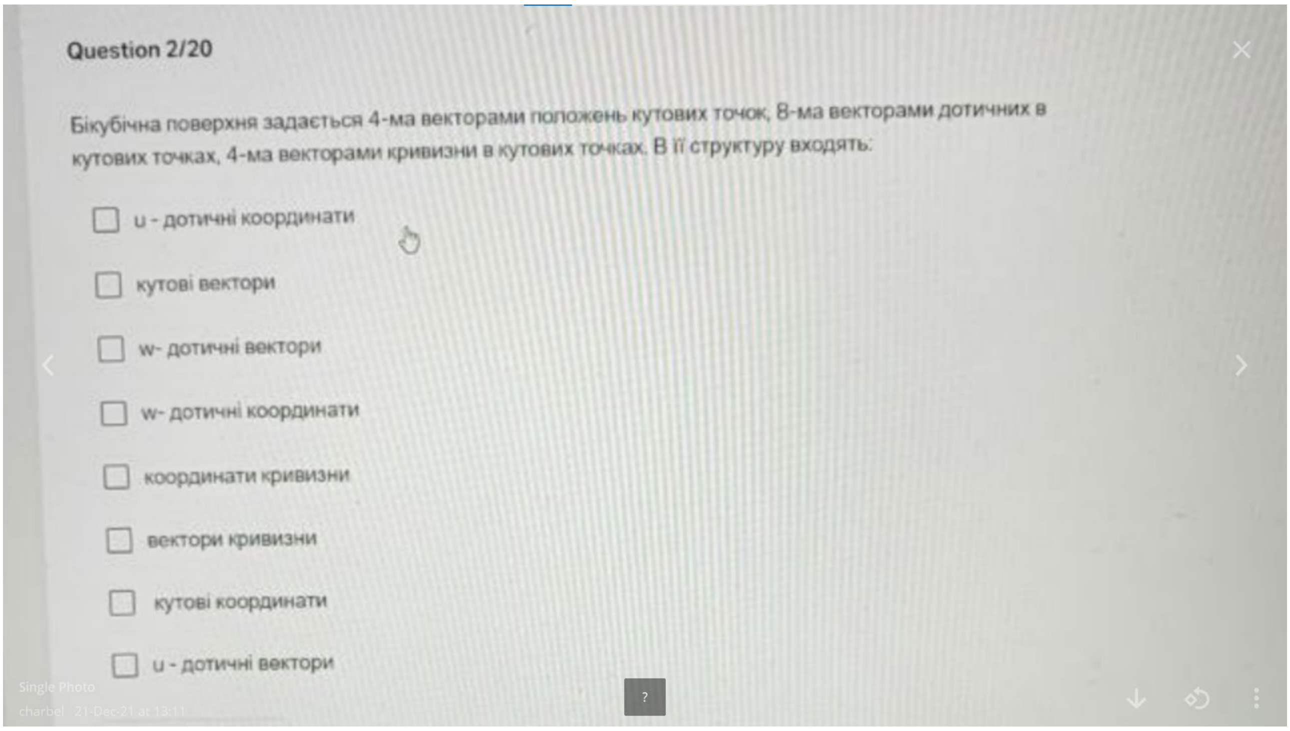
$$B=\begin{bmatrix}B_{1,1} & B_{1,2} & B_{1,3} & B_{1,4}\\ B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} & B_{2,4}\\ B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} & B_{3,4}\\ B_{4,1} & B_{4,2} & B_{4,3} & B_{4,4}\end{bmatrix}$$

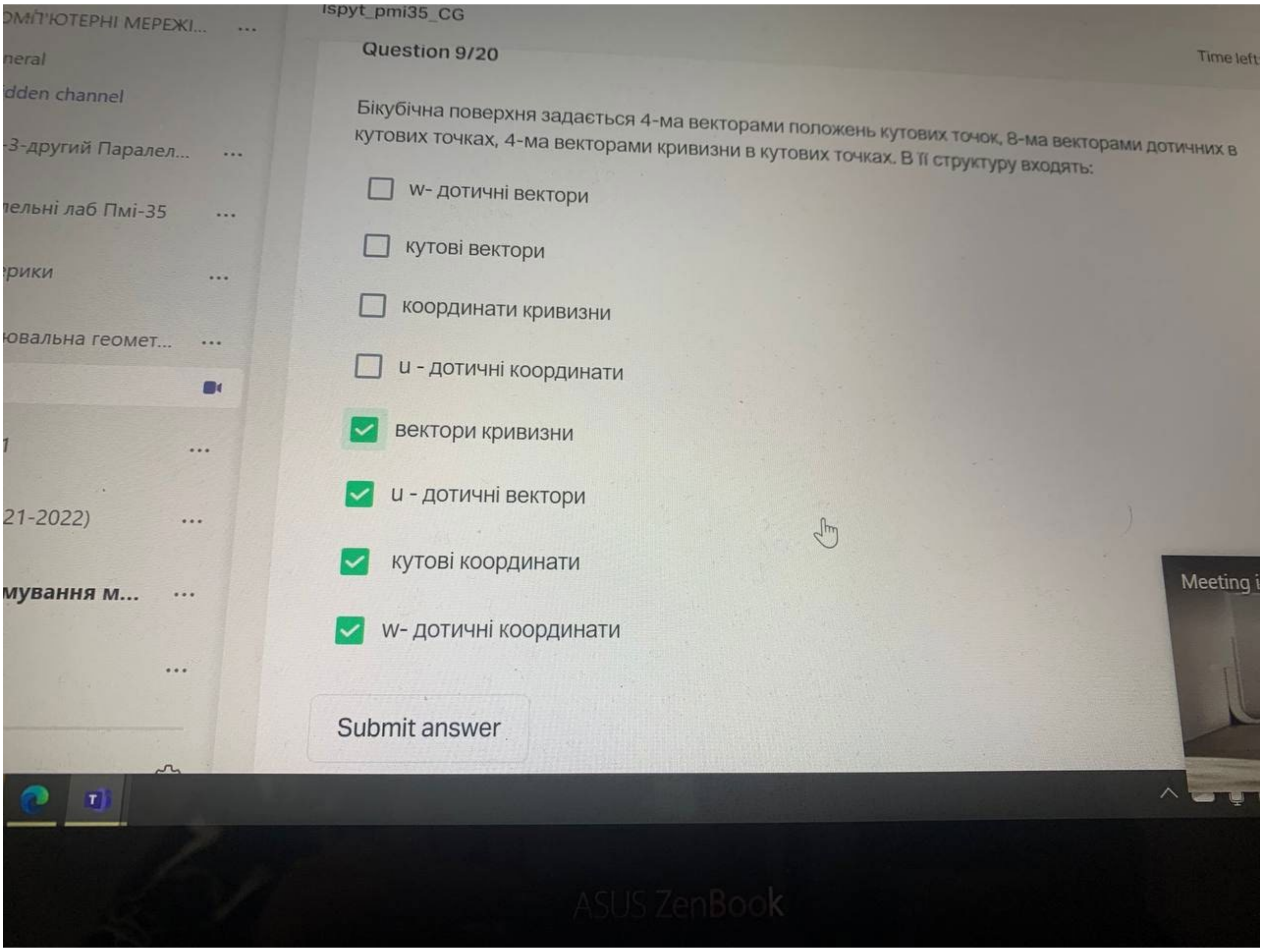
B (2, 2), B (2, 3), B (3, 2), B (3, 3)

Побудова сегменту кривої Без'є, що проходить через 4 точки передбачає задання наступних крайових умов:

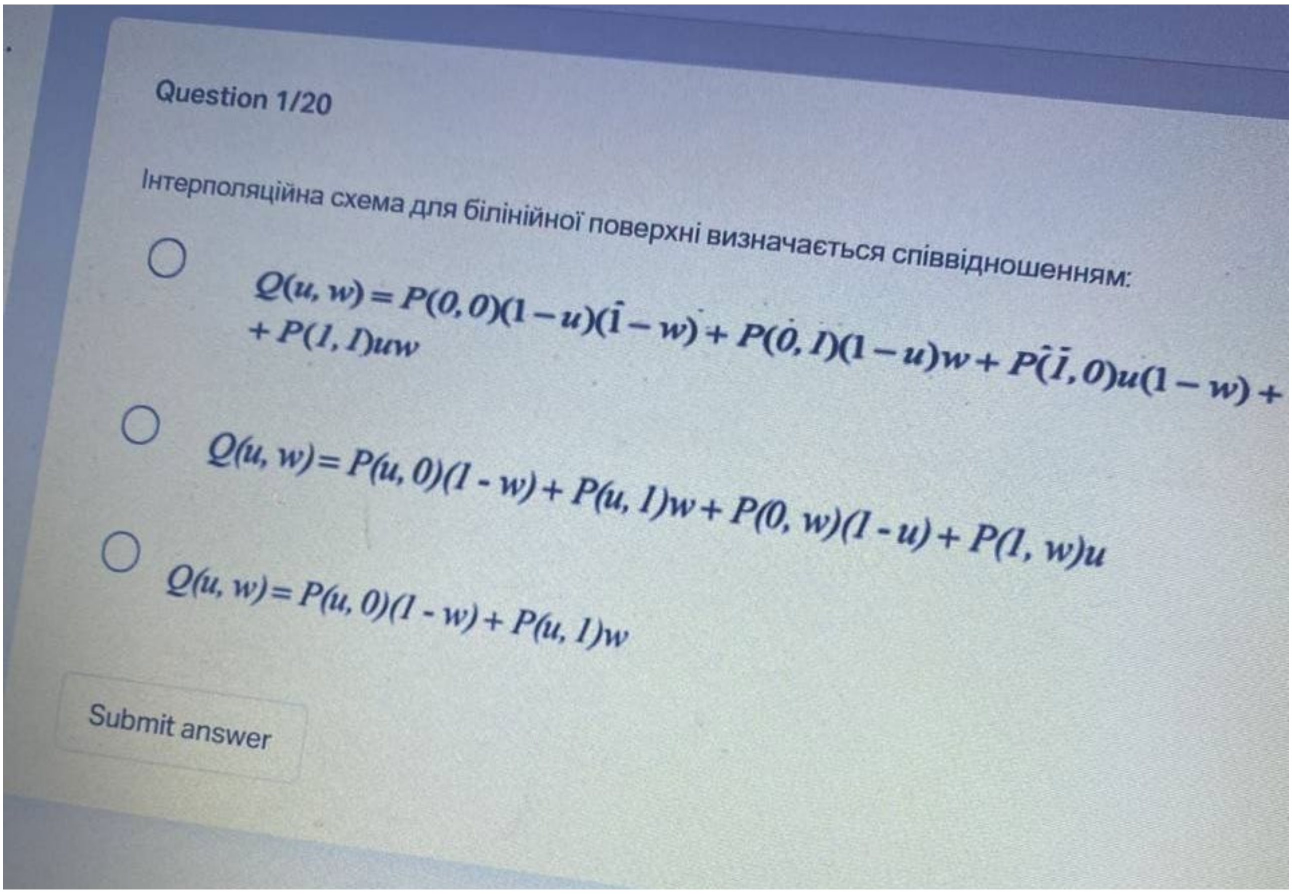
r(0) = r0; r(1) = r3; r'(0) = 3(r1-r0); r'(1)=3(r3-r2);

Бікубічна поверхня задається 4-ма векторами положень кутових точок





Інтерполяційна схема для білінійної поверхні визначається співвідношенням

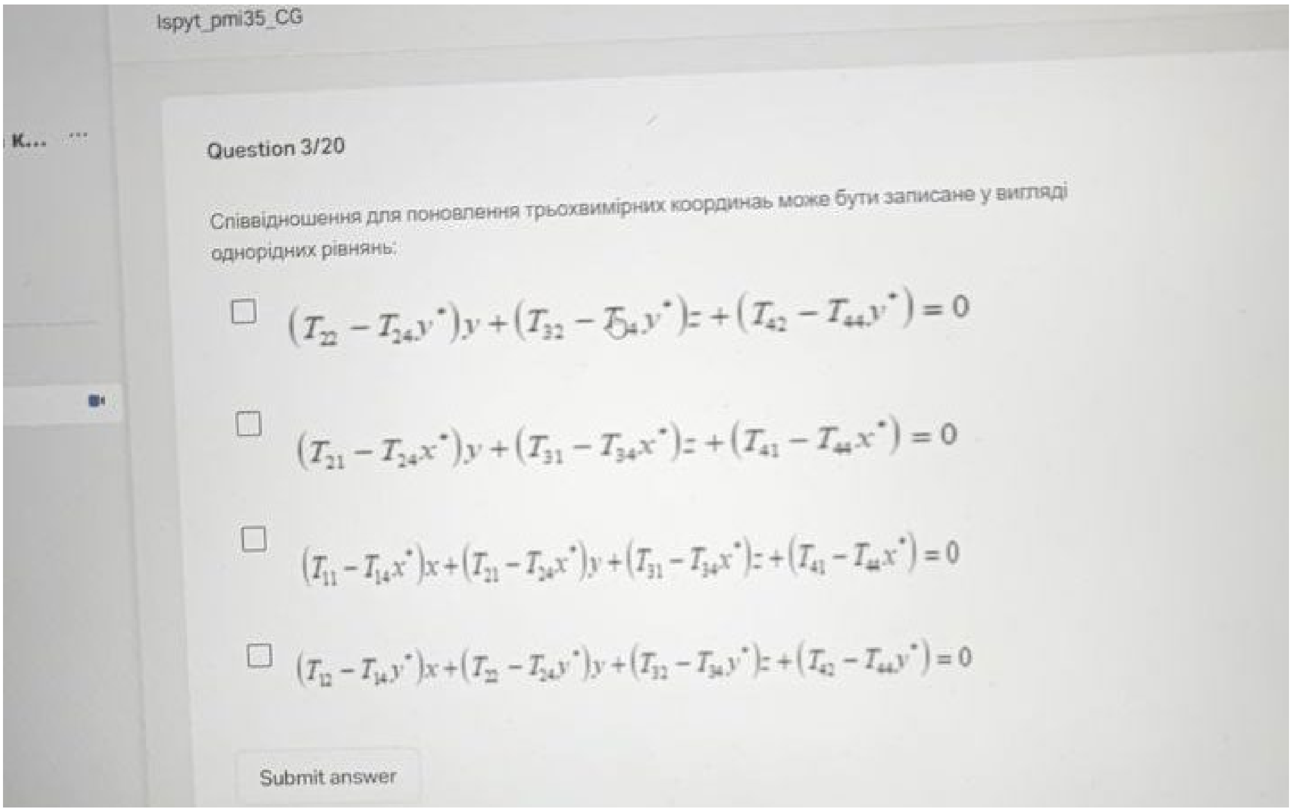

Question 1/20

Інтерполяційна схема для білінійної поверхні визначається співвідношенням:

- $Q(u,w)=P(0,0)(1-u)(1-w)+P(0,1)(1-u)w+P(1,0)u(1-w)+P(1,1)uw$
- $Q(u,w)=P(u,0)(1-w)+P(u,1)w+P(0,w)(1-u)+P(1,w)u$
- $Q(u,w)=P(u,0)(1-w)+P(u,1)w$

Submit answer

1Співвідношення для поновлення трьохвимірних координат


Ispyt_pmi35_CG

К...

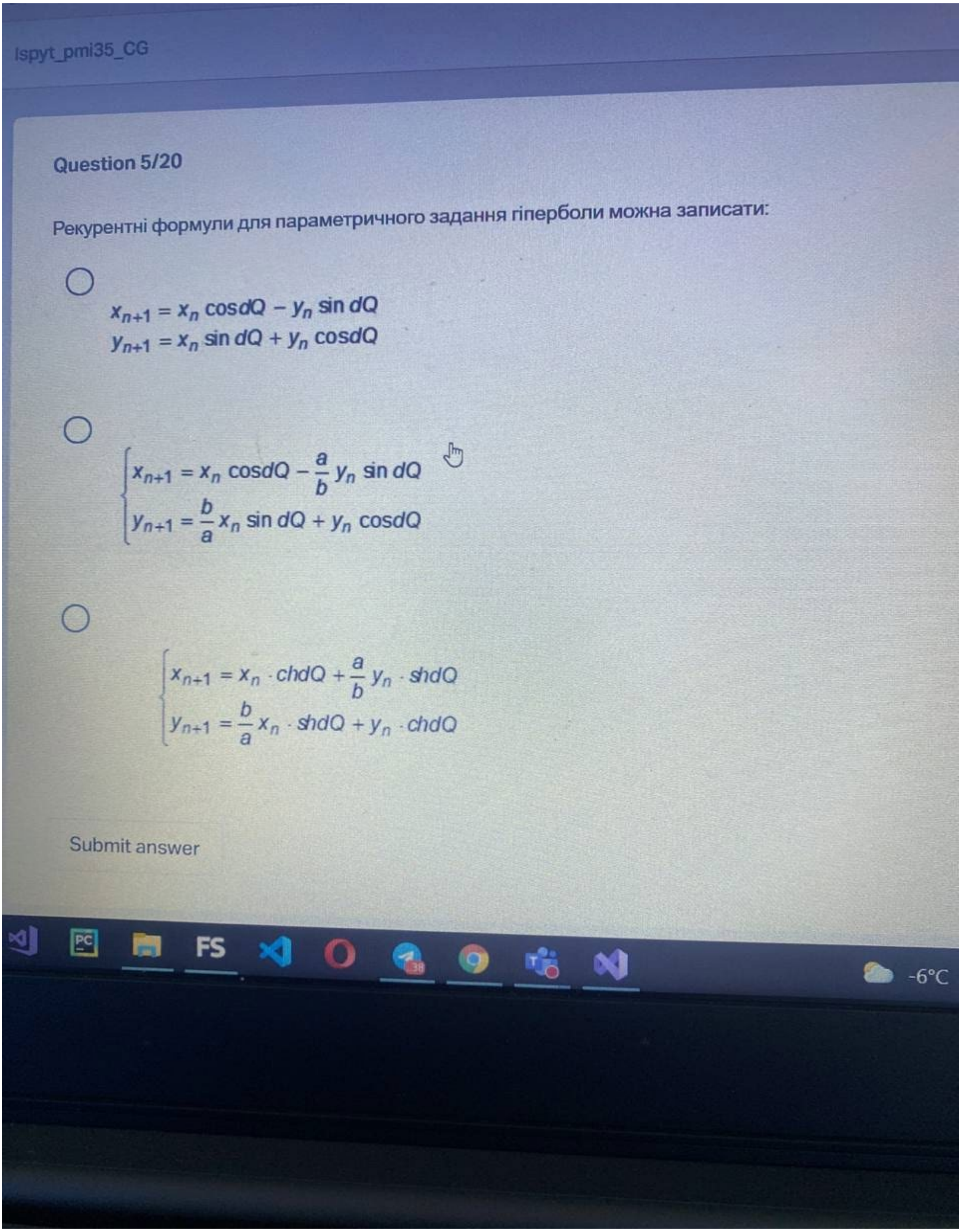
Question 3/20

Співвідношення для поновлення трьохвимірних координаь може бути записане у вигляді однорідних рівнянь:

- $(T_{22}-T_{24}y^*)y+(T_{32}-T_{34}y^*)z+(T_{42}-T_{44}y^*)=0$
- $(T_{21}-T_{24}x^*)y+(T_{31}-T_{34}x^*)z+(T_{41}-T_{44}x^*)=0$
- $(T_{11}-T_{14}x^*)x+(T_{21}-T_{24}x^*)y+(T_{31}-T_{34}x^*)z+(T_{41}-T_{44}x^*)=0$
- $(T_{12}-T_{14}y^*)x+(T_{22}-T_{24}y^*)y+(T_{32}-T_{34}y^*)z+(T_{42}-T_{44}y^*)=0$

Submit answer

3 і 4Рекурентні формули для параметричного задання гіперболи можна записати



Ispyt_pmi35_CG

Question 5/20

Рекурентні формули для параметричного задання гіперболи можна записати:

- $x_{n+1} = x_n \cos dQ - y_n \sin dQ$
$y_{n+1} = x_n \sin dQ + y_n \cos dQ$

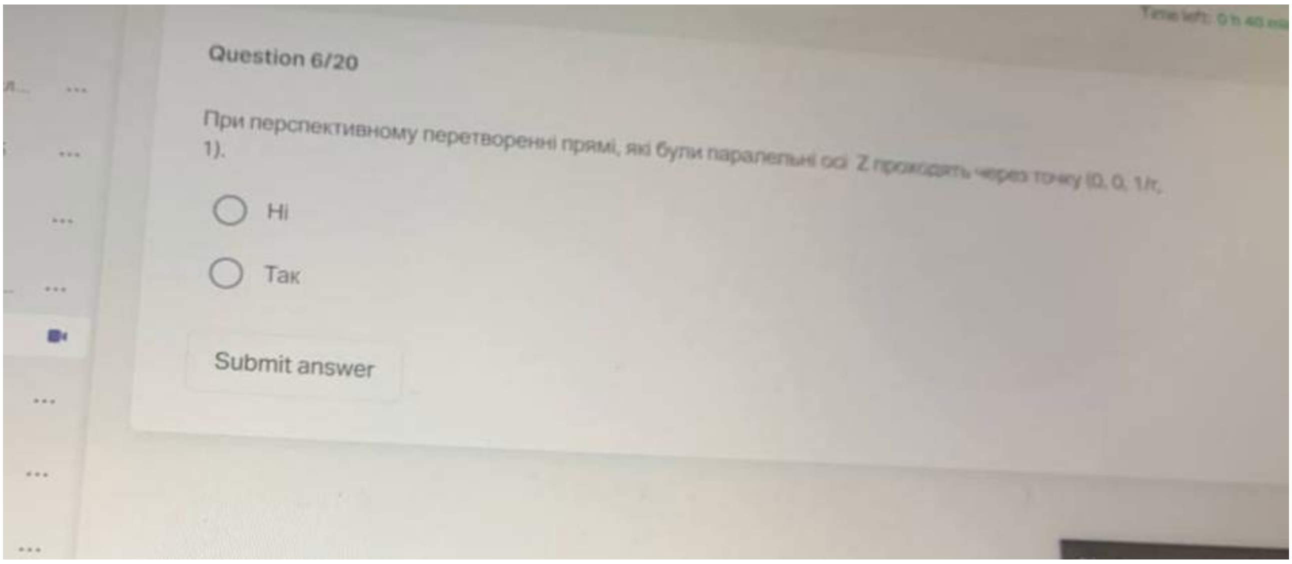
- $\begin{cases} x_{n+1} = x_n \cos dQ - \dfrac{a}{b} y_n \sin dQ \\ y_{n+1} = \dfrac{b}{a} x_n \sin dQ + y_n \cos dQ \end{cases}$

- $\begin{cases} x_{n+1} = x_n \cdot chdQ + \dfrac{a}{b} y_n \cdot shdQ \\ y_{n+1} = \dfrac{b}{a} x_n \cdot shdQ + y_n \cdot chdQ \end{cases}$

Submit answer

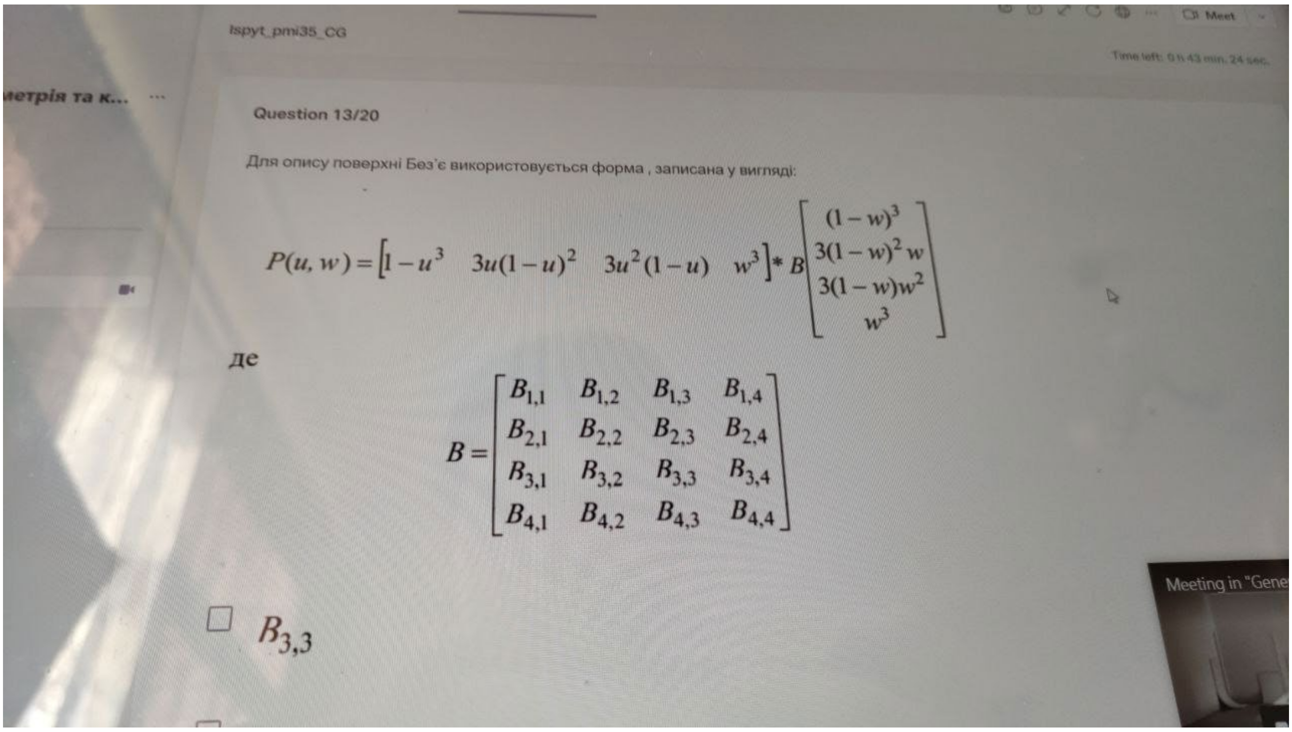
Останнє

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні



Ні

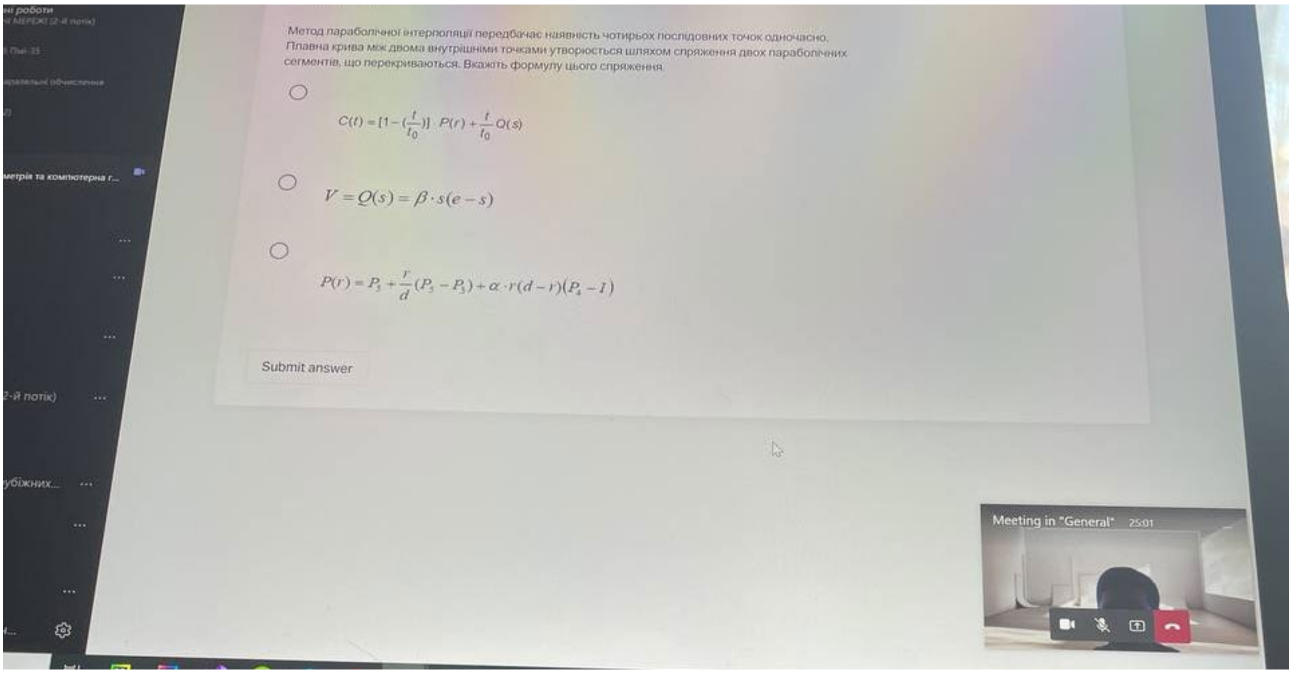
Для опису поверхні Без'є використовуєтьса форма, записана у вигляді



Все окрім 1.1 та

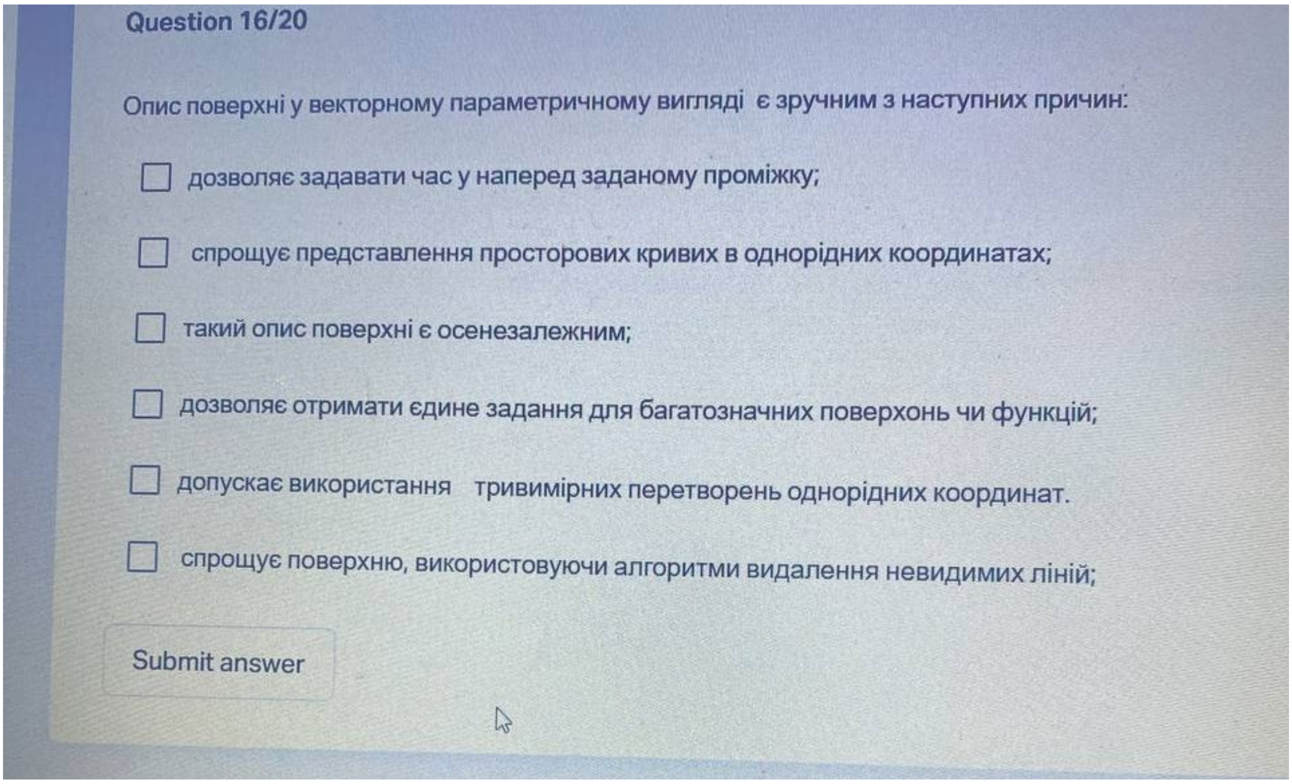
4.4Метод параболічної інтерполяції передбачає наявність чотирьох послідовних

точок одночасно



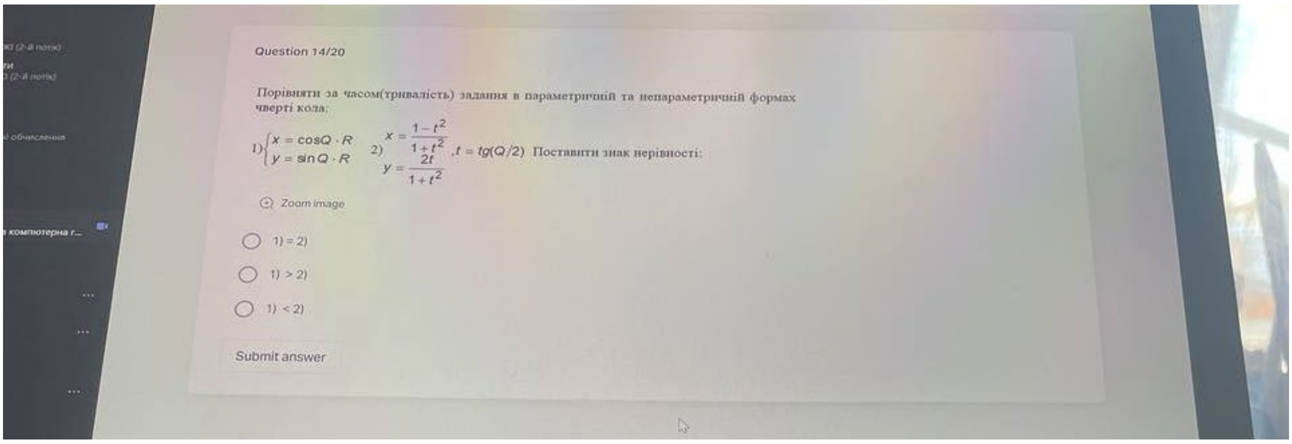
1Опис поверхні у векторному параметричному вигляді є зручним з наступних

Причин



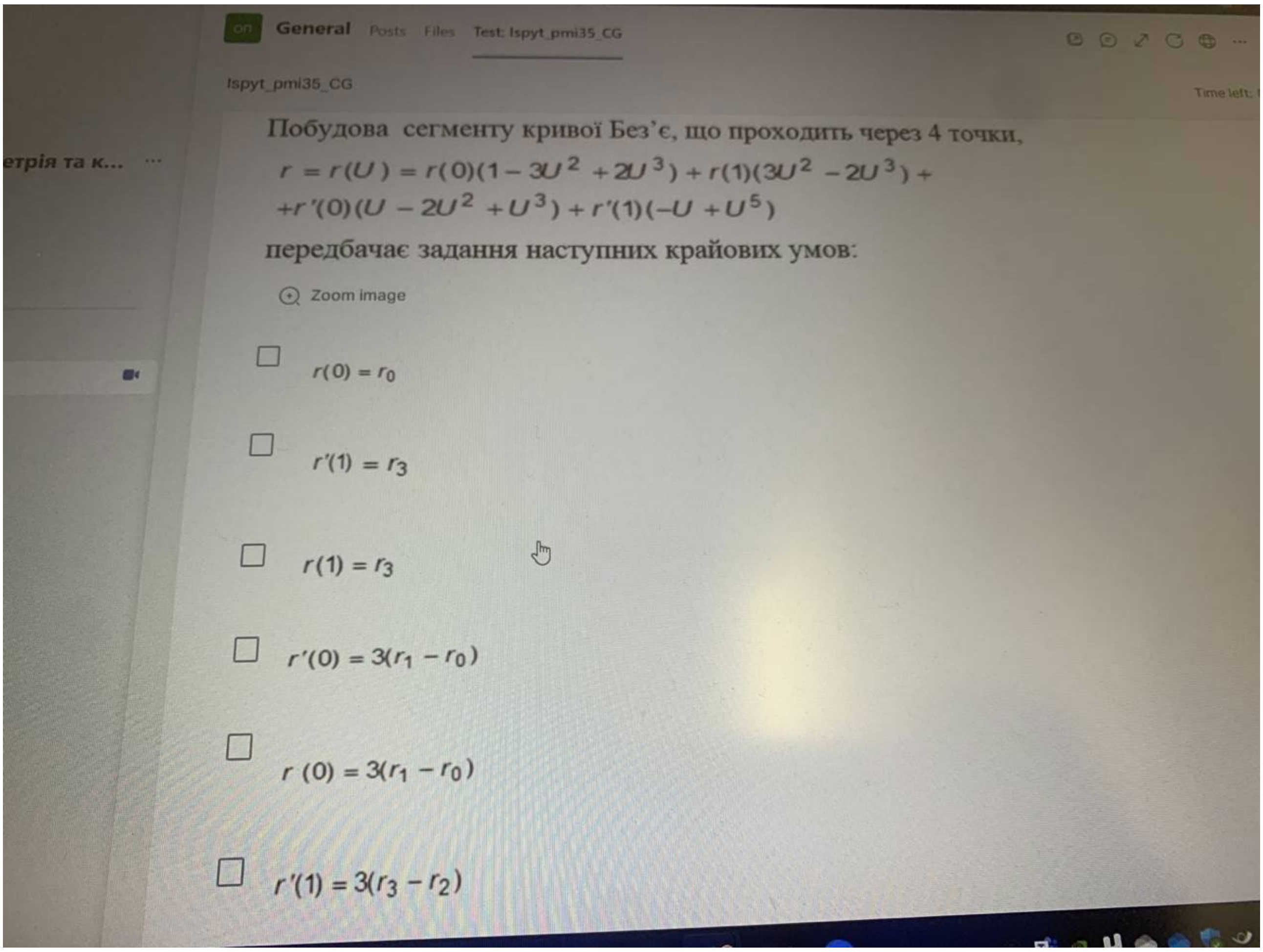
Порівняти за часом (тривалість) завдання в параметричній та непараметричній

формах



2 ____1 > 2____

Побудова сегменту кривої Без'є, що проходить через 4 точки



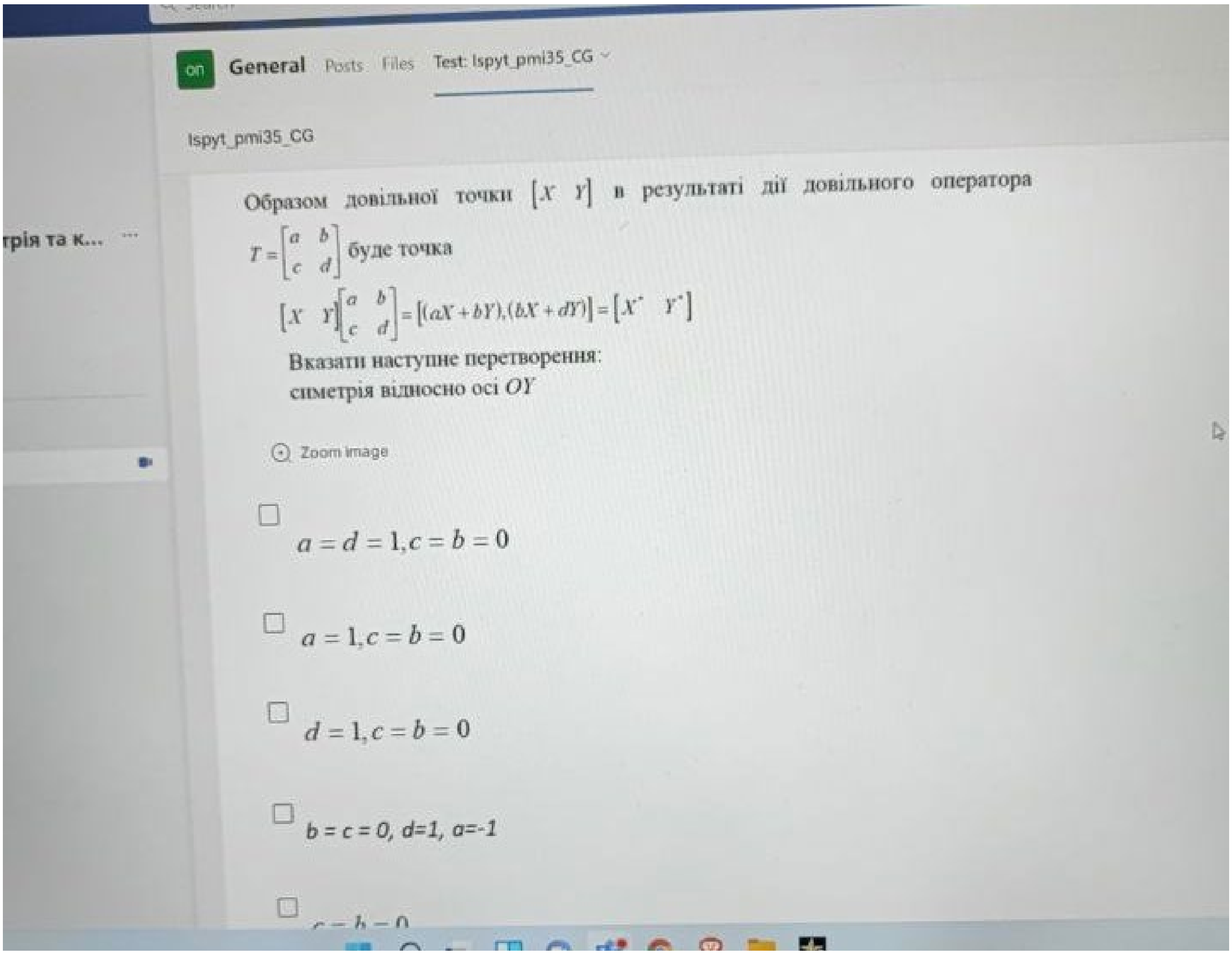
$$a_1 = 3(r_1 - r_0)$$
$$a_2 = 3(r_2 - 2r_1 + r_0)$$
$$a_3 = r_3 - 3r_2 + 3r_1 - r_0$$

І як результат такої рівності:

$$r(0) = r_0$$
$$r(1) = r_3$$
$$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$$
$$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$$

З (4) і (5) випливає, що крива Без'є проходи

Образом довільної точки [x y] в результаті дії довільного оператора T буде точка


General Posts Files Test: Ispyt_pmi35_CG

Ispyt_pmi35_CG

Образом довільної точки $[X \ \ Y]$ в результаті дії довільного оператора $T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ буде точка

$$[X \ \ Y]\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = [(aX + bY), (bX + dY)] = [X^* \ \ Y^*]$$

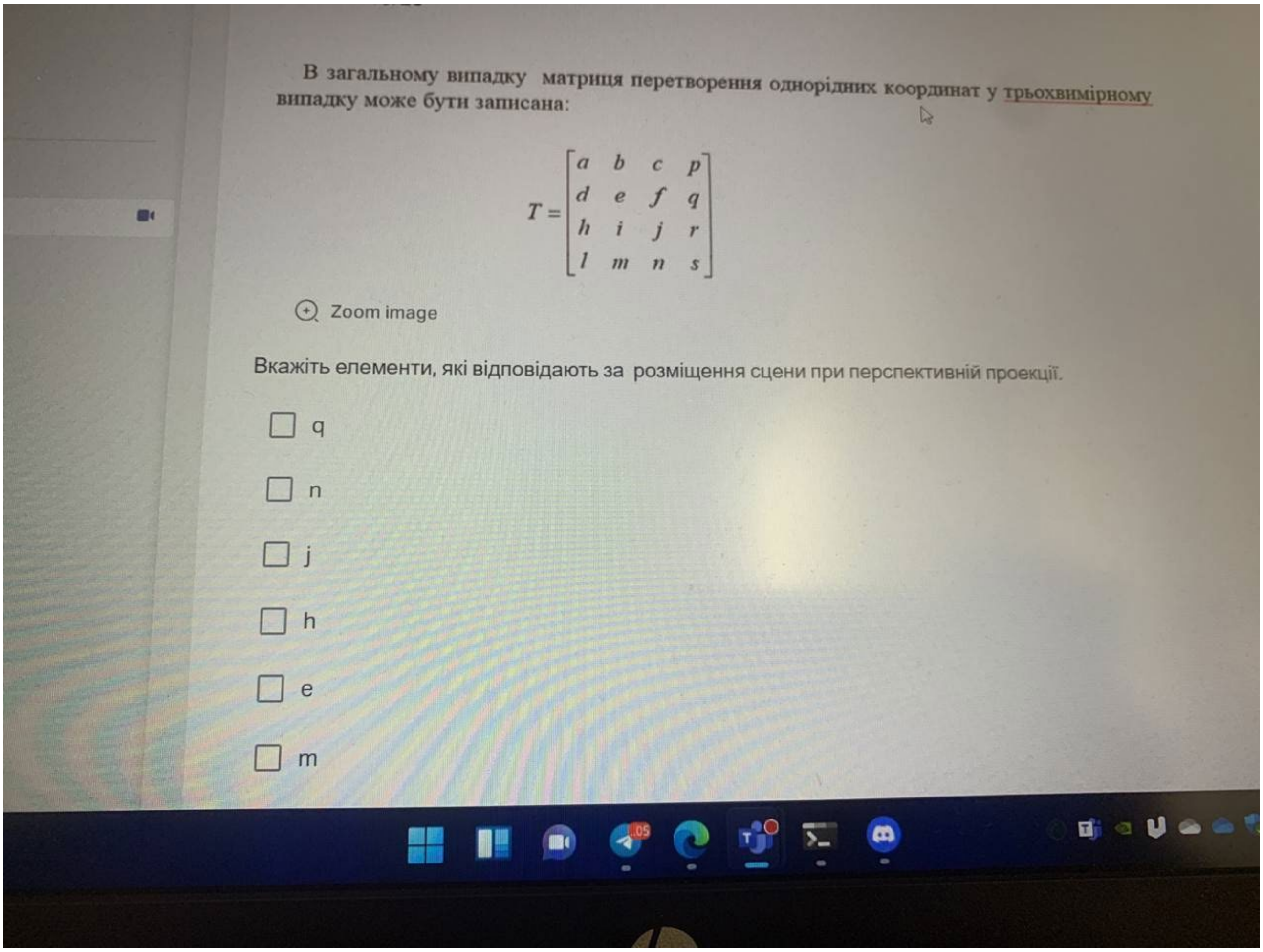
Вказати наступне перетворення:
симетрія відносно осі OY

Zoom image

- [ ] $a = d = 1, c = b = 0$
- [ ] $a = 1, c = b = 0$
- [ ] $d = 1, c = b = 0$
- [ ] $b = c = 0$, $d=1$, $a=-1$

д) $b = c = 0$, $d=1$, $a=-1$ – симетрія відносно осі OY;

В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у *трьохвимірному випадку може бути записана*

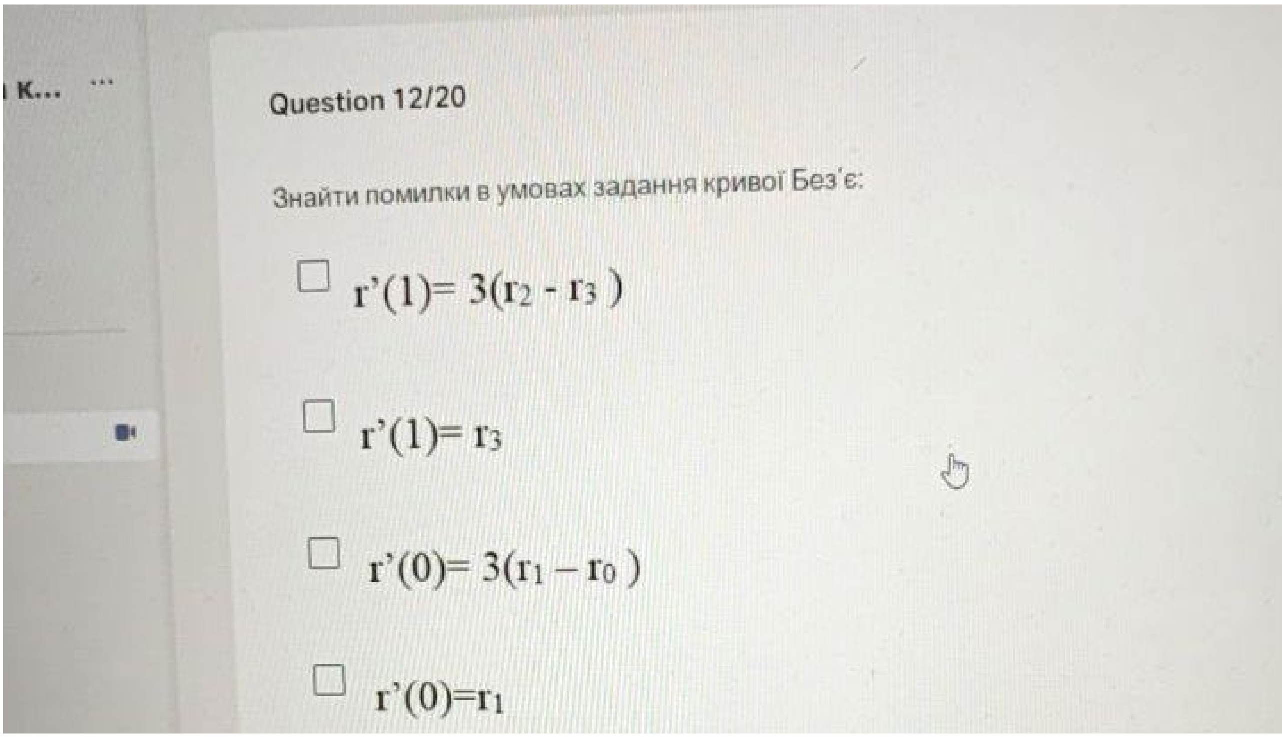


2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T=\begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за розміщення сцени при перспективній проекції:______**lmnspqr**__________

Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є



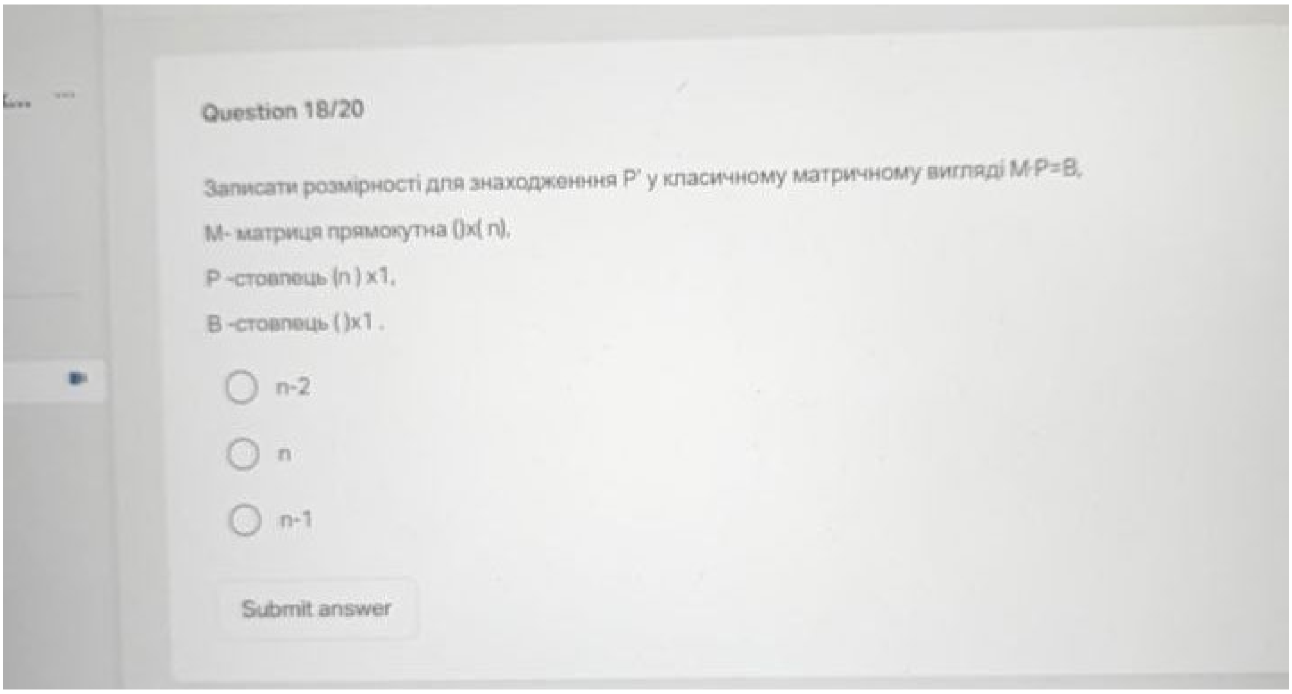
Question 12/20

Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

- [ ] $r'(1) = 3(r_2 - r_3)$
- [ ] $r'(1) = r_3$
- [ ] $r'(0) = 3(r_1 - r_0)$
- [ ] $r'(0) = r_1$

1 і 4

Записаит розмірності для знаходження P' у класичному матричному вигляді



Question 18/20

Записати розмірності для знаходженння P' у класичному матричному вигляді M·P=B,

M- матриця прямокутна ()x(n),

P -стовпець (n) x1,

B -стовпець ( )x1 .

- n-2
- n
- n-1

Submit answer

n - 2кубічний сплайн

Гранична умова	Ненульові елементи в першій і останній строках [M]	Перша і остання строки [R]
Закріплена	$M(1,1) = 1$ $M(n,n) = 1$	$R(1,1) = P_1'$ $R(n,1) = P_n'$
Слабка	$M(1,1) = 1$ $M(1,2) = 1/2$ $M(n,n-1) = 2$ $M(n,n) = 4$	$R(1,1) = \frac{3}{2t_2}(P_2 - P_1)$ $R(n,1) = \frac{6}{t_n}(P_n - P_{n-1})$
Циклічні	$M(1,1) = 2\left(1 + \frac{t_n}{t_2}\right)$ $M(1,2) = \frac{t_n}{t_2}$ $M(1,n-1) = 1$	$R(1,1) = 3\left(\frac{t_n}{t_2^2}\right)(P_2 - P_1) - \frac{3}{t_n}(P_{n-1} - P_n)$ $R(n,1)$ не визначений
Ациклічні	$M(1,1) = 2\left(1 + \frac{t_n}{t_2}\right)$ $M(1,2) = \frac{t_n}{t_2}$ $M(1,n-1) = -1$	$R(1,1) = 3\left(\frac{t_n}{t_2^2}\right)(P_2 - P_1) + \frac{3}{t_n}(P_{n-1} - P_n)$ $R(n,1)$ не визначений

Закріплені – коли відомі дотичні вектори P_1' і P_n'

Слабкі – нульова кривизна в кінцевих точках

Циклічні – дотичні вектори і кривизна на обох кінцях нульові
$P_1'(0) = P_n'(t_n)$
$P_1''(0) = P_n''(t_n)$

Ациклічні – дотичні вектори на кінцях мають однакову величину і протилежні напрями
$P_1'(0) = -P_n'(t_n)$
$P_1''(0) = -P_n''(t_n)$

\

Question 5/12

Записати розмірності для знаходженння P' у матричному вигляді

М- матриця прямокутна( )x(n), P -стовпець (n)x(1) , B -стовпець ( )x(1)

+ ADD AN ANSWER

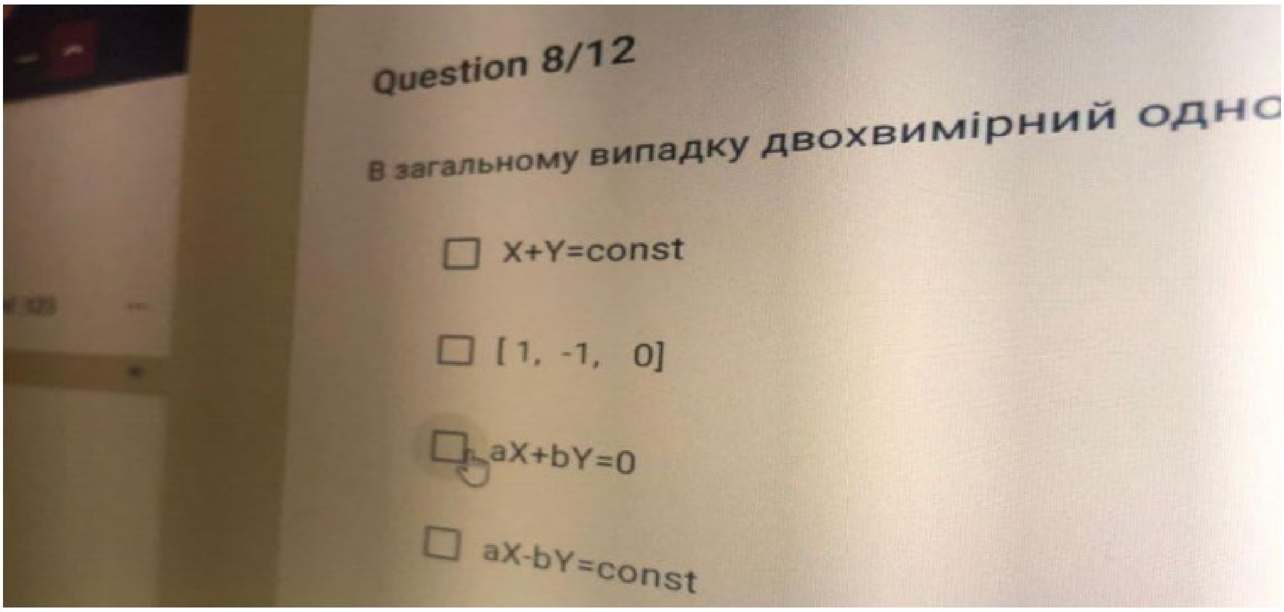
< PREVIOUS NEXT >

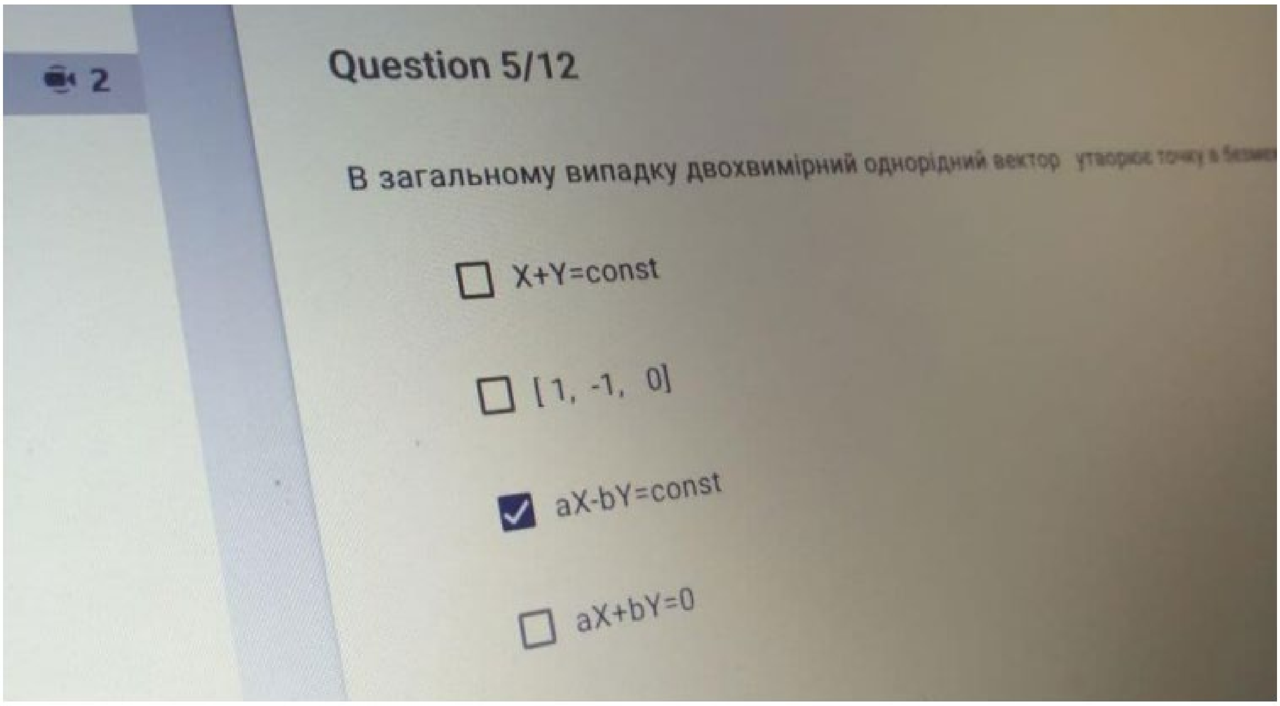
Go to question: 5

Question 2/12

В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій

- [ ] aX-bY=const
- [ ] aX+bY=0
- [ ] X+Y=const
- [ ] [1, -1, 0]





Вар.2

1.

Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

а)

(3, 18, 21, 3);

б)(3, 6, 7, 4);

в)(3, 6, 7, 1).

2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за обертання:___a e j s_______

Відповідь: a,b,c,d,e,f,h,i,j

$[X \ \ Y \ \ Z \ \ 1]$ $\qquad$ $[X \ \ Y \ \ Z \ \ H]$

Перетворення однорідних координат тепер опишеться співвідношеннями:

$$[X \ \ Y \ \ Z \ \ H] = [x \ \ y \ \ z \ \ 1]T \qquad (1)$$

та

$$[x' \ \ y' \ \ z' \ \ 1] = \left[\frac{X}{H} \ \ \frac{Y}{H} \ \ \frac{Z}{H} \ \ 1\right]$$

- деяка матриця перетворення.

В загальному випадку ця матриця може бути записана, як 4x4 виду:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Цю матрицю природно зобразити як блочну, що містить в собі наступні блоки:

$$\begin{bmatrix} 3\times 3 & | & 3\times 1 \\ --- & + & --- \\ 1\times 3 & | & 1\times 1 \end{bmatrix}$$

Матриця 3x3 здійснює лінійне перетворення у вигляді: зміни масштабу, зсуву, обертання.
Матриця-стрічка 1x3 - перенос, матриця-стовбець 3x1 відповідає за перетворення в перспективі; 1x1- повну рівномірну зміну масштабу.

3.

Записати матрицю дзеркального відображення відносно координатної площини XOZ:

· віддзеркалення відносно координатної площини ***XOZ***

GlScale(1, -1, 1),

$$M_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

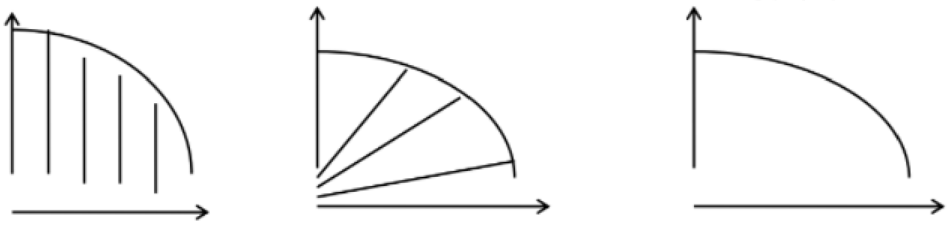
1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $\begin{matrix} x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \dfrac{2t}{1+t^2} \end{matrix}$, $t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності: 1) … x більше y ……2) x менше y

Відповідь: 2<1?5.

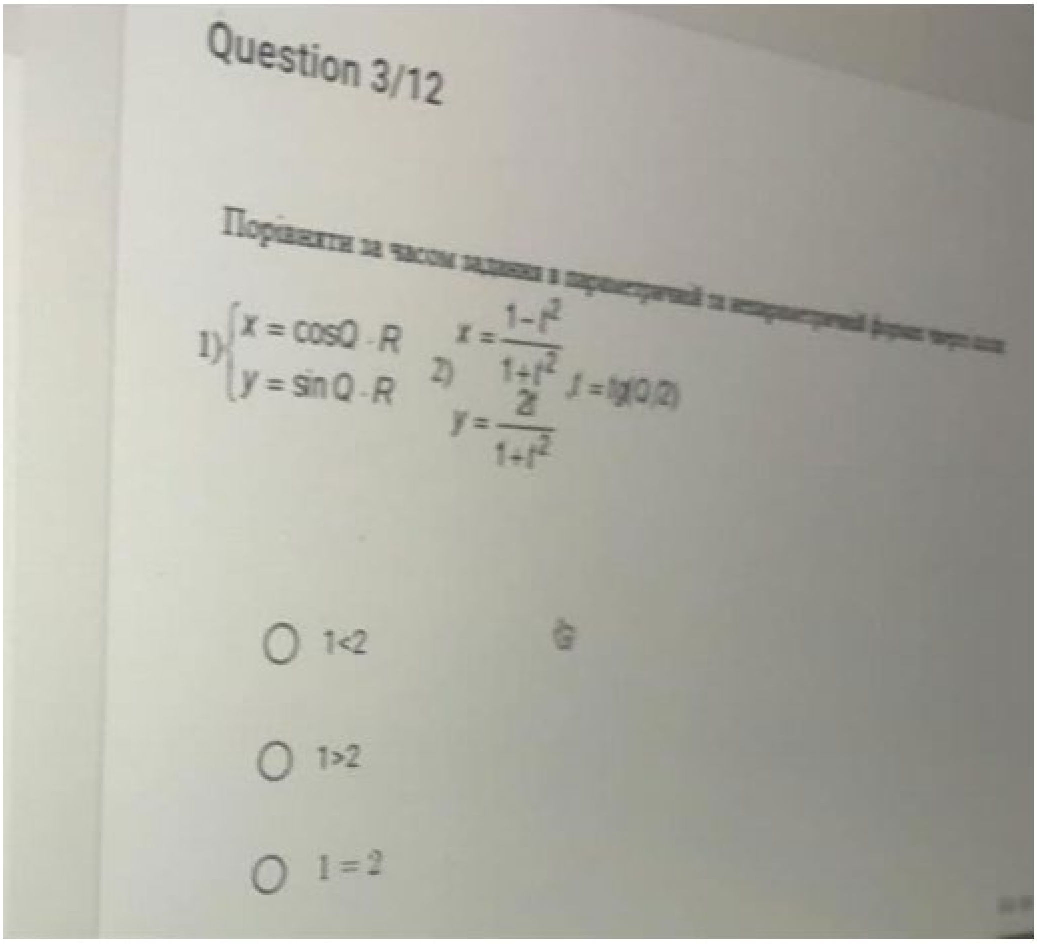
Порівняємо різницю в параметричній та непараметричній формах на прикладі чверті кола:

$$y = \sqrt{1-x^2} \qquad \begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases} \qquad \begin{matrix} x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \dfrac{2t}{1+t^2} \end{matrix}$$

$R = 1$ $\qquad$ $t = tg(Q/2)$



Розглянемо більш детально способи зображення канонічних кривих на основі їх параметричного представлення:



Для загальної аксонометричної проекції масштабні

коефіцієнти є

а) однаковими в трьох головних напрямах; - ізометрія

б) різними в трьох головних напрямах;

в) різними в двох головних напрямах. - диметрія OX=OZ6.

10. В триметрической проекции меньше всего ограничений, а в изометрической — больше всего. В самом деле, как будет показано ниже, изометрическая проекция есть частный случай диметрической, а диметрическая проекция есть частный случай триметрической.

В общем случае для триметрической проекции коэффициенты искажения по каждой из проецируемых главных осей (x, y и z) не равны друг другу. Здесь

Question 4/12

Для загальної аксонометричної проекції масштабні коефіцієнти є

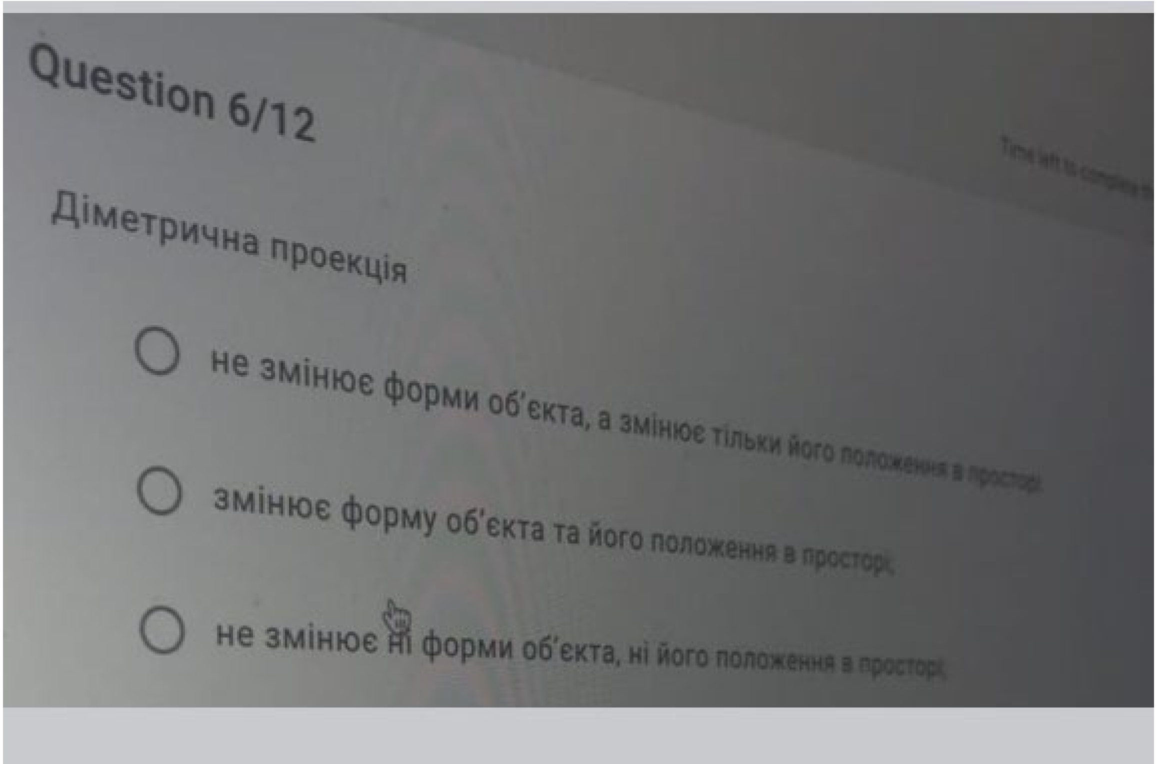
- однаковими в трьох головних напрямах;
- різними в трьох головних напрямах;
- різними в двох головних напрямах.

Діметрична проекція

а) змінює форму об'єкта та його положення в просторі;

б) не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі;

в) не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі



Question 6/12

Діметрична проекція

- не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі
- змінює форму об'єкта та його положення в просторі;
- не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі;

7. Процес обертання навколо осі OZ

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

8.

(а)Відповідь: а)

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$R_z(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

8. Записати розмірності для знаходженння P' у матричному вигляді

$M \cdot P = B$, M- матриця прямокутна( )x( ), P -стовпець n x1, B -стовпець n x1 .

9.

9.

В загальному випадку двохвимірний однорідний

вектор утворює точку в безмежності на прямій (б)

а) $X+Y=const$ б) $aX-bY=0$ в) $\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}$.

10. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$.

Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

а)(1,1), (3,1);

б) (1,1), $B_1(2,3)$; в)$B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$.

Відповідь: а)

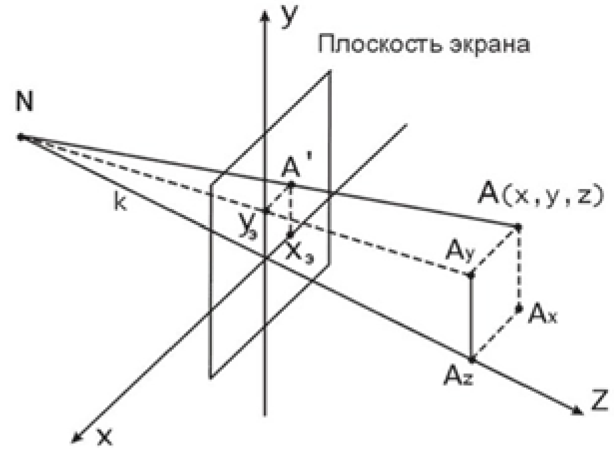
$$r=r(U)=(1-U)^3r_0+3U(1-U)^2r_1+3U^2(1-U)r_2+U^3r_3$$

11. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

а) ортогональна;

б)перспективна; в)косокутна паралельна.

Відповідь: б)



12. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

$r(0)=r_1$ $r(1)= r_3$

$r'(0)= 3(r_1 - r_0)$ $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

Відповідь: $r(0)=r1$, $r'(1)= 3(r2 - r3)$

$$a_0 = r_0$$
$$a_1 = 3(r_1 - r_0)$$
$$a_2 = 3(r_2 - 2r_1 + r_0)$$
$$a_3 = r_3 - 3r_2 + 3r_1 - r_0$$

І як результат такої рівності:

$$r(0) = r_0$$
$$r(1) = r_3$$
$$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$$
$$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$$

Неважко побачити, що (4) та

З (6) випливає, що

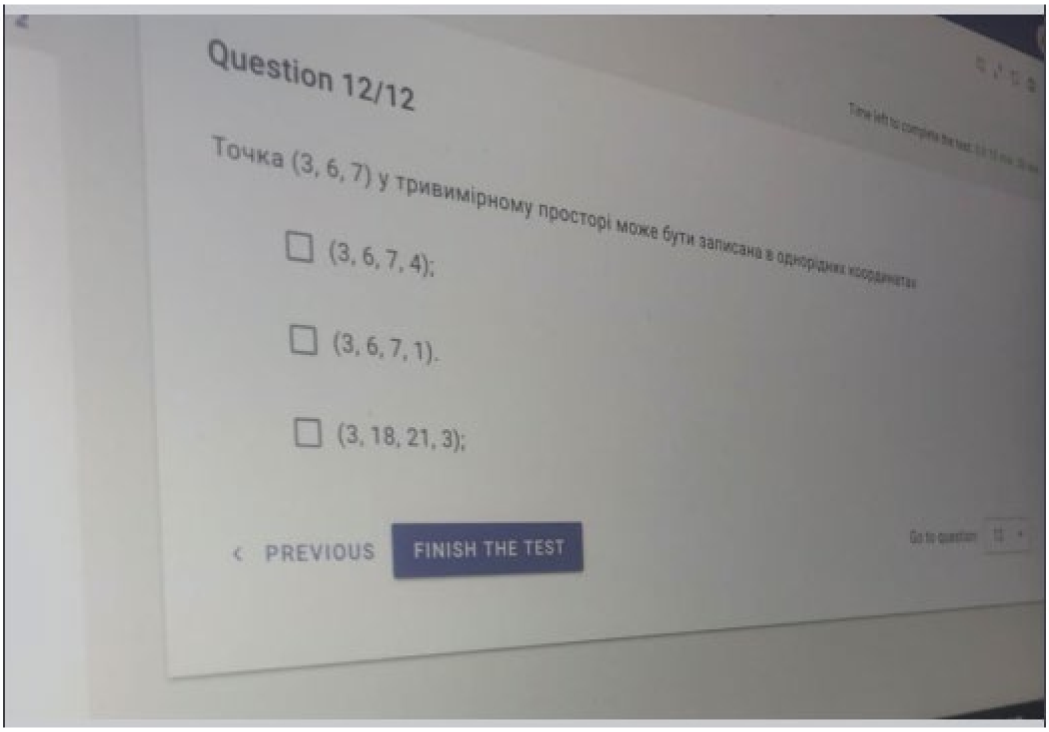
$$\begin{aligned} r(0) &= r_0 \\ r'(0) &= n(r_1 - r_0) \\ r(1) &= r_n \\ r'(1) &= n(r_n - r_{n-1}) \end{aligned} \qquad (7)$$

Вар.3

1. Точка (3, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

а)(3, 18, 21, 3); б)(3, 6, 7, 4);

в)(3, 6, 7, 1).

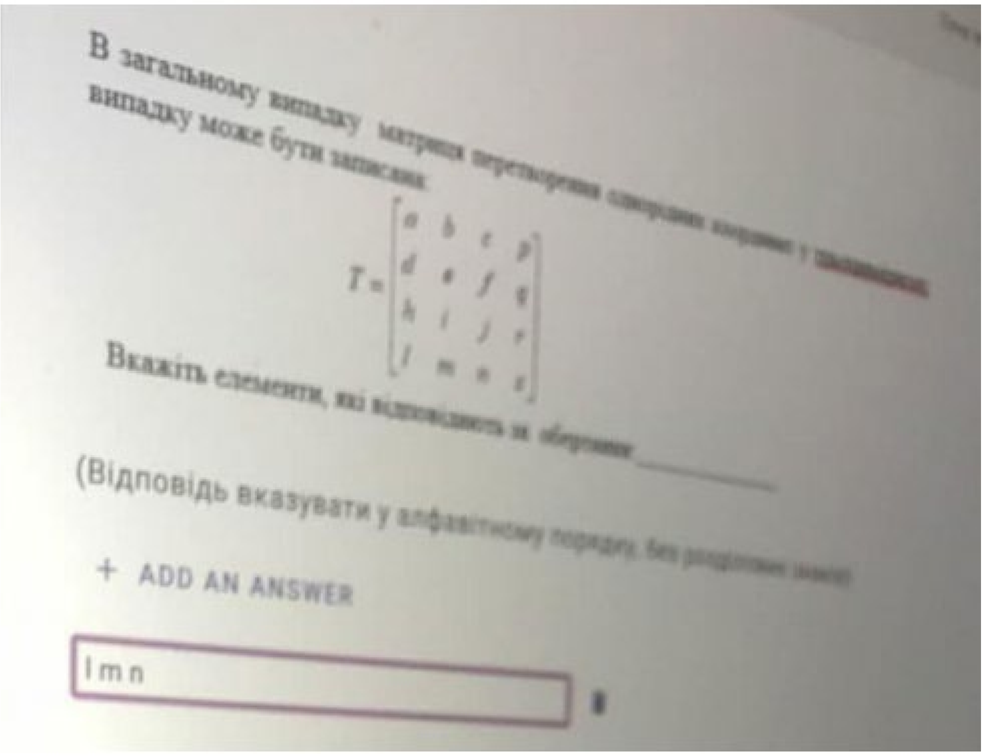


2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за перенесення.:____________

Відповідь: l,m,n3.



$$\left[\begin{array}{ccc|c} & & & 3 \\ & 3\times 3 & & \times \\ & & & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & 1\times 3 & & 1\times 1 \end{array}\right]$$

Верхняя левая (3×3)-подматрица задает линейное преобразование[1] в форме масштабирования, сдвига, отражения и вращения. Левая нижняя (1×3)-подматрица задает перемещение, а правая верхняя (3×1)-подматрица — перспективное преобразование. Последняя правая нижняя (1×1)-подматрица задает общее масштабирование. Общее преобразование, полученное после применения этой (4×4)-матрицы к однородному вектору и вычисления обычных координат, называется билинейным преобразованием[2]. В общем случае данное преобразование осуществляет комбинацию сдвига, локального масштабирования, вращения, отражения, перемещения, перспективного преобразования и общего масштабирования.

$[X\ Y\ Z\ 1]$ $[X\ Y\ Z\ H]$

Перетворення однорідних координат тепер опишеться співвідношеннями:

$$[X\ Y\ Z\ H] = [x\ y\ z\ 1]T \quad (1)$$

та

$$[x^*\ y^*\ z^*\ 1] = \left[\frac{X}{H}\ \frac{Y}{H}\ \frac{Z}{H}\ 1\right]$$

- деяка матриця перетворення.

В загальному випадку ця матриця може бути записана, як 4х4 виду:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix} \quad (2)$$

Цю матрицю природно зобразити як блочну, що містить в собі наступні блоки:

$$\begin{bmatrix} 3\times3 & | & 3\times1 \\ --- & + & --- \\ 1\times3 & | & 1\times1 \end{bmatrix}$$

Матриця 3х3 здійснює лінійне перетворення у вигляді: зміни масштабу, зсуву, обертання.
Матриця-стрічка 1х3 - перенос, матриця-стовбець 3х1 відповідає за перетворення в перспективі; 1х1- повну рівномірну зміну масштабу.

Записати матрицю центральної симетрії відносно початку координат:

4. Діметрична проекція

а) змінює форму об'єкта та його положення в просторі;

б) не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі;

в) не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі

5. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

Відповідь: 2<1

1.1.4. Параметричне представлення параболи

Непараметричне представлення параболи має вигляд

$y^2 = 4ax$

Його використання вимагає обчислення кореня квадратного і тому є незручним. Теж саме стосується параметричного представлення параболи через рівняння

$$\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Більш ефективним є запис

$$\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \quad 0 \le Q \le \infty \end{cases} \qquad (11)$$

$Q_{n+1} = Q_n + dQ$

Для (11) можна використати рекурентну формулу

6. Процес обертання навколо осі OY

Відповідь: б)

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

Навколо OY

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Навколо OX

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Навколо OZ

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

8. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

$r(0)=r_0$ $r(1)= r_3$

$r'(0)= 3(r_1 - r_0)$ $r(1)= 3(r_3 - r_2)$

Відповідь: $r(1)= 3(r_3 - r_2)$

$$a_0 = r_0$$
$$a_1 = 3(r_1 - r_0)$$
$$a_2 = 3(r_2 - 2r_1 + r_0)$$
$$a_3 = r_3 - 3r_2 + 3r_1 - r_0$$

І як результат такої рівності:

$$r(0) = r_0$$
$$r(1) = r_3$$
$$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$$
$$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$$

Неважко побачити, що (4) та

З (6) випливає, що

$$\begin{aligned} r(0) &= r_0 \\ r'(0) &= n(r_1 - r_0) \\ r(1) &= r_n \\ r'(1) &= n(r_n - r_{n-1}) \end{aligned} \qquad (7)$$

9. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій

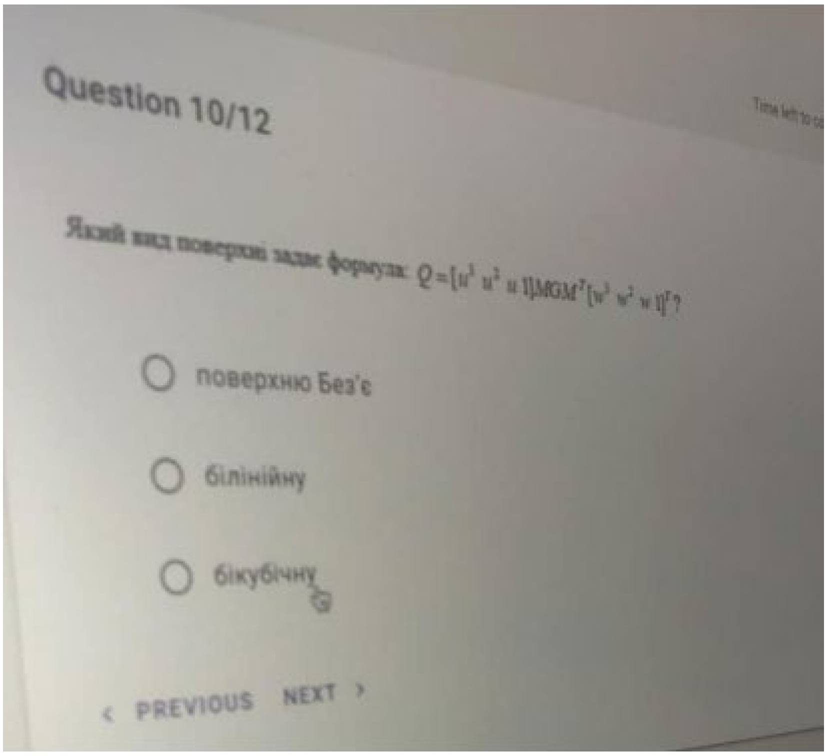
а) $X + Y = const$ б) $aX - bY = 0$ в) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$.

11. Який вид поверхні задає формула: $Q = [u^3\ u^2\ u\ 1]MGM^T[w^3\ w^2\ w\ 1]^T$?

а) білінійну б) бікубічну в) поверхню Без'є

Відповідь: бікубічну

$$Q=\begin{bmatrix}u^3 & u^2 & u & 1\end{bmatrix} NPN^T \begin{bmatrix}w^3 & w^2 & w & 1\end{bmatrix}$$



12. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі проходять через точку (0, 1, 1/r, 1).

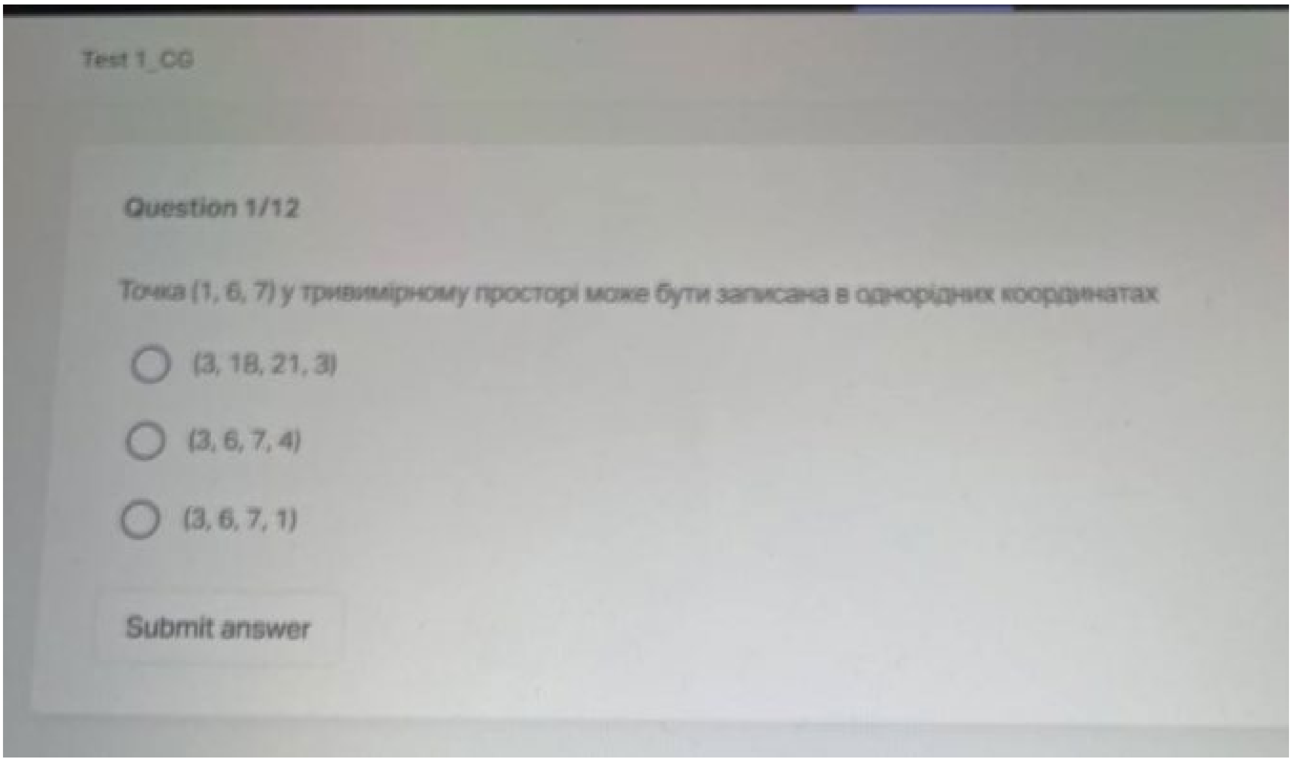
Так/ ні.

Исследование рис. 3-27 показывает, что прямые $A'B'$ и AB пересекают плоскость $z = 0$ в одной и той же точке. Прямая $A'B'$ также пересекает ось z в точке $z = +1/r$. Далее, перспективное преобразование (см. (3-45) и (3-46)) отображает расположенную в бесконечности точку пересечения параллельных прямых AB и оси z в конечную точку $z = 1/r$ на оси z. Эта точка называется точкой схода [1]. Заметим, что точка схода лежит на том же расстоянии от плоскости проекции, что и центр проекции, только с противоположной стороны от плоскости, например, если $z = 0$ есть плоскость проекции, а центр проекции находится в $z = -1/r$, тогда точка схода находится в $z = +1/r$.

Чтобы подтвердить это наблюдение, рассмотрим перспективное преобразование точки, находящейся в бесконечности на оси $+z$, т. е.

$$[0\,0\,1\,0]\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & r\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad r]. \tag{3-50}$$

Соответствующая ей точка $[x^*\, y^*\, z^*\, 1] = [0 \;\; 0 \;\; 1/r \;\; 1]$ теперь является конечной точкой на положительной оси z. Это означает, что все полубесконечное положительное пространство $(0 \le z \le \infty)$ отображается в ограниченную область $0 \le z^* \le 1/r$. Далее, все прямые, параллельные оси z, теперь проходят через точку $[0 \;\; 0 \;\; 1/r \;\; 1]$ – точку схода.



Question 2/12

Записати розмірності для знаходження P' у класичному матричному вигляді M·P=B,

M- матриця прямокутна ()x(n),

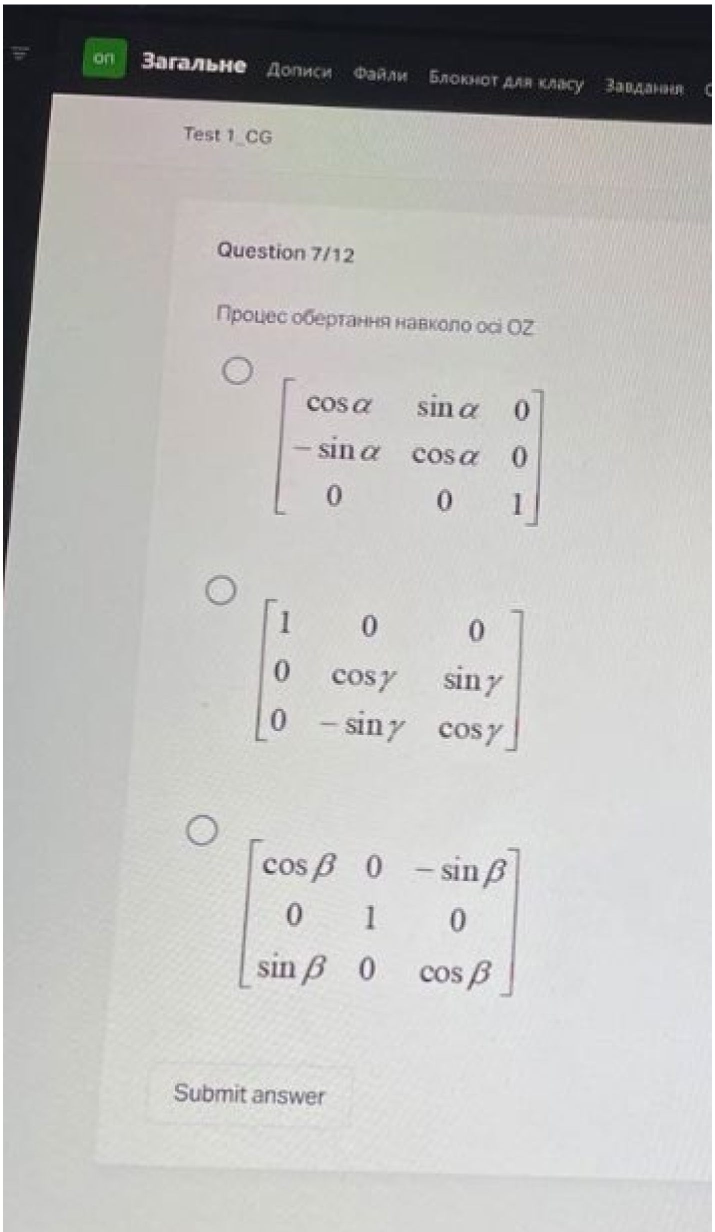
P -стовпець (n) x1,

B -стовпець ( )x1 .

- n
- n-2
- n-1

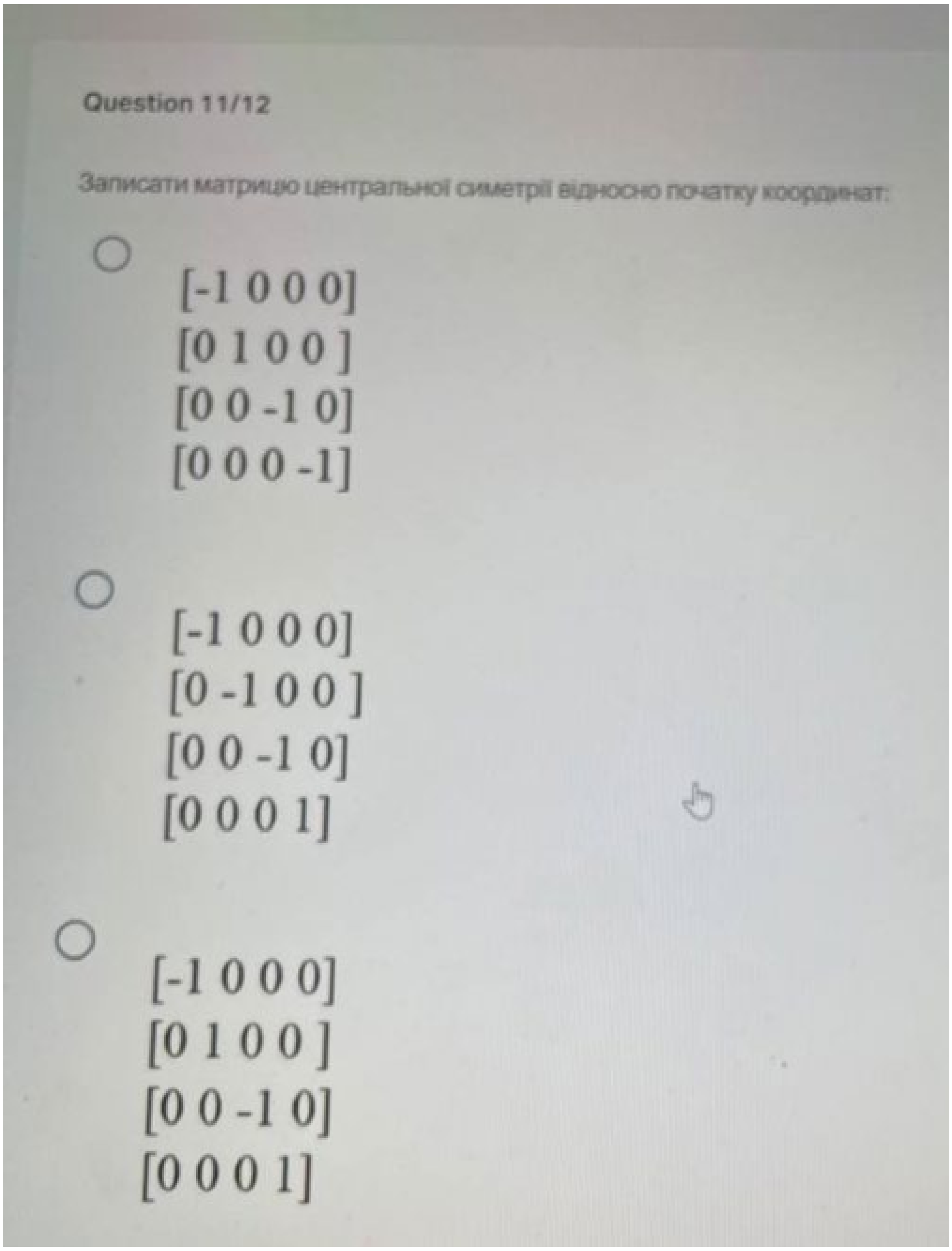
Submit answer

10. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими: а) (1,1), (3,1); б)(1,1), $B_1(2,3)$; в) $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$.



Процес обертання навколо осі OZ

Відп . 1



Question 11/12

Записати матрицю центральної симетрії відносно початку координат:

○
[-1 0 0 0]
[0 1 0 0]
[0 0 -1 0]
[0 0 0 -1]

○
[-1 0 0 0]
[0 -1 0 0]
[0 0 -1 0]
[0 0 0 1]

○
[-1 0 0 0]
[0 1 0 0]
[0 0 -1 0]
[0 0 0 1]

Записати матрицю центральної симетрії

2

Question 12/12

Порівняти за часом(тривалість) задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \dfrac{2t}{1+t^2}$, $t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності:

Zoom image

- 1) < 2)
- 1) > 2)
- 1) = 2)

Submit answer

Порівняти за часом тривалість завдання

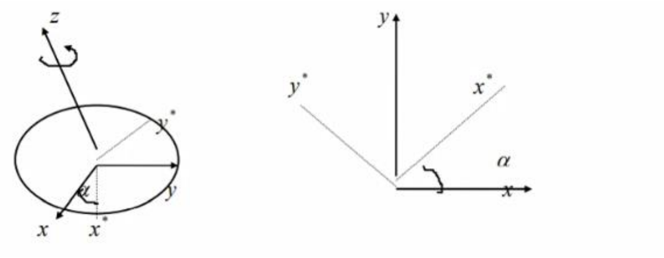
Зміст

Узагальнення обертань

Обертання навколо осі Z:

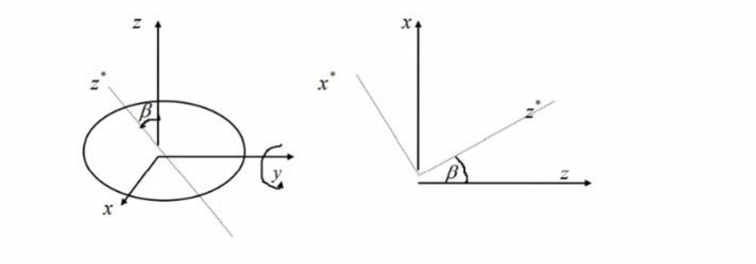
Відносно початку координат в двовимірному випадку.

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



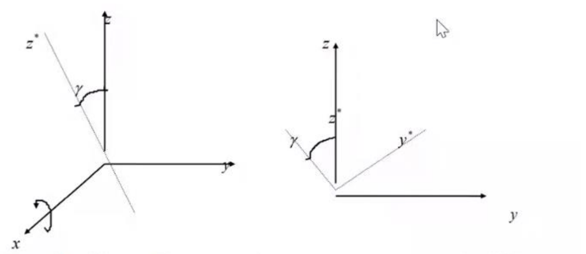
Обертання навколо осі Y:

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$



Обертання навколо осі Z:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$$



Перетворення тривимірних координат

Для сприйняття форми об'єкту треба мати можливість *аналізувати* його тривимірне представлення операціями **зсуву** чи **переносу**.

[X, Y, Z] — точка в тривимірному просторі.

[X, Y, Z, 1] | [X, Y, Z, H] — точка тривимірного простору в однорідних координатах.

Перетворення координат запишеться співвідношенням:

$$[X, Y, Z, H] = [x, y, z, 1]\ T$$

$$[x^*, y^*, z^*, 1] = [\frac{X}{H}, \frac{Y}{H}, \frac{Z}{H}, 1]$$

T — деяка матриця перетворення.

Матриця перетворення

$$\begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Стовпець **4** відповідає за **однорідну координату.**

Білінійні перетворення здійснюються елементами: a,b,c,d,e,f,h,i,j. Змінна масштабу, зсув, обертання.

Переміщення на довільний вектор здійснюється елементами l,m,n.

Проекційне (перспективне) перетворення здійснюється елементами p,q,r.

Гомотетія здійснюється елементом s. Повна зміна масштабу.

Нерівномірне масштабування

Всі діагональні елементи, крім останнього, записуються певними коефіцієнтами.

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax & ey & jz & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^* & y^* & z^* & 1 \end{bmatrix}$$

Повна зміна масштабу

Всі діагональні елементи одиниці, крім останнього, який і визначає коефіцієнт масштабування.

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & Y & Z & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x}{s} & \frac{y}{s} & \frac{z}{s} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^* & y^* & z^* & 1 \end{bmatrix}$$

Тривимірний зсув

Зсув по координаті в залежності від інших координат.

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & b & c & 0 \\ d & 1 & f & 0 \\ h & i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + dy + hz & bx + y + iz & cx + fy + z & 1 \end{bmatrix}$$

Просторовий перенос

Зсув на довільний вектор.

$$\begin{bmatrix} X & Y & Z & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ l & m & n & 1 \end{bmatrix} \quad => \begin{cases} x^* = \dfrac{X}{H} = x + l \\ y^* = \dfrac{Y}{H} = y + m \\ z^* = \dfrac{Z}{H} = z + n \end{cases}$$

Тривимірне віддзеркалення

Віддзеркалення відносно площини, визначеної двома осями виконується за рахунок зміни знаку координати третьої осі.

Віддзеркалення відносно площини XY:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Віддзеркалення відносно площини XZ:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Віддзеркалення відносно площини YZ:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Обертання відносно осі міняється не осьова літера: OZ -> y=-y, x=-x.

Тривимірне обертання

Ефект обертання виникає для блоку [a,b,c,d,e,f,h,i,j] в тому випадку, коли **визначник матриці перетворення рівний +1**.

Обертання навколо осі OX

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Обертання навколо осі OY

$$\begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Обертання навколо осі OZ

$$\begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Афінна та перспективна геометрія

Основна різниця між афінною (евклідовою) та перспективною геометрією полягає в понятті **паралельності** та **співвідношення між паралельними прямими**.

Афінне перетворення

Афінне перетворення (що зберігає паралельність) — комбінація лінійних перетворень та операцій переносу зображення.

Для цих перетворень **останній стовбець** в узагальненій матриці перетворень 4x4 має бути одиничний вигляду [0, 0, 0, 1].

Афінні перетворення формують підсистему білінійних перетворень координат, оскільки **будь-який** добуток афінних перетворень є афінним.

Перспективне зображення

Для цих перетворень останній стовбець в узагальненій матриці перетворень не є одиничним. [p, q, r, s].

Складніше, ніж афінне(евклідове), тому використовують **рідше**.

Якщо для машинного представлення використовують **однорідні координати**, то однаково легко можуть бути отримані як і афінні перетворення, так і перспективні.

Асоціюються з побудовою проекції на площину з якоїсь точки.

Комбінація перспективного та проекційного перетворення створює **перспективну проекцію** — перетворення зображення з тривимірного простору в двовимірний.

Аксонометричні проекції

Аксонометрична проекція — перспективна проекція, коли центр проектування знаходиться в безмежності.

Точка безмежності — три координати однорідних координат, але остання координата 0.

Використовуються для проектування з тримірного простору в двовимірний.

Точка, вектор якої [-1, 1, 0] лежить на прямій X+Y = const

Точка, ветор якої [a, b, 0] лежить на прямій aX – bY = 0

Для отримання результуючою матриці перетворень використовується матриця 4х4, яка необхідна для проведення афінного перетворення систем точок, і матриця проектування на деяку площину з центру проектування в безмежності.

Ортогональна проекція

Один стовпець заміняємо на 0.

Матриця перетворення здійснює лише обертання, причому, координати осі залишаються ортогональними під час проектування.

Забирає багато інформації, якої ми не бачимо, тому використовують не часто.

$$[X \quad Y \quad Z \quad H] = [x \quad y \quad z \quad 1]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n & 1 \end{bmatrix} = [x \quad y \quad n \quad 1]$$

Z = [0].

Діметрична проекція

Дві з трьох осей під час проектування однаково перетворені

Для отримання матиці такої проекції, потрібно перемножити матриці обертання відносно осі OX на кут «фі» та OY на кут «тетта».

$$[X \quad Y \quad Z \quad H] = [x \quad y \quad z \quad 1]\begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[X \quad Y \quad Z \quad H] = [x \quad y \quad z \quad 1]\begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi\sin\theta & -\sin\varphi\cos\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ \sin\varphi & -\cos\varphi\sin\theta & \cos\varphi\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Орта — одиничний вектор.

Для осі X орта = [1, 0, 0, 1], а для осі Y = [0, 1, 0, 1]. При перемноженні цих орт на матрицю отримуємо:

$$\begin{bmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\sin\theta & -\sin\varphi\cos\theta & 1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0 & \cos\theta & \sin\theta & 1\end{bmatrix}$$

$$\sqrt{\cos^2\varphi + (\sin\varphi\sin\theta)^2} = \sqrt{\cos^2\theta}$$

Для отримання звідси діметричної проекції, потрібно прирівняти довжини проекцій на вісь Z:

$$\sqrt{\cos^2\varphi + (\sin\varphi\sin\theta)^2} = \sqrt{\cos^2\theta}$$

$$\begin{bmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\sin\theta & \cancel{-\sin\varphi\cos\theta} & 1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0 & \cos\theta & \cancel{\sin}\theta & 1\end{bmatrix}$$

2 2 $z=0$

$$\sqrt{\cos^2\varphi + (\sin\varphi\sin\theta)^2} = \sqrt{\cos^2\theta}$$

Вирішивши це рівняння, отримаємо таке співвідношення:

$$\sin^2\varphi = \frac{\sin^2\theta}{1-\sin^2\theta} = tg^2\theta$$

Коли кути задовольнятимуть це співвідношення, тоді матриця буде виконувати діметричну проекцію.

Ізометрична проекція

Всі три осі однаково перетворені.

Для отримання матриці такої проекції, потрібно вибрати кути: 35*26'' та 45*.

Перспективне перетворення

Здійснюється елементами p, q, r.

Перспективна проекція отримується шляхом перспективного перетворення та проектування на деяку двовимірну площину спостереження.

$$[X \quad Y \quad Z \quad H] = [x \quad y \quad z \quad 1]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x \quad y \quad 0 \quad rz+1]$$

$$x^* = \frac{X}{H} = \frac{x}{rz+1} \quad y^* = \frac{Y}{H} = \frac{y}{rz+1} \quad z^* = 0$$

Значення r

Цей елемент визначає на скільки спостерігач віддалений по осі z на -1/r.

Місце спостерігача, з якого ми проектуємо, яке знаходиться у від'ємному напрямку по осі OZ з довжиною 1/r.

Паралельні прямі

Усі паралельні прямі до осі Z будуть перетинатись з цією віссю у точці P*(0, 0, 1/r) — точка **збігу зображення**.

Паралельність прямих порушується.

Кількість **точок збігу** визначається кількістю ненульових елементів в матриці перетворень серед елементів p, q, r.

1 точка збігу — **одноточкова** перспективна проекція (**паралельна** перспектива).

2 точки збігу — **двоточкова** перспективна проекція (**кутова**).

3 точки збігу — **триточкова** перспективна проекція (**коса**).

Безкінечна півлощина переходить в полосу, яка обмежена (0, 0, 0) та (0, 0, 1/r, r) зверху і знизу.

Поновлення тривимірної інформації

Потреба виникає при роботі з кресленнями, де постановка задачі полягає у поновлені тривимірної інформації по **двох** або **більше ортогональних аксонометричних** проекціях.

$$\begin{aligned}(T_{11}-T_{14}x^*)x+(T_{21}-T_{24}x^*)y+(T_{31}-T_{34}x^*)z+(T_{41}-T_{44}x^*)=0\\(T_{12}-T_{14}y^*)x+(T_{22}-T_{24}y^*)y+(T_{32}-T_{34}y^*)z+(T_{42}-T_{44}y^*)=0\end{aligned}$$

T — елемент відповідного рядка чи стовпчика у матриці.
X, Y, Z — початкові координати точки.
x*, y* — координати перетворення.
Цю систему можна розглядати в таких контекстах:

Знаходження координат перетворення

Коли T — відомі, а також відомі початкові координати.
Тоді необхідно знайти **координати перетворення**.
В такому випадку цю систему достатньо розв'язати, як систему розміром 2x2.

Знаходження початкових координат

Коли T — відомі, а також відомі координати перетворення.
Тоді необхідно знайти початкові координати, що і є **проблемою поновлення тривимірних координат**.

В такому випадку система є системою з **двох** рівнянь з **трьома** невідомими.

Коли у наявності є дві проекції, то ця система може бути записана наступним чином:

$$\begin{aligned}(T_{11}^{(i)}-T_{14}^{(i)}x^{*(i)})x+(T_{21}^{(i)}-T_{24}^{(i)}x^{*(i)})y+(T_{31}^{(i)}-T_{34}^{(i)}x^{*(i)})z+(T_{41}^{(i)}-T_{44}^{(i)}x^{*(i)})=0\\(T_{12}^{(i)}-T_{14}^{(i)}y^{*(i)})x+(T_{22}^{(i)}-T_{24}^{(i)}y^{*(i)})y+(T_{32}^{(i)}-T_{34}^{(i)}y^{*(i)})z+(T_{42}^{(i)}-T_{44}^{(i)}y^{*(i)})=0\end{aligned}$$

I — значення точки на 2-ох проекціях.
Що стає системою **чотирьох** рівнянь з **трьома** невідомими.

Мінімально що потрібно мати, щоб поновити тривимірні координати — це **дві** проекції.

Або у матричній формі:

$AX = B$, де A — матриця 4x3, B — матриця 4x1.

Знаходження елементів матриці перетворень

Коли початкові координати та координати перетворення відомі.

$$T_{11}x + T_{21}y + T_{31}z + T_{41} - T_{14}xx^* - T_{24}yx^* - T_{34}zx^* - T_{44}x^* = 0$$
$$T_{12}x + T_{22}y + T_{32}z + T_{42} - T_{14}xy^* - T_{24}yy^* - T_{34}zy^* - T_{44}y^* = 0$$

Це система рівнянь з **пятьма** відомими та **12-тьма** невідомими. Тому для створення повної системи потрібно знати 6 різних точок на тілі та координати їх образів.

$A'T = 0$ однорідна, тому вона має безліч розв'язків.
Для отримання **однозначного розв'язку** достатньо задати одну **компоненту цієї матриці 1** (зазвичай s=1 T44). Тоді ця система зведеться до системи звичайних алгебраїчних рівнянь.

Плоскі криві

Графік функції зображується **математичним описом**, а не набором близько розташованих точок, оскільки:

1. Математичний опис точний, та він дозволяє отримувати характеристики кривої.
2. Зберігання в машині у компактному вигляді.
3. Крива, що математично описана, легко відображається на екрану.
4. При аналітичному визначені кривої відпадає необхідність в інтерполяційних схемах.
5. При аналітичному запису кривої, легше створити криву, що відрізняються від попередньої на деякі геометричні параметри.

Існує два способи представлення кривих — **параметричній** формі та **непараметричній** формі.

Непараметричне задання кривої

Явний вигляд

У явному вигляді крива задаватиметься:

$$y = f(x)$$

Що передбачає лише **однозначні** функції — для кожного значення x існує лише одне значення y.

Неявний вигляд

У неявному вигляді крива задаватиметься:

$$f(x, y) = 0$$

Що передбачає розширення на **многозначні** та **замкнуті** криві. Розв'язок такого представлення вимагає громіздких обчислень.

Обидва способи залежать від **виду** описуючих їх координат. Тобто простота опису кривих і обчислення їх характеристик залежать від **вибору системи координат**.

Параметричне задання кривої

Не залежить від системи координат.

Кожна координата точки на кривій — функція від одного чи більше параметрів.

Для плоских кривих запис буде:

$x = f(t); y = g(t)$ — **явно задане**.

$F(t, x) = 0; G(t, y) = 0$ — **неявно задане**.

Де, t — параметр

P(t) = [f(t) g(t)] — вектор положення точки.
P'(t) = [f'(t) g'(t)] — дотична в деякій точці до кривої.

Довжина кривої визначається **діапазоном** зміни параметра t.

Швидкість виконання параметричного більша, ніж непараметричного, особливо, коли не використовуються sqrt(), sin(), cos(), tg() і т.д.

Способи зображення канонічних кривих

Зображення кола

$$\begin{cases} x = r\cos Q \\ y = r\sin Q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_n = r\cos Q_n \\ y_n = r\sin Q_n \end{cases}$$ — громіздка, вимагає обчислень.

Коли центр кола розташовано в точці (h, k), то координати будь-якої точки кола записують співвідношенням:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= h + (x_n - h)\cos dQ - (y_n - k)\sin dQ \\ y_{n+1} &= k + (x_n - h)\sin dQ + (y_n - k)\cos dQ \end{aligned}$$

Параметричне зображення еліпса

$$\begin{cases} x = a\cos Q \\ y = b\sin Q \end{cases}$$

Рекурентна формула:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n \cos dQ - \dfrac{a}{b} y_n \sin dQ \\ y_{n+1} = \dfrac{b}{a} x_n \sin dQ + y_n \cos dQ \end{cases}$$

Параметричне зображення параболи

Непараметричне має вигляд $y^2 = 4ax$

Це вимагає обчислення квадратного кореню, тому є **незручним**. Це саме стосується **параметричного** представлення параболи через рівняння:

$$\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \qquad 0 \le Q \le \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

І більш ефективним є запис:

$$\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \qquad 0 \le Q \le \infty \end{cases}$$

$$Q_{n+1} = Q_n + dQ$$

dQ — приріст.

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + y_n * d\theta + d\theta^2 \\ y_{n+1} = y_n + 2a * d\theta \end{cases}$$

Параметричне представлення гіперболи

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$ перетворимо у

$$\begin{cases} x = a \cdot chQ \\ y = b \cdot shQ \end{cases} \qquad chQ = \frac{e^Q + e^{-Q}}{2}$$

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n \cdot chdQ + \dfrac{a}{b} y_n \cdot shdQ \\ y_{n+1} = \dfrac{b}{a} x_n \cdot shdQ + y_n \cdot chdQ \end{cases}$$

Просторові криві

Непараметричні просторові криві

Явні рівняння просторових кривих

$$\begin{cases} ó = f(x) \\ z = g(x) \end{cases} \quad \text{чи} \quad \begin{cases} x = f^{(1)}(z) \\ y = g^{(1)}(z) \end{cases} \quad \text{чи} \quad \begin{cases} x = f^{(2)}(y) \\ z = g^{(2)}(y) \end{cases}$$

Неявні рівняння просторових кривих

$$\begin{cases} f(x, y, z) = 0 \\ g(x, y, z) = 0 \end{cases}$$

Цей метод опису кривої має силу, коли виконується умови однозначності по x, y чи z.

Такі умови по відношенню до z мають вигляд:

$$\det \begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{vmatrix} \neq 0$$

Якщо аналітичне представлення кривої невідоме, можна використати **інтерполяційну схему**, щоб провести криву через задані просторові точки.

Методи інтерполяції кривих

Кубічні сплайни

Кубічний сплайн — кусковий поліном степені k з неперервними в місцях з'єднання похідними порядку k-1.

Отже, кубічний сплайн **повинен зберігати неперервність** похідних 1-го та 2-го порядків.

Рівняння параметричного кубічного сплайну, що з'єднує дві точки має вигляд

$$P(t) = \sum_{i=0}^{4} B_j t^{i-1}$$

Де P(t) = [x(t), y(t), z(t)] — **вектор положення** довільної т. на сплайні.

Коефіцієнти B — вектори розмірності 1x3 та визначаються з допомогою 4 граничних умов для сплайну сегмента.

$$P(0) = B_1 = P_1$$

$$\left.\frac{dP}{dt}\right|_{t=0} = B_2 = P_1'$$

$$B_3 = \frac{3(P_2 - P_1)}{t_2^2} - \frac{2P_1'}{t_2^2} - \frac{P_2'}{t_2^2}$$

$$B_4 = \frac{2(P_1 - P_2)}{t_2^3} + \frac{P_1'}{t_2^2} + \frac{P_2'}{t_2^2}$$

$$P(t) = P_1 + P_1' \cdot t + \left[\frac{3(P_2 - P_1)}{t_2^2} - \frac{2P_1'}{t_2^2} - \frac{P_2'}{t_2^2}\right] \cdot t^2 + \left[\frac{2(P_1 - P_2)}{t_2^3} + \frac{P_1'}{t_2^2} + \frac{P_2'}{t_2^2}\right] \cdot t^3$$

Для задання **плавності переходу** між двома сегментами потрібно прирівняти значення других похідних сегментів.

Побудова кубічного сплайну

1. Знайти поліноми на кожному сегменті.
2. З'єднати сегменти

$$\begin{bmatrix} t_3 \cdot 2(t_2 + t_3) & t_2 & 0 & & \cdots \\ 0 & t_4 & 2(t_3 + t_4) & t_3 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1' \\ P_2' \\ \vdots \\ \vdots \\ P_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{t_2 t_3}[t_2^2(P_3 - P_2) + t_3^2(P_2 - P_1) \quad \cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \frac{3}{t_{n-1}t_n}[t_{n-1}^2(P_n - P_{n-1}) + t_n^2(P_{n-1} - P_{n-2}) \end{bmatrix}$$

3. Розв'язати цю матрицю **(n-2)xn**
4. Записати коефіцієнти для кожного сплайну.
5. Побудувати інтерполяційні кубічні сплайни.

Задання граничних умов

Пункт 2 можна подати у матричному вигляді:
M*P=B,

M — прямокутна матриця (n-2)x(n),
P — стовпець nx1
B — стовпець (n-2)x1

Для знаходження вектору невідомих P, необхідно отримати квадратну матрицю, за допомогою додавання **граничних умов**, які характеризують весь сплайн.

Закріплена гранична умова

Формування фіксованого сплайну.

На початку та в кінці сплайну також задаються похідні.

В такому випадку прямокутна матриця M стане квадратною:

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & 0\ldots\ldots & 0 \\ & M & \\ 0 & 0\ldots\ldots & 1 \end{pmatrix} \quad B' = \begin{pmatrix} P_1 \\ B \\ P_n \end{pmatrix}$$

M' — тридіагональна матриця, розв'язок якої можна отримати у вигляді рекурентних **співвідношень**.

Слабкі граничні умови

Друга похідна в граничних точок рівна 0.

$$\frac{d^2P}{dt^2} = 0$$

Задає, що у першій та останній точці є **згин**.

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}5 & \ldots\ldots & 0 & 4 \\ & & M & & \\ 0 & 0 & \ldots\ldots & 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad B' = \begin{pmatrix} \dfrac{\frac{3}{2}(P_2 - P_1)}{t_2} \\ B \\ \dfrac{6}{t_n}(P_n - P_{n-1}) \end{pmatrix}$$

Матриця стає квадратною тридіагональною матрицею.

Циклічні кінцеві умови

Задаються для опису замкнутою чи періодичної кривої. Вони характеризуються співвідношенням:

$$P_1'(0) = P_n'(t_n)$$
$$P_1''(0) = P_n''(t_n)$$

Перші похідні — кривизна рівна.
Другі похідні — зберігається опуклість.
Звідки кривизна та нахил на початку і в кінці кривої рівні.

$$M' = \begin{bmatrix} 2\left(1 + \dfrac{t_n}{t_2}\right) & \dfrac{t_n}{t_2} & 0 & \ldots\ldots & 1 \\ & M & & & \end{bmatrix}; \quad B' = \begin{bmatrix} 3(P_2 - P_1)\dfrac{t_n}{t_2^2} - \\ -3(P_{n-1} - P_n)\dfrac{1}{t_n} \\ B \end{bmatrix}$$

профільна матриця (n-1)x(n-1)

Ациклічні кінцеві умови

Похідні на початку і в кінці задаються із протилежним знаком

$$P_1'(0) = -P_n'(t_n)$$
$$P_1''(0) = -P_n''(t_n)$$

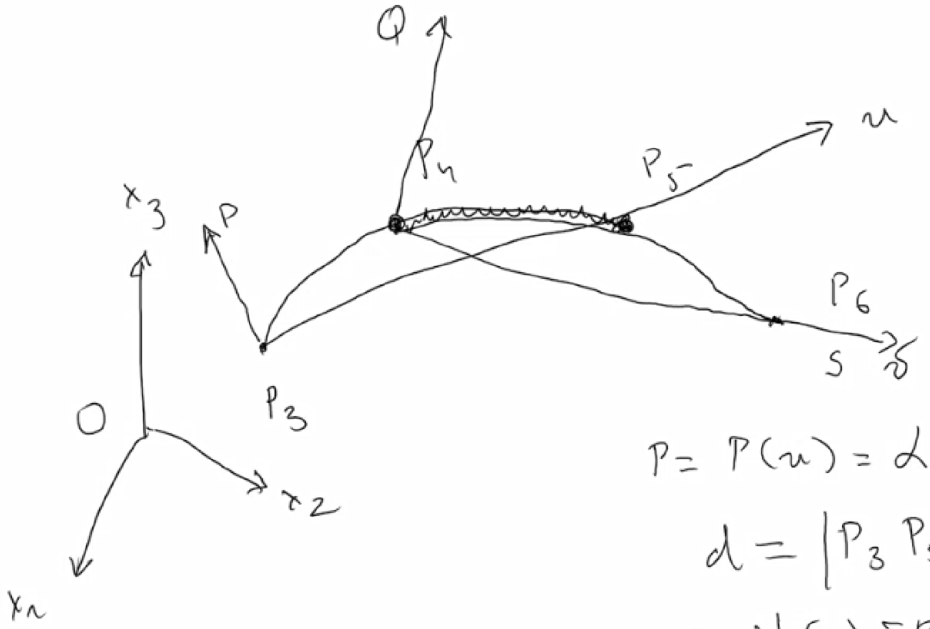
$$2\left(1+\frac{t_n}{t_2}\right)P_1' + P_2'\frac{t_n}{t_2} - P_{n-1}' = 3(P_2 - P_1)\frac{t_n}{t_2^2} + 3(P_{n-1} - P_n)\frac{1}{t_n}$$

Додаємо відповідні рядки до матриці, та отримуємо матрицю розмірності (n-1)x(n-1).

Параболічна інтерполяція

Передбачає наявність 4-ох послідовних точок.

Ідея: побудова параболи відбувається шляхом об'єднання двох парабол, одна з яких міститиме 3 перші точки, а друга — три останні. 1 – [1, 2, 3], 2 – [2, 3, 4]



$$P = P(u) = \alpha u(d-u)$$

$$d = |P_3 P_5|$$

$$V = V(s) = \beta s(e-s)$$

$$P_4P_5 \quad Q = (1-a)P + aV$$

a — суміжна відстань. P4P5

Наступне завдання: знайти залежність між u|s та t — уніфікувати параметри.

Алгоритм побудови:

1. Обчислити значення ξ, η

$$\xi = \frac{(P_4 - P_3)(P_5 - P_3)}{(P_5 - P_3)^2} = \frac{(P_4 - P_3)(P_5 - P_3)}{q^2}$$

2. Обчислити r, s

$$r = \xi d + t \cdot (P_5 - P_4)\frac{(P_5 - P_3)}{t_0 d}$$

$$s = t \cdot \cos Q = \frac{t(P_5 - P_4)(P_6 - P_4)}{t_0 \cdot e}$$

3. Обчислити точки на параболах P(r), Q(s)

: e – відстань між P_4 та P_6,

$$Q(s) = P_4 - \frac{s}{e}(P_6 - P_4) + \beta \cdot s(e - s)[(P_5 - P_4) - \eta(P_6 - P_4)]$$

$$P(r) = P_3 + \frac{r}{d}(P_5 - P_3) + \alpha \cdot r(d - r)[(P_4 - P_3) - \xi(P_5 - P_3)]$$

4. Усереднити значення P(r(t)), Q((s(t))

$$C(t) = [1 - (\frac{t}{t_0})] \cdot P(r) + \frac{t}{t_0} Q(s)$$

де t_0– відстань між точками P_4, P_5.

У випадку **n** точок даний алгоритм використовується для побудови **(n-3)** кубічних поліномів.

Отримана інтерполяція є **неперервною**.

Точки з'єднання — **кубічний** сплайн.
Інші точки — **гіперболічний** сплайн.

Криві Без'є

Крива Без'є — крива, яка малюється на основі сегменту кубічного сплайну, де початкова та кінцева точки цього сегменту належать кривій, а дві інші — визначають поведінку кривої.

Рівняння кривої Без'є:

r = r(U) = $a_0 + Ua_1 + U^2a_3 + U^3a_4$ — вектори.

Початкова точка — U = 0
Кінцева точка — U = 1

$$\begin{cases} a_0 = r(0) \\ a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = r(1) \\ a_1 = r'(0) \\ a_1 + 2a_2 + 3a_3 = r'(1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} G_0 = r(0) \\ G_1 = r'(0) \\ G_2 = 3[r(1) - r(0)] - 2r'(0) - r'(1) \\ G_3 = 2[r(0) - r(1)] + r'(0) + r'(1) \end{cases}$$

$G \to a$

Рівняння Фергюсона.

$$r = r(U) = r(0)(1 - 3U^2 + 2U^3) + r(1)(3U^2 - 2U^3) + r'(0)(U - 2U^2 + U^3) + r'(1)(-U + U^5)$$

Рівняння Без'є

$$r = r(U) = (1-U)^3 r_0 + 3U(1-U)^2 r_1 + 3U^2(1-U)r_2 + U^3 r_3$$

$$a_0 = r_0$$
$$a_1 = 3(r_1 - r_0)$$
$$a_2 = 3(r_2 - 2r_1 + r_0)$$
$$a_3 = r_3 - 3r_2 + 3r_1 - r_0$$

Краєві умови, зміст поліному Без'є:

$$r(0) = r_0$$
$$r(1) = r_3$$
$$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$$
$$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$$

Це означає, що крива проходить через першу та останню точки. Інші визначають напрям кривої.

Загальний вигляд кривої

$$r = r(U) = \sum_{i=0}^{n} \frac{n!}{(n-i)!\,i!} U^i (1-U)^{n-i} r_i$$

$$r(0) = r_0$$
$$r'(0) = n(r_1 - r_0)$$
$$r(1) = r_n$$
$$r'(1) = n(r_n - r_{n-1})$$

Похідні в перших і останніх точках сегмента:

$$r^{(k)}(0) = \frac{n!}{(n-k)!} \sum_{i=0}^{k} (-1)^{k-i} C_k^i P_i$$
$$r^k(1) = \frac{n!}{(n-k)!} \sum_{i=0}^{k} (-1)^i C_k^i P_{n-i}$$

Перші похідні характеризуються співвідношенням:

$$r'(0) = n(P_1 - P_0)$$
$$r'(1) = n(P_n - P_{n-1})$$

Другі похідні характеризуються співвідношенням:

$$\begin{cases} r''(0) = n(n-1)(P_0 - 2P_1 + P_2) \\ r''(1) = n(n-1)(P_n - 2P_{n-1} + P_{n-2}) \end{cases}$$

Якщо криві Без'є визначеного (n+1) точкою P, об'єднаються з (m+1) точками Q, то попередні граничні умови запишуться, як система:

$$Q_0 = P_n$$
$$P'(1) = Q'(0)$$
$$P''(1) = Q''(0)$$

Умова гладкого і плавного з'єднання сегментів кривої

$$\begin{cases} Q_0 = P_n \\ Q_1 - Q_0 = (\frac{n}{m})(P_n - P_{n-1}) \\ m(m-1)(Q_0 - 2Q_1 + Q_2) = n(n-1)(P_{n-2} - 2P_{n-1} + P_n) \end{cases}$$

Просторові поверхні

Одяг, що ми нанизуємо на множину точок.

Опис поверхні задається у **векторному параметричному** вигляді, оскільки:

1. Опис поверхні не залежить від осей.
2. Єдине задання для багатозначних поверхонь чи функцій.
3. Спрощує представлення просторових кривих в однорідних координатах.
4. Допускає використання тривимірних перетворень однорідних координат.

Поверхні є **кусково-неперервні** — складаються з окремих фрагментів, які складуться по границі.

Векторна функція:
Для плоскої кривої: P(t) = [x(t), y(t)].
Для просторової кривої: P(t) = [x(t), y(t), z(t)].

Тепер поверхня в просторі буде задаватись векторною функцією змінних: P(u, w) = [x(u, w), y(u, w), z(u, w)].
Два параметри говорять про **криволінійну** систему координат.

Криву на поверхні можна задати за допомогою

- фіксації одного із параметрів $P(u_i, w)$ чи $P(u, w_i)$
- вказуючи залежність між ними $f(u, w) = 0$.

Точку на поверхні можна задати за допомогою

- фіксацією двох параметрів $P(u_i, w_i)$
- як точку перетину двох кривих на поверхні $f(u, w) = 0$ $g(u, w) = 0$

Білінійна поверхня

Оскільки функція, яка задає цю поверхню є лінійною відносно двох параметрів.

Поверхня, яка задана 4-ма точками в просторі з краєвою умовою, що на кожному куті поверхня закріплена.

Параметр u, w змінюється від 0 до 1.

Нехай задані точки визначаються: P(0, 0), P(0, 1), P(1, 0), P(1, 1).
Тоді функція поверхні виглядатиме так:

$$Q(u, w) = P(0,0)(1-u)(1-w) + P(0,1)(1-u)w + P(1,0)u(1-w) + P(1,1)uw$$

Або у матричній формі: $Q(u, w) = [(1-u) \quad u]\begin{bmatrix} P(0,0) & P(0,1) \\ P(1,0) & P(1,1) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1-w \\ w \end{bmatrix}$

В загальному випадку поверхня є **квадратичною** та обмеженою **прямолінійними** границями.

Для переходу в параметричну систему координат (u, w) чи з неї у систему координат (x, y, z), потрібно ввести залежність, наприклад

$$x=u(1-w)$$
$$y=w,\ z=u$$

Лінійчаті поверхні

Фіксування двох кривих на двох бічних границях.

Позначимо криві P(u, 0) та P(u, 1), які є протилежними. Тоді поверхня отримується за допомогою **лінійних інтерполяцій** між тими кривими.

Схема інтерполяції визначається відношенням:

$$Q(u, w) = P(u, 0)(1 - w) + P(u, 1)w$$

Що задовольняє граничні умови:

$$Q(u, 0)=P(u, 0), \quad Q(u, 1)=P(u, 1).$$

Якщо ми виберемо інші протилежні криві, то інтерполяційна формула виглядатиме так:

$$Q(u, w) = P(0, w) * (1 - u) + P(1, w)u\ ,$$

Лінійні поверхні Кунса

Лінійчаті поверхні, коли відомі усі 4 обмежуючі криві.
Ці криві задаватимуться: P(u, 0), P(u, 1), P(0, w), P(1, w).

Тоді співвідношення лінійчатих кривих можна об'єднати і отримати:

$$Q(u, w) = P(u, 0)(1 - w) + P(u, 1)w + P(0, w)(1 - u) + P(1, w)u$$

Краєві умови не виконуються, оскільки кожна кутова точка **враховується двічі**.

Для виконання цих умов виділимо ці кутові точки, отримуючи вираз:

$$Q(u, w) = P(u, 0)(1 - w) + P(u, 1)w + P(0, w)(1 - u) + P(1, w)u$$
$$- P(0, 0)(1 - u)(1 - w) - P(0, 1)(1 - u)w - P(1, 0)u(1 - w) - P(1, 1)uw$$

Це є сегментом лінійної поверхні Кунса.

В матричній формі:

$$Q(u,w)=\begin{bmatrix}(1-u) & u\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P(0,w)\\ P(1,w)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}P(u,0) & P(u,1)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1-w\\ w\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1-u & u\end{bmatrix}*$$

$$*\begin{bmatrix}P(0,0) & P(0,1)\\ P(1,0) & P(1,1)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1-w\\ w\end{bmatrix}$$

Компактна форма:

$$Q(u,w)=\begin{bmatrix}1-u & u & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-P(0,0) & -P(0,1) & P(0,w)\\ -P(1,0) & -P(1,1) & P(1,w)\\ P(u,0) & P(u,1) & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1-w\\ w\\ 1\end{bmatrix}$$

Фрагмент бікубічної поверхні

Виходить із поверхні Кунса, але граничні криві задаватимуться у вигляді **кубічного сплайну**.

Многочлен третього порядку має вигляд:

$P(t)=B_1+B_2t+B_3t^2+B_4t^3$, де P(t) — функція від x, y, z.

Для визначення невідомих використовується система рівнянь

$$\begin{cases}P(0)=B_1\\ P(1)=B_1+B_2+B_3+B_4\\ P'(0)=B_2\\ P'(1)=B_2+2B_3+3B_4\end{cases}$$

Або у матричній формі $P=MB$

$$P^T=\begin{bmatrix}P(0) & P(1) & P'(0) & P'(1)\end{bmatrix},\ B^T=\begin{pmatrix}B_4 & B_3 & B_2 & B_1\end{pmatrix},$$

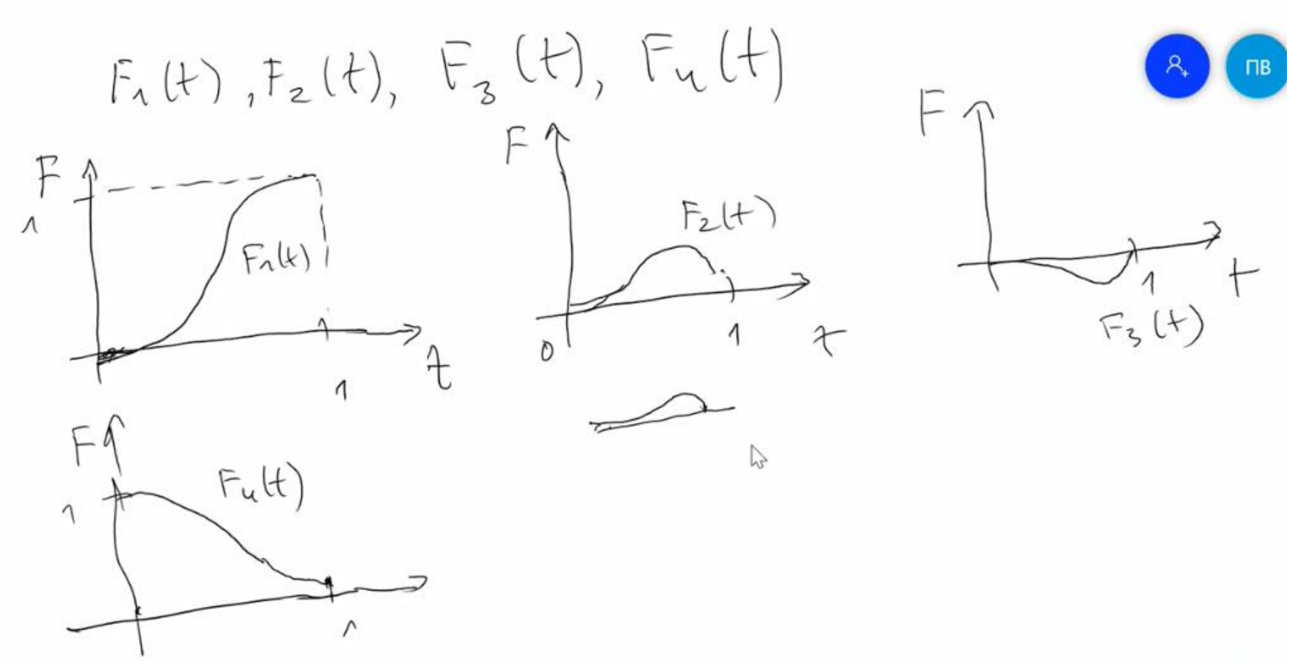
$$B=M^{-1}P$$

$$M=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 3 & 2 & 1 & 0\end{bmatrix}.\quad M^{-1}=\begin{bmatrix}2 & -2 & 1 & 1\\ -3 & 3 & -2 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}.$$

$$P(u)=F_1(u)P(0)+F_2(u)P(1)+F_3(u)P'(0)+F_4(u)P'(1)$$

$$[F_1(t) \quad F_2(t) \quad F_3(t) \quad F_4(t)] =$$
$$= [t^3 \quad t^2 \quad t \quad 1]\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Це функції однієї змінної, який має певний фізичний зміст і характеризуються наближеними графіками.



Щоб побудувати поверню, потрібно побудувати протилежні граничні криві попарно, їх додамо та віднімемо ті точки, які повторюються 2 рази.

Поверхня, що задовільняє граничним умовам на краях **u=const**:

$$Q(u,w) = P(0,w)\left(1 - 3u^2 + 2u^3\right) + P(1,w)\left(3u^2 - 2u^3\right) -$$
$$- P^{1,0}(0,w)\left(u - 2u^2 + u^3\right) + P^{1,0}(1,w)\left(-u^2 + u^3\right)$$

Поверхня, що задовільняє граничним умовам на краях **w=const**:

$$Q(u,w) = P(u,0)\left(1 - 3w^2 + 2w^3\right) + P(w,1)\left(3w^2 - 2w^3\right) +$$
$$+ P^{0,1}(u,0)\left(w - 2w^2 + w^3\right) + P^{0,1}(u,1)\left(-w^2 + w^3\right)$$

Рівняння бікубічної поверхні.

$$Q(u,w) = \begin{bmatrix} F_1(u) & F_2(u) & F_3(u) & F_4(u) \end{bmatrix} *$$

$$* \begin{bmatrix} P(0,0) & P(0,1) & P^{0,1}(0,0) & P^{0,1}(0,1) \\ P(1,0) & P(1,1) & P^{0,1}(1,0) & P^{0,1}(1,1) \\ P^{1,0}(0,0) & P^{1,0}(0,1) & P^{1,1}(0,0) & P^{1,1}(0,1) \\ P^{1,0}(1,0) & P^{1,0}(1,1) & P^{1,1}(1,0) & P^{1,1}(1,1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1(w) \\ F_2(w) \\ F_3(w) \\ F_4(w) \end{bmatrix}$$

Компактний вигляд рівняння для бікубічної поверхні:

$$Q = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} NPN^T \begin{bmatrix} w^3 & w^2 & w & 1 \end{bmatrix}$$

N - квадратна матриця M^{-1}, P - квадратна матриця

$$P = \begin{bmatrix} \textit{кутові координати} & \textit{w - дотичні вектори} \\ \textit{u - дотичні вектори} & \textit{вектори кривизни} \end{bmatrix}.$$

Поверхня Без'є

Попередні методи передбачали наявність інформації про поверхню:

1. вектори положень
2. дотичні вектори
3. вектори кривизни
4. вагові функції

Підготовка цієї інформації може бути трудомісткою роботою.

Для опису поверхні Без'є використовується вигляд рівняння бікубічної поверхні у вигляді:

$$P(u,w) = \begin{bmatrix} (1-u)^3 & 3u(1-u)^2 & 3u^2(1-u) & u^3 \end{bmatrix} * B \begin{bmatrix} (1-w)^3 \\ 3(1-w)^2 w \\ 3(1-w)w^2 \\ w^3 \end{bmatrix}$$

, де 1

$$B = \begin{bmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} & B_{1,3} & B_{1,4} \\ B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} & B_{2,4} \\ B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} & B_{3,4} \\ B_{4,1} & B_{4,2} & B_{4,3} & B_{4,4} \end{bmatrix}$$

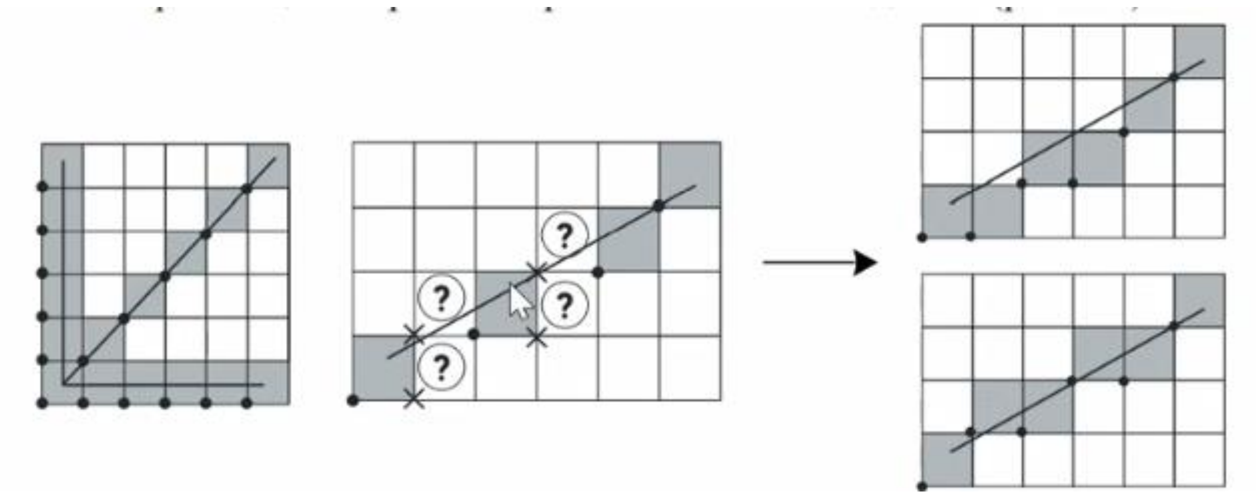
Для задання поверхні Без'є, потрібно задати 16 точок, які і відображатимуться у матриці B.

Растрова графіка

Алгоритм креслення відрізків

Розкладання у растр — процес визначення пікселів, які найкраще апроксимують заданий відрізок.

Для **горизонтальних**, **вертикальних** та відрізків, нахилених під кутом **45*** вибір очевидний.



Вимоги до алгоритму креслення:

1. Відрізки повинні виглядати прямими.
2. Відрізки повинні починатись і закінчуватись в заданих точках.
3. Яскравість вздовж відрізка повинна бути постійною і не залежати від довжини і нахилу відрізка.
4. Малювати потрібно швидко.

Постійна яскравість досягається лише при проведені горизонтальних, вертикальних та проведених під кутом 45* відрізків.

Для спрощення обчислень використовують покрокові алгоритми.

Простий покроковий алгоритм

```
позиція=початок
крок=збільшення
1 if позиція - кінець<точність then 4
     if позиція>кінець then 2
     if позиція<кінець then 3
2 позиція=позиція - крок
     go to 1
3 позиція=позиція+крок
     go to 1
4 finish
```

Цифровий диференціальний аналізатор

Відрізок — похідна, яка рівна константі.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y_{i+1} = \frac{\partial x(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1}$$

Реалізація алгоритму

Integer - функція перетворення дійсного числа в ціле.
Sign - функція, що повертає -1, 0, 1 для від'ємного, нульового і додатнього аргументу відповідно

```
if abs(x2-x1)>=abs(y2-y1) then Довжина=abs(x2-x1)
else Довжина=abs(y2-y1)
end if
назначаємо більше із збільшень Dx чи Dy рівним одиниці растра
Dx=(x2-x1)/Довжина
Dy=(y2-y1)/Довжина
заокруглюємо величини, а не відкидаємо дробову частину
використання знакової функції робить алгоритм придатним для всіх квадрантів
x=x1+0.5*Sign(Dx)
y=y1+0.5*Sign(Dy)
початок основного циклу
i=1
while (i<=Довжина)
	Plot (Integer(x), Integer(y))
	x=x+Dx
	y=y+Dy
	i=i+1
end while
finish
```

Алгоритм Денхема

Вибирає оптимальні растрові координати для представлення відрізку.

У процесі одна з координат, яка **в залежності від коефіцієнта** збільнується на одиницю. Зміна іншої відбувається в залежності від **похибки** — відстань між дійсним положенням відрізка та найближчою сіткою координат.

Відрізняється від ЦДА: коректуванням напрямку відрізку в залежності від похибки.

```
x=x1
y=y1
Dx=x2-x1
Dy=y2-y1
Ініціалізація з виправленням на половину піксела
e=Dy/Dx-1/2
початок основного циклу
for i=1 to Dx
      plot (x,y)
      while (e=>0)
            y=y+1
            e=e-1
      end while
      x=x+1
      e=e+Dy/Dx
next i
finish
```

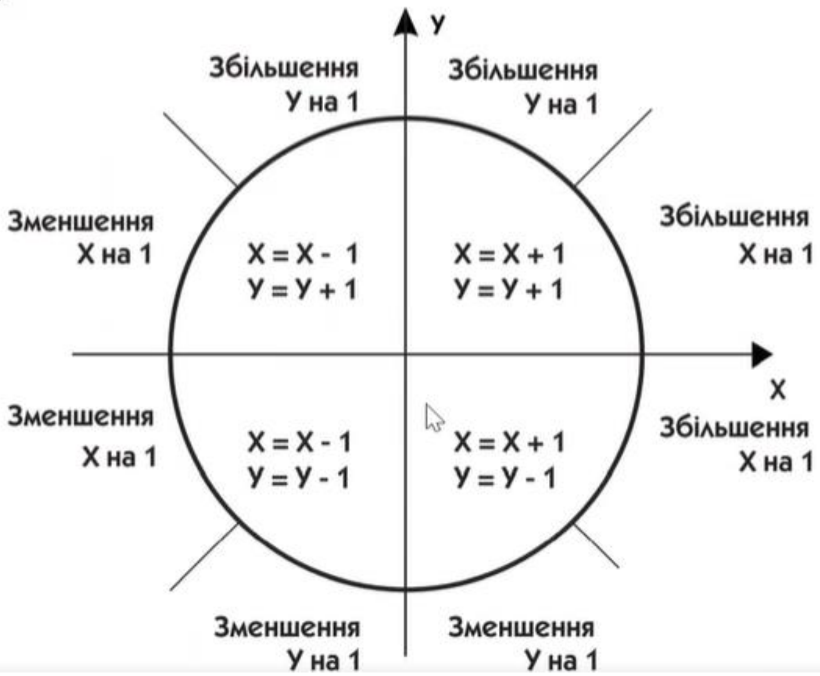
Узагальнений алгоритм Брезенхема

Попередній алгоритм використовувася лише для першого октанту.

Модифікувати цей алгоритм можна за рахунок номеру квадранту, в якому лежить цей відрзок і його кутовий коефіцієнт.

Коли величина кутового коефіцієнту більша 1, y змінюється.

Критерій похибки використовується для змінни величини x.



Зафарбовування області

Растрова розгортка суцільних областей.

Область задана вершинами (точками), які з'єднанні відрізками

Використовується обмеження прямокутником.

Метод розфарбоування — пострічковий

Для того, щоб правильно визначати, які пікселі замальовувати, скануюча стрічка проходиться серединами пікселів, а не їх кінцями.

Простий алгоритм з упорядкованим списком ребер

Наявний контур та скануюча стрічка. (контур отримується алгоритмом Брезенхема чи ЦДА)

Горизонтальні ребра ігноруються.

Отримані пари впорядковуємо по x.

Між парами зафарбовуємо відповідним кольором.

Щоб зафарбувати точку локального мінімуму чи максимуму, потрібно її подвоїти в списку пар.

Алгоритм заповнення з запалом (затравкою)

Відомо хоча б один піксель в середині області.

Якщо ми цю точку не вгадуємо, то можна отримати замальований цілий фрейм.

Заповнює замкнений контур.

4-зв'язний — вверх, вниз, вліво, вправо

8-зв'зний — 4-зв'язний і по діагоналях

Простий алгоритм з запалом та стеком

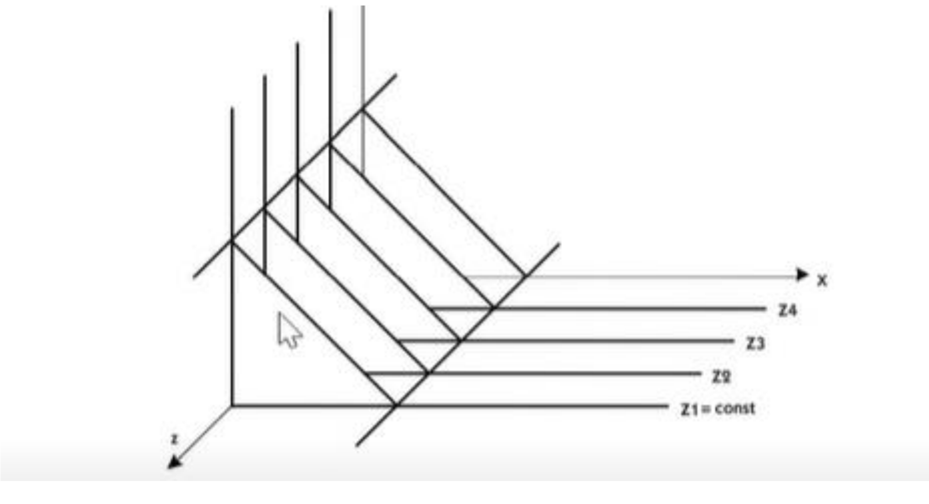
Запал (x, y) видає затравочний піксел
Push - *процедура, що поміщає піксел у стек*
Pop - *процедура, що витягає піксел зі стека*
Піксел (x, y) = Запал (x, y)
Ініціалізуємо стек

```
Push Піксел (x, y)
while (стек не порожній)
      Вибираємо піксел зі стека
      Pop Піксел (x, y)
      if Піксел(x, y)<>Нове_значення then
      Піксел(x, y)=Нове_значення
      end if
      Перевіримо, чи треба поміщати сусідні піксели в стек
      if (Піксел(x+1,y)<>Нове_значення and Піксел(x+1,y)<>Гран_значення)
          then Push Піксел(x+1, y)
      if (Піксел(x,y+1)<>Нове_значення and Піксел(x,y+1)<>Гран_значення)
      then Push Піксел(x, y+1)
      if (Піксел(x-1, y)<>Нове_значення and Піксел(x-1, y)<>Гран_значення)
        then Push Піксел(x-1, y)
      if (Піксел(x, y-1)<>Нове_значення and Піксел(x, y-1)<>Гран_значення)
        then Push Піксел(x, y-1)
      end if
end while
```

Видалення невидимих ліній

Алгоритм плаваючого горизонту

Поверню записуємо як функцію, тоді її перетинаємо площинами, розташованими паралельно координатним поверхням.



Використовується рідко, оскільки фізични об'єкти описуються в неявному вигляді (коли не можна дістати інформацію про певну змінну, виразивши її через інші)

Відображення базується на порівняннях:
Якщо координати лінії більші, то ми їх малюємо.
Якщо координати менші, то не відображаємо.

Для оптимізації — іти по змінній на якийсь крок і з'єднювати їх відрізками.

Проблема апроксимації1

Якщо є перехід між відрізками видимими та невидимими в деякому кроці, то знаходимо точку перетину цих точок і одну частину промальовуємо, а іншу — ні.

Проблема зазубреного ребра

Коли поверхня має різні краї, тому при перетині площиною, деякі точки можуть не співпадати.

Коли криві різні за довжиною, то крива може бути зазубреною, з розривами.

Для вирішення цієї проблеми потрібно з'єднати крайні прямі і решту прямих промальовувати до того з'єднання.

Обробка лівого бічного ребра:

Якщо P_n є першою точкою на першій кривій, то збережемо P_n у якості P_{n-1} і закінчимо заповнення. У протилежному випадку створимо ребро, що з'єднує P_{n-1} і P_n.

Занесемо в масиви верхнього і нижнього горизонтів ординати цього ребра і збережемо P_n у якості P_{n-1}.

Обробка правого бічного ребра:

Якщо P_n є останньою точкою на першій кривій, то збережемо P_n у якості P_{n-1} і закінчимо заповнення. У протилежному випадку створимо ребро, що з'єднує P_n і P_{n-1}.

Занесемо в масиви верхнього і нижнього горизонтів ординати цього ребра і збережемо P_n у якості P_{n-1}.

Тепер повний алгоритм виглядає так:

Для кожної площини z=const.

Обробити ліве бічне ребро.

Для кожної точки, що лежить на кривій з біжучої площини:

Якщо при деякому заданому значенні x відповідне значення y на кривій більше максимуму чи менше мінімуму по y для всіх попередніх кривих при цьому x, то крива видима (у цій точці). У протилежному випадку вона невидима.

Якщо на сегменті від попереднього (x_n) до біжучого (x_{n+k}) значення x видимість кривої змінюється, то обчислюється перетинання (x_i).

Якщо на ділянці від x_n до x_{n+k} сегмент кривої цілком видимий, то він зображується цілком; якщо він став невидимим, то зображується його шматок від x_n до x_i; якщо ж він став видимим, то зображується його шматок від x_i до x_{n+k}.

Заповнити масиви верхнього і нижнього плаваючих горизонтів.

Обробити праве бічне ребро.

$Г_{екран}$ - *роздільча здатність екрана в горизонтальному напрямку*
$В_{екран}$ - *роздільча здатність екрана у вертикальному напрямку*
Верх - *масив, що містить ординати верхнього горизонту*
Низ - *масив, що містить ординати нижнього горизонту*
Y - *біжуче значення функції y=f(x, z) при z=const*
Tflag - *прапор видимості для біжучої точки*
Пflag - *прапор видимості для попередньої точки, рівний* 0=невидима, 1=видима і вище верхнього горизонту, -1=видима і нижче нижнього горизонту
Draw - *графічна команда, що креслить видиму лінію між точками, заданими їх координатами*
Xmin, Xmax - *мінімальна і максимальна абсциси функції*
Xкрок - *збільшення вздовж осі x*
Zmin, Zmax - *мінімальна і максимальна аплікати функції*
Zкрок - *крок між площинами z=const*
Dimension Верх($Г_{екран}$), Низ($Г_{екран}$)
ініціалізація змінних
$X_{ліве}$=-1; $Y_{ліве}$=-1; $X_{праве}$=-1; $Y_{праве}$=-1

ініціалізація масивів горизонтів
Верх=0 Низ=$В_{екран}$
Обчислення функції на кожній площині z=const, починаючи з найближчої до спостерігача площини Zmax
for z=Zmax to Zmin step -Zкрок
ініціалізація попередніх значень по x і y:
Xпоперед і Yпоперед
Xпоперед=Xmin
Yпоперед=f(Xmin, z)
якщо використовується перетворення за видом, то його потрібно застосувати до Xпоперед, Yпоперед, z у даній точці обробки лівого бічного ребра
call Горребра(Xпоперед, Yпоперед, $X_{ліве}$, $Y_{ліве}$; Верх, Низ)
call Видимість(Xпоперед, Yпоперед, Верх, Низ; Пflag)

для кожної точки на кривій, що лежить у площині z=const
for x=Xmin to Xmax step Xкрок
y=f(x, z)
якщо використовується перетворення за видом, то його потрібно застосувати до даної точки перевірки видимості біжучої точки і заповнення відповідного масиву горизонту
call Видимість(x, y, Верх, Низ; Tflag)
if Tflag=Пflag then
if Tflag=1 чи Tflag=-1 **then**
Draw(Xпоперед, Yпоперед, x, y)
call Горизонт(Xпоперед, Yпоперед, x, y; Верх, Низ)
else
end if
якщо видимість змінилася, то обчислюється перетинання і заповнюється масив горизонту

```
else if Tflag=0 then
    if Пflag=1 then call Перетинання(Xпоперед, Yпоперед, x, y,
    Верх; Xi, Yi)
    else call Перетинання(Xпоперед, Yпоперед, x, y, Низ; Xi, Yi)
  end if
  Draw(Xпоперед, Yпоперед, Xi, Yi)
  call Горизонт(Xпоперед, Yпоперед, Xi, Yi; Верх, Низ)
  else if Tflag=1 then
        if Пflag=0 then
          call Перетинання(Xпоперед, Yпоперед, x, y, Верх; Xi,
              Yi)
          Draw(Xi, Yi, x, y)
          call Горизонт(Xi, Yi, x, y; Верх, Низ)
        else call Перетинання(Xпоперед, Yпоперед, x, y, Низ; Xi,
              Yi)
          Draw(Xпоперед, Yпоперед, Xi, Yi)
          call Горизонт(Xпоперед, Yпоперед, Xi, Yi; Верх, Низ)

  call Перетинання(Xпоперед, Yпоперед, x, y, Верх; Xi,
        Yi)
  Draw(Xi, Yi, x, y)
  call Горизонт(Xi, Yi, x, y; Верх, Низ)
 end if
else if Пflag=0 then
    call Перетинання(Xпоперед, Yпоперед, x, y, Верх;
        Xi, Yi)
    Draw(Xi, Yi, x, y)
    call Горизонт(Xi, Yi, x, y; Верх, Низ)
  else call Перетинання(Xпоперед, Yпоперед, x, y. Верх;
        Xi, Yi)
    Draw(Xпоперед, Yпоперед, Xi, Yi)
```

```
                    call Горизонт(Хпоперед, Yпоперед, Xi, Yi;Верх, Низ)
                    call Перетинання(Хпоперед, Yпоперед, x, y, Низ; Xi,
                    Yi)
                    Draw(Xi, Yi, x, y)
                    call Горизонт(Xi, Yi, x, y; Верх, Низ)
                  end if
               end if
            end if
         end if
         Знову ініціалізувати Пflag, Хпоперед, Yпоперед
         Пflag=Тflag
         Хпоперед=x
         Yпоперед=y
      next x
      Обробка правого кінця ребра
      call Обрребра(x, y, Хправ, Управ; Верх, Низ)
   next z
   finish
   підпрограма обробки бічного ребра
   subroutine Обрребра(x, y, Хребра, Yребра; Верх, Низ)
```

1. Процес обертання навколо осі OY

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за розміщення сцени при перспективній проекції:_____**lmnspqr**___________

3. Трьохточкова перспектива з точкою спостереження k на осі Z може бути отримане шляхом обертання навколо

а) трьох різних осей

б) двох різних осей

в) навколо початку координат

4. Співвідношення для поновлення трьохвимірних координаь може бути записане у вигляді однорідних рівнянь:

а) $(T_{11} - T_{14}x^*)x + (T_{21} - T_{24}x^*)y + (T_{31} - T_{34}x^*)z + (T_{41} - T_{44}x^*) = 0$

б) $(T_{21} - T_{24}x^*)y + (T_{31} - T_{34}x^*)z + (T_{41} - T_{44}x^*) = 0$

в) $(T_{12} - T_{14}y^*)x + (T_{22} - T_{24}y^*)y + (T_{32} - T_{34}y^*)z + (T_{42} - T_{44}y^*) = 0$

г) $(T_{22} - T_{24}y^*)y + (T_{32} - T_{34}y^*)z + (T_{42} - T_{44}y^*) = 0$

5. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

1) $\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \qquad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \qquad 0 \le Q \le \infty \end{cases}$

Поставити знак нерівності:

1) = 2) ; 1) > 2); 1) < 2);

6. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

7. Записати розмірності для знаходженння Р’ у класичному матричному вигляді

$M \cdot P = B$,

М- матриця прямокутна ()x(n),

Р -стовпець *(n)* x*1*,

В -стовпець *( )*x*1* .

а) n б) n-1 в) n-2

8. Задані точки кривої Без’є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

а)B_0 (1,1)

б)B_3 (3,1)

в)B_1 (2,3)

г)B_2(4,3)

ав

9. Коефіцієнти B_i визначаються за допомогою спеціальних граничних умов для сплайнового сегмента

а) $B_1 = P_1$

б) $B_2 = P_1'$

в) $B_3 = \frac{3(P_2 - P_1)}{t_2^2} - \frac{2P_1'}{t_2^2} - \frac{P_2'}{t_2^2}$

г) $B_4 = \frac{2(P_1 - P_2)}{t_2^3} + \frac{P_1'}{t_2^2} + \frac{P_2'}{t_2^2}$

10. Знайти помилки в умовах задання кривої Без’є:

а) $r'(0)=r_1$

б) $r'(1)= r_3$

в) $r'(0)= 3(r_1 – r_0)$

г) $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

абг

11. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 0, 1/r, 1).

а)**Так**

б) Ні.

12. Виберіть, які з крайових умов для для кубічного сплайну задають доповнення системи рівнянь

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & 0\ldots\ldots & 0 \\ & M & \\ 0 & 0\ldots\ldots & 1 \end{pmatrix} \quad B' = \begin{pmatrix} P'_1 \\ B \\ P'_n \end{pmatrix}$$

А) закріплена гранична умова

Б)) слабкі граничні умови

В) циклічні кінцеві умови

Г) ациклічні кінцеві умови

1. Обертання навколо осі

Обертання навколо осі x: $\underline{R_x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Обертання навколо осі y: $\underline{R_y} = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Обертання навколо осі z: $\underline{R_z} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Паралельне перенесення

Паралельне перенесення: $\underline{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\underline{T} \cdot (x, y, z, 1)^T = (x + t_x, y + t_y, z + t_z, 1)^T$

3. Маштабування

Масштабування: $\underline{S} = \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\underline{S} \cdot (x, y, z, 1)^T = (s_x \cdot x, s_y \cdot y, s_z \cdot z, 1)^T$

4. Перспективне перетворення

Перспективне перетворення: $\underline{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 0 \end{pmatrix}$ $\underline{P} \cdot (x, y, z, 1)^T = (x, y, z, \frac{z}{d})^T$

5. Ортогональна проекція

Ортогональна проєкція: $\underline{P_{\mathrm{orth},z=0}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\underline{P_{\mathrm{orth},z=0}} \cdot (x, y, z, 1)^T = (x, y, 0, 1)^T$

6. Умови Без’є

$r(0) = r_0$

$r(1) = r_3$

$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$

$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$

7. Матриця перетворень на площині розмірності 3*3 для двохвимірних однорідних координат може бути по дії роз-бита на 4 блоки

$$\begin{bmatrix} a & b & | & p \\ c & d & | & q \\ - & - & + & - \\ m & n & | & s \end{bmatrix},$$

де

a,b,c,d - здійснюють зміну масштабу, зсув, обертання;

m,n - зміщення;

p,q - отримання проекцій;

s - повну зміну масштабу (гомотетію).

8. Точка (3, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

   в)(3, 6, 7, 1).

9. Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

   в)(3,18,21,3).

10. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за перенесення

l m n

Вкажіть елементи, які відповідають за обертання:

a e j s

Гомотетія (повна зміна масштабу)

s

Центральна проекція:

p q r

11. Діметрична проекція

   не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі

12. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи

1) $\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \quad 0 \le Q \le \infty \end{cases}$

1) > 2)

13. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $\begin{matrix} x = \dfrac{1 - t^2}{1 + t^2} \\ y = \dfrac{2t}{1 + t^2} \end{matrix}$ $, t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності:

1) > 2)

14. Для загальної аксонометричної проекції масштабні коефіцієнти є
    різними в трьох головних напрямах; - аксонометрична
    однаковими в трьох головних напрямах; - ізометрична
    різними в двох головних напрямах. -диметрична
15. Діметрична проекція
    не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі
16. Записати розмірності для знаходженння P' у матричному вигляді
    прямокутна (n-2)*(n), P -стовпець (n)*(1), B -стовпець (n-2)*(1)
17. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими
    (1,1), (3,1)
18. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій

) $aX - bY = 0$

19. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження
    перспективна
20. Який вид поверхні задає формула:

    $Q = [u^3 \ u^2 \ u \ 1] MGM^T [w^3 \ w^2 \ w \ 1]^T$? en

    бікубічну
21. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі проходять через точку (0, 1, 1/r, 1)
    ні

22. Записати матрицю дзеркального відображення відносно координатної площини XOZ
    -1 0 0 0
    0 1 0 0

0 0 -10

0 0 0 1

Множення матриці повороту на x на матрицю повороту z

23.

Узагальнена матриця перетворень 4 x 4 для трьохмірних однорідних координат має вигляд : T=

$$\begin{Bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & S \end{Bmatrix}$$

Ця матриця може бути надана у вигляді чотирьох окремих частин:

$$\begin{Bmatrix} 3 \times 3 & 3 \times 1 \\ 1 \times 3 & 1 \times 1 \end{Bmatrix}$$

Матриця 3x3 здійснює безліч перетворень - змінення масштабу, зсув, обертання. Матриця 1x3 робить перенос, а матриця-стовпець 3x1 - перетворення в перспективі. Останній скалярний елемент 1x1 виконує загальне змінення масштабу. Повне перетворення виконується впливом на вектор положення матриці 4x4.

Перетворення точок

Розглянемо матричне множення матриці {XY}, визначаючій точку R, і матриці 2x2:

$$\{X, Y\}\begin{Bmatrix} a & b \\ c & d \end{Bmatrix} = \{(ax + cY)(bx + dY)\} = \{X^*, Y^*\}$$

24.

Виберіть, які з крайових умов для кубічного сплайну задають доповнення системи рівнянь

Question 1/14

.Виберіть, які з крайових умов для для кубічного сплайну задають доповнення системи рівнянь

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \ldots\ldots & 0 \\ & M & \\ 0 & 0 \ldots\ldots & 1 \end{pmatrix} \qquad B' = \begin{pmatrix} P_1 \\ B \\ P_n \end{pmatrix}$$

✓ A. закріплена гранична умова

B. слабкі граничні умови

C. циклічні кінцеві умови

D. ациклічні кінцеві умови

25.

порівняти за часом(триваліс) задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола

Question 3/14

Порівняти за часом(тривалість) задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $\begin{matrix} x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \dfrac{2t}{1+t^2} \end{matrix}$ $, t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності:

A. 1) = 2)

✓ B. 1) > 2)

C. 1) < 2)

26. *Score:* **2/2p.**

точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

Question 4/14

Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

✓ A. (3, 18, 21, 3)

B. (3, 6, 7, 4)

C. (3, 6, 7, 1)

Score: **2/2p.**

Question 5/14

В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій

A.

$$X + Y = const$$

✓ B.

$$aX - bY = 0$$

C.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

27. *Score:* **0/1p.**

Записати розмірності для знаходження P’ у класичному матричному вигляді

Question 6/14

Записати розмірності для знаходженння P’ у класичному матричному вигляді M·P=B,
M- матриця прямокутна ()x(n),
P -стовпець (n) x1,
B -стовпець ( )x1 .

A. n
B. n-1
✓ *C.* <u>n-2</u>

28. *Score:* ***2/2p.***
Вкажіть елементи, які відповідають за зміни масштабу, зсуву, обертання, перенесення

4. Однорідні координати на площині. Проекція перетворення. Узагальнення обертань.

Для опису повного набору перетворень введемо 3-тю координату $(x, y) \rightarrow (x, y, 1)$

<u>Однорідні координати</u> - задання n-мірної точки за допомогою (-n+1)- мірним вектором

$$T = \left(\begin{array}{cc|c} a & b & p \\ c & d & q \\ \hline m & n & s \end{array}\right) \qquad \begin{array}{c|c} 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \end{array}$$

1- здійснює зміну масштабу, зсув, обертання.

3- переміщення на $\forall$ вектор.

2- отримання проекції (центр.)

4- гомотетія- повна зміна масштабу

Більш складні операції здійснюються розкладом на елем. і послідовне застосування останніх. Не потрібно будувати проміжні точки, що відповідають елементам перетворення, а лише результуючу матрицю переходу.

Узагальнене обертання.

Матрицю узагальнено на 3-х вимірний простір, тому що це є обертання площини z=1 навколо Z.

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за зміни масштабу, зсуву, обертання, перенесення.

✓ A. a

✓ B. b

✓ C. c

D. p

✓ E. d

✓ F. e

✓ G. f

H. q

✓ I. h

✓ J. i

✓ K. j

L. r

✓ M. l

✓ N. m

✓ O. n

P. s

Score: ***6/24p.***

29. Процес обертання навколо осі OZ
https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%86%D1%8F_%D0%BF%D0%BE%D0%B2%D0%BE%D1%80%D0%BE%D1%82%D1%83

Question 8/14

Процес обертання навколо осі OZ

✓ *A.*

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B.

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

C.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

30.

Знайти помилки в умовах задання кривої Без’є

Question 9/14

Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

✓ A.

$r'(0)=r_1$

✓ B.

$r'(1)= r_3$

C.

$r'(0)= 3(r_1 – r_0)$

✓ D.

$r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

*Score: **3/3p.***

31\.

Задані точки кривої Без'є

Question 10/14

Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

✓ A.

$B_0\ (1,1)$

✓ B.

$B_3\ (3,1)$

C.

$B_1\ (2,3)$

D.

$B_2(4,3)$

*Score: **2/2p.***

32\.

Проекція, при якій положення об'єктів

Question 11/14

Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

A. ортогональна
✓ *B.* перспективна
C. косокутна паралельна

Score: ***2/2p.***

Question 12/14

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 1, 1/r, 1).

A. Так
✓ *B.* Ні

Score: ***1/1p.***

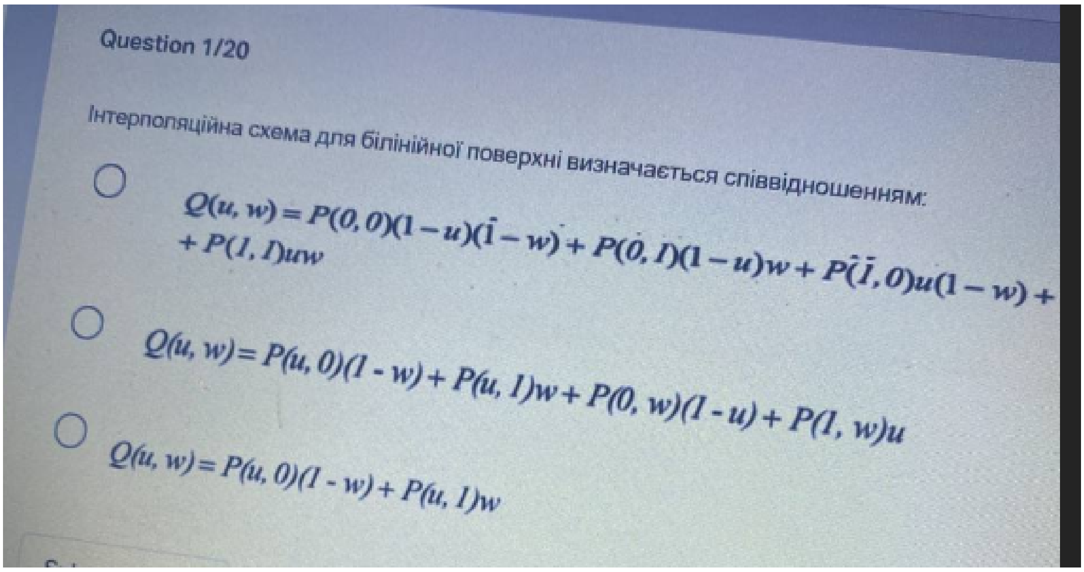
Question 13/14

Діметрична проекція

A. змінює форму об'єкта та його положення в просторі
B. не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі
✓ *C.* не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі

33. *Score:* ***0/2p.***

34. Інтерполяційна схема для білінійної поверхні визначається співвідношенням (1)



Question 1/20

Інтерполяційна схема для білінійної поверхні визначається співвідношенням:

$Q(u, w) = P(0,0)(1-u)(\hat{1}-w) + P(0,1)(1-u)w + P(\hat{1},0)u(1-w) + P(1,1)uw$

$Q(u, w) = P(u, 0)(1 - w) + P(u, 1)w + P(0, w)(1 - u) + P(1, w)u$

$Q(u, w) = P(u, 0)(1 - w) + P(u, 1)w$

35. Співвідношення для поновлення трьохвимірних координат може бути записана у вигляді однорідних рівнянь (3 і 4)

Співвідношення для поновлення трьохвимірних координаь може бути записане у вигляді однорідних рівнянь:

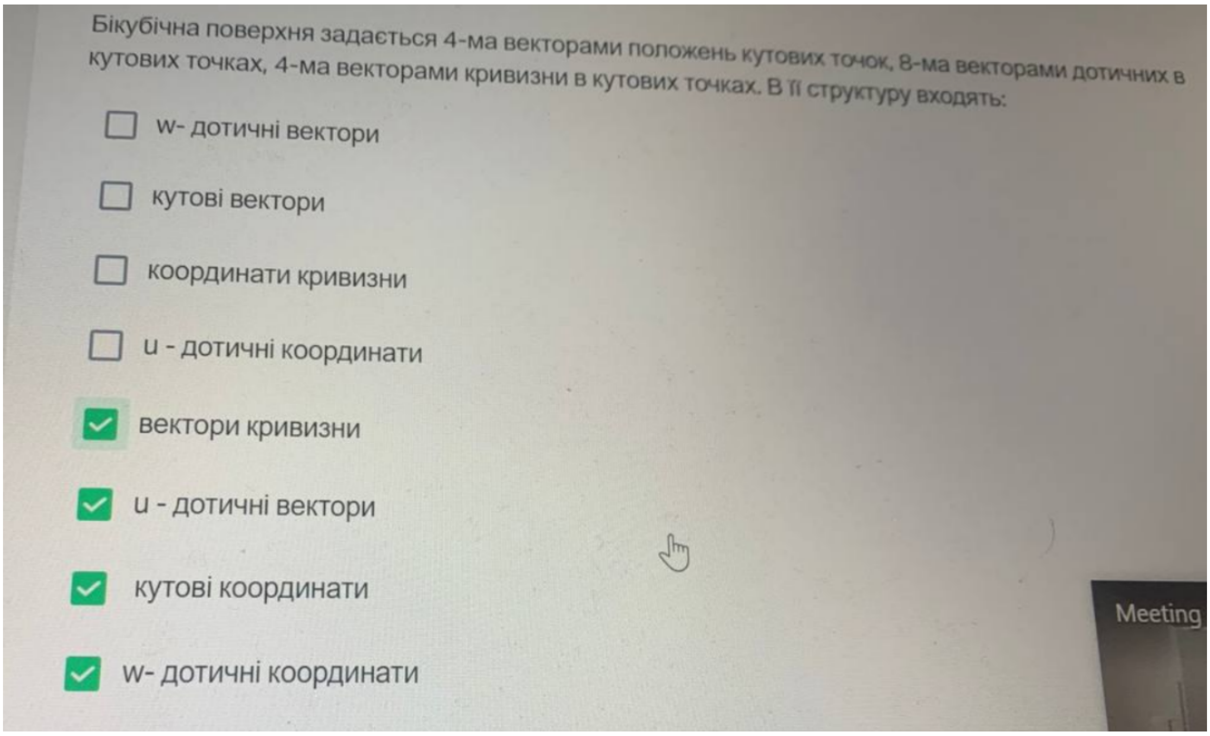
- ☐ $(T_{22} - T_{24}y^*)y + (T_{32} - T_{34}y^*)z + (T_{42} - T_{44}y^*) = 0$
- ☐ $(T_{21} - T_{24}x^*)y + (T_{31} - T_{34}x^*)z + (T_{41} - T_{44}x^*) = 0$
- ☐ $(T_{11} - T_{14}x^*)x + (T_{21} - T_{24}x^*)y + (T_{31} - T_{34}x^*)z + (T_{41} - T_{44}x^*) = 0$
- ☐ $(T_{12} - T_{14}y^*)x + (T_{22} - T_{24}y^*)y + (T_{32} - T_{34}y^*)z + (T_{42} - T_{44}y^*) = 0$

36. Трьохточкова перспектива з точкою спостереження k на осі OZ може бути отримане шляхом обертання навколо (двох різних осей)

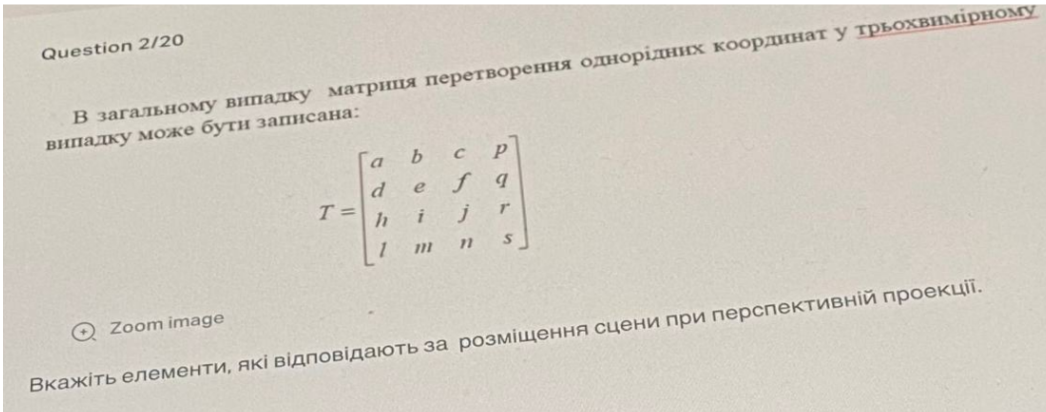
Трьохточкова перспектива з точкою спостереження k на осі OZ може бути отримане шляхом обертання навколо

- ○ двох різних осей
- ○ навколо початку координат
- ○ трьох різних осей

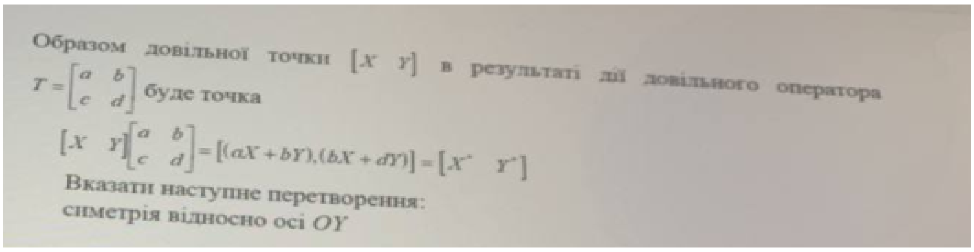
37. Бікубічна поверхня задається 4-ма векторами положень кутових точок, 8-ма векторами дотичних в кутових точках, 4-ма векторами кривизни в кутових точках. В її структуру входять:(Правильно)

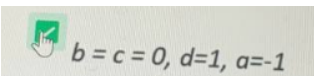


38. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:
Вказати елементи, які відповідають за розміщення сцени при перспективній проекції. (lmnspqr)

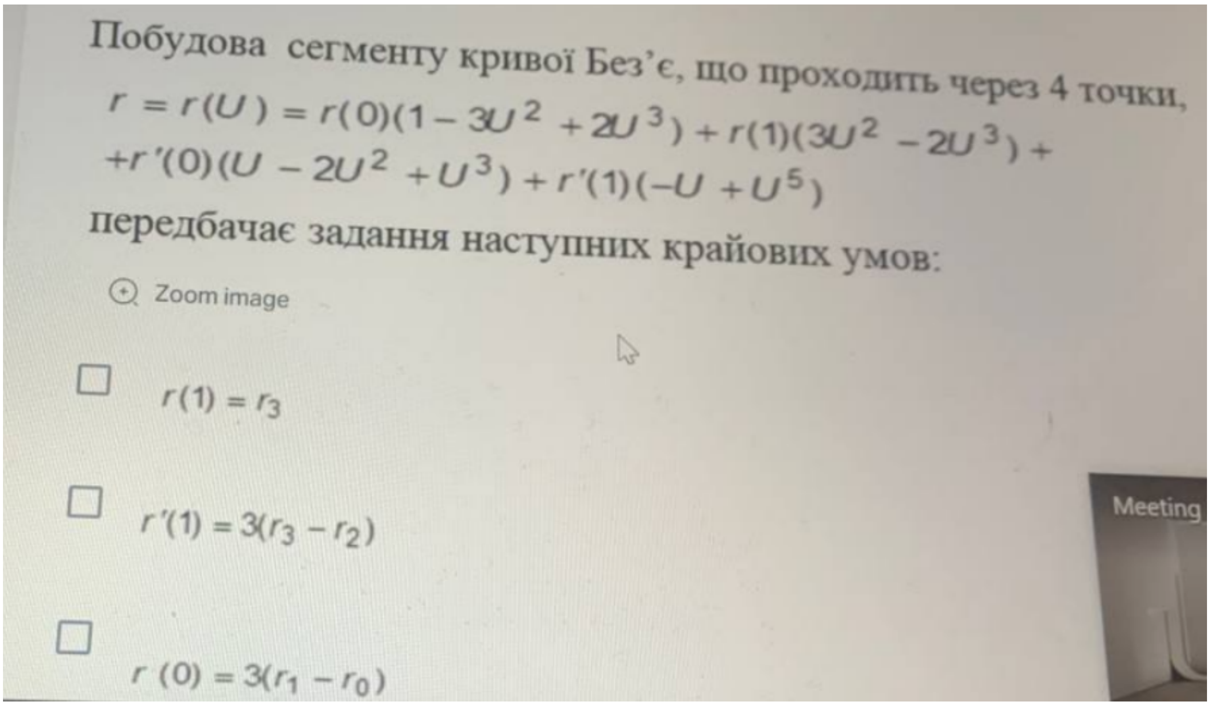


39. Образом довільнольної точки [X Y] в результаті дії довільного оператора буде точка. Вказати наступне перетворення:симетрія відносно осі OY





40. Побудова сегменту кривої Без’є, що проходить через 4 точки, передбачає задання наступних крайових умов:



Побудова сегменту кривої Без’є, що проходить через 4 точки,

$$r = r(U) = r(0)(1-3U^2+2U^3) + r(1)(3U^2-2U^3) +$$
$$+r'(0)(U-2U^2+U^3) + r'(1)(-U+U^5)$$

передбачає задання наступних крайових умов:

Zoom image

- [ ] $r(1) = r_3$
- [ ] $r'(1) = 3(r_3 - r_2)$
- [ ] $r(0) = 3(r_1 - r_0)$

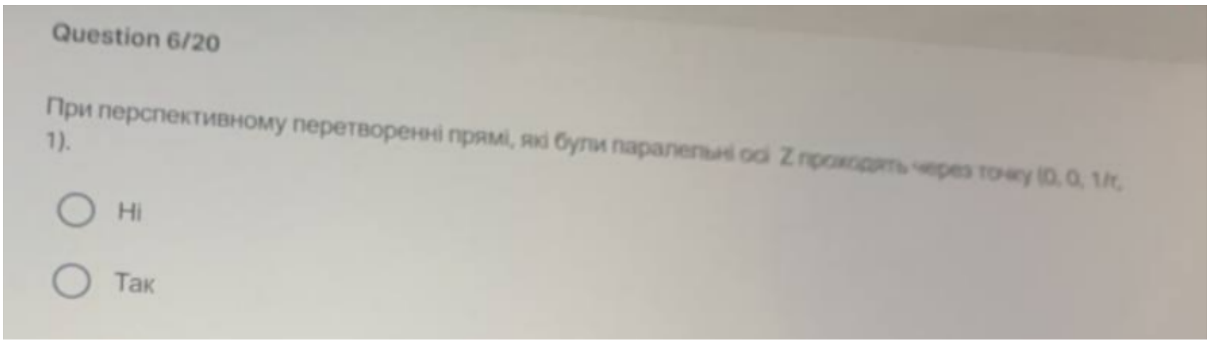
r(0)=r0

Умови кривої Без’є

Умови кривої Безє

$$r(0) = r_0$$
$$r(1) = r_3$$
$$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$$
$$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$$

41. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку(0,0,1/r,1) НІ



Question 6/20

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 0, 1/r, 1).

- Ні
- Так

42. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:Перспективна

Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

- ортогональна
- косокутна паралельна
- перспективна

43. Метод параболічної інтерполяції передбачає наявність чотирьох послідовних точок одночасно. Плавна крива між двома внутрішніми точками утворюється шляхом спряження двох двох параболічних сегментів, що перекриваються. Вкажіть формулу цього спряження.(Правильно)

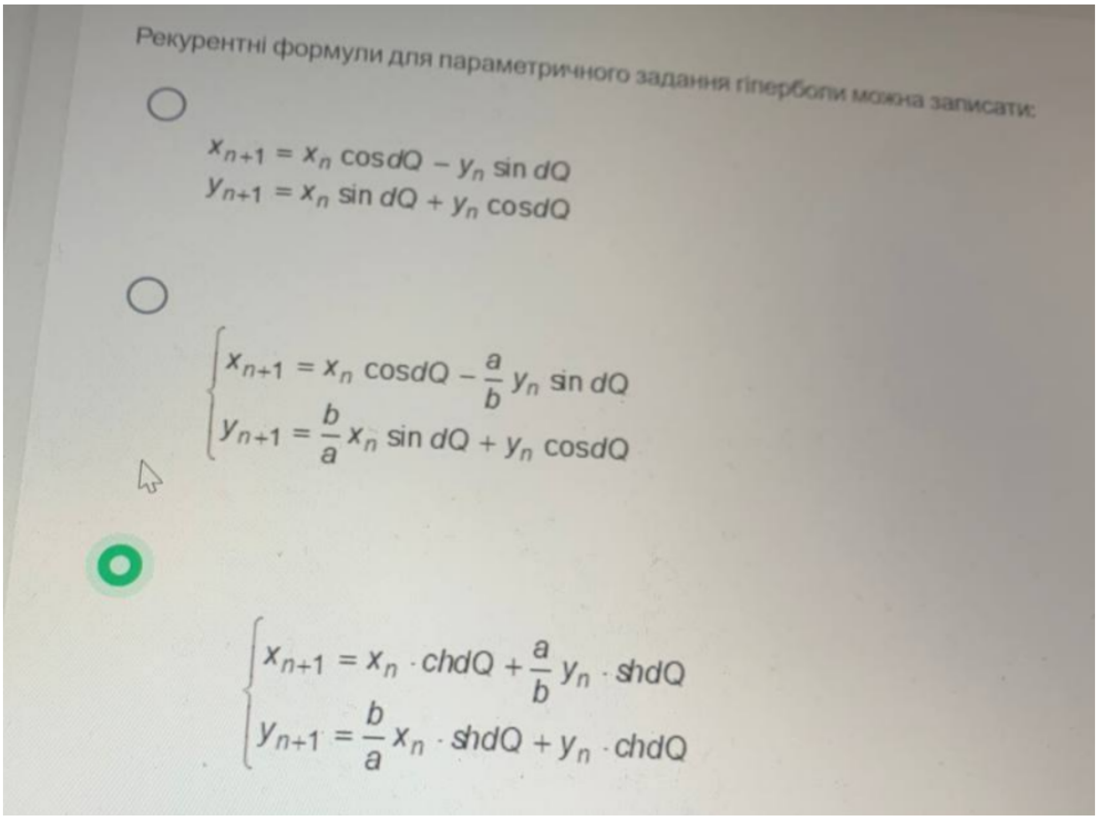
Метод параболічної інтерполяції передбачає наявність чотирьох послідовних точок одночасно. Плавна крива між двома внутрішніми точками утворюється шляхом спряження двох параболічних сегментів, що перекриваються. Вкажіть формулу цього спряження.

- $$C(t) = [1 - (\frac{t}{t_0})] \cdot P(r) + \frac{t}{t_0} Q(s)$$

- $$P(r) = P_3 + \frac{r}{d}(P_5 - P_3) + \alpha \cdot r(d - r)(P_4 - I)$$

- $$V = Q(s) = \beta \cdot s(e - s)$$

44. Рекурентні формули для параметричного задання гіперболи можна записати:Правильно



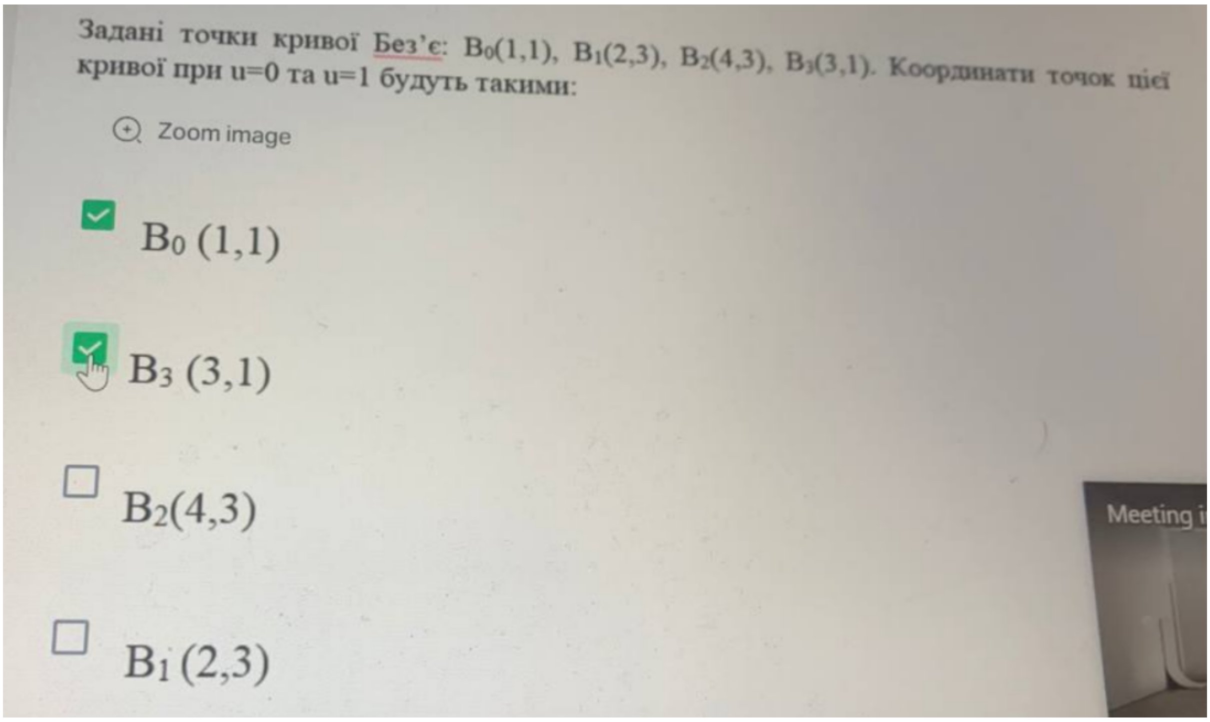
Рекурентні формули для параметричного задання гіперболи можна записати:

- $x_{n+1} = x_n \cos dQ - y_n \sin dQ$
  $y_{n+1} = x_n \sin dQ + y_n \cos dQ$

- $\begin{cases} x_{n+1} = x_n \cos dQ - \frac{a}{b} y_n \sin dQ \\ y_{n+1} = \frac{b}{a} x_n \sin dQ + y_n \cos dQ \end{cases}$

- $\begin{cases} x_{n+1} = x_n \cdot chdQ + \frac{a}{b} y_n \cdot shdQ \\ y_{n+1} = \frac{b}{a} x_n \cdot shdQ + y_n \cdot chdQ \end{cases}$

45. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$,$B_1(2,3)$,$B_2(4,3)$,$B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при r=0 та r=1 будуть такими:Правильно



Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

Zoom image

- [x] B_0 (1,1)
- [x] B_3 (3,1)
- [ ] B_2(4,3)
- [ ] B_1 (2,3)

46. Для опису поверхні Без'є використовується форма, записана у вигляді:
Для того, щоб задати вектори кривизни в кутових точках використовуються точки:

Для опису поверхні Без'є використовується форма , записана у вигляді:

$$P(u,w)=\begin{bmatrix}1-u^3 & 3u(1-u)^2 & 3u^2(1-u) & w^3\end{bmatrix} * B \begin{bmatrix}(1-w)^3 \\ 3(1-w)^2 w \\ 3(1-w)w^2 \\ w^3\end{bmatrix}$$

де

$$B=\begin{bmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} & B_{1,3} & B_{1,4} \\ B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} & B_{2,4} \\ B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} & B_{3,4} \\ B_{4,1} & B_{4,2} & B_{4,3} & B_{4,4} \end{bmatrix}$$

- ☐ $B_{4,4}$
- ☐ $B_{3,3}$

- ☐ $B_{4,4}$
- ☐ $B_{3,3}$
- ☐ $B_{2,2}$
- ☐ $B_{2,3}$
- ☐ $B_{3,2}$
- ☐ $B_{1,1}$

Тезор В складений з векторів положень точок характеристичного многогранника. Точка $B_{1,2}$ визначає вектор нахилу від першої точки до другої на першому многокутнику Без'є у напрямку u. Точка $B_{2,1}$ визначає вектор нахилу від першої точки до другої на першому многокутнику Без'є у напрямку w. Таке ж призначення точок $B_{1,3}, B_{1,4}, B_{3,4}, B_{4,3}, B_{4,2}, B_{3,1}$.

Точки $B_{2,2}, B_{2,3}, B_{3,3}, B_{3,2}$ використовуються для того, щоб задати вектори кривизни в кутових точках.

46. Записати розмірності для знаходження P’ у класичному матричному вигляді M-P=B

Question 6/14

Записати розмірності для знаходженння P’ у класичному матричному вигляді M·P=B,
M- матриця прямокутна ()x(n),
P -стовпець (n) x1,
B -стовпець ( )x1 .

A. n
B. n-1
✓ *C.* n-2

Score: ***2/2p.***

47. Опис поверхні у векторному параметричному вигляді є зручним з наступних причин:

Опис поверхні у векторному параметричному вигляді є зручним з наступних причин:

☐ дозволяє задавати час у наперед заданому проміжку;

☐ спрощує поверхню, використовуючи алгоритми видалення невидимих ліній;

☐ такий опис поверхні є осенезалежним;

☐ спрощує представлення просторових кривих в однорідних координатах;

☐ допускає використання тривимірних перетворень однорідних координат.

☐ дозволяє отримати єдине задання для багатозначних поверхонь чи функцій;

Submit answer

параметричному вигляді. Таке задання є зручним з наступних причин:

- Такий опис поверхні є осенезалежним;
- дозволяє отримати єдине задання для багатозначних поверхонь чи функцій;
- спрощує представлення просторових кривих в однорідних координатах і допускає використання тривимірних перетворень однорідних координат.

Будемо вважати також, що поверхня є кусково-неперервною, тобто вона складена з окремих фрагментів, які складаються по границі.

48. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

- ☐ $r'(1) = 3(r_2 - r_3)$
- ☐ $r'(1) = r_3$
- ☐ $r'(0) = 3(r_1 - r_0)$
- ☐ $r'(0) = r_1$

Умови кривої Безє

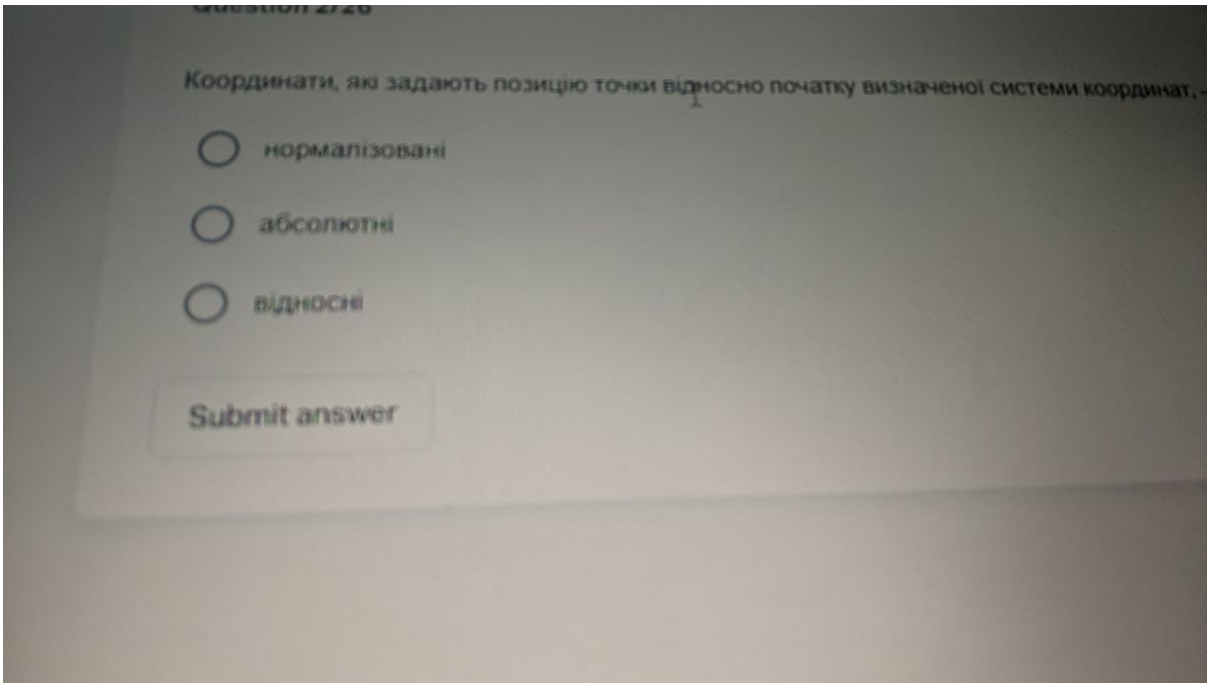
$$r(0) = r_0$$
$$r(1) = r_3$$
$$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$$
$$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$$

49. Загальна матриця обертання має вигляд: (1)

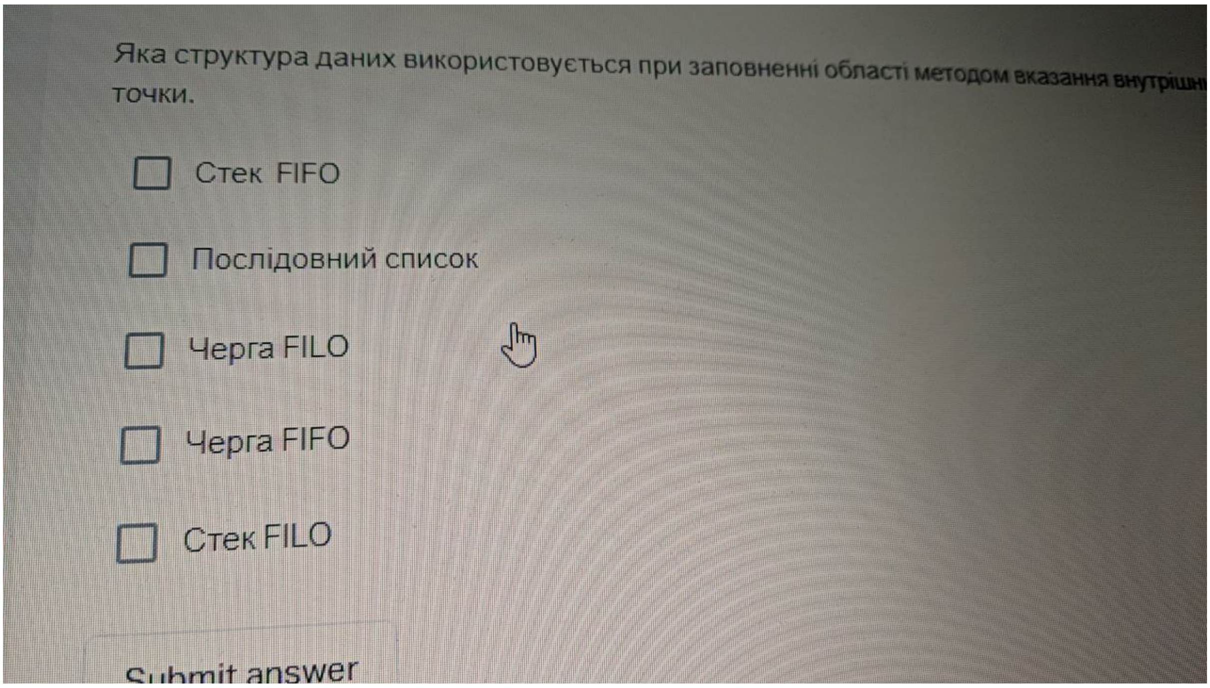
Загальна матриця обертання має вигляд:

- ○ $T = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$
- ○ $T = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{pmatrix}$
- ○ $T = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$

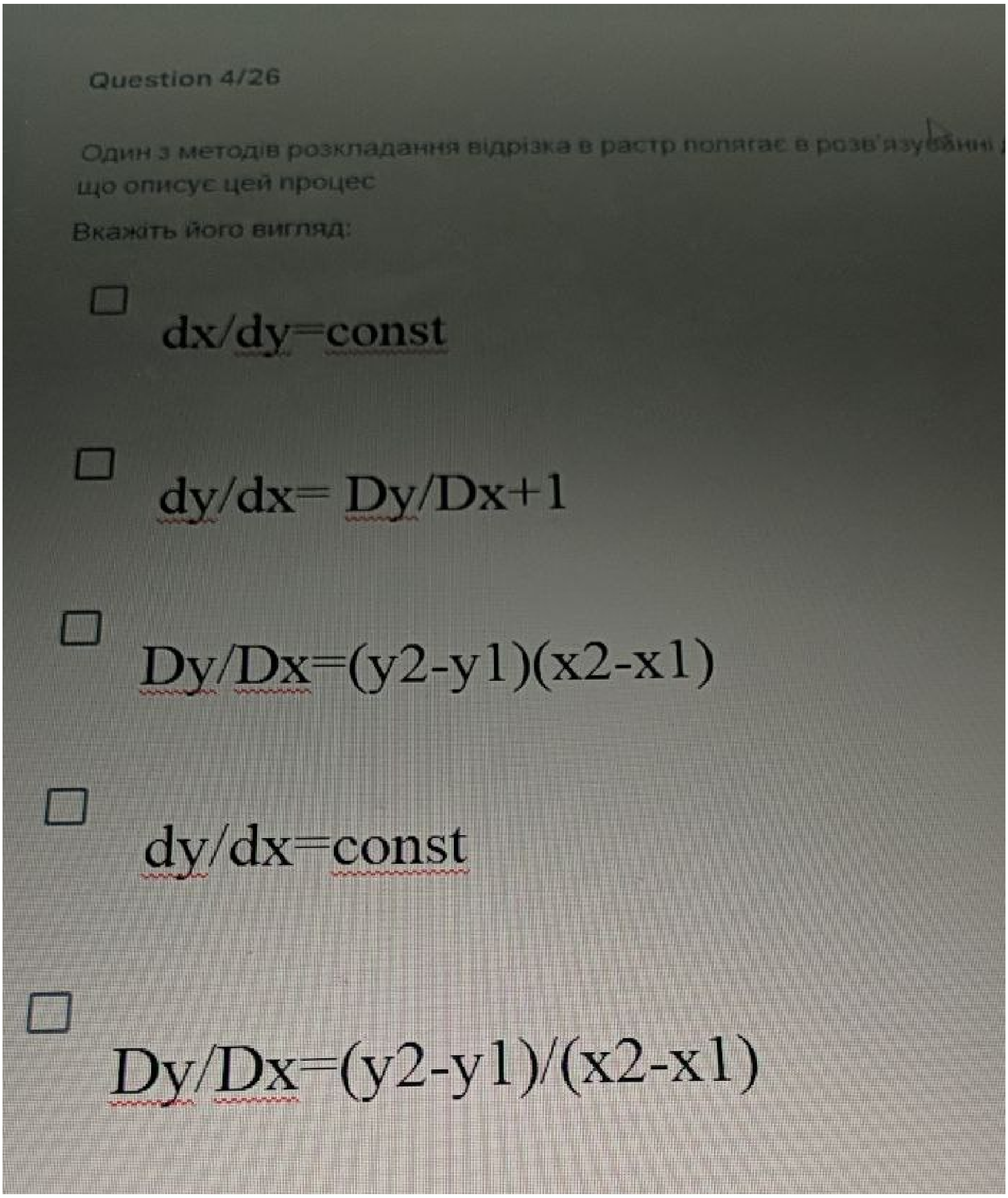
50. Координати, які задають позицію точки відносно початку визначеної системи
(абсолютні)



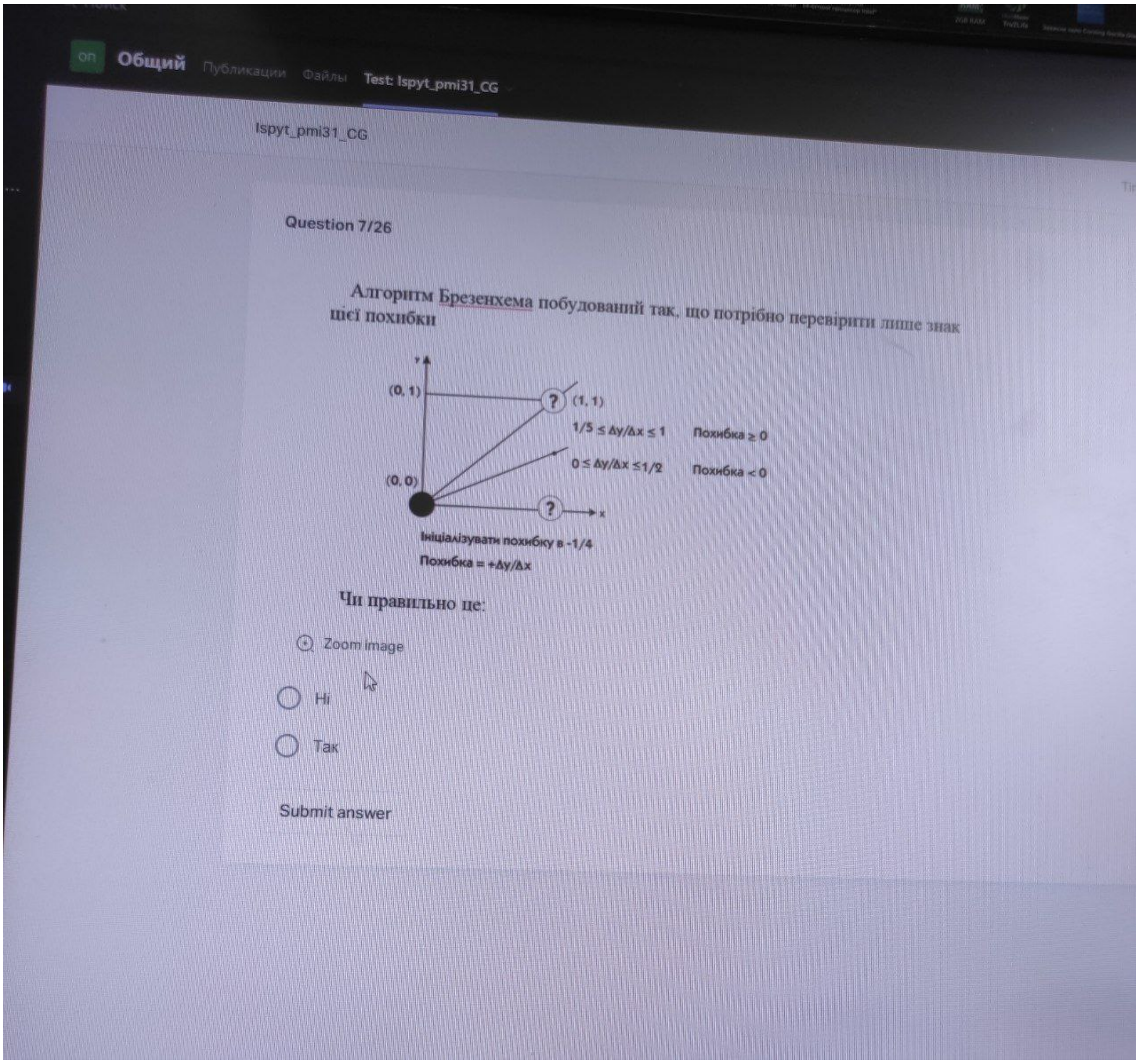
51. Яка структура даних використовується при заповненні області
Стек FILO



52.Один з методів розкладання відрізка в растр полягає в розв’язуванні
dy/dx=const
Dy/Dx=(y2-y1) / (x2-x1)

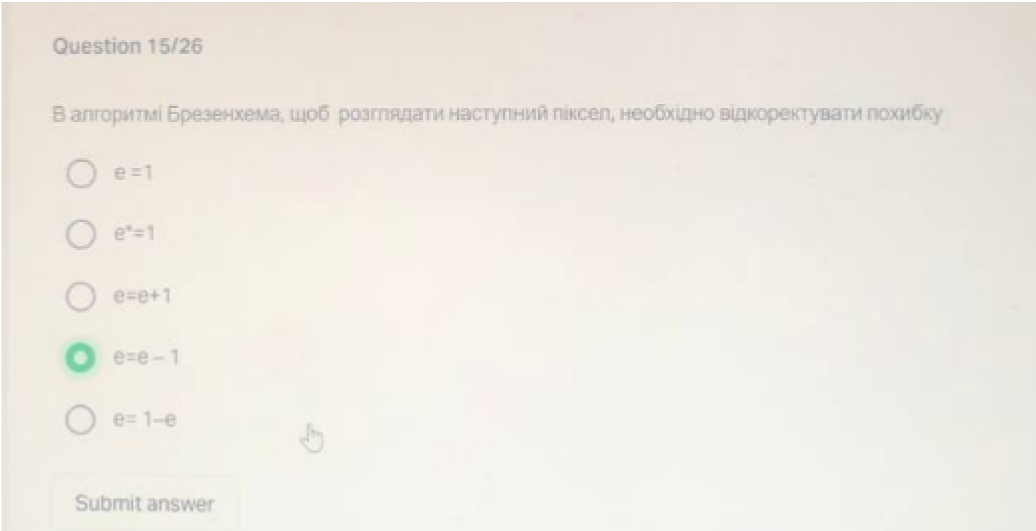


53. Алгоритм Брезенхема побудований так, що потрібно перевірити лише знак цієї похибки(Так)



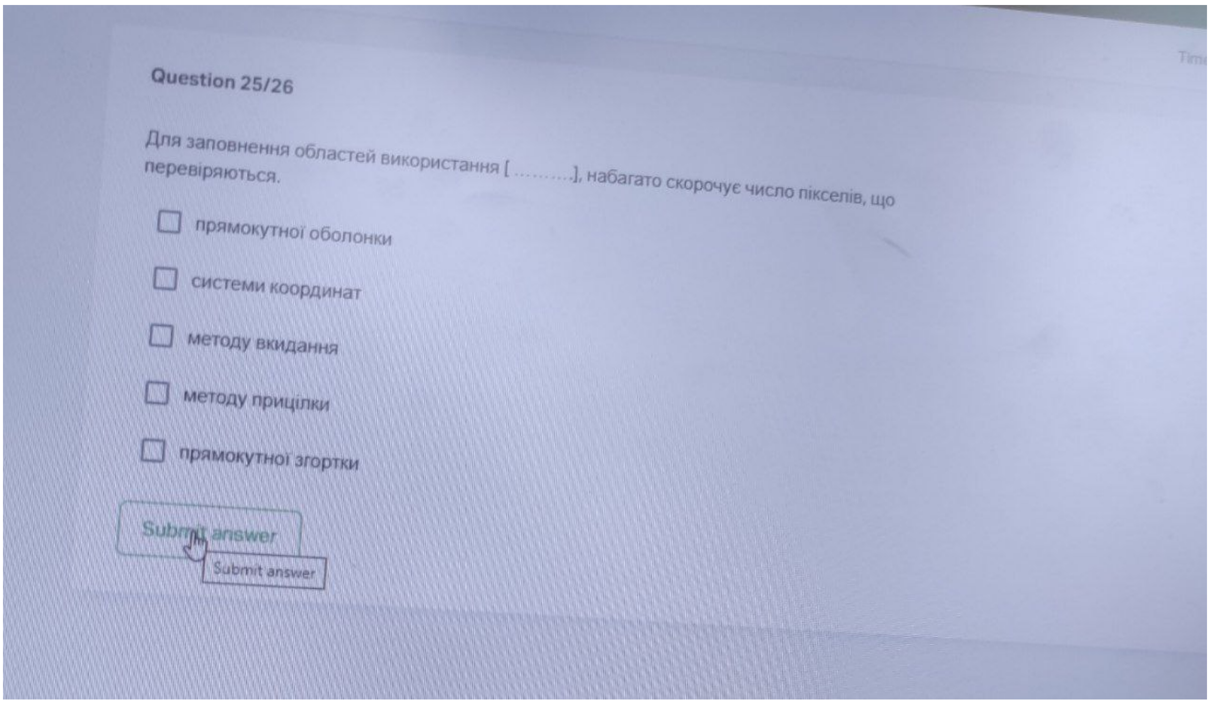
54. В алгоритмі Брензенхема, щоб розглядати наступний піксел,

e=e-1

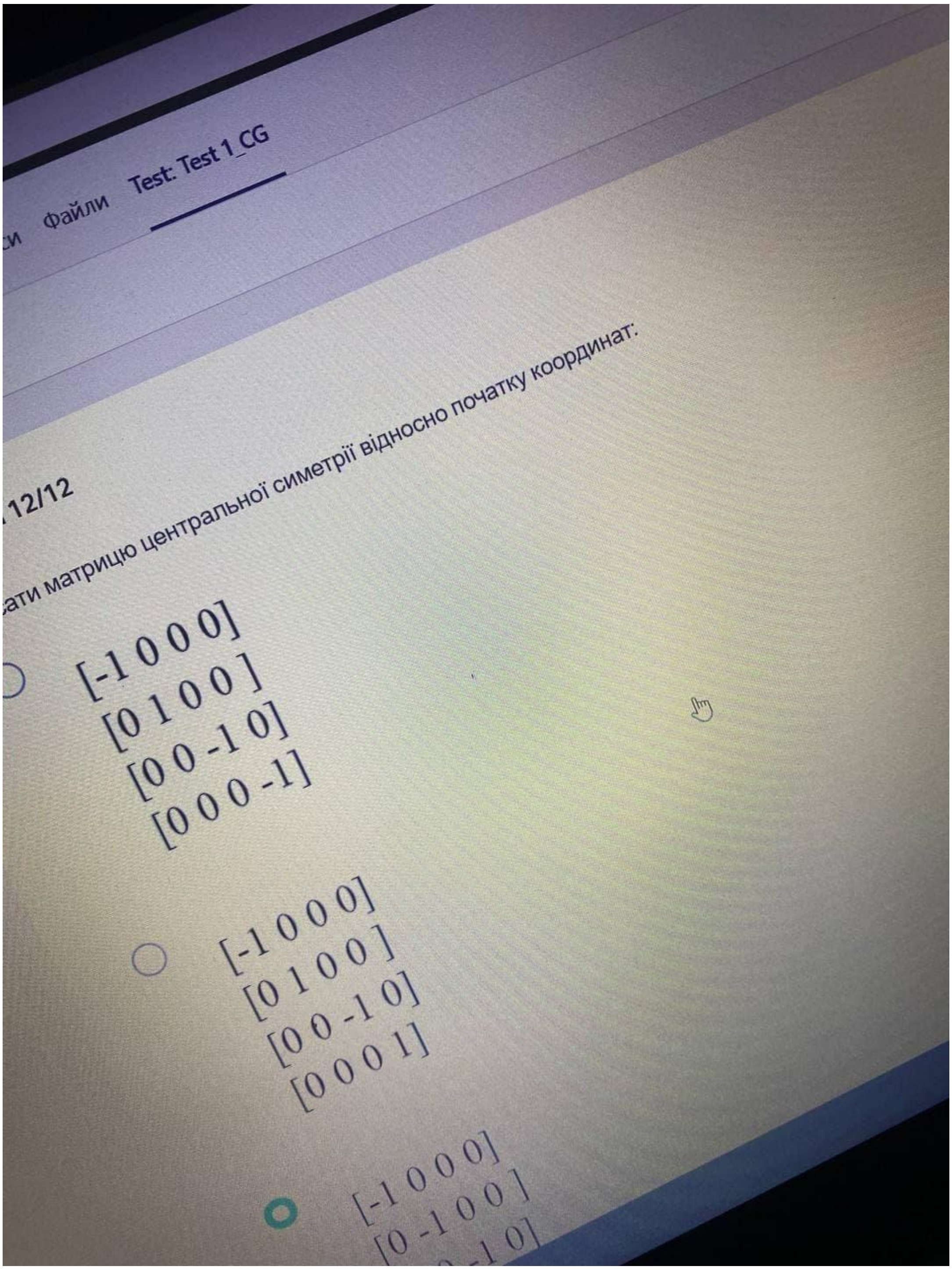


55. Для заповнення областей використання

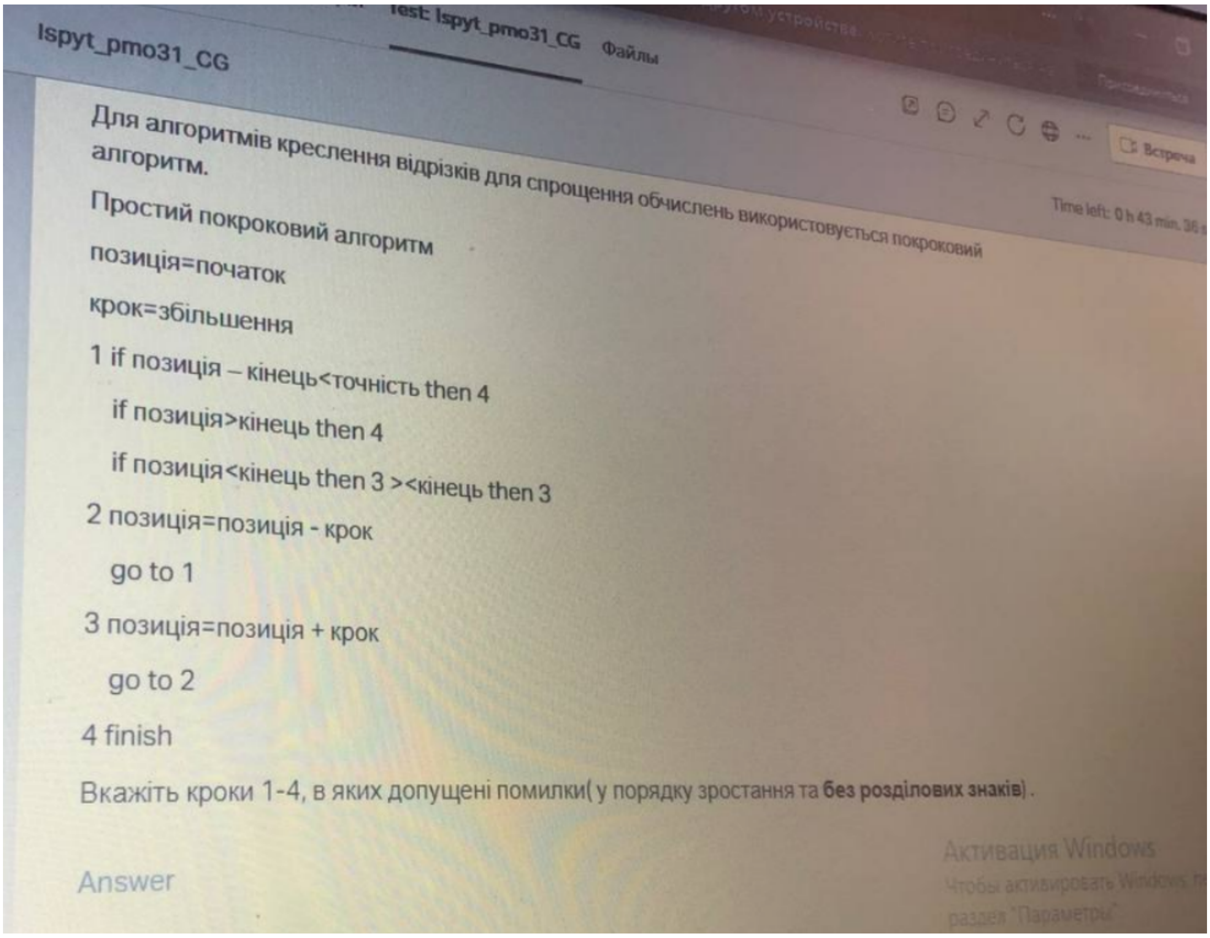
прямокутної оболонки



57. Матрицю центральної симетрії
[-1 0 0 0]
[0 -1 0 0]
[0 0 -1 0]
[0 0 0 1]



58. Для алгоритмів креслення відрізків для спрощення обчислень використовує
1,3



Ispyt_pmo31_CG

Test: Ispyt_pmo31_CG Файлы

Для алгоритмів креслення відрізків для спрощення обчислень використовується покроковий алгоритм.

Time left: 0 h 43 min. 36

Простий покроковий алгоритм

позиція=початок

крок=збільшення

1 if позиція – кінець<точність then 4

if позиція>кінець then 4

if позиція<кінець then 3 ><кінець then 3

2 позиція=позиція - крок

go to 1

3 позиція=позиція + крок

go to 2

4 finish

Вкажіть кроки 1-4, в яких допущені помилки(у порядку зростання та **без розділових знаків**).

Answer

• використовується для спрощення обчислень.

```
позиція=початок

крок=збільшення

1 if позиція - кінець<точність then 4

if позиція>кінець then 2

if позиція<кінець then 3

2 позиція=позиція - крок

go to 1

3 позиція=позиція+крок

go to 1

4 finish
```