

Домашнее задание: 8.  
студентские группы ПМО-21  
Кравець Аня

№1

$$\begin{cases} \dot{x} = -x - y \\ \dot{y} = x - y \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\nabla \det(A - \lambda E) = (\lambda - 1)^2 + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\lambda_1 = i - 1, \quad \lambda_2 = -i - 1$$

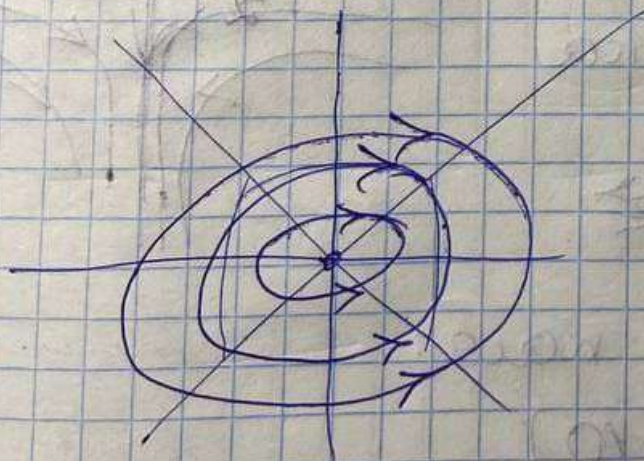
$$\boxed{\lambda_1 = i - 1}: \begin{pmatrix} -i & 1 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = -i \Rightarrow h_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$



$$(-x - y, x - y)$$

m. (0; 0) - особая точка

$$h_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; y = -x; y = x$$





12.

$$\begin{cases} \dot{x} = 5x - 6y + 16 \\ \dot{y} = 3x - 4y + 10 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Точка равновесия (седловая точка):

$$\begin{cases} 5x - 6y + 16 = 0 \\ 3x - 4y + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Линейный сдвиг точки  $(-2; 1)$  в нулевой координат:

$$\begin{cases} u = x + 2 \\ v = y - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{u} = 5u - 6v \\ \dot{v} = 3u - 4v \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\det(A - \lambda E) = (\lambda - 2)(\lambda + 1) = 0$$

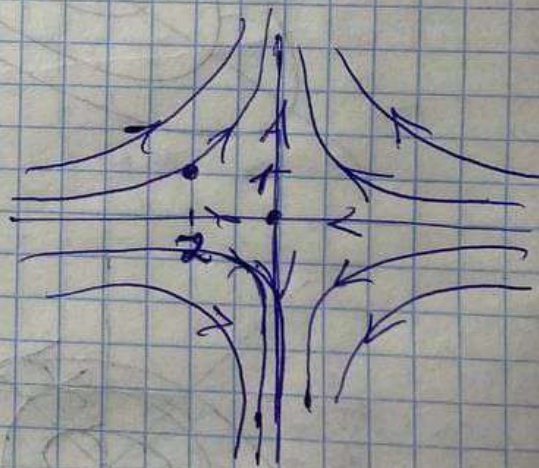
$$\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 2$$

Бунгак  $A_3$

$(2; 1)$  - седловая точка

$$v = \frac{5}{6}u \text{ и } v = \frac{3}{4}u$$

Знак векторного поля:  
 $(5x - 6y + 16, 3x - 4y + 10)$





№4.

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = x \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Власні значення:

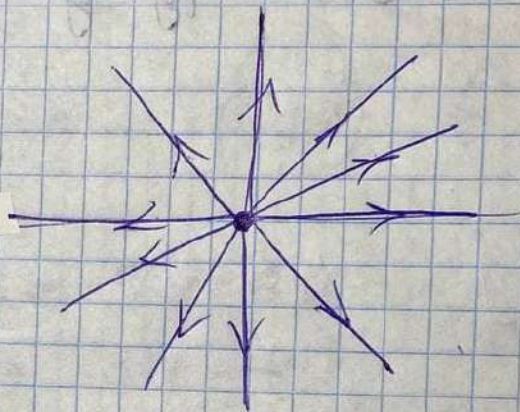
$$\det(A - \lambda E) = \lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0 \Rightarrow (\lambda - 1)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 1$$

$$\operatorname{rg}(A - E) = 2$$

$$\varepsilon = 0$$

Виняток  $C_1$



$2x - y = 0$ ;  $y = 2x$  - вертикал. лінія  
 $x = 0$  - горизонтал. лінія



№5.

$$\begin{cases} \dot{x} = y - 2x \\ \dot{y} = 2y - 4x \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

Bracki mare:

$$\det(A - \lambda E) = \lambda^2 = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = 0$$

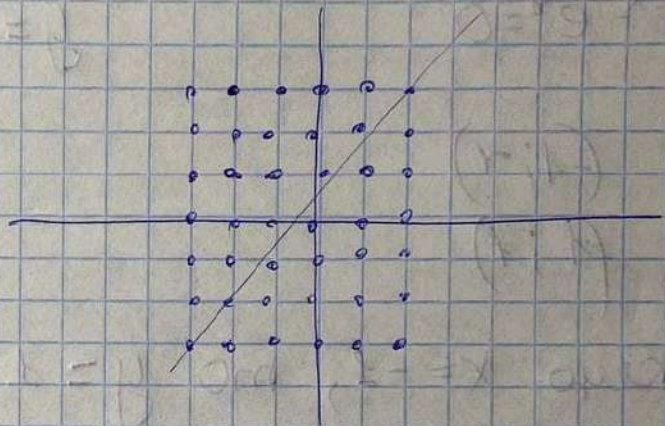
$$k_g(0) = 2$$

$$\varepsilon = 0$$

Bunagok C6

$$y = 2x$$

$$x = \frac{y}{2}$$





N6.

$$\begin{cases} \dot{x} = \ln(2-y^2) \\ \dot{y} = e^x - e^y \end{cases}$$

Осциллирующие точки:

$$\begin{cases} \ln(2-y^2) = 0 \\ e^x - e^y = 0 \end{cases}$$

$\leadsto$

$$x = -1 \quad \text{ad} \quad x = 1$$

$$y = -1 \quad \text{ad} \quad y = 1$$

$$(-1; -1)$$

$$(1; 1)$$

Если  $x = -1$ , то  $y = 1$

Если  $x = 1$ , то  $y = -1$



№7

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y^2 - 1 \\ \dot{y} = 6x - y^2 + 1 \end{cases}$$

Осциллирующие точки:

$$\begin{cases} 2x + y^2 - 1 = 0 \\ 6x - y^2 + 1 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$x=0, \text{ а } y=-1 \text{ адо } y=1$$

$$(0; -1)$$

$$(0; 1)$$

Вкупно  $x=0$ , то  $y=-1$  адо  $y=1$