Q 3абавський Павло 🔻

ЛНУ ЛНУ Українська (uk) ▼ Диференціальні рівняння ПЕРЕХІД ПО ТЕСТУ Показати одну сторінку за раз Завершити перегляд

На головну 🕨 Мої курси 🕨 Диференціальні рівняння 🕨 Загальне 🕨 Іспит з курсу "Диференціальні рівняння" Розпочато понеділок 21 грудень 2020 09:00 Стан Завершено Завершено понеділок 21 грудень 2020 11:00 Витрачено часу 1 година 59 хв **Оцінка 27,6** з можливих 50,0 (**55**%) Питання 1 • Рівність вигляду $F(t,x,\dot{x},\ddot{x},\ldots,x^{(n)})=0$, в якій функція багатьох змінних • Балів 1,4 з 2,0 🏲 Видалити флаг функція x ефективно залежить від часу t; функція F не залежить від x; \odot функція F ефективно залежить від якоїсь з похідних шуканої функції; функція F ефективно залежить від найстаршої похідної шуканої функції. • Яка з рівностей є диференціальним рівнянням? $x^n(t) = x(t) + 1$ $\sin^2 \dot{x}(t) + x(t) = t^2 + \cos^2 \dot{x}(t)$ $\sin^2 \dot{x}(t) + x(t) = t^2 - \cos^2 \dot{x}(t)$ Питання 2 • Порядком звичайного диференціального рівняння $F(t,x,\dot{x},\ddot{x},\ldots,x^{(n)})=0$ називаємо ullet число n, якщо похідна $x^{(n)}$ входить у рівняння; найвищий степінь незалежної змінної, який містить рівняння; 🏲 Видалити флаг порядок найстаршої похідної функції x, яка ефективно входить у рівняння; суму порядків похідних шуканої функції. • Який порядок мають диференціальні рівняння? $(x\ddot{x} + \dot{x})^2 = x^2 - 2x\ddot{x} - t\ddot{x}$ $(\dot{x} + x)^2 = t\dot{x} + x^2$ перший 🕏 $(x + \dot{x})^2 = x^2 + 2x\ddot{x} - t\ddot{x}$ третій • Питання 3 • Якщо неперервно диференційовна функція v є потенціалом векторного поля (m(x,y),n(x,y)) (потенціалом для пари функцій m(x,y) та n(x,y)), то Завершено виконується третя • умова, серед запропонованих нижче Балів 2,0 з 2,0 dm = dn, $dv = v_x dx + v_y dy$, dv = m dx + n dy, $dv = m_y dx + n_x dy$. ሾ Відмітити питання • Диференціальне рівняння вигляду $m(x,y) \, dx + n(x,y) \, dy = 0$ називаємо **рівнянням в повних диференціалах**, якщо виконується умова $m_{\chi}=n_{y}$; вираз m(x, y) dx + n(x, y) dy є повним диференціалом функції m; вираз m(x, y) dx + n(x, y) dy є повним диференціалом деякої функції; вираз m(x, y) dx + n(x, y) dy є повним диференціалом функції n. • Рівняння m(x,y) dx + n(x,y) dy = 0 буде рівнянням в повних диференціалах в деякому прямокутнику, тоді і лише тоді, коли в цьому прямокутнику виконується умова $\bigcirc m_y = n_x$ $m_y = n_y$. $m_x = n_y$ $m_x = n_x$ • Яке з диференціальних рівнянь є рівняння в повних диференціалах? $(e^{y} - e^{x}) dx + (e^{x} + e^{y}) dy = 0;$ $(e^{y} + 2xy) dx = (e^{x} + y^{2}) dy;$ $(y-x)e^y dx = (x+y)e^x dy;$ $(e^x + 2xy) dx + (e^y + x^2) dy = 0.$ Питання 4 • Функцію Завершено g = g(x, y) називаємо **однорідною степеня однорідності** Балів 1,2 з 2,0 $g(\alpha x, \alpha y) = sg(x, y)$ для усіх x, y та s > 0; 🏲 Видалити флаг $g(\alpha x, \alpha y) = s^{\alpha} g(x, y)$ для усіх x, y та $\alpha > 0$; • Якого степеня однорідності є функції? $f(t,x) = \frac{2x^2 - 3t^2}{tx^2}$ $f(t,x) = \frac{3x^2 - 2t^2}{5tx^3}$ $f(t,x) = \ln x - \ln 2t + 3$ • Диференціальне рівняння першого порядку y' = f(x, y) називаємо **однорідним рівнянням,** якщо $\bigcirc f$ є однорідною функцією; $\bigcirc f$ є однорідною функцією додатного степеня однорідності. • В кожній з півплощин x>0 🛊 та x<0 🛊 однорідне диференціальне рівняння за допомогою заміни змінних u=tx 💠 зводиться до рівняння рівняння із відокремленими змінними 💠 . • Яке з диференціальних рівнянь є однорідним? $y' + \ln x^2 = y$ $y' = x^2 \ln y^2 - x^2$ $y' = y - y^2 \ln x.$ Питання 5 • Розв'язок диференціального рівняння Завершено $\dot{x} = f(t, x)$ називаємо **глобальним**, якщо він визначений на найширшому інтервалі, поза яким він не існує; Балів 1,2 з 2,0 він визначений на усій числові осі; 🥐 Видалити флаг він визначений в околі кожної точки. • Нехай x - глобальний розв'язок рівняння $\dot{x} = f(t,x)$, визначений на скінченному чи нескінченному інтервалі I = (a,b). Тоді виконується кожна з двох альтернатив і тоді розв'язок x має нескінченну правосторонню границю, коли \circ або число a – нескінченним , або число a – скінченне t прямує до а ; \circ або число b – нескінченним , або число b – скінченне і тоді розв'язок x має нескінченну лівосторонню границю, коли tпрямує до b . Питання 6 • Якщо функція v = v(t, x) – неперервною за обома змінними та неперервно диференційовною за змінною x, то задача Коші Завершено $x' = v(t, x), \quad x(a) = b$ має <mark>єдиний</mark> розв'язок, який визначений в околі точки а 🛊 . Балів 1,3 з 2,0 🥐 Видалити флаг • Задача Коші x' = v(t, x),x(a) = b є еквівалентною інтегральному рівнянню $x(t) = a + \int v(s, x(s)) ds;$ $x(t) = b + \int v(s, x(s)) ds;$ $v(t, x(t)) = b + \int x(s) \, ds.$ • Якому з інтегральних рівняння є еквівалентною задача Коші $\dot{z}=\cos(tz),$ z(1) = 2? Які з тверджень є правильними для розв'язків лінійного однорідного рівняння Питання 7 Завершено $y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}(x)y + a_n(x)y = 0?$ Балів 0,0 з 2,0 ሾ Відмітити Виберіть одну або декілька відповідей: Тотожно нульова функція завжди є його розв'язком. Добуток довільного розв'язку цього рівняння на число є знову його розв'язком. Довільна лінійна комбінація розв'язків є його розв'язком. Сума двох розв'язків цього рівняння є знову його розв'язком. Сума розв'язку цього рівняння і довільної сталої є знову його розв'язком. Добуток двох розв'язків цього рівняння є знову його розв'язком. Частка двох розв'язків цього рівняння є знову його розв'язком. Стала функція завжди є його розв'язком. Алгебраїчною кратністю власного значення λ матриці A називаємо Питання 8 Завершено Виберіть одну відповідь: Балів 2,0 з 2,0 кратність числа λ як кореня визначника матриці A . ሾ Відмітити мінімальну кількість лінійно незалежних власних векторів матриці A . питання кратність числа λ як кореня характеристичного визначника $\det(A - \lambda E) = 0$. максимальну кількість лінійно незалежних власних векторів матриці A . Питання 9 • Систему диференціальних рівнянь Завершено $x = (x_1, \dots, x_n)$, називаємо **динамічною системою**, якщо Балів 2,0 з 2,0 \supset її права частина f не залежить від шуканих функцій x_1,\ldots,x_n ; ሾ Відмітити ightarrow її права частинаf динамічно змінюється з часом; ullet її права частинаf не залежить явно від часу t; ight
angle її права частинаf є сталою вздовж розв'язків. • Особливою точкою динамічної системи $\dot{x} = f(x)$ називаємо таку точку векторне поле f обертається в нуль; векторне полеf відмінне від нуля; перетинаються траєкторії; векторне полеf ε сталим. Гамільтоновою системою з гамільтоніаном H = H(x, y) називаємо динамічну систему вигляду Питання 10 Завершено Виберіть одну відповідь: Балів 0,0 з 2,0 $\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial y}, \quad \dot{y} = \frac{\partial H}{\partial x}$ ሾ Відмітити $\dot{x} = -\frac{\partial H}{\partial y}, \quad \dot{y} = -\frac{\partial H}{\partial x}$ $\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial H}{\partial x}, \quad \dot{y} = \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x}$ $\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial y}, \quad \dot{y} = -\frac{\partial H}{\partial x}$ Питання 11 Завдання А Завершено Завдання вимагає повного письмового розв'язку Балів 4,0 з 5,0 ሾ Відмітити Знайдіть розв'язок задачі Коші $y' = (x + y)^2, y(0) = 0.$ питання 1. Диференціальне рівняння в цьому завданні – це рівняння із відокремленими змінними; однорідне рівняння; рівнянням Бернуллі; рівняння, жодного з перелічених вище типів. 2. Рівняння можна звести до рівняння із відокремленими змінними 💠 , застосувавши заміну v = y/x; 3. Загальний розв'язок диференціального рівняння має вигляд $y = \operatorname{tg} x + C;$ $y = C\cos x + 2x;$ 4. Розв'язком задачі Коші є функція \bullet tg x-x; \bigcirc tg x; $\ln(x+1) - x;$ \bigcirc 2x. Питання 12 Завдання В Завершено Завдання вимагає повного письмового розв'язку Балів 3,5 з 5,0 ሾ Відмітити Розв'язати задачу Коші $(xy'-2) \ln x = 2y, \ \ y(e) = 3.$ питання 1. Якщо лінійне неоднорідне рівняння в цьому завданні записати у стандартному вигляді y' + a(x)y = b(x), то права частина матиме вигляд $b(x) = \ln x;$ • $b(x) = \frac{2}{x}$; $b(x) = \frac{x}{2}.$ $b(x) = x \ln x;$ 2. Загальний розв'язок відповідного лінійного однорідного рівняння є таким $0 y_0 = C \ln^2 x;$ $y_0 = C \ln x;$ $0 y_0 = C \ln |\ln x|.$ 3. Загальний розв'язок неоднорідного рівняння має вигляд $y = \ln x + C + 2 \ln |\ln x|;$ $\bigcirc y = C \ln |\ln x| - 2x.$ 4. Розв'язком задачі Коші є функція $\int 5 \ln^2 x$; Питання 13 Завдання С Відповіді не було Завдання вимагає повного письмового розв'язку Макс. оцінка до 5,0 Розв'яжіть неявне рівняння $y + \frac{1}{4}y'^2 = (x - 1)y'$. 🌾 Відмітити питання 1. Рівняння в цьому завданні є i його загальний вигляд y' + a(x)y = b(x);y = xy' + b(y');2. Рівняння має однопараметричну сім'ю розв'язків $y = Cx - C^2 - 4C;$ $y = Cx - \frac{1}{4}C^2 - C;$ $\bigcirc y = C;$ $y = C^2 x - \frac{1}{2}C^2 + C.$ 3. Це рівняння також має особливий розв'язок $y = -x^2 + 4x - 4;$ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x + 1;$ $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 1;$ $y = x^2 - 2x + 1$ 4. Особливим називаємо такий розв'язком неявного рівняння, який в 🛊 точці свого графіка ♦ іншого розв'язку 💠 околі цієї точки графіки – рівняння, причому в Питання 14 Завдання D Завершено Завдання вимагає повного письмового розв'язку Балів 3,7 з 5,0 🥐 Видалити флаг Знайдіть розв'язок задачі Коші $y'' - 5y' + 6y = 4xe^x$, y(0) = 3, y'(0) = 5. e^{2x} , 0. 2. Частковий розв'язок неоднорідного рівняння шукаємо у вигляді $y_* = ax + b \qquad y_* = axe^x$ $y_* = ae^x$ і він є таким $y_* = 3xe^x$ $y_* = 3x + 4$ $y_* = (2x + 3)e^x$. $y_* = 12e^x$ 3. Загальний розв'язок лінійного неоднорідного рівняння є часткового розв'язку лінійного рівняння та розв'язку лінійного рівняння, тому $y = (2x+3)e^x + C_1e^{2x} + C_2e^{3x}$ $y = C_1(2x+3)e^x + C_2e^{2x} + C_3e^{3x}$ $y = 12e^x + C_1e^{2x} + C_2xe^{3x}$ $y = 3x + 4 + C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}.$ 4. Розв'язком задачі Коші є функція $3e^{2x} + 4e^{3x}$; $3e^{2x} + 2xe^{x}$; $(2x+3)e^{x}$; $3x+4+e^{-3x}$. Питання 15 Завдання Е Відповіді не було Завдання вимагає повного письмового розв'язку Макс. оцінка до 5,0 Розв'яжіть систему диференціальних рівнянь 🏴 Відмітити $\begin{cases} \dot{x}_1 = 4x_1 + x_2 - 2, \\ \dot{x}_2 = -10x_1 - 2x_2 + 6. \end{cases}$ питання 1. Нехай $\dot{x}=Ax+b$ – векторний запис системи. Власні значення матриці A ε 2. Серед перелічених векторів-функцій $u(t) = e^t \begin{pmatrix} \sin t \\ \cos t - 3\sin t \end{pmatrix}, \quad v(t) = e^t \begin{pmatrix} -\cos t \\ 2\cos t + 3\sin t \end{pmatrix}, \quad w(t) = e^t \begin{pmatrix} -\cos t \\ \sin t + 3\cos t \end{pmatrix}, \quad y(t) = e^t \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}$ пара векторів 💮 🛊 та 🌎 утворюють фундаментальну систему розв'язків. 3. Частковий розв'язок неоднорідної системи з вектором правих частин) треба шукати у вигляді 4. Загальний розв'язок неоднорідної системи має вигляд $x_1 = e^t(c_2 - c_1)\cos t + t - 4, \quad x_2 = e^t(2c_1\cos t + (3c_1 + c_1)\sin t) - t;$ $x_1 = e^t ((c_1 + 3)\sin t + c_2\cos t), \quad x_2 = e^t ((c_1 + 2)\cos t + (c_2 - 3c_1)\sin t);$ $x_1 = e^t(c_1 \sin t - c_2 \cos t) + 1, \quad x_2 = e^t((c_1 + 3c_2) \cos t + (c_2 - 3c_1) \sin t) - 2.$ Питання 16 Завдання F Завершено Завдання вимагає повного письмового розв'язку з малюнками фазових портретів Балів 3,6 з 5,0 **Р** Відмітити Опишіть фазовий портрет динамічної системи питання $\int \dot{x} = (x-1)(y-1),$ $\dot{y} = (x - 2)(y - 2).$ в околах її особливих точок. 1. Динамічна система має дві особливі точки – (1, 2) та (2, 1) (формат відповіді (х,у)). 2. Нехай $u=(u_1,u_2)$ – нові координати в околі особливої точки, а $\dot{u}=Au$ – лінеаризація динамічної системи в околі цієї точки. Серед матриць $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ лише друга 🛊 та 👣 та ф матриці є лінеаризаціями нашої динамічної системи в околі станів рівноваги. 3. Знайдіть власні значення і власні вектори матриць лінеаризацій. 4. Намалюйте фазові портрети в околі кожної точки рівноваги. Один зі станів рівноваги – сідло 💠 , а інший – центр 💠 . Типова динаміка системи в околі цих станів зображена на малюках (c) 🛊 та (a) 🛊 відповідно.

Завершити перегляд