1. **(2б)** Нехай дано універсальну множину $U = \{x | x - \text{ціле}, 5 \leq x \leq 23\}$ та множини універсальної множини: $A = \{6, 8, 9, 10, 12, 14, 20, 21\}$, $B = \{3x - 6 | x - \text{непарне}, x \in \mathbb{N}\}$. Знайти $D = \overline{\bar{A} \oplus B}$ та $2^{|B|}$.

2. **(2б)** Визначити чи функція є сюр»єктивна, ін»єктивна, бієктивна

$$f(m, n) = 2m - n, \text{ де } f: Z \times Z \to Z$$

3. **(2б)** Довести включення, **використовуючи законн** для операцій з множинами:

$((A \cup C) \setminus (B \cap C)) \subset ((C \setminus B) \cup A)$

4. **(2б)** Скориставшись **властивістю полінома Жегалкіна**, знайти істотні (фіктивні) змінні функції $f = y\bar{t} \leftrightarrow \overline{z \vee \bar{x}} \to \overline{z | t}$.

5. **(3б)** З'ясувати, чи є повною система булевих функцій $Q = \{(01011011), (x \leftrightarrow x\bar{y}) \downarrow 0, 1 \to x|y\}$ використовуючи критерій повноти? Чи слабко повна?

6. **(1б)** За **принципом двоїстості** побудувати формулу, яка подає функцію, двоїсту до f.
Формулу f та вихідну не спрощувати:

$$f = (\overline{x|\bar{y}zt})yx \vee (x \downarrow 1)(y \vee x)$$

7. **(2б)** Подати функцію досконалою КНФ, використовуючи розщеплення диз»юнкції

$$f = xy \oplus xz \oplus y$$

8. **(2б)** Знайти мінімальну ДНФ для функції $f(\tilde{x}^3) = (1101100)$. Скорочену ДНФ будувати методом Куайна.

9. **(3б)** Знайти мінімальну ДНФ функції (**зауваження**: писати кон'юнкцію змінних ***wxyz!!!!!!!)*** за допомогою карт Карно

$$N_f\{(0011), (0000), (1010), (1100), (1000), (0010), (1101), (1111)\}$$

10. **(1б)** Знайти кількість булевих функцій п»яти змінних у множинах: $T_0 \cap T_1$

1. **(2б)** Знайти **потужність булеану** та **булеан множини** $(A \times C) \times (B \times B)$, де $A = \{\{1,2\}\}$, $B = \{\{2,3\}\}, C = \{\{a, b\}\}$.

2. **(2б)** Перевірити включення, **використовуючи закони** для операцій з множинами::

$(A \setminus B) \oplus (A \setminus C) \subset A \setminus (B \cap C)$;

3. **(2б)** Визначити чи функція є сюр»єктивна, ін»єктивна, бієктивна

$$f(m,n) = m^3 + n^3, \text{ де } f: Z \times Z \to Z$$

4. **(2б)** Скориставшись **властивістю полінома Жегалкіна**, знайти істотні (фіктивні) змінні функції $f = \overline{xy \oplus \overline{\overline{z} \vee t}} \leftrightarrow \overline{z \mid x}$.

5. **(3б)** З'ясувати, чи є повною система булевих функцій $Q = \{(\overline{\overline{x} \downarrow \overline{y}}) \oplus (x \mid y),\ x \leftrightarrow x \mid y,\ (01010111)\}$ використовуючи критерій повноти? Чи слабко повна?

6. **(1б)** За **принципом двоїстості** побудувати формулу, яка подає функцію, двоїсту до f. ***Формулу f* та вихідну не спрощувати**:

$$f = (x \oplus y)(\overline{x} \mid \overline{y}) \vee x\bar{t}(y \leftrightarrow 1)$$

7. **(2б)** Подати функцію **досконалою** КНФ, **використовуючи розщеплення диз»юнкції**

$$f = (x \leftrightarrow y \leftrightarrow 1) \vee \bar{\bar{x}}z$$

8. **(2б)** Знайти мінімальну ДНФ для функції $f(\tilde{x}^3) = (10110101)$. Скорочену ДНФ будувати методом Мак-Класкі.

9. **(3б)** Знайти мінімальну ДНФ функції (**зауваження**: писати кон'юнкцію змінних ***wxyz!!!!!!!)*** за допомогою карт Карно

$$N_f\{(0011), (1111), (1010), (1100), (0010), (1000), (1101), (0111)\}$$

10. **(1б)** Булеан множини M містить 16 елементів, отримали множину M_1 булеан якої містить 1024 елементи . Знайдіть різницю $|M| - |M_1|$.

1. (2б) Знайти **множину** $(A \times C) \times B$ та **потужність булеану** цієї множини , де $A = \{\{1,2\}\}$, $B = \{x\}, C = \{y\}$.

2. **(2б)** Перевірити включення, **використовуючи законы** для операцій з множинами:

$(A \cap ((\bar{B} \cap \bar{C}) \cup \bar{A})) \subset (A \oplus (B \cup C))$

3. **(2б)** Визначити чи функція є сюр»єктивна, ін»єктивна, бієктивна

$f(m, n) = m^4 + n^4$, де $f: Z \times Z \to Z$

4. **(2б)** Скориставшись **властивістю полінома Жегалкіна**, знайти істотні (фіктивні) змінні функції $f(\tilde{x}^3) = (11001100)$.

5. **(3б)** З'ясувати, чи є повною система булевих функцій $Q = \{\overline{(x \downarrow y)} \vee x,\ (x \mid y) \mid y,\ \bar{y} \to \bar{x}\}$ використовуючи критерій повноти? Чи слабко повна?

6. **(1б)** За **принципом двоїстості** побудувати формулу, яка подає функцію, двоїсту до *f*. ***Формулу f* та вихідну не спрощувати**:

$$f = \overline{(x \oplus \bar{x}y) \vee (\bar{x} \mid \bar{y})} \vee x\bar{t}(y \leftrightarrow 1)$$

7. **(2б)** Подати функцію **досконалою** ДНФ, **використовуючи розщеплення диз»юнкції**

$$f = ((\overline{x \downarrow y} \to \bar{z}) \vee \overline{x \vee \bar{z}}$$

8. **(2б)** Знайти **мінімальну ДНФ** для функції $f(\tilde{x}^3) = (001110101)$. Скорочену ДНФ будувати методом Мак-Класкі.

9. **(3б)** Знайти мінімальну ДНФ функції (**зауваження**: писати кон'юнкцію змінних ***wxyz!!!!!!!)*** за допомогою карт Карно

$N_f\{(0111), (0110), (0100), (0101), (1010), (1000), (1001)\}$

10. **(1б)** Обчислити($\lfloor[-2{,}35] + 4\rfloor) + \lceil[-3{,}5] - 6\rceil$

1. **(2б)** Знайти **множину** *B* та **потужність булеану** $B = P\big(P(\{(0,0)\})\big)$

2. **(2б)** Довести включення, використовуючи закони для операцій з множинами:

$((A \setminus B) \cap (A \setminus C)) \subset (A \setminus (B \oplus C))$;

3. **(2б)**Визначити чи функція є сюр»єктивна, ін»єктивна, бієктивна

$f(m,n) = m - n$, де $f: Z \times Z \to Z$

4. **(2б)**Скориставшись **властивістю полінома Жегалкіна**, знайти істотні (фіктивні) змінні функції $f(\tilde{x}^3) = (11000111)$.

5. **(3б)** З'ясувати, чи є повною система булевих функцій $Q = \{(x \oplus y)(\overline{x} \mid \overline{y}),\ (\overline{x}y \leftrightarrow z) \to 0,\ y \to \overline{x}\}$ використовуючи критерій повноти? Чи слабко повна?

6. (**1б)**За принципом двоїстості побудувати формулу, яка подає функцію, двоїсту до *f*. *Ф*ормулу *f* та вихідну не спрощувати:

$$f = (\overline{x|\bar{y}z \vee 0}) \sim \overline{z \vee \bar{x}y} \vee (x \downarrow 1)y$$

7. **(2б)** Подати функцію **досконалою** ДНФ, **використовуючи розщеплення кон»юнкції**

$$f = xy \oplus xz \oplus y$$

8. **(2б)**Знайти мінімальну ДНФ для функції $f(\tilde{x}^3) = (10101101)$. Скорочену ДНФ будувати методом Куайна.

9. **(3б)** Знайти мінімальну ДНФ функції

(**зауваження**: писати кон'юнкцію змінних ***wxyz!!!!!!!)*** за допомогою карт Карно

$$N_f\{(0011),(0000),(1010),(1100),(1000),(0010),(1101),(0111)\}$$

10**.** **(1б)** Обчислити $\big|\lceil -3{,}5 + 2 \rceil - \lfloor 4 - 2{,}75 \rfloor\big|$

1. Відомо, що 5 студентів отримали п'ятірку з математики, 8 — з програмування, 7 — з фізики. Троє студентів отримали п'ятірки з математики і програмування, 4 — з програмування та фізики, 2 — з математики та фізики. Один студент отримав п'ятірки з усіх трьох дисциплін. Знайти кількість студентів, які отримали «відмінно».

2.Знайти перші 6 перестановок за допомогою алгоритму побудови лексикографічно наступної перестановки для перестановки 5164237

3.Дано неоднорідне рекурентне рівняння $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} + 5^n$. Визначити константу s, що $a_n = s5^n$ - його частковий розв'язок. Знайти загальний розв'язок цього рекурентного рівняння за початкових умов $a_0 = 2, a_1 = 6$.

4.Визначити кількість розв'язків рівняння $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 16$, якщо x_1, x_2, x_3, x_4 - невід'ємні цілі такі, що $4 \le x_2 \le 8$, $x_3 \ge 2$, $x_4 < 2$.

5.Скількома способами можна зробити три команди з 15 чоловік, щоб у першій було 5 чоловік, у другій – 4, а решту осіб у третій команді.

6.При якому значенні n коефіцієнти другого, третього та четвертого членів розкладу бінома $(x+y)^n$ утворюють арифметичну прогресію?

7.Нехай R та S – відношення на множині A={1, 2, 3}, задані матрицями

$$M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ M_S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю відношення $R \cup (S^2)$.

8.На множині A={1,2,3,4} задано відношення R={(1,2),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4), (3,4), (4,3)}. Побудувати для цього відношення замикання з властивостями: рефлексивне замикання, симетричне замикання та транзитивне замикання водночас (використовуючи алг. Уоршала) та визначитити його потужність.

9.Записати всі симетричні відношення на множині {{a}}

10.Визначити яке відношення є відношенням еквівалентності, часткового порядку. До відношень еквівалентності наведіть класи еквівалентності.

А) x та y такі, що їх добуток непарне число.
Б) відношення "x та y має автомобіль однієї марки " на множині людей
В) x та y: $x^2 - y^2 = k, k \epsilon Z$

11.Побудувати діаграму Гассе для відношення "a ділить b" на множині A={1, 2, 3,5, 10, 15, 21, 28, 35}. Визначити мінімальний та максимальний елементи, найменший мінімальний та найбільший максимальний. Знайти верхні та нижні грані , а також найменшу верхню та найбільшу нижню грані для {3,5}

1.Із 40 програмістів 18 володіють мовою Pascal, 19 — мовою С++, 21 — мовою Java. Відомо, що 10 програмістів знають одночасно Pascal і С++, 7 — Pascal і Java, 8 — С++ і Java. Троє програмістів не володіють жодною із мов Pascal, С++, Java. Знайти кількість програмістів, які одночасно не знають усі три мови програмування.

2.Знайти перші 6 перестановок за допомогою алгоритму побудови лексикографічно наступної перестановки для перестановки 1365742.

3.Дано неоднорідне рекурентне рівняння $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} + 5^n$. Визначити константу s, що $a_n = s5^n$ - його частковий розв'язок. Знайти загальний розв'язок цього рекурентного рівняння за початкових умов $a_0 = 2$, $a_1 = 6$.

4.Визначити кількість розв'язків рівняння $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 16$, якщо x_1, x_2, x_3, x_4 - невід'ємні цілі такі, що $4 \le x_2 \le 8$, $x_1 > 2$, $x_4 < 2$.

5.Дев"ять із десяти карт серед яких є червоний туз роздають трьом особам так, що перша особа одержує 3, друга – 4, третя – 2 карти. Скільки існує способів роздавання, коли червоний туз попаде третій особі?

6.Знайти 8 член розкладу $(1 + x)^n$, якщо коефіцієнти при x^5 та x^{12} однакові.

7.Нехай R та S – відношення на множині A={1, 2, 3}, задані матрицями

$$M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю відношення $R \circ (R \oplus S)$.

8.На множині A={1,2,3,4} задано відношення R={(1,1),(2,1),(2,2),(2,4), (3,4), (3, 2), (4,3)}. Побудувати для цього відношення замикання з властивостями: рефлексивне замикання, симетричне замикання та транзитивне замикання водночас (використовуючи алг. Уоршала) та визначитити його потужність.

9.Записати всі рефлексивні відношення на множині {a, b}

10.Визначити яке відношення є відношенням еквівалентності, часткового порядку. До відношень еквівалентності наведіть класи еквівалентності.

А) x та y на множині {2, 3,4,5,6,7,8,9} мають однакову остачу при діленні на 4
Б) відношення бути "одногрупниками" на множині людей
В) «x нинщого росту за y» на множині людей

11.Побудувати діаграму Гассе для відношення "a ділить b" на множині A={2, 3,5, 14, 15, 21, 28, 35 ,60}. Визначити мінімальний та максимальний елементи, найменший мінімальний та найбільший максимальний. Знайти верхні та нижні грані , а також найменшу верхню та найбільшу нижню грані для {3,21}

1.У групі вчиться 25 студентів. Відомо, що 5 студентів отримали п'ятірку з математики, 8 — з програмування, 7 — з фізики. Троє студентів отримали п'ятірки з математики і програмування, 4 — з програмування та фізики, 2 — з математики та фізики. Один студент отримав п'ятірки з усіх трьох дисциплін. Знайти кількість студентів, які не отримали ні одну п'ятірку.

2.Знайти перші 6 перестановок за допомогою алгоритму побудови лексикографічно наступної перестановки для перестановки 1374652.

3.Дано неоднорідне рекурентне рівняння $a_n = 16a_{n-2} + 4^n$. Визначити константу s, що $a_n = sn4^n$– його частковий розв'язок. Знайти загальний розв'язок цього рекурентного рівняння за початкових умов $a_0 = 7, a_1 = 20$.

4.Визначити кількість розв'язків рівняння $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 16$, якщо x_1, x_2, x_3, x_4 - невід'ємні цілі такі, що $1 < x_1 \leq 4$, $x_3 > 2$, $x_4 < 2$.

5.Скільки можна скласти різних слів з букв слова МАТЕМАТИКА таких, щоб чергувалися голосні і приголосні букви?

6.Знайти всі раціональні члени розкладу $(\sqrt[3]{2} - \frac{1}{\sqrt{2}})^{20}$ не виписуючи ірраціональних членів.

7.Нехай *R* та *S* – відношення на множині A={1, 2, 3}, задані матрицями

$$M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad M_S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Знайти матрицю відношення $(R \circ S) \setminus S$.

8.На множині A={1,2,3,4} задано відношення R={(1,1),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4), (3,4), (3, 2), (4,3)}. Побудувати для цього відношення замикання з властивостями: рефлексивне замикання, симетричне замикання та транзитивне замикання водночас (використовуючи алг. Уоршала) та визначитити його потужність.

9.Записати всі іррефлексивні відношення на множині {a, b}

10.Визначити яке відношення є відношенням еквівалентності, часткового порядку. До відношень еквівалентності наведіть класи еквівалентності.

А) *x* та *y* такі, що різниця по модулю не більша 5.
Б) відношення "х рідний брат у" на множині людей
В) х та у: $x^2 - y^2 = k, k \epsilon Z$

11.Побудувати діаграму Гассе для відношення бути підмножиною на множині A={2, 3,5}. Визначити мінімальний та максимальний елементи, найменший мінімальний та найбільший максимальний. Знайти верхні та нижні грані , а також найменшу верхню та найбільшу нижню грані для {2,3}

ДМ-1. Дата____________ Група____________ Прізвище, ініціали________________

1. Функцію $f(x_1,x_2,x_3)=(01101001)$ подати поліномом Жегалкіна.

*Відповідь*____

2. Чи є система булевих функцій $\{0,\ 1,\ x \vee y \vee z\}$ функціонально повною?

*Відповідь*______________ *(так, ні)*

3. Визначити, чи є відношення

(1) рефлексивним, (2) симетричним, (3) антисиметричним, (4) транзитивним.

У відповіді записати номери властивостей поданого відношення.

Відношення R на множині Z цілих чисел, де aRb тоді й лише тоді, коли $|a-b| \le 1$

*Відповідь*________________

4. Скориставшись алгоритмом Воршалла, знайти транзитивне замикання відношення R на множині $\{1,2,3,4\}$. Відповідь подати у вигляді матриці.

$$R=\{(1,2),(2,1),(2,3),(3,4),(4,1)\}$$

Відповідь

5. Які з наведених нижче відношень на множині всіх людей є відношеннями еквівалентності?

1) $\{(a,b) \mid a$ та b одного віку$\}$
2) $\{(a,b) \mid a$ та b мають спільних батьків$\}$
3) $\{(a,b) \mid a$ та b мають спільного тільки тата або тільки мати$\}$
4) $\{(a,b) \mid a$ та b зустрілись$\}$
5) $\{(a,b) \mid a$ та b розмовляють спільною мовою$\}$

*Відповідь*______________

6. Які з відношень, поданих булевими матрицями, є відношеннями часткового порядку?

$$1)\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} \qquad 2)\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} \qquad 3)\begin{pmatrix}1&1&1&0\\0&1&1&0\\0&0&1&1\\1&1&0&1\end{pmatrix}$$

*Відповідь*______________

7. Задано множину $A=\{a,b,c,d\}$ та її розбиття $S=\{\{a\},\{b,c\},\{d\}\}$. Знайти відношення еквівалентності на множині A, яке відповідає цьому розбиттю.

*Відповідь*____

8. На множині $A=\{0,1,2,3\}$ задано відношення $R=\{(0,0),(1,1)\ (2,0),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$. Чи є множина (A, R) частково впорядкованою?

*Відповідь*______________