

Домашнє завдання 6.

Тема 2. Множини, функції, відношення

Замикання відношень

Стор. 263 – 266

№№ 53(б, д), 54(б, в), 67(в), 68(в), 72(в, г), 73(в, г), 74(в).

53. Нехай R та S – відношення на множині $A = \{1, 2, 3\}$, задані матрицями

$$M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad M_S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Знайти матриці відношень:

а) $R \cup S$; б) $R \cap S$; в) $R \oplus S$; г) $S \circ R$; д) $R \circ R$.

54. Нехай відношення R задано матрицею

$$M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Знайти матриці відношень:

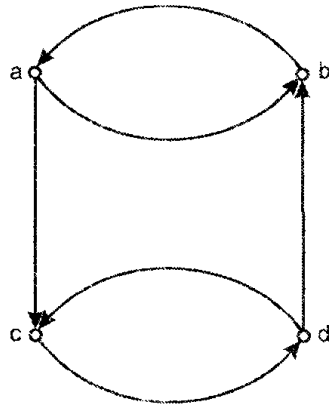
а) R^2 ; б) R^3 ; в) R^4 .

55. Нехай R – відношення на множині $A = \{0, 1, 2, 3\}$, яке складається з упорядкованих пар $(0, 1)$, $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 0)$, $(2, 2)$ та $(3, 0)$. Знайти:

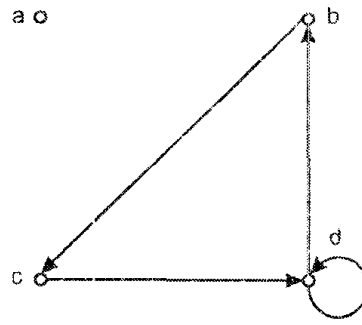
- а) рефлексивне замикання R ;
- б) симетричне замикання R .

57. Як граф, що подає рефлексивне замикання відношення на скінченній множині, можна побудувати з графа цього відношення?

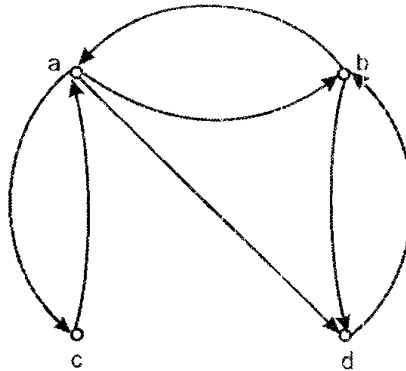
58. Побудувати граф рефлексивного замикання для кожного з відношень, поданих графами:



а)



б)



в)

59. Як граф, що подає симетричне замикання відношення на скінченній множині, можна побудувати з графа цього відношення?

60. Побудувати графи симетричного замикання відношень, поданих графами задачі 58.

67. Нехай відношення R утворено парами (a, b) , де a та b – міста, між якими є пряма авіалінія. Коли пара (a, b) міститься в:

а) R^2 , б) R^3 , в) R^* ?

68. Нехай R – відношення на множині всіх студентів, яке складається з усіх пар (a, b) , де студенти a та b слухають принаймні один спільний курс і $a \neq b$. Коли пара (a, b) міститься в:

а) R^2 , б) R^3 , в) R^* ?

69. Нехай відношення R рефлексивне. Довести, що відношення R^* також рефлексивне.

70. Нехай відношення R симетричне. Довести, що відношення R^* також симетричне.

71. Нехай відношення R іррефлексивне. Чи обов'язково буде іррефлексивним відношення R^2 ?

72. За алгоритмом Воршалла побудувати транзитивні замикання відношень на множині $\{1, 2, 3, 4\}$:

а) $\{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 4), (4, 1)\}$;

б) $\{(2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 4), (4, 1), (4, 3)\}$;

в) $\{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$;

г) $\{(1, 1), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 2)\}$.

73. За алгоритмом Воршалла побудувати транзитивні замикання відношень на множині $\{a, b, c, d, e\}$:

- а) $\{(a, c), (b, d), (c, a), (d, b), (e, d)\}$;
- б) $\{(b, c), (b, e), (c, e), (d, a), (e, b), (e, c)\}$;
- в) $\{(a, b), (a, c), (a, e), (b, a), (b, c), (c, a), (c, b), (d, a), (e, d)\}$;
- г) $\{(a, e), (b, a), (b, d), (c, d), (d, a), (d, c), (e, a), (e, b), (e, c), (e, e)\}$.

74. Знайти найменше відношення на множині $A = \{1, 2, 3, 4\}$, яке містить відношення $R = \{(1, 2), (1, 4), (3, 3), (4, 1)\}$ і має такі властивості:

- а) воно рефлексивне та транзитивне;
- б) симетричне та транзитивне;
- в) рефлексивне, симетричне та транзитивне.

75. Довести, що замикання за властивістю q відношення $R = \{(0, 0), (0, 1), (1, 1), (2, 2)\}$ на множині $\{0, 1, 2\}$ не існує, якщо властивість q така:

- а) відношення не рефлексивне;
- б) кількість елементів відношення непарна.