

Домашнє завдання 5.

Тема 2. Множини, функції, відношення Відношення та їхні властивості

Стор. 256 – 259

№№ 1(г, д, е), 2(г, д, е), 3(в, г), 4(в, г), 8, 16(в, г), 17(в), 18(в, г), 19(в).

1. Записати всі впорядковані пари, які утворюють відношення R із множини $A=\{0, 1, 2, 3, 4\}$ в множину $B=\{0, 1, 2, 3\}$, де $(a, b) \in R$ якщо й лише якщо:

- а) $a = b$;
- б) $a + b = 4$;
- в) $a > b$;
- г) a ділить b ;
- д) $\text{НСД}(a, b) = 1$;
- е) $\text{НСК}(a, b) = 2$.

Тут НСД – найбільший спільний дільник, НСК – найменше спільне кратне.

2. Для кожного з відношень на множині $\{1, 2, 3, 4\}$, наведених нижче, визначити, чи воно рефлексивне, іррефлексивне, симетричне, антисиметричне, асиметричне, транзитивне:

- а) $\{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$;
- б) $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$;
- в) $\{(2, 4), (4, 2)\}$;
- г) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$;
- д) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$;
- е) $\{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 4)\}$.

3. Визначити, чи відношення R на множині всіх людей рефлексивне, іррефлексивне, симетричне, антисиметричне, асиметричне, транзитивне, де $(a, b) \in R$ якщо й лише якщо:

- а) a вищий, ніж b ;
- б) a та b народилися в один і той самий день;
- в) a має те саме прізвище, що й b ;
- г) a та b мають спільних дідуся й бабусю.

4. Визначити, чи відношення R на множині цілих чисел рефлексивне, симетричне, антисиметричне, транзитивне, де $(x, y) \in R$ якщо й лише якщо:

- а) $x \neq y$;
- б) $xy \geq 1$;
- в) $x = y + 1$ або $x = y - 1$;
- г) x та y обидва або від'ємні, або невід'ємні;
- д) $x = y^2$;
- е) $x \geq y^2$.

Нехай R – відношення з множини A в множину B . Відношення $\bar{R} = \{(a,b) \mid (a,b) \notin R\}$ називають *доповнювальним*. Відношення $R^{-1} = \{(b,a) \mid (a,b) \in R\}$ із множини B в множину A називають *оберненим*.

5. Нехай R – відношення на множині цілих чисел, $R = \{(a,b) \mid a < b\}$. Знайти:

а) \bar{R} ; б) R^{-1} .

6. Нехай R – відношення на множині натуральних чисел, $R = \{(a,b) \mid a \text{ ділить } b\}$. Знайти:

а) \bar{R} ; б) R^{-1} .

7. Записати всі 16 різних відношень на множині $\{0, 1\}$. Скільки з них містять пару $(0, 1)$?

8. Скільки з 16 відношень на множині $\{0, 1\}$, записаних у розв'язанні задачі 7:

- а) рефлексивні;
- б) іррефлексивні;
- в) симетричні;
- г) антисиметричні;
- д) асиметричні;
- е) транзитивні?

16. Задати кожне з відношень на множині $\{1, 2, 3\}$, наведених нижче, за допомогою матриці:

- а) $\{(1,1), (1,2), (1,3)\}$;
- б) $\{(1,2), (2,1), (2,2), (3,3)\}$;
- в) $\{(1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,3)\}$;
- г) $\{(1,3), (3,1)\}$.

17. Виписати впорядковані пари елементів відношення на множині $\{1,2,3\}$, які відповідають наведеним нижче матрицям (рядки та стовпці відповідають числам, розміщеним у порядку зростання):

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Визначити, які з цих відношень рефлексивні, іррефлексивні, симетричні, антисиметричні, асиметричні, транзитивні.

18. Для кожного з відношень задачі 16 побудувати граф.

19. Для кожного з відношень задачі 17 побудувати граф.