№2.229.

$$\sqrt{x} + \sqrt{x + \sqrt{x}} \sim \sqrt[8]{x} \quad \text{при } x \to 0$$

∇ Озн. $2^* \Rightarrow \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x} + \sqrt{x + \sqrt{x}}}{\sqrt[8]{x}} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x}\left(1 + \frac{\sqrt{x + \sqrt{x}}}{x}\right)}{\sqrt[8]{x}} =$

$= \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{\frac{x + \sqrt{x}}{x}}}}{\sqrt[8]{x}} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + \underbrace{\left(\frac{\sqrt{x + \sqrt{x}}}{x}\right)}_{\to 0}}}{\underbrace{\sqrt[8]{x^3}}_{}} = 1 \; \triangle$

В: так, прав.

№2.230

$$\operatorname{arctg} \frac{1}{x} = O(1) \quad \text{при } x \to 0$$

∇ Озн. $1^* \Rightarrow \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{arctg} \frac{1}{x}}{1} = \lim\limits_{x \to 0} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} \; \nexists$

$\{$Озн. 1 $\Rightarrow |\operatorname{arctg} \frac{1}{x}| \leq |1| - 1\}$ $\triangle$

В: ні, неправ.

№2.232

Нехай $x \to +\infty$. Довести, що

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = O(x^3)$$

∇ Озн. $1^* \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^3} = \left[\frac{\infty}{+\infty}\right] =$

$= \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^3\left(2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}\right)}{x^3}\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(2 - \underbrace{\frac{3}{x}}_{0} + \underbrace{\frac{1}{x^3}}_{0}\right) = 2$

В: так, прав.

№2.235

$$\frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2} = O\left(\frac{1}{x^2}\right) \quad \text{при } x \to 0$$

∇ Озн. $1^* \Rightarrow \lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{\frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2}}{\frac{1}{x^2}}\right) = \left[\frac{0}{\infty}\right] = 0 \; \triangle$

В: так, прав

№2.245

$$x + 2^{x+1} = O(2^x) \quad \text{при } x \to +\infty$$

№ 34. 1* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2^{x+1}}{2^x}\right)=\left[\dfrac{+\infty}{\infty}\right]=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{2^x}+\dfrac{2^{x+1}}{2^x}\right)=$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{2^x}+\dfrac{2^x\cdot2}{2^x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{2^x}+2\right)=2$

В: так, прав.

№ 2. 275.

$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2},& x\neq2\\ A,& x=2\end{cases}$

1) $y=\dfrac{x^2-4}{x-2}=\dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}=x+2$
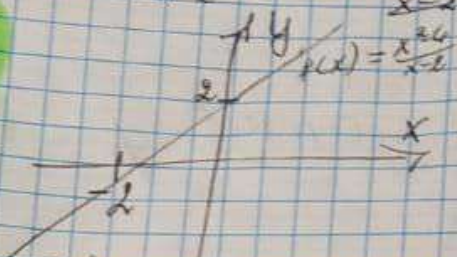
При $A=2$: тепер ф-я прих $x\in\mathbb{R}$,

$\lim\limits_{x\to-0}\dfrac{x^2-4}{x-2}=\dfrac{(-0)^2-4}{-0-2}=-2$

$\lim\limits_{x\to+0}\dfrac{x^2-4}{x-2}=\dfrac{(+0)^2-4}{+0-2}=2$ $f(2)=2$

При $A\neq2$: усувний розрив I р. в т. $x=2$,

$\lim\limits_{x\to-0}\dfrac{x^2-4}{x-2}=\dfrac{(-0)^2-4}{-0-2}=2$

$\lim\limits_{x\to+0}\dfrac{x^2-4}{x-2}=2\neq f(2)=2$

№ 2. 287

$y=\dfrac{x}{(1+x)^2}$ $x+1\neq0$ $D(y)=\mathbb{R}\backslash\{-1\}$
   $x\neq-1$

$\lim\limits_{x\to-1-0}\dfrac{x}{(1+x)^2}=\dfrac{-1-0}{(1+(-1-0))^2}=\dfrac{-1-0}{(-1-0)^2}=\dfrac{-1}{+0}=-\infty$

В: в т. $x=-1$ ф-я має розрив II роду

№ 2. 289

$y=\dfrac{x^2-1}{x^3-3x+2}$ $D(y)=\mathbb{R}\backslash\{-2,1\}$

$x^2-2x+1\neq0;$ $x^3-4x+x+2\neq0;$ $x(x^2-4)+x+2\neq0;$

$x(x-2)(x+2)+x+2\neq0;$ $(x+2)(x(x-2)+1)\neq0;$ $(x+2)(x^2-2x+1)\neq0$

$(x+2)(x-1)^2\neq0$ $x+2\neq0$ $(x-1)^2\neq0$

$x\neq-2$ $x\neq1$

$$\lim_{x \to -1} \frac{x^2-1}{x^2-2x+2} = \frac{(-2-1)^2-1}{(-2-1)^2-3(-2-1)+2} = \frac{(-3)^2-1}{(-3)^2-3(-3)+2} =$$

$$= \frac{8}{-16} = -\frac{1}{2}$$

В: в т. $x=-3$ ф-я має розрив I роду.

$$y = e^{\frac{x+1}{x}} \qquad x \neq 0 \quad D(y) - \mathbb{R} | \{0\}$$

$$\lim_{x \to -0} e^{\frac{x+1}{x}} = e^{\frac{-0+1}{-0}} = e^{\frac{+0}{-0}} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{+\infty}} = \frac{1}{+\infty} =$$

$$=0; \lim_{x \to +0} e^{\frac{x+1}{x}} = e^{\frac{+0+1}{+0}} = e^{+\infty} = +\infty$$

В: в т. $x=0$ ф-я має розрив II роду

$$y = \frac{1}{\ln x} \qquad D(y) = (0,1) \cup (1, +\infty) = (0; +\infty)$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{\ln x} = [\frac{1}{0}] \neq$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\ln x} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

В: в т. $x=0$ ф-я має розрив I роду.

$$f(x) = \begin{cases} x & |x| \le 1 \\ 1 & |x| > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to -0} x = -0 = \boxed{0}$$

$$\lim_{x \to +0} 1 = \boxed{1}$$

В: в т.0 та т.1 ф-я має розрив I роду