## Теореми Ролля, Лагранжа, Коші. §6.2

Т. 6.2.1 (т. Ролля)

Нехай ф-ція $y=f(x)$

1) неперервна на відрізку $[a,b]$

2) диференційовна на інтервалі $(a,b)$

3) $f(a)=f(b)$

Тоді існує точка $\xi \in (a,b)$ така, що $f'(\xi)=0$.

Доведення. Оскільки ф-ція $y=f(x)$ неперервна на $[a,b]$, то з огляду на т. Вейєрштрасса (т. 4.4.1) вона досягає на цьому відрізку найбільшого та найменшого значень. Нехай $M=\max\limits_{x\in[a,b]} f(x)$, $m=\min\limits_{x\in[a,b]} f(x)$. Тоді $(\forall x\in[a,b])\{m\le f(x)\le M\}$.

Можливі випадки: $m=M$ та $m<M$.

I. Тоді $(\forall x\in[a,b])\{f(x)=m=M=const\}$ звідси $(\forall x\in[a,b])\{f'(x)=0\}$. Отже, за $\xi$ можна взяти будь-яку т. з інтервалу $(a,b)$.

II. Оскільки $f(a)=f(b)$, то хоча б одне із значень $m$ та $M$ ф-ція досягає у якійсь