Екзаменаційна робота

з мат аналізу

Кравця Назара

група ПМО-11.

1. а) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x^2-3x-10}{2x^2-4x-30} = \left[\dfrac{0}{0}\right]$

$$\lim_{x \to 5} \frac{x^2-3x-10}{2x^2-4x-30} = \frac{1}{2}$$

б. $\lim\limits_{x \to 7} \dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49} = \left[\dfrac{0}{0}\right]$

$$\lim_{x \to 7}\left(\frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}\right) = \lim_{x \to 7}\left(\frac{(2-\sqrt{x-3})(2+\sqrt{x-3})}{(x^2-49)(2+\sqrt{x-3})}\right) =$$

$$= \lim_{x \to 7}\left(\frac{4-x+3}{(x-7)(x+7)(2x\sqrt{x-3})}\right) = \lim_{x \to 7} \frac{7-x}{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3}} =$$

$$\lim_{x \to 7} \frac{-(x-7)}{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})} = \frac{-1}{(7+7)(2+\sqrt{7-3})} = -\frac{1}{56}$$

в. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)^{2x-3}$

г) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(8x) \cdot tg(5x)}{2x^2} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\dfrac{4\sin(10x)\cos(8x)+5\sin(8x)}{\cos(5x^2)}}{4x} =$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{4\sin 10x \cdot \cos 8x + 5\sin 8x}{4x \cdot \cos 5x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{40\cos(10x)\cos(8x) - 32\sin(10x)\sin(8x) + 40\cos(8x)}{4\cos(5x^2) - 20x\sin(10x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{10\cos 10x \cdot \cos 8x - 8\sin 10x \cdot \sin 8x + 10\cos 8x}{\cos(5x)^2 - 5x\sin 10x} =$$

$$= \frac{10\cos 0 \cos 0 - 8\sin \cancel{1}0 \sin 0 + 10\cos 0}{\cos(0)^2 - 5 \cdot 0\sin 0} = 20.$$

2. а) $y=(28x+12)^{2020}$

$[(28x+12)=g]$

$y'=(g^{2020})'\cdot(28x+12)'=2020(28x+12)^{2019}\cdot 28=$

$=56560(28x+12)^{2019}.$

б) $y=e^{\cos(5x+2)}$

$y'=e^{\cos 5x+2}\cdot(-\sin(5x+2)\cdot 5)=-5e^{\cos(5x+2)}\cdot\sin(5x+2).$

в) $y=\sin^{10}(\ln^5(x^4+3))$

$y'=10\sin^9(\ln^5(x^4+3))\cdot\cos(\ln^5(x^4+3))\cdot 5\ln^4(x^4+3)\cdot$

$\cdot\frac{1}{x^4+3}\cdot 4x^3.$

г) $y=(\operatorname{arctg} x)^{\frac{1}{x}}$

$y'=e^{\ln(\operatorname{arctg}(x))\cdot\frac{1}{x}}\cdot\ln(\operatorname{arctg} x)\cdot\frac{1}{x}=$

$=e^{\ln(\operatorname{arctg}(x))\cdot\frac{1}{x}}\cdot\frac{1}{\operatorname{arctg} x}\cdot\frac{1}{1+x^2}\cdot\frac{1}{x}+\ln(\operatorname{arctg}(x))\cdot$

$\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right).$

3. $y = \frac{x^2-6x+13}{x-3}$.

1) $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

2) неперіодична, не є парна ні непарна

3) $\lim\limits_{x\to\infty}(kx+b-f(x))$

$k = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{x^2-6x+13}{x-3}}{x} = \frac{x^2-6x+13}{x^2-3x} = 1$

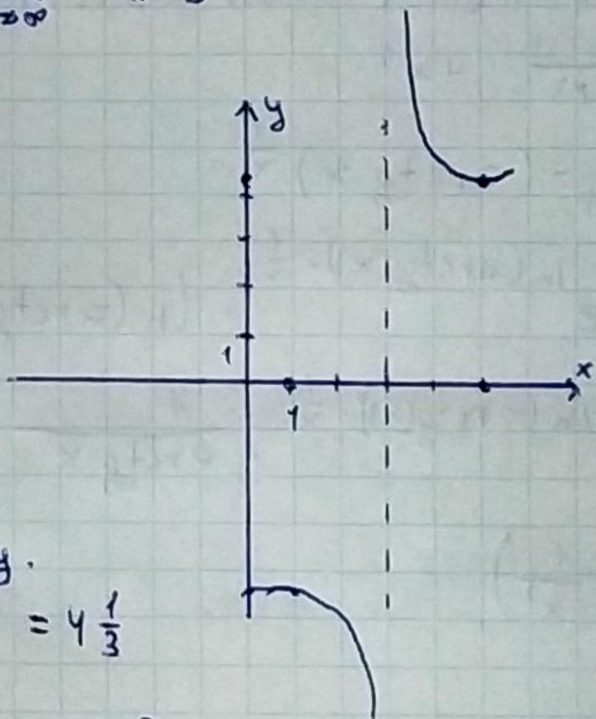
$b = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2-6x+13}{x-3} - x = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{-3x+13}{x-3} = -3$

$y = x-3$

$x_1 = 3$

$\lim\limits_{x\to 3-0} \frac{x^2+6x+13}{x-3} = -\infty$

$\lim\limits_{x\to 3+0} \frac{x^2-6x+13}{x-3} = \infty$



$x_1 = 3$ - точка розриву II роду.

4. $x=0 \Rightarrow y = \frac{0-0+13}{0-3} = -\frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$

$y=0 \Rightarrow x = \frac{x^2-6x+13}{x-3} = 0,\ x \neq 3$

$x^2-6x+13=0$

$D = 36-4\cdot 13 = -16$

$x_1 = \frac{6\pm\sqrt{16}}{2}$

$x_1 = 5$

$x_2 = 1$

5 $y' = \frac{x^2-6x+13}{x-3}$

$$y' = \frac{(x^2-6x+13)(x-3)-(x^2-6x+13)\cdot(x-3)}{(x-3)^2} =$$

$$= \frac{(2x-6)(x-3)-(x^2-6x+13)\cdot 1}{(x-3)^2} = \frac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$$

$$\frac{x^2-6x+5}{(x-3)^2} = 0$$

$x \neq 3$

$x^2-6x+5=0$

$D = 36-4\cdot 5 = 16$

$x_1 = 1$

$x_2 = 5.$