① а) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x^2-3x-10}{2x^2-4x-30} =$

$$= \frac{5^2-3\cdot 5-10}{2\cdot 5^2-4\cdot 5-30} = \frac{25-15-10}{50-20-30} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 5}\frac{(x^2-3x-10)'}{(2x^2-4x-30)'} =$$

$$= \lim_{x\to 5}\frac{2x-3}{4x-4} = \frac{2\cdot 5-3}{4\cdot 5-4} = \frac{7}{16}$$

б) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 7}\dfrac{(2-\sqrt{x-3})(2+\sqrt{x-3})}{(x^2-49)(2+\sqrt{x-3})} =$

$$= \frac{4-(x-3)}{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})} = \frac{7-x}{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})} = \frac{-\cancel{(x-7)}}{\cancel{(x-7)}(x+7)(2+\sqrt{x-3})} =$$

$$= \lim_{x\to 7}\frac{-1}{(x+7)(2+\sqrt{x-3})} = \frac{-1}{(7+7)(2+2)} = \frac{-1}{56} = -\frac{1}{56}$$

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)^{2x-3} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1+1-1}{2x+1}\right)^{2x-3} =$

$$= \lim_{x\to\infty}\left(1+\left(-\frac{2}{2x+1}\right)\right)^{2x-3} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\left(-\frac{2}{2x+1}\right)\right)^{\left(-\frac{2x+1}{2}\right)\left(\frac{(2x-3)\cdot 2}{2x+1}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} e^{-\left(\frac{4x-6}{2x+1}\right)} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\left(-\frac{4x-6}{2x+1}\right)} = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$$

② $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 8x\cdot \operatorname{tg} 5x}{2x^2} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\dfrac{4\sin(10x)\cdot\cos(7x)+5\sin(8x)}{\cos(5x^2)}}{4x} =$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{4\sin 10x\cdot\cos 8x+5\sin 8x}{4x\cdot\cos 5x^2} =$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{40\cos(10x)\cos(7x)-32\sin(10x)\cdot\sin(8x)+40\cos(8x)}{4\cos(5x^2)-20x\sin(10)} =$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{10\cos 10x\cdot\cos 8x-8\sin 10x\cdot\sin 8x+10\cos 8x}{\cos(5x)^2-5x\sin 10x} =$$

$$= \frac{10\cos 0\cdot\cos 0-8\cdot\sin 0\cdot\sin 0+10\cdot\cos 0}{\cos(0)^2-5\cdot 0\cdot\sin 0} = 20$$

② а) $y = (28x+12)^{2020}$

$y' = ((28x+12)^{2020})'$

$y' = 2020 \cdot (28x+12)^{2019} \cdot (28x+12)' =$

$= 2020 \cdot (28x+12)^{2019} \cdot 28;$

$y' = 56560(28x+12)^{2019}$.

б) $y = e^{\cos(5x+2)}$

$y' = (e^{\cos(5x+2)})'$

$y' = e^{\cos(5x+2)} \cdot (-\sin(5x+2)) \cdot (5x+2)' =$

$= e^{\cos(5x+2)} \cdot (-\sin(5x+2)) \cdot 5 = -5 \cdot e^{\cos(5x+2)} \cdot \sin(5x+2)$

в) $y = \sin^{10}(\ln^5(x^4+3))$

$y' = (\sin^{10}(\ln^5(x^4+3)))' = 10\sin^9(\ln^5(x^4+3)) \cdot \cos(\ln^9(x^4+3)) \cdot$

$\cdot 5\ln^4(x^4+3) \cdot \frac{1}{x^4+3} \cdot 4x^3$

г) $y = (\operatorname{arctg} x)^{\frac{1}{x}}$

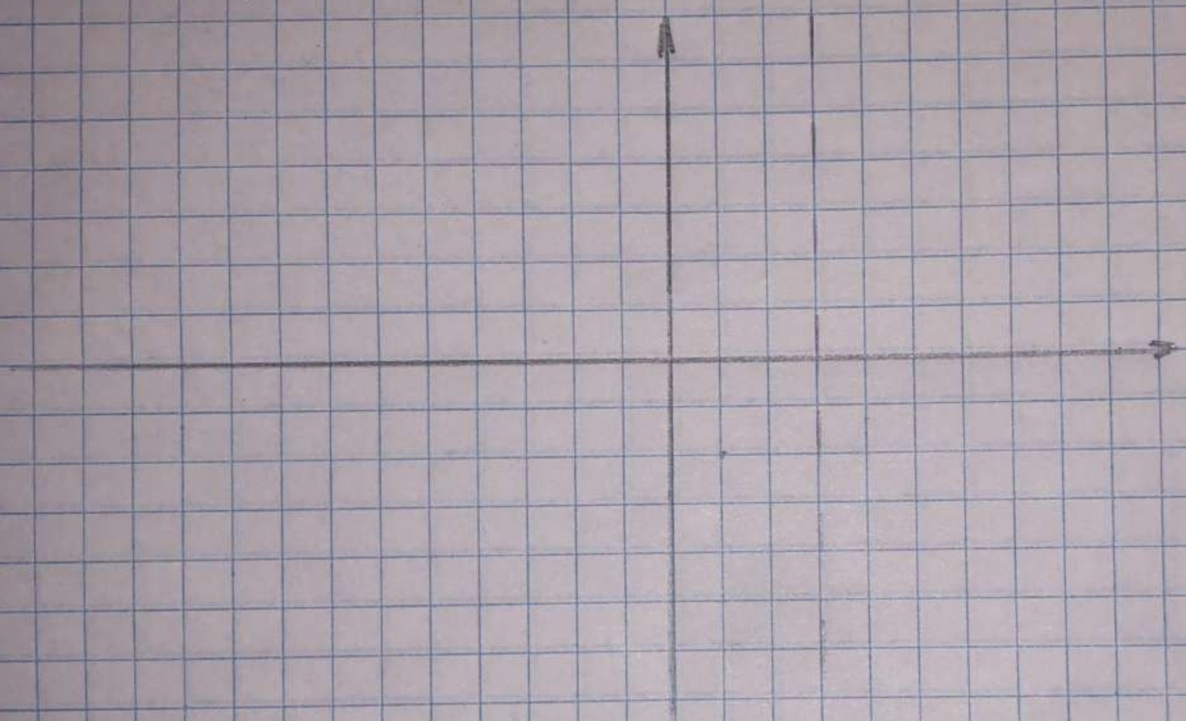
$y' = ((\operatorname{arctg} x)^{\frac{1}{x}})' =$

②

$(x^2-6x+13)(x-3)=0$

$\underline{x=3}$ $\qquad x^2-6x+13=0$

$D=b^2-4ac=36-52=-16$



4

③ $y = \frac{x^2 - 6x + 13}{x - 3}$

① $D(y): \mathbb{R} \setminus \{3\}$

② неперіодична; ні парна, ні непарна $\Rightarrow$ загального типу. $x = 3$ – точка розриву II роду.

③ $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\frac{(x^2 - 6x + 13)}{x - 3} = -\infty \right.$ горизонтальної асимптоти зліва не існує

$\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{x^2 - 6x + 13}{x - 3} \right) = \infty$ горизонтальної асимптоти справа не існує.

а) $x = 3$ – вертикальна асимптота

б) $\exists k = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^2 - 6x + 13}{x(x-3)} = \frac{x^2 - 6x + 13}{x^2 - 3x} = \boxed{1}$

$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) - k(x) = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^2 - 6x + 13}{x - 3} - 1x = \frac{x^2 - 6x + 13 - x + 3}{x - 3} =$

$= \frac{x^2 - 7x + 16}{x - 3}$

⑤ $y' = \left(\frac{x^2 - 6x + 13}{x - 3} \right)' = -\frac{13}{((x-3)^2} - \frac{6}{(x-3)} + \frac{6x}{((x-3)^2)} +$

$+ \frac{2x}{(x-3)} - \frac{x^2}{((x-3)^2)}$

4. Перетин з OY:

$x = 0 \quad y = 0$

Перетин з OX:

③

$y = 0 \quad \frac{x^2 - 6x + 13}{x - 3} = 0$