$F'(\varepsilon) = f'(\varepsilon) - \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = 0$, звідки випл. (6.1) □

Т.6.2.3 (т. Коші)

Нехай ф-ції $f(x)$ та $g(x)$:

1) неперервні на відрізку $[a,b]$;

2) диференційовні на інтервалі (a,b);

3) $(\forall x \in (a,b))\{g'(x) \neq 0\}$

Тоді існує точка $\varepsilon \in (a,b)$ така, що

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(\varepsilon)}{g'(\varepsilon)}.$$

Доведення. Доведемо, що $g(b) \neq g(a)$.
Насправді, якби $g(a) = g(b)$, то для ф-ції $g(x)$ виконувалися б умови т. 6.2.1 (Ролля) і згідно з цією теоремою існувала б точка $\eta \in (a,b)$ така, що $g'(\eta) = 0$. А це суперечило б умові теореми. Отже, $g(a) \neq g(b)$

Розгл. ф-цію

$$F(x) = f(x) - f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} \cdot (g(x) - g(b)).$$

З огляду на умови теореми ф-ція $F(x)$ задовольняє умови т. Ролля, тому існує т. $\varepsilon \in (a,b)$ така, що $F'(\varepsilon) = 0$, тобто $f'(\varepsilon) = \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} \cdot g'(\varepsilon)$