Ion Logu
ИО-11

1) a) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2-3x-10}{2x^2-4x-30} = \dfrac{0}{0} = \lim\limits_{x\to 5}\left(\dfrac{x^2+2x-5x-10}{2x^2-4x-30}\right) =$

$= \lim\limits_{x\to 5}\left(\dfrac{x^2+2x-5x-10}{2(x^2-2x-15}\right) = \lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x(x+2)-5(x+2)}{2(x^2+3x-5x-15)} =$

$= \lim\limits_{x\to 5} \dfrac{(x+2)\cdot(x-5)}{2(x\cdot(x+3)-5(x+3))} = \lim\limits_{x\to 5} \dfrac{(x+2)\cdot\cancel{(x-5)}}{2(x+3)\cdot\cancel{(x-5)}} = \lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x+2}{2(x+3)} =$

$= \lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x+2}{2x+6} = \dfrac{5+2}{2\cdot 5+6} = \dfrac{7}{16}$

б) $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49} = \dfrac{0}{0} \lim\limits_{x\to 7}\left(\dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49} \cdot \dfrac{2+\sqrt{x-3}}{2+\sqrt{x-3}}\right) =$

$= \lim\limits_{x\to 7}\left(\dfrac{(2-\sqrt{x-3})\cdot(2+\sqrt{x-3})}{(x^2-49)\cdot(2+\sqrt{x-3}}\right) = \lim\limits_{x\to 7}\left(\dfrac{4-(x-3)}{(x^2-49)\cdot(2+\sqrt{x-3})}\right) =$

$= \lim\limits_{x\to 7}\left(\dfrac{4-(x-3)}{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})}\right) = \lim\limits_{x\to 7}\left(\dfrac{4-x+3}{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})}\right) =$

$= \lim\limits_{x\to 7}\left(\dfrac{7-x}{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3}}\right) = \lim\limits_{x\to 7} \dfrac{-(x-7)}{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3}} =$

$= \lim\limits_{x\to 7}\left(\dfrac{-1}{(x+7)(2+\sqrt{x-3})}\right) = \dfrac{-1}{(7+7)\cdot(2+\sqrt{7-3}} = -\dfrac{1}{56}$

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)^{2x-3} = \dfrac{\infty}{\infty} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1+1-1}{2x+1}\right)^{2x-3} =$

$= \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\left(-\dfrac{2}{(2x+1)}\right)\right)^{2x-3} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\left(-\dfrac{2}{(2x+1)}\right)\right)^{\left(-\left(\frac{2x+1}{2}\right)\right)\left(\frac{(2x+3)\cdot 2}{2x+1}\right)} =$

$= \lim\limits_{x\to\infty} e^{-\left(\frac{4x-6}{2x+1}\right)} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\left(-\frac{4x-6}{2x+1}\right)} = e^{-2} = \dfrac{1}{e^2}$

1) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 8x \cdot tg\, 5x}{2x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\dfrac{4\sin(10x)\cos(8x)+5\sin(8x)}{\cos(5x)^2}}{2} =$ Чон ПМО-11

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{4\sin(10x)\cos(8x)+5\sin(8x)}{2\cos(5x)^2} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{4\sin(10\cdot 0)\cos(8\cdot 0)+5\sin(8\cdot 0)}{2\cdot\cos(5\cdot 0)^2} =$

$= 0.$

2) a) $y = (28x+12)^{2020}$

$y' = 2020(28x+12)^{2019} \cdot 28 = 56560(28x+12)^{2019}$

б) $y = e^{\cos(5x+2)}$

$y' = e^{\cos(5x+2)} \cdot (-\sin(5x+2)) \cdot 5 = -5e^{\cos(5x+2)} \cdot \sin(5x+2$

в) $y = \sin^{10}(\ln^5(x^4+3)$

$y' = 10 \cdot \sin^9(\ln^5(x^4+3)) \cdot \cos(\ln^5(x^4+3)) \cdot 5\ln^4(x^4+3) \cdot \dfrac{1}{(x^4+3)} \cdot 4x^3 =$

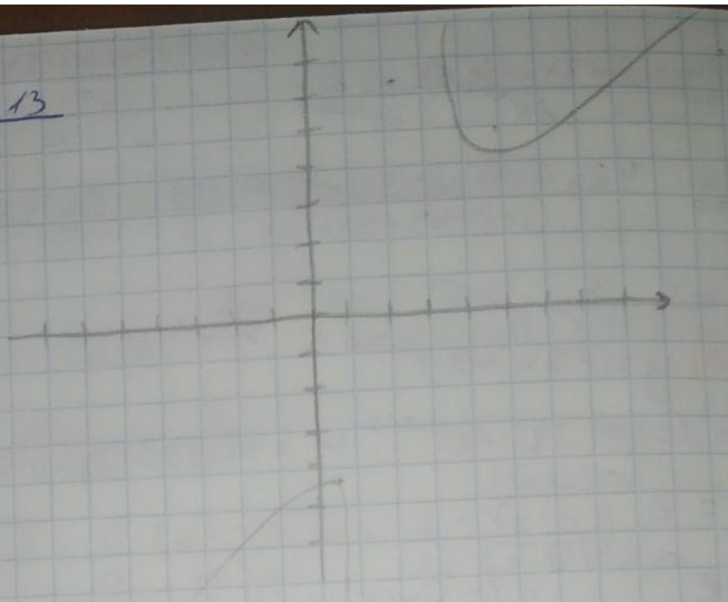
$= \dfrac{200\ln^4(x^4+3) \cdot x^3 \cdot \sin^9(\ln^5(x^4+3)) \cdot \cos(\ln^5(x^4+3)}{(x^4+3)}$

г) $y = (arctg\, x)^{\frac{1}{x}}$

$y' = \dfrac{arctg(x)^{\frac{1}{x}} \log(arctg(x))}{x^2} + \dfrac{arctg(x)^{-1+\frac{1}{x}}}{x(x^2+1)}$

Чаз
ПМО-11

3) $y = \dfrac{x^2-6x+13}{x-3}$



$y = \dfrac{x^2-6x+13}{x-3}$ $\quad x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$

$y' = \dfrac{(x^2-6x+13)' \cdot (x-3) - (x^2-6x+13) \cdot (x-3)'}{(x-3)^2} =$

$= \dfrac{(2x-6)(x-3) - 1 \cdot (x^2-6x+13) \cdot 1}{(x-3)^2} = \dfrac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$

ні парна, ні непарна

Вертикальні асимптоти:

$y = \dfrac{x^2-6x+13}{x-3}$ $\quad x \neq 3 \quad \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-6x+13}{x-3}$

$\lim\limits_{x\to 3-0} \left(\dfrac{x^2-6x+13}{x-3}\right) = -\infty$ $\quad$ $x=3$, оскільки обидві нескінченні.

$\lim\limits_{x\to 3+0} \left(\dfrac{x^2-6x+13}{x-3}\right) = +\infty$

Чоп
ПМО-11

Горизонтальні асимптоти $y = \frac{x^2-6x+13}{x-3}$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-6x+13}{x-3}\right) = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x^2-6x+13}{x-3}\right) = -\infty$$

Не має горизонтальних асимптот, оскільки границі не є скінченними

Перетин з віссю x

$x \neq 3$

$$y = \frac{x^2-6x+13}{x-3} \qquad 0 = \frac{x^2-6x+13}{x-3}$$

$$\frac{x^2-6x+13}{x-3} = 0 \qquad x^2-6x+13=0$$

$$D = 36 - 4\cdot 13 = 36 - 52 = -16$$

$$x_1 = \frac{6 \pm \sqrt{-16}}{2}$$ не існує

Перетину не має

Перетин з віссю y

$$y = \frac{x^2-6x+13}{x-3} \qquad y = \frac{0^2-6\cdot 0+13}{0-3} = -\frac{13}{3}$$

ПМО-11
Чоп

Точки перегину

$y = \frac{x^2-6x+13}{x-3}$ $\quad x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$

$y' = \frac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$ $\quad y'' = \frac{8}{(x-3)^3}$ $\quad x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$

$0 = \frac{8}{(x-3)^3} = \varnothing$

Можлива точка перегину лише $x = 3$.

Оскільки ф-я не визначена при $x = 3$, то немає точок перегину