

ЛОГІКА ВИСЛОВЛЮВАНЬ

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

1.1. Які з наступних оповідальних речень є висловлюваннями?

- а) Студент факультету фізики, математики та інформатики університету.
- б) Кожне ціле число є і числом раціональним.
- в) Існує число x таке, що $x^2 < 0$.
- г) Для кожного дійсного числа x виконується нерівність $x + 1 > 0$.
- д) $x^2 > 0$.
- е) $x + x = 3(x+1)^2$.

1.2. Які з наступних виразів є висловлюваннями? Якщо вираз є висловлюванням, то вказати, яким саме — істинним чи хибним.

- а) 15 кратно 3, але не кратно 4.
- б) $x^2 < 9$.
- в) Кожне дійсне число задовольняє нерівність $x^2 \geq 0$.
- г) 168 кратно 9.
- д) Чи існує дійсне число, більше за 3 і менше від $\sqrt{10}$?
- е) І.Я. Франко — автор «Кобзаря».
- є) Ця задача легка.
- ж) $\ln 1 = 0$.
- з) Існує найбільше просте число.
- и) $\pi = 3,14$.
- і) Рівняння $x^3 + 7x + 1 = 0$ має хоч один дійсний корінь.
- ї) $x^3 + 7x + 1 = 0$.
- й) Чи правильна велика теорема Ферма?
- к) Розкрийте підручник на сторінці 23.
- л) Вчитель сказав: «Розкрийте підручник на сторінці 23».
- м) Всі дійсні числа задовольняють нерівність $x^2 < 9$.
- н) Вкажіть помилку в твердженні: «Для кожного дійсного числа x справджується рівність $\sqrt{x^2} = x$ ».
- о) 1 є просте число.
- п) $\sqrt{x^2} = x$.
- р) Хай живе математика!
- с) Якщо $3 < 2$, то $3^2 < 2^2$.

1.3. На дошці написано лише одне речення: «Те, що написано на дошці,— неправда». Чи є це речення висловлюванням?

1.4. Визначити істинність чи хибність складних висловлювань, вважаючи відомими значення істинності простих висловлювань, з яких вони складаються:

а) 171 кратно 11, але не кратно 7.

б) $-2 > -3$ і $-\frac{1}{2} > -\frac{1}{3}$;

в) $-2 > -3$, але $(-2)^2 < (-3)^2$;

г) $5 \geq 5$;

д) $2 \leq 3$;

е) $\frac{\pi}{3} > 1$ або $\frac{\pi}{3} > \frac{e}{2}$;

є) Якщо $\pi < 3$, то $\pi^2 < 3^2$;

ж) 96 кратно 24 тоді і тільки тоді, коли 96 кратно 8 і 96 кратно 3;

з) 96 кратно 48 тоді і тільки тоді, коли 96 кратно 8 і 96 кратно 6;

и) 72 кратно 48 тоді і тільки тоді, коли 72 кратно 8 і 72 кратно 6;

і) 198 кратно 11 і 18, але не кратно 7;

ї) Неправильно, що хоч одне з чисел 21, 51, 91 є простим.

1.5. Припустимо, що смартфон А має 256 Мб оперативної пам'яті і 32 Гб постійної пам'яті ROM, роздільна здатність його камери - 8 МП; смартфон В має 288 Мб оперативної пам'яті і 64 Гб постійної, а роздільна здатність його камери становить 4 МП; смартфон С має 128 Мб оперативної пам'яті і 32 Гб постійної пам'яті ROM, роздільна здатність його камери становить 5 МП. Визначте істинність кожного з наступних тверджень.

а) Смартфон В має найбільшу оперативну пам'ять із цих трьох смартфонів.

б) Смартфон С має більше постійної пам'яті ROM або камеру з вищою роздільною здатністю, ніж смартфон В.

в) Смартфон В має більше оперативної пам'яті, більше ROM, а також камеру з вищою роздільною здатністю, ніж смартфон А.

г) Якщо смартфон В має більше оперативної пам'яті та більше ROM, ніж смартфон С, то він також має камеру з вищою роздільною здатністю.

д) Смартфон А має більше оперативної пам'яті, ніж смартфон В, тоді і тільки тоді, коли смартфон В має більше оперативної пам'яті, ніж смартфон А.

1.6. Припустимо, що за останній фінансовий рік: річний дохід компанії Асте Computer становив 138 мільярдів доларів, а її чистий прибуток - 8 мільярдів доларів;

річний дохід Nadir Software - 87 мільярдів доларів, а чистий прибуток - 5 мільярдів доларів; річний дохід Quixote Media склав 111 мільярдів доларів, а її чистий прибуток становив 13 мільярдів доларів.

Визначте істинність кожного з наступних тверджень стосовно останнього фінансового року.

а) Найбільший річний дохід був у Quixote Media .

б) Nadir Software мав найнижчий прибуток, а найбільший річний дохід отримав Acme Computer.

в) Найвищий чистий прибуток мала компанія Acme Computer або компанія Quixote Media.

г) Якщо у компанії Quixote Media був найнижчий чистий прибуток, то найбільший річний дохід отримала компанія Acme Computer.

д) Nadir Software мав найнижчий чистий прибуток тоді і тільки тоді, коли найбільший річний дохід був у Acme Computer.

1.7. Знайти значення змінної x : після обчислення кожного з наведених нижче операторів, якщо перед їх виконанням $x = 1$:

а) if $(1 + 2 = 3)$ then $x := x + 1$;

б) if $(1+1=3)$ OR $(2+2=3)$ then $x := x + 1$;

в) if $(2 + 3 = 5)$ AND $(3+4=7)$ then $x := x + 1$;

г) if $(1 + 1 = 2)$ XOR $(1 + 2 = 3)$ then $x := x + 1$;

д) if $x < 2$ then $x := x + 1$.

1.8. Визначте істинність або хибність еквівалентностей.

а) $2 + 2 = 4$ тоді і тільки тоді, коли $1 + 1 = 2$.

б) $1 + 1 = 2$ тоді і тільки тоді, коли $2 + 3 = 4$.

в) $1 + 1 = 3$ тоді і тільки тоді, коли мавпи можуть літати.

г) $0 > 1$ тоді і тільки тоді, коли $2 > 1$.

1.9. Визначте, чи задані імплікації є істинними або хибними.

а) Якщо $1 + 1 = 2$, то $2 + 2 = 5$.

б) Якщо $1 + 1 = 3$, то $2 + 2 = 4$.

в) Якщо $1 + 1 = 3$, то $2 + 2 = 5$.

г) Якщо мавпи вміють літати, то $1 + 1 = 3$.

1.10. Для кожного із наступних тверджень визначте, чи воно містить звичайну диз'юнкцію (OR), чи альтернативне «або» (XOR). Поясніть свою відповідь.

а) Кава або чай супроводжують вечерю.

б) Пароль повинен містити принаймні три цифри або не менше восьми символів.

в) Передумовою для даного курсу є курс теорії чисел або курс криптографії.

г) Ви можете сплатити доларами США або євро.

1.11. Для кожного із наступних тверджень визначте, чи воно містить звичайну диз'юнкцію, чи альтернативне «або» (XOR). Поясніть свою відповідь.

а) Необхідний досвід роботи з C ++ або Java.

б) Обід включає суп або салат.

в) Для в'їзду в країну потрібен паспорт або офіційна довідка про реєстрацію.

1.12. Знайти побітове АБО, побітове І, і побітове XOR кожної з цих пар бітових рядків.

а) 101 1110, 010 0001

б) 1111 0000, 1010 1010

в) 00 0111 0001, 10 0100 1000

г) 11 1111 1111, 00 0000 0000

1.13. Перекладіть дане твердження в формули логіки, використовуючи задані висловлювання.

а) Ви не можете редагувати захищений запис Вікіпедії, якщо ви не є адміністратором. Подайте відповідь у термінах e : "Ви можете редагувати захищений запис у Вікіпедії", a : "Ви є адміністратором".

б) Щоб скористатися бездротовою мережею в аеропорту, ви повинні сплатити щоденний збір, якщо ви не є абонентом послуги. Подайте відповідь у термінах: w : «Ви можете користуватися бездротовою мережею в аеропорту», d : «Ви платите щоденну плату», s : «Ви є абонентом послуги».

в) Можна оновити операційну систему лише в тому випадку, якщо: 32-розрядний процесор працює на частоті 1 ГГц або швидше, є щонайменше 1 Гб оперативної пам'яті та 16 Гб вільного місця на жорсткому диску, або 64-розрядний процесор на частоті 2 ГГц або швидше, щонайменше 2 Гб оперативної пам'яті і щонайменше 32 Гб вільного місця на жорсткому диску. Подайте відповідь у термінах: u : «Ви можете оновити операційну систему», b_{32} : «У вас 32-розрядний процесор», b_{64} : «У вас 64-розрядний процесор», g_1 : «Процесор працює на частоті 1 ГГц або швидше», g_2 : «Процесор працює на частоті 2 ГГц або швидше», r_1 : «Процесор має принаймні 1 Гб оперативної пам'яті», r_2 : «Процесор має принаймні 2 Гб оперативної пам'яті», h_{16} : «У вас є принаймні 16 Гб вільного простору на жорсткому диску» і h_{32} : «У вас є принаймні 32 Гб вільного місця на жорсткому диску».

1.14. Записати наведені нижче складні висловлювання за допомогою логічних операцій та оцінити їхню істинність:

а) Якщо $7 > 6$, то $7 \geq 6$;

- б) Задане число кратне 10001 тоді і тільки тоді, коли воно кратне 73 і 137;
- в) Якщо 4-кутник не є ромбом, то його діагоналі не взаємно перпендикулярні;
- г) Число n кратне 48 тільки тоді, коли n кратне 6 і кратне 8;
- д) Неправильно, що задане число не кратне 15 тоді і тільки тоді, коли воно не кратне 5 і не кратне 3;
- е) 2385 кратне 117 тоді і тільки тоді, коли 2385 кратне 13 і кратне 9, але 2385 не кратне 117 тоді і тільки тоді, коли 2385 не кратне 13 або не кратне 9;

1.15. Придумати два висловлювання, що є кон'юнкцією (диз'юнкцією) трьох висловлювань, одне з яких істинне, а інші хибні.

1.16. Запишіть кожне з цих тверджень у формі «якщо p , то q » мовою логіки.

- а) Я не забуду надіслати вам адресу лише у випадку, якщо ви надішлете мені повідомлення на електронну пошту.
- б) Щоб бути громадянином США, достатньо, щоб ви народилися в цій країні.
- в) Якщо ви збережете свій підручник, він буде корисною довідкою у ваших майбутніх курсах.
- г) "Червоні крила" виграють Кубок Стенлі, якщо їхній воротар добре грає.
- д) Факт отримання роботи означає, що у вас були найкращі рекомендації.
- е) Пляж розмивається під час шторму.
- є) Необхідно мати дійсний пароль для входу на сервер.
- ж) Ви вийдете на вершину, якщо не почнете підйом пізно.

1.17. Задані висловлювання p : «Завтра буде холодно» та q : «Падатиме сніг». Записати наведені нижче висловлювання за допомогою p , q та логічних операцій:

- а) завтра буде холодно й падатиме сніг;
- б) завтра буде холодно, але сніг не падатиме;
- в) завтра не буде холодно й не падатиме сніг;
- г) завтра падатиме сніг або буде холодно (або одне й друге);
- д) якщо завтра буде холодно, то падатиме сніг;
- е) завтра буде холодно або падатиме сніг, але не падатиме сніг, якщо буде холодно;
- є) для того, щоб завтра було холодно, необхідно й достатньо, щоб падав сніг.

1.18. Запишіть ці системні специфікації, використовуючи твердження p : «Повідомлення перевіряється на віруси» та q : «Повідомлення було надіслано з невідомої системи», а також логічні операції (включаючи заперечення).

- а) «Повідомлення перевіряється на наявність вірусів, коли повідомлення надсилається з невідомої системи».

б) «Повідомлення було надіслано з невідомої системи, але не було перевірено на наявність вірусів».

в) «Необхідно перевіряти повідомлення на наявність вірусів, коли воно надсилається з невідомої системи».

г) «Якщо повідомлення не надсилається з невідомої системи, воно не перевіряється на наявність вірусів».

1.19. Запишіть ці системні специфікації, використовуючи твердження p : «Користувач вводить дійсний пароль», q : «Доступ надано», r : «Користувач заплатив абонентську плату» та логічні операції (включаючи заперечення).

а) «Користувач сплатив абонентську плату, але не ввів дійсний пароль».

б) «Доступ надається, коли користувач сплатив абонентську плату і ввів дійсний пароль».

в) «Доступ заборонено, якщо користувач не сплатив абонентську плату».

г) «Якщо користувач не ввів дійсний пароль, але заплатив абонентську плату, то доступ надається.»

1.20. Дано два висловлювання: a = Василь знає Петра, b = Петро знає Василя. Записати логічними формулами такі висловлювання:

а) Василь і Петро знають один одного;

б) Василь і Петро не знають один одного;

в) або Василь знає Петра, або Петро знає Василя;

г) Василь не знає Петра, а Петро знає Василя;

д) неправильно, що Петро не знає Василя;

е) неправильно, що Василь і Петро один одного не знають.

1.21. Записати за допомогою символів наступні висловлювання, вживаючи букви для позначення простих висловлювань:

а) 3 є простим числом і 9 – складене число;

б) $\sqrt{3}$ — ірраціональне число або існує раціональне число, що не є цілим;

в) Петро встане і він або Іван вийде;

г) Петро встане і вийде або Іван вийде;

д) студент не може навчатися, якщо він утомився або голодний;

е) у шаховому турнірі ні Петро, ні Іван не виграли свої відкладені партії;

є) якщо Петро спізниться і не піде на першу годину першої лекції, то він не буде задоволений, а якщо він не спізниться, то він буде задоволений;

ж) у степу не буде пилових буревіїв тоді і тільки тоді, коли будуть лісозахисні смуги; якщо лісозахисних смуг не буде, то пилові буревії знищать посіви і нанесуть

збитки господарству;

з) або Петро піде на вечір відпочинку і Іван не піде на нього; або Петро не піде на вечір відпочинку і Іван приємно проведе час;

и) Петро ходить у кіно тільки в тому випадку, коли там показують комедію;

і) для того щоб натуральне число a було непарним, достатньо, щоб a було простим і більше за два;

ї) якщо «Шахтар» або «Динамо» програють і «Карпати» виграє, то «Таврія» втратить перше місце і, крім того, «Зоря» покине вищу лігу;

й) якщо у трикутнику медіана не є висотою і бісектрисою, то цей трикутник не рівнобедрений і не рівносторонній.

1.22. Записати за допомогою символів наступні висловлювання, вживаючи латинські букви для позначення простих висловлювань:

а) Якщо автобус повернеться до табору до 21 години, то ми будемо дивитись новий художній фільм, в іншому разі буде вечір поезії або танці.

б) Петро не грає ні в шахи, ні в шашки.

в) Ні Петро, ні Іван не грають ні в шахи, ні в шашки.

г) Необхідною, але не достатньою умовою нашої поїздки на рибалку є хороша погода завтра.

1.23. Записати у вигляді формули математичної логіки запропоновані твердження, позначаючи прості висловлювання буквами, і визначити їх істинність чи хибність:

а) Трикутник ABC рівносторонній тільки тоді, коли він рівнобедрений.

б) Фігура $ABCO$ — квадрат тоді, коли вона є прямокутником.

в) Для того щоб паралелограм $ABCO$ був квадратом, необхідно, але недостатньо, щоб його діагоналі були рівні між собою.

г) Число n просте тільки тоді, коли воно непарне.

д) Число n кратне 18 тоді, коли воно кратне 9.

е) Для того щоб число m було кратне 3, достатньо, але не необхідно, щоб m було кратне 6.

є) Необхідною і достатньою умовою подільності числа m на 6 є подільність m на 3 і на 2.

ж) $x^2 - 7x + 10 = 0$ тоді і тільки тоді, коли $x = 2$ або $x = 5$.

з) $x^2 - 7x + 10 = 0$ тоді і тільки тоді, коли $x = 2$ і $x = 5$.

1.24. Записати твердження логіко-математичною символікою і визначити їх істинність чи хибність:

а) Якщо 3219 кратно 111, то 3219 кратно 37, а якщо 3219 не кратно 37, то 3219 не кратно 111.

б) Якщо 3221 кратно 111, то 3221 кратно 37.

в) Якщо 3256 кратно 111, то 3256 кратно 37.

Встановити, яким саме рядкам у таблиці імплікації відповідають випадки (а, б, в) даної вправи.

1.25. Записати твердження логіко-математичною символікою і визначити їх істинність чи хибність:

а) $x^2 > 4$ тоді і тільки тоді, коли $x > 2$ або $x < -2$.

б) $x^2 > 4$ тоді і тільки тоді, коли $x > 2$ і $x < -2$.

в) $x^2 < 4$ тоді і тільки тоді, коли $x < 2$ і $x > -2$.

г) $x^2 < 4$ тоді і тільки тоді, коли $x < 2$ або $x > -2$.

1.26. Записати математичні твердження за допомогою логічних операцій і вказати, вони є істинними чи хибними.

а) Для того щоб число p було простим, необхідно, щоб p було числом непарним.

б) Для того щоб виконувалась рівність $a^0 = 1$, де a – дійсне число, необхідно і достатньо, щоб справджувалась нерівність $a \neq 0$.

в) Для того щоб справджувалась нерівність $a \geq 0$, достатньо, щоб виконувалась умова $a > 0$.

1.27. Дано висловлювання: p = Я люблю математику, q = Я люблю спорт. Який зміст мають наступні висловлювання:

а) $p \wedge q$;

б) $\neg(p \wedge q)$;

в) $p \vee q$;

г) $p \wedge \neg q$;

д) $\neg(\neg p \wedge \neg q)$;

е) $\neg(\neg p)$;

є) $\neg p \vee q$.

1.28. Нехай p : «Сьогодні світить сонце», q : «Сьогодні іде сніг», r : «Сьогодні похмуро» і s : «Учора було ясно». Перевести на звичайну мову наступні висловлювання:

а) $p \wedge \neg r$;

б) $q \vee r$;

в) $p \wedge \neg(q \vee r)$;

г) $p \rightarrow \neg(r \wedge q)$;

д) $\neg p \leftrightarrow s$;

е) $(q \rightarrow r) \vee p$.

1.29. Прочитайте імплікації чотирма різними способами, вживаючи вирази: «необхідна умова», «достатня умова», «тоді», «тільки тоді».

а) $ABCD$ - квадрат $\rightarrow ABCD$ - ромб.

б) ABC - рівносторонній трикутник $\rightarrow ABC$ – рівнобедрений трикутник.

в) $a > 3 \rightarrow a \geq 3$.

г) $a = 2 \rightarrow a \leq 2$.

д) $a < -3 \rightarrow a^2 > 9$.

е) $a < 0 \rightarrow \sqrt{a^2} = -a$.

є) $a = \max (x_n) \rightarrow a = \sup (x_n)$.

ж) $2 > 3 \rightarrow 0 > 1$.

1.30. Знайти кількість всеможливих двомісних логічних операцій.

1.31. Знайти кількість всеможливих двомісних логічних операцій, які набувають значення T щонайбільше в трьох інтерпретаціях.

1.32. Нехай $p = T, q = F, r = T$. Знайти значення істинності наступних висловлювань:

а) $(\neg p \rightarrow \neg(q \rightarrow r)) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$;

б) $\neg(p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg(r \leftrightarrow (\neg p \vee (q \vee r))))))$.

1.33. Знайти значення істинності формули:

а) $(p \leftrightarrow (q \wedge \neg r)) \rightarrow (q \vee \neg(p \wedge r) \vee (p \wedge \neg q))$ при $p=q=T, r=F$;

б) $((q \rightarrow ((p \wedge \neg r) \vee \neg p)) \leftrightarrow \neg q) \rightarrow (p \wedge ((s \vee \neg q) \rightarrow r))$ при $p=r=F, q=s=T$;

в) $\neg(p \rightarrow r) \wedge (\neg q \vee (\neg r \rightarrow p))$ при $p=T, q=F, r=T$;

г) $(\neg(p \leftrightarrow q) \wedge r) \rightarrow (\neg p \vee (q \leftrightarrow r))$ при $p=F, q=T, r=F$;

д) $((p \rightarrow \neg q) \wedge q) \rightarrow (\neg r \vee (p \wedge q))$ при $p=T, q=F, r=T$.

1.34. Знайти значення істинності формули $p \rightarrow q$ в різні дні тижня, де:

а) через p позначено висловлювання «сьогодні понеділок», а через q – «вчора була субота»;

б) через p позначено висловлювання «вчора була неділя», а через q - «сьогодні понеділок».

1.35. Знайти значення істинності складного висловлювання: «Якщо ми дістанемо путівки (p), то поїдемо до спорттабору (t) і ми або дістанемо путівки, або будемо відпочивати у родичів на селі (s) тоді і тільки тоді, коли вони повернуться з відпустки (v)». Значення істинності атомарних висловлювань задано так: $p = F, t = F, s = T, v = T$.

1.36. Побудувати таблиці істинності для кожного з наведених нижче висловлювань:

а) $p \rightarrow q$;

б) $\neg p \leftrightarrow q$;

$$\text{в)} (p \rightarrow q) \vee (\neg p \rightarrow q);$$

$$\text{г)} (p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q);$$

$$\text{д)} (p \leftrightarrow q) \vee (\neg p \leftrightarrow q);$$

$$\text{е)} (\neg p \leftrightarrow \neg q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q).$$

1.37. Довести, що формули $\neg q \rightarrow \neg p$, $(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg p$, $(p \wedge \neg q) \rightarrow q$, $(p \wedge \neg q) \rightarrow F$, де F - значення «фальш», мають ту саму таблицю істинності, що й формула $p \rightarrow q$.

1.38. Довести, що формули $p \leftrightarrow q$ та $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ мають однакові таблиці істинності.

1.39. Застосувавши таблиці істинності, довести закони дистрибутивності.

1.40. Застосувавши таблиці істинності, довести закони де Моргана.

1.41. Застосувавши таблиці істинності, довести правило контрапозиції $p \rightarrow q = \neg q \rightarrow \neg p$.

1.42. Довести закони поглинання $p \vee (p \wedge q) = p$ та $p \wedge (p \vee q) = p$.

1.43. Довести закони виключеного третього $p \vee \neg p = T$ та суперечності $p \wedge \neg p = F$.

2.1. Склавши таблиці істинності, доведіть, що наступні формули є тавтологіями:

- | | |
|---|--|
| а) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$; | в) $(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$; |
| б) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \leftrightarrow \neg q)$; | г) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r))$. |

2.2. Склавши таблиці істинності наступних формул, доведіть, що всі вони є тавтологіями:

- | | |
|--|--|
| а) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$; | и) $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$; |
| б) $p \rightarrow (q \rightarrow (p \wedge q))$; | і) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow (p \leftrightarrow q))$; |
| в) $p \rightarrow (p \vee q)$; | ї) $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$; |
| г) $(p \wedge q) \rightarrow p$; | й) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$; |
| д) $(p \rightarrow (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r))$; | к) $(p \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow (r \vee q))$; |
| е) $((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)) \rightarrow \neg p$; | л) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$; |
| є) $(p \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r))$; | м) $(a \rightarrow (b \rightarrow c)) \leftrightarrow ((a \wedge b) \rightarrow c)$; |
| ж) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg p)$; | н) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$. |
| з) $\neg \neg p \rightarrow p$; | |

2.3. Побудувавши таблиці істинності вияснити, чи є висловлювання, наведені нижче, тавтологіями:

- | |
|---|
| а) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \leftrightarrow (p \rightarrow r)$; |
| б) $((p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q)) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow \neg q)$; |
| в) $((p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)) \leftrightarrow \neg p$; |
| г) $((p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q)) \leftrightarrow q$; |
| д) $((\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow r) \wedge ((\neg(p \rightarrow q)) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$. |

2.4. Показати, що наступні формули алгебри висловлювань є тавтологіями:

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

3.1. Визначити, які з цих формул алгебри висловлювань є: 1) тавтологіями, 2) суперечностями, 3) виконуваними:

- а) $((p \wedge r) \vee (q \wedge s)) \rightarrow ((p \vee q) \wedge (r \vee s));$
- б) $((p \wedge q) \vee (r \wedge s)) \rightarrow ((p \vee q) \wedge (r \vee s));$
- в) $((p \vee q) \rightarrow r) \rightarrow ((p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r));$
- г) $((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow ((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r));$
- д) $(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge p \wedge \neg r;$
- е) $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s));$
- є) $((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s));$
- ж) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (r \leftrightarrow s) \rightarrow ((p \vee r) \rightarrow (q \vee s));$
- з) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((r \leftrightarrow s) \rightarrow ((p \vee r) \leftrightarrow (q \vee s)));$
- и) $(p \wedge q \wedge (p \rightarrow q)) \leftrightarrow p;$
- і) $((p \rightarrow q) \wedge p \wedge q) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge p).$

3.2. Довести чи спростувати, що наступні формули алгебри висловлювань є загальнозначущими:

- а) $((p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s)) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow s));$
- б) $((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow s)) \rightarrow (p \rightarrow (q \wedge r \wedge s));$
- в) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((r \rightarrow s) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow s)));$
- г) $(q \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))) \rightarrow (p \rightarrow r);$
- д) $((p \rightarrow q) \vee (r \rightarrow q)) \leftrightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q);$
- е) $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \rightarrow ((p \vee r) \rightarrow (q \vee s)).$

3.3. Проводячи рівносильні перетворення з використанням основних рівносильностей, доведіть, що всі формули є тавтологіями:

- | | |
|---|---|
| а) $p \rightarrow (q \rightarrow p);$ | з) $\neg \neg p \rightarrow p;$ |
| б) $p \rightarrow (q \rightarrow (p \wedge q));$ | и) $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p);$ |
| в) $p \rightarrow (p \vee q);$ | і) $p \rightarrow q \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow (p \leftrightarrow q));$ |
| г) $(p \wedge q) \rightarrow p;$ | ї) $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p;$ |
| д) $(p \rightarrow (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r));$ | й) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q);$ |
| е) $((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)) \rightarrow \neg p;$ | к) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r));$ |
| є) $(p \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r));$ | л) $(p \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow (r \vee q));$ |
| ж) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg p);$ | м) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r));$ |

$$\text{н) } (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \rightarrow r);$$

$$\text{о) } (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r)).$$

3.4. За допомогою еквівалентних перетворень перевірити, чи є наведені нижче висловлювання тавтологіями:

$$\text{а) } ((p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q)) \leftrightarrow q;$$

$$\text{г) } ((p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q)) \vee \neg q ;$$

$$\text{б) } ((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)) \leftrightarrow \neg p ;$$

$$\text{д) } (p \wedge q \wedge (p \leftrightarrow q)) \leftrightarrow (p \wedge q).$$

$$\text{в) } (p \rightarrow q) \vee (\neg p \rightarrow q);$$

3.5. Який із законів дистрибутивності $p*(q \diamond r) = (p*q) \diamond (p*r)$ та $(p \diamond q)*r = (p*r) \diamond (q*r)$ виконується, якщо логічні операції, позначені символами « \diamond » та « $*$ », задано в наступній таблиці.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
*	\wedge	\wedge	\wedge	\vee	\vee	\vee	\oplus	\oplus	\oplus
\diamond	\oplus	\rightarrow	\leftrightarrow	\oplus	\rightarrow	\leftrightarrow	\wedge	\vee	\rightarrow
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
*	\oplus	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\leftrightarrow	\leftrightarrow	\leftrightarrow	\leftrightarrow
\diamond	\leftrightarrow	\wedge	\vee	\oplus	\leftrightarrow	\wedge	\vee	\oplus	\rightarrow

3.6. Застосовуючи рівносильні перетворення, приведіть наступні формули до можливо більш простої форми:

$$\text{а) } \neg ((p \vee q) \wedge (p \wedge \neg r));$$

$$\text{б) } (p \wedge \neg q) \vee \neg (p \wedge q);$$

$$\text{в) } \neg((p \vee \neg q) \wedge q) \wedge \neg (\neg p \wedge q);$$

$$\text{г) } (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q);$$

$$\text{д) } (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (q \wedge r);$$

$$\text{е) } (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r);$$

$$\text{є) } ((p \vee \neg q) \rightarrow (r \rightarrow q \vee \neg q \vee p)) \wedge (p \vee \neg (p \rightarrow p)) \rightarrow q;$$

$$\text{ж) } ((p \wedge \neg ((p \wedge \neg p) \rightarrow (q \wedge \neg q))) \rightarrow r) \vee p \vee (q \wedge r);$$

$$\text{з) } (p \wedge ((q \vee r) \rightarrow (q \vee r))) \vee (p \wedge p \wedge \neg q) \vee p \vee (q \wedge \neg (p \wedge \neg p));$$

$$\text{и) } \neg(\neg p \vee q) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow p);$$

$$\text{і) } \neg(\neg p \wedge \neg q) \vee ((p \rightarrow q) \wedge p);$$

$$\text{ї) } (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \wedge (p \vee q);$$

$$\text{й) } (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg p) \wedge (r \rightarrow p);$$

$$\text{к) } (p \wedge r) \vee (p \wedge \neg r) \vee (q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r);$$

$$\text{л) } \neg((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg p));$$

$$\text{м) } (\neg(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q \wedge r)) \vee (\neg p \wedge r).$$

3.7. Наступні формули перетворіть рівносильним чином так, щоб вони містили у собі тільки операції \neg , \vee , \wedge і, щоб заперечення було віднесено тільки до пропозиційних змінних і не стояло б перед дужками:

- | | |
|---|--|
| а) $(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow r)$; | ж) $((\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r) \rightarrow (r \leftrightarrow \neg q)$; |
| б) $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow \neg(p \leftrightarrow q)$; | з) $((p \rightarrow (q \wedge r)) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \rightarrow \neg q$; |
| в) $((p \vee q \vee r) \rightarrow p) \rightarrow r$; | и) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$; |
| г) $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow \neg p$; | і) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \vee q)$; |
| д) $(p \leftrightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow p$; | ї) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg p)) \rightarrow (r \rightarrow p)$; |
| е) $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \wedge r)$; | й) $((p \leftrightarrow q) \wedge (\neg p \leftrightarrow \neg q)) \rightarrow ((p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q))$; |
| є) $(p \wedge q) \leftrightarrow (p \wedge q)$; | к) $((p \leftrightarrow \neg q) \rightarrow r) \rightarrow (p \leftrightarrow \neg r)$; |
| | л) $(p \rightarrow (q \leftrightarrow r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \leftrightarrow r)$. |

3.8. Проводячи рівносильні перетворення з використанням основних рівносильностей, доведіть, що всі формули є тотожно хибними (запереченнями):

- а) $p \wedge (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$;
- б) $p \wedge q \wedge ((p \wedge q) \rightarrow r) \wedge \neg r$;
- в) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \wedge ((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q))$;
- г) $((p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \vee (p \wedge q))) \wedge ((\neg p \vee (p \wedge q)) \rightarrow (p \wedge \neg q))$;
- д) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow \neg(p \rightarrow r)$;
- е) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q) \wedge p$;
- є) $((p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r))$;
- ж) $p \wedge (q \wedge (\neg p \vee \neg q))$;
- з) $\neg(((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r))$;
- и) $(p \wedge q) \leftrightarrow \neg(p \wedge q)$;
- і) $(p \rightarrow (q \wedge \neg r)) \leftrightarrow (p \wedge (q \rightarrow r))$;
- ї) $\neg((r \vee q) \wedge p) \rightarrow (((r \vee p) \rightarrow q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q))$;
- й) $\neg((p \leftrightarrow q) \wedge \neg r) \rightarrow (((p \vee q) \rightarrow p) \rightarrow \neg r)$.

3.9. На основі властивості імплікації (без використання таблиць істинності та еквівалентних перетворень) довести, що наведені нижче формули - тавтології:

- | | |
|---|---|
| а) $(p \wedge q) \rightarrow p$; | г) $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$; |
| б) $p \rightarrow (p \vee q)$; | д) $(\neg(p \rightarrow q)) \rightarrow p$; |
| в) $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$; | е) $(\neg(p \rightarrow q)) \rightarrow \neg q$. |

3.10. За означенням імплікації (без побудови таблиць істинності та виконання еквівалентних перетворень), перевірити, чи є наведені нижче висловлювання тавтологіями:

a) $((p \vee q) \wedge (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow r;$

$$\text{б) } ((p \vee q \vee s) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (s \rightarrow r)) \rightarrow r;$$

B) $((p \wedge \neg q) \rightarrow \neg p) \wedge ((q \wedge \neg r) \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r);$

$$\Gamma) ((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow s)) \rightarrow (r \vee s).$$

3.11. За означенням імплікації (без побудови таблиць істинності та виконання еквівалентних перетворень) встановити, що запропоновані формули алгебри висловлювань — тавтології:

a) $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \rightarrow ((p \vee r) \rightarrow (q \vee s));$

$$\mathfrak{b}) (p \vee q) \rightarrow (((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow s)) \rightarrow (r \vee s));$$

B) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r));$

$$\Gamma) (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((s \rightarrow p) \rightarrow (s \rightarrow (q \rightarrow r)));$$

Д) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((s \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow (s \rightarrow r)))$;

e) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((r \rightarrow s) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow s)))$.

3.12. Довести, що наведені нижче формули логічно еквівалентні:

a) $p \wedge (q \oplus r)$ i $(p \wedge q) \oplus (p \wedge r)$;

B) $p \rightarrow (q \vee r)$ i $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$.

$$6) p \rightarrow (q \leftrightarrow r) \text{ i } (p \wedge q) \leftrightarrow (p \wedge r);$$

3.13. Перевірити, чи наведені нижче формули логічно еквівалентні:

a) $p \oplus (q \wedge r)$ i $(p \oplus q) \wedge (p \oplus r)$;

B) $p \rightarrow (q \wedge r)$ i $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$.

6) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ i $p \rightarrow (q \rightarrow r)$;

3.14. Виходячи з означення, довести логічну еквівалентність формул:

a) $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q);$

$$6) (p \vee q) \rightarrow \neg q = \neg q;$$

$$\text{B) } (p \leftrightarrow q) \wedge ((p \wedge \neg q) \vee q) = p \wedge q;$$

$$\Gamma) (p \rightarrow q) \wedge p \wedge q = (p \rightarrow q) \wedge p.$$

3.15. Використовуючи закони логіки, довести логічну еквівалентність формул:

a) $((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r) = \neg p \vee q \vee r$;

$$6) (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r)) = \neg p \vee \neg q \vee r;$$

В) $((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (r \rightarrow (p \wedge q)) = (r \rightarrow p) \wedge (r \rightarrow q).$

3.16. Довести чи спростувати твердження:

a) $\neg(p \leftrightarrow \neg q) = (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$;

$$6) \quad p \rightarrow (p \leftrightarrow q) = (p \rightarrow q);$$

B) $(p \vee r) \rightarrow (q \vee s) = (p \rightarrow q) \vee (r \rightarrow s);$

$$\Gamma) (p \vee q \vee \neg r) \rightarrow p = (q \rightarrow p) \wedge (\neg p \rightarrow r).$$

3.17. Подати висловлювання $p \leftrightarrow q$ формулою, яка містить лише логічні операції \neg та \vee .

3.18. Подати висловлювання $p \vee q$ формулою, яка містить лише логічну операцію \rightarrow .

3.19. Перетворити формулу алгебри висловлювань в рівносильну, звівши число логічних операцій у знайдений формулі до m :

- а) $(\neg(p \rightarrow q) \wedge \neg(p \wedge q)) \vee q$ ($m = 1$);
- б) $(p \wedge q) \vee (\neg q \wedge r) \vee q$ ($m = 1$);
- в) $(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)$ ($m = 1$);
- г) $(p \vee q) \wedge (q \rightarrow p) \vee (p \wedge r)$ ($m = 0$);
- д) $(p \rightarrow q) \rightarrow \neg q$ ($m = 1$);
- е) $((p \rightarrow q) \wedge (p \vee (q \wedge r)) \wedge (p \rightarrow r)) \vee \neg r$ ($m = 1$);
- є) $\neg(p \rightarrow q) \vee \neg(r \rightarrow q) \vee q$ ($m = 2$);
- ж) $((p \vee q) \wedge (q \rightarrow p)) \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg r)$ ($m = 1$);
- з) $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg q)$ ($m = 1$);
- и) $(p \wedge r) \vee (\neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg r)$ ($m = 2$);
- і) $(p \vee (q \rightarrow r)) \wedge (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee r \vee s)$ ($m = 1$);
- ї) $(\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$ ($m = 2$);
- й) $(\neg(q \vee r) \rightarrow (q \wedge r \wedge s)) \vee (\neg q \wedge s)$ ($m = 2$);
- к) $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg r) \vee (\neg p \rightarrow q) \vee p \vee (q \wedge \neg r)$ ($m = 1$);
- л) $(\neg(r \rightarrow \neg q) \vee (\neg q \wedge p) \vee (q \wedge \neg r)) \rightarrow \neg q$ ($m = 1$).

3.20. Чи є логічно еквівалентними (рівносильними) такі пари тверджень:

- а) «Якщо p , то q » і «Якщо неправильно, що p , то неправильно, що q ».
- б) « q — необхідна умова для p » і « q тільки тоді, коли p ».
- в) « q — необхідна умова для p » і « $\neg q$ — достатня умова для $\neg p$ ».
- г) «Неправильно, що p і q » і «Неправильно, що p , і неправильно, що q ».
- д) «Неправильно, що p або q » і «Неправильно, що p , або неправильно, що q ».
- е) «Неправильно, що p і q » і «Неправильно, що p , або неправильно, що q ».
- є) «Неправильно, що p тоді і тільки тоді, коли q » і « p тоді і тільки тоді, коли $\neg q$ ».
- ж) «Неправильно, що p тоді і тільки тоді, коли q » і «Неправильно, що p тоді, коли q , і неправильно, що p тільки тоді, коли q ».

3.21. Застосовуючи закон контрапозиції: $p \rightarrow q = \neg q \rightarrow \neg p$, замінити запропоновані твердження рівносильними:

- а) Якщо функція f інтегровна (R) на $[a, b]$, то f обмежена на $[a, b]$.

б) Якщо число p кратне 3 і кратне 5, то p кратне 15.

в) Якщо добуток двох чисел a, b рівний 0, то хоч одне з чисел a, b рівне 0.

г) Якщо $a^b = 1$, то $b = 0$ і $a \neq 0$, або $a = 1$ (a, b — дійсні числа).

д) Якщо добуток двох цілих чисел m, p є непарним числом, то m і p — непарні числа.

3.22. Застосовуючи рівносильність $p \rightarrow q = \neg p \vee q$ і, у разі потреби, закони де Моргана, переформулювати твердження:

а) Якщо f — функція диференційовна в точці x_0 , то вона неперервна в цій точці.

б) Якщо a кратне 9 і a кратне 4, то a кратне 36.

в) Якщо $x(x - 1) = 0$, то $x = 0$ або $x = 1$.

г) $1 \nmid x = 0$ або $x \neq 1$.

д) $x \neq 3$ або $x^2 = 9$.

е) $x = 3$ або $x^3 \neq 27$.

3.23. Застосовуючи закони де Моргана, замінити твердження логічно еквівалентними:

а) Неправильно, що 247 кратне 17 і кратне 13.

б) Неправильно, що 7 або 11 є дільником числа 782.

в) Неправильно, що 0 або 1 є коренем рівняння $x^5 - 3x + 1 = 0$.

г) Неправильно, що трикутник ABC є рівнобедрений прямокутний.

3.24. Знаючи означення рівності двох комплексних чисел, сформулювати умову нерівності двох комплексних чисел, використавши закон де Моргана.

3.25. Виходячи з того, що $a^2 + b^2 = 0$ тоді і тільки тоді, коли $a = 0$ і $b = 0$, і застосовуючи закони де Моргана, сформулювати необхідну і достатню умову нерівності $a^2 + b^2 \neq 0$ (a, b — дійсні числа). Те ж саме для нерівності: $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$.

3.26. Студент Б. взяв на себе зобов'язання на поточний семестр:

1) Не одержувати жодної оцінки, нижчої від 4.

2) Якщо в інституті буде шаховий турнір, взяти в ньому участь.

3) Працювати в гуртку математичної логіки або брати участь в семінарі з теорії груп.

В яких випадках слід вважати, що Б. не виконав взятого зобов'язання?

3.27. Академгрупа намітила протягом семестру провести екскурсію до одного з музеїв Києва, зробити культпохід в оперний чи драматичний театр і поїхати всією групою пароплавом до Канева, якщо така подорож буде організована. В яких випадках цей план групи по закінченні семестру буде вважатись невиконаним?

3.28. У прогнозі погоди на сьогодні сказано: «Без опадів, буде сильний вітер, температура від $+16^{\circ}$ до $+18^{\circ}$ С». В яких випадках слід вважати, що цей прогноз не повністю справдився?

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

4.1. Двоїстим до складного висловлювання, яке містить лише логічні операції \vee , \wedge , \neg , називають висловлювання, одержане заміною \vee на \wedge , \wedge на \vee , T на F та F на T . Знайти висловлювання, двоїсті до висловлювань:

$$\text{а) } \neg(p \wedge q) \wedge r; \quad \text{б) } (\neg p \wedge q \wedge r) \vee \neg s; \quad \text{в) } (p \vee F) \wedge (q \vee T).$$

4.2. Визначити, які з формул є КНФ, ДНФ чи зовсім не є нормальними формами:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } q \wedge \neg q \wedge \neg r \vee \neg p \wedge q \vee p \wedge \neg r \vee s; & \text{г) } p; \\ \text{б) } p \wedge q \vee r \wedge (\neg s \vee t); & \text{д) } \neg q; \\ \text{в) } p \rightarrow q \vee r; & \text{е) } (p \vee \neg q) \wedge \neg p \wedge \neg q \wedge r. \end{array}$$

4.3. Рівносильними перетвореннями приведіть кожен з наступних формул до диз'юнктивної нормальної форми:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \neg(p \vee r) \wedge (p \rightarrow q); & \text{г) } ((p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow \neg p)) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg r); \\ \text{б) } (p \leftrightarrow q) \wedge \neg(r \rightarrow t); & \text{д) } (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow \neg r) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)); \\ \text{в) } (p \vee (q \wedge \neg r)) \wedge (p \vee r); & \end{array}$$

4.4. Звести формули алгебри висловлювань до ДНФ:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r); & \text{д) } \neg(p \leftrightarrow q) \wedge (p \wedge r \vee \neg q); \\ \text{б) } (p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow \neg r); & \text{е) } ((\neg p \rightarrow q) \rightarrow q \wedge r) \wedge (q \rightarrow p); \\ \text{в) } (\neg p \rightarrow q) \wedge r \leftrightarrow (p \leftrightarrow q); & \text{е) } \neg((\neg p \rightarrow q) \rightarrow q \wedge r) \wedge (q \rightarrow p); \\ \text{г) } (p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (\neg q \leftrightarrow r); & \text{ж) } (\neg p \leftrightarrow \neg q \wedge r) \rightarrow \neg(p \wedge d \wedge \neg q). \end{array}$$

4.5. Рівносильними перетвореннями приведіть кожен з наступних формул до кон'юнктивної нормальної форми:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \neg(p \vee r) \wedge (p \rightarrow q); & \text{г) } ((p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow \neg p)) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg r); \\ \text{б) } (p \leftrightarrow q) \wedge \neg(r \rightarrow t); & \text{д) } (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow \neg r) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)); \\ \text{в) } (p \vee (q \wedge \neg r)) \wedge (p \vee r); & \end{array}$$

4.6. Звести запропоновані формули алгебри висловлювань до КНФ:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } p \wedge q \vee \neg r; & \text{д) } (p \rightarrow r) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg s); \\ \text{б) } p \wedge \neg q \vee r \wedge s; & \text{е) } p \vee \neg(\neg p \rightarrow q); \\ \text{в) } (p \rightarrow q) \rightarrow p \wedge r; & \text{е) } \neg(p \rightarrow q); \\ \text{г) } \neg(p \rightarrow q \wedge r) \vee q \wedge s; & \text{ж) } (p \rightarrow \neg q \wedge r) \vee p \wedge s; \end{array}$$

$$з) (p \leftrightarrow q) \rightarrow p \wedge r;$$

$$и) \neg(p \wedge q \wedge r) \rightarrow (p \rightarrow q).$$

4.7. Звівши формулу до кнф, з'ясувати, чи є вона логічно істинною (тавтологією):

$$а) p \wedge q \rightarrow (p \rightarrow q);$$

$$е) (p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r);$$

$$б) (p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q) \rightarrow q;$$

$$е) (p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (r \rightarrow p \wedge q);$$

$$в) (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg p;$$

$$ж) (p \vee r) \wedge (q \vee s) \rightarrow p \wedge q \vee r \wedge s;$$

$$г) (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r));$$

$$з) p \wedge r \vee q \wedge s \rightarrow (p \vee q) \wedge (r \vee s).$$

$$д) (p \vee q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r);$$

4.8. Зведенням формули до ДНФ визначити, чи є ця формула суперечністю:

$$а) \neg(p \rightarrow (q \rightarrow p));$$

$$в) (p \rightarrow q \vee r) \wedge (p \rightarrow \neg(q \vee r)).$$

$$б) \neg((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)));$$

4.9. Нехай складне висловлювання задано таблицею істинності.

p	q	r	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
T	T	T	F	T	F	T	F
T	T	F	T	F	F	F	F
T	F	T	T	F	T	F	F
T	F	F	F	T	F	T	F
F	T	T	T	F	T	F	T
F	T	F	F	T	T	T	T
F	F	T	F	T	F	T	F
F	F	F	T	F	F	T	T

Побудувати досконалі диз'юнктивні нормальні форми висловлювань f_1 - f_5 . Довести, що ДДНФ подає задане висловлювання.

4.10. Побудувати ДКНФ висловлювань f_1, f_2, f_3, f_5 із задачі 4.9. Довести, що ДКНФ задає складне висловлювання.

4.11. Побудувати складне висловлювання, яке складається з простих висловлювань p, q, r та набуває значення T тоді й лише тоді, коли:

а) p та q - істинні, r – фальшиве;

б) точно два з трьох висловлювань p, q, r — істинні.

4.12. Використовуючи ДДНФ, знайдіть формулу, що приймає значення T на наступних наборах значень змінних, і тільки на них:

$$а) (F, F), (T, T);$$

$$г) (F, T, T), (T, T, F);$$

$$б) (T, F);$$

$$д) (T, F, F), (F, T, F), (F, F, T);$$

$$в) (F, T, F), (T, F, T), (T, T, T);$$

$$е) (F, T, T), (T, F, T), (T, T, F), (T, T, T);$$

є) $(F,F,F), (F,T,F), (T,T,T);$

ж) $(F,T,F,T), (T,F,T,F), (T,F,F,F), (T,T,T,F),$
 $(T,T,T,T).$

4.13. Використовуючи ДКНФ, знайдіть формулу, що приймає значення F на наступних наборах значень змінних, і тільки на них:

а) $(F,T), (T,T);$

є) $(T,T,T), (F,F,T), (T,T,F), (T,F,F);$

б) $(F,T);$

є) $(F,F,F), (F,T,F), (T,T,T);$

в) $(F,T,T);$

ж) $(T,T,F,T), (F,F,T,F), (T,F,T,F), (F,F,T,T),$

г) $(T,F,F), (T,F,T);$

$(F,F,F,F).$

д) $(F,T,T), (F,F,F), (F,T,F);$

4.14. Зобразити у вигляді ДДНФ висловлювання $f_1 - f_3$, задані таблицями істинності:

p	q	r	$f_1(p,q,r)$	$f_2(p,q,r)$	$f_3(p,q,r)$
T	T	T	F	F	F
T	T	F	F	T	F
T	F	T	F	F	F
T	F	F	T	F	T
F	T	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	T	F
F	F	F	T	T	F

4.15. Зобразити у вигляді ДКНФ висловлювання $f_4 - f_7$, задані таблицями істинності:

p	q	r	$f_4(p,q,r)$	$f_5(p,q,r)$	$f_6(p,q,r)$	$f_7(p,q,r)$
T	T	T	T	F	T	F
T	T	F	T	F	T	T
T	F	T	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F	T
F	T	T	F	T	T	T
F	T	F	T	F	T	F
F	F	T	F	F	T	F
F	F	F	F	T	F	T

4.16. Використовуючи таблиці істинності, знайдіть ДДНФ для кожної з наступних формул:

$$a) \neg(p \wedge q) \rightarrow \neg(p \vee r);$$

$$д) p \vee (q \rightarrow (r \leftrightarrow (p \wedge q)));$$

$$б) p \rightarrow q;$$

$$е) ((p \wedge \neg q) \vee r) \wedge t;$$

$$в) (p \wedge q) \vee r;$$

$$е) (p \wedge ((q \wedge r) \vee t)) \vee \neg t.$$

$$г) (p \leftrightarrow r) \rightarrow (p \wedge \neg q);$$

4.17. Використовуючи таблиці істинності, знайдіть ДДКФ для кожної з формул задачі 3.16.

4.18. Перевірити, чи формула, останній стовпчик таблиці істинності якої наведено нижче, задає складне висловлювання:

$$a) TTTTFFFF;$$

$$д) TFTFFFFT;$$

$$з) TTTFFFFF;$$

$$й) TTTFFFTF;$$

$$б) FFTTFFTT;$$

$$е) TFTTTTFT;$$

$$и) TTTTTTFF;$$

$$к) TFTTTFFF;$$

$$в) TFFTFFFF;$$

$$е) FFTFFTF;$$

$$і) FTTTTFFT;$$

$$л) TFFFFFFT.$$

$$г) TFTFTFTF;$$

$$ж) TFTTTFFF;$$

$$ї) TFFFTTTF;$$

4.19. Рівносильними перетвореннями приведіть кожну з наступних формул до ДДНФ:

$$a) (\neg p \vee r) \wedge (q \vee r);$$

$$ж) (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee t) \wedge (r \vee t);$$

$$б) (p \wedge q) \vee (q \wedge r);$$

$$з)$$

$$в) p \vee (q \wedge r);$$

$$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r) \vee (p \wedge \neg r) \vee (q \wedge \neg r) \vee$$

$$г) (p \wedge q) \vee (r \wedge t);$$

$$(\neg q \wedge r);$$

$$д) ((p \wedge \neg q) \vee r) \wedge (\neg p \vee r);$$

$$и) \neg p \vee (p \wedge q) \vee (q \wedge r) \vee (r \wedge t);$$

$$е) ((p \vee q) \wedge (p \vee r)) \vee (\neg q \wedge (r \vee \neg q));$$

$$і) p \vee q \vee r \vee s \vee t.$$

$$е) p \vee q \vee r;$$

4.20. Рівносильними перетвореннями приведіть кожну з наступних формул до ДКНФ:

$$a) (\neg p \wedge r) \vee (q \wedge r);$$

$$і) (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge \neg r.$$

$$б) (p \vee q) \wedge r;$$

$$в) (\neg p \vee q) \wedge (p \vee r);$$

$$г) (\neg p \wedge q) \vee (r \wedge t);$$

$$д) (p \wedge q \wedge r) \vee t;$$

$$е) p \wedge q \wedge r;$$

$$е) (p \wedge q) \vee (q \wedge r) \vee (r \wedge t);$$

$$ж) p \vee q \vee (\neg r \wedge t);$$

$$з) (p \wedge q) \vee r;$$

$$и) p \wedge q \wedge r \wedge t;$$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

5.1. Користуючись лише означенням логічного наслідку на базі алгебри

висловлювань, визначити, чи формула β_i задана таблицею істинності ($i = 1, 2, 3, 4$),

логічно випливає з гіпотез $\alpha_1(p, q, r)$, $\alpha_2(p, q, r)$, $\alpha_3(p, q, r)$:

p	q	r	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	β_3	β_4
T	T	T	F	F	T	F	F	T	T
T	T	F	T	T	T	T	T	T	F
T	F	T	T	T	F	F	F	T	T
T	F	F	T	F	T	T	F	T	T
F	T	T	F	T	T	F	F	T	T
F	T	F	F	F	F	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T	F	T
F	F	F	T	F	T	F	F	T	T

5.2. Формули α_1 , α_2 , α_3 , β_1 , β_2 задані таблицями істинності:

p	q	r	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2
T	T	T	F	F	T	F	F
T	T	F	T	T	T	T	F
T	F	T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	F	F	F	F
F	F	T	T	T	T	F	F
F	F	F	T	F	T	T	F

Чи є коректним виведення: 1) $\alpha_1, \alpha_3 \models \beta_1$, 2) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \models \beta_1$, 3) $\alpha_1, \alpha_2 \models \beta_1$, 4) $\alpha_1, \alpha_2 \models \beta_2$?

5.3. Виходячи з означення логічного наслідку на базі алгебри висловлювань, перевірити, чи правильне твердження

$$p \vee q, p \rightarrow \neg r \models p \vee (\neg r \leftrightarrow q).$$

5.4. Побудувавши відповідні таблиці істинності, визначити, чи є правильними твердження:

а) $(p \rightarrow q) \rightarrow r \models p \vee q \vee r$;

в) $p \rightarrow q, p \vee r \models p \vee r \rightarrow p \wedge q$;

б) $p \vee q \vee r \models (p \rightarrow q) \rightarrow r$;

г) $f \rightarrow g, k \rightarrow \neg h, h \vee \neg g \models f \rightarrow \neg k$.

5.5. Методом від супротивного з'ясуйте, чи вірне наступне виведення:

$$f \rightarrow g, k \rightarrow \neg h, h \vee \neg g \vdash f \rightarrow \neg k.$$

5.6. Користуючись **теоремою 1.2**, обґрунтувати правила виведення modus ponens, modus tollens, гіпотетичний силлогізм, диз'юнктивний силлогізм.

5.7. Використовуючи **теорему 1.2**, з'ясуйте, чи формула $f \rightarrow m$ є логічним наслідком гіпотез $(f \vee g) \rightarrow (h \wedge k)$ і $(k \vee l) \rightarrow m$.

5.8. Виходячи з теореми 1.2, показати, що виведення: $p \rightarrow q, q \vdash p$ і $p \rightarrow q, \neg p \vdash \neg q$ не мають місця. Навести відповідні контрприкладі.

5.9. Довести, використовуючи **теорему 1.2**:

$$\text{а) } \neg p \vee q, \neg p \vee r, \neg q \vee \neg r \vdash \neg p; \quad \text{б) } \neg h, \neg h \rightarrow (p \vee q), p \rightarrow r, q \rightarrow r \vdash r.$$

5.10. Які правила виведення використано наступних твердженнях?

а) Якщо падатиме дощ, то басейн буде зачинено. Падає дощ. Отже, басейн зачинено.

б) Якщо падатиме сніг, то університет буде зачинено. Університет не зачинено.

Отже, сніг не падає.

в) Якщо я піду плавати, то довго буду на сонці. Якщо я буду довго на сонці, то засмагну. Отже, якщо я піду плавати, то засмагну.

г) Кенгуру живуть в Австралії, мають сильні нижні кінцівки, роблять довгі стрибки, і вони сумчасті. Отже, кенгуру - сумчасті.

д) На вулиці спека більше 40 градусів або небезпечне забруднення повітря. Сьогодні менше 40 градусів; отже, забруднення повітря небезпечне.

5.11. Перевірити, чи вірно одержаний наслідок із гіпотез:

$$\text{а) } \neg p \rightarrow \neg q, p \vdash q; \quad \text{в) } p \rightarrow q, \neg p \rightarrow q \vdash q.$$

$$\text{б) } \neg q \rightarrow \neg p, p \vdash q;$$

5.13. Побудувати дедуктивний ланцюжок від гіпотез до наслідку:

$$\text{а) } p \wedge q, \neg r \rightarrow \neg q \vdash r; \quad \text{г) } p \rightarrow q \vee r, s \rightarrow p \vdash \neg q \wedge \neg r \rightarrow \neg s;$$

$$\text{б) } p, r \rightarrow \neg(p \vee q) \vdash \neg r; \quad \text{д) } p \vee q \rightarrow r, r \rightarrow s \vee e, e \rightarrow f, \neg s \wedge \neg f \vdash \neg p;$$

$$\text{в) } \neg(p \vee q) \vdash \neg p \vee r; \quad \text{е) } p \vee \neg r, p \rightarrow s, q \rightarrow r, \neg q \rightarrow s \vdash s.$$

5.14. Доведіть коректність висновку для кожного з логічних виведень:

$$\text{а) } p \vdash p; \quad \text{ж) } p \leftrightarrow q \vdash p \rightarrow q;$$

$$\text{б) } (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \vdash p \rightarrow r; \quad \text{з) } (p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \vdash p \leftrightarrow r;$$

$$\text{в) } p \rightarrow q \vdash (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r); \quad \text{и) } (p \wedge q) \rightarrow r \vdash p \rightarrow (q \rightarrow r);$$

$$\text{г) } (p \rightarrow q) \rightarrow r \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r); \quad \text{і) } p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash (p \wedge q) \rightarrow r;$$

$$\text{д) } p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash q \rightarrow (p \rightarrow r); \quad \text{ї) } p \rightarrow q \vdash (p \vee r) \rightarrow (q \vee r);$$

$$\text{е) } p \rightarrow q \vdash \neg q \rightarrow \neg p; \quad \text{й) } p \rightarrow q \vdash (p \wedge r) \rightarrow (q \wedge r).$$

$$\text{є) } \neg p \vdash p \rightarrow q;$$

5.15. Перевірити коректність висновку для кожного з наступних виведень

- а) $f \rightarrow g, k \rightarrow \neg h, h \vee \neg g \vdash f \rightarrow \neg k$;
 б) $f \rightarrow g, ((f \vee l) \wedge h) \rightarrow m, l \rightarrow h \vdash ((f \vee l) \wedge g) \rightarrow \neg m$;
 в) $(f \wedge g) \rightarrow \neg r, (f \wedge h) \rightarrow k, f \rightarrow \neg k, (f \wedge \neg g) \rightarrow h \vdash f \rightarrow \neg r$;
 г) $f \rightarrow g, \neg k \rightarrow \neg l, s \rightarrow h, \neg f \rightarrow \neg k, h \rightarrow l \vdash s \rightarrow g$;
 д) $(f \wedge g) \rightarrow h, (h \wedge k) \rightarrow l, \neg m \rightarrow (k \wedge l) \vdash (f \wedge g) \rightarrow m$;
 е) $f \rightarrow (g \rightarrow h), (h \wedge k) \rightarrow l, \neg m \rightarrow (k \wedge \neg l) \vdash f \rightarrow (g \rightarrow m)$;
 є) $(f \vee g) \rightarrow (h \wedge k), (k \vee l) \rightarrow m \vdash f \rightarrow m$;
 ж) $f \rightarrow (g \wedge h), \neg g \vee k, (l \rightarrow \neg m) \rightarrow \neg k, g \rightarrow (f \wedge \neg l) \vdash g \rightarrow l$;
 з) $(f \rightarrow g) \wedge (h \rightarrow k), (g \rightarrow l) \wedge (k \rightarrow m), \neg(l \wedge m), f \rightarrow h \vdash \neg f$.

5.16. З'ясуйте, чи є логічно правильним наступне міркування.

Студент піде додому (p) або залишиться в університеті (q). Він не залишиться в університеті. Отже, студент піде додому. (Буквами позначені наявні в цьому міркуванні прості висловлювання.)

5.17. Дано гіпотези: «Іван тяжко працює». «Якщо Іван тяжко працює, то він пасивний хлопець» і «Якщо Іван - пасивний хлопець, то він не знайде кращої роботи». Використати правила виведення для обґрунтування такого висновку з цих гіпотез: «Іван не знайде кращої роботи».

5.18. На підприємстві є три відділи: A , B і C , що домовилися про наступне затвердження проєктів: а) якщо відділ A не бере участь у затвердженні проєкту, то в цьому затвердженні не бере участь і відділ B ; б) якщо відділ A бере участь у затвердженні проєкту, то в ньому беруть участь відділи B і C . З'ясувати, чи зобов'язаний при цих умовах відділ C брати участь у затвердженні проєкту, коли в ньому бере участь відділ B ?

5.19. Чи є сумісними наступні системні твердження? «Система знаходиться в багатокористувацькому стані, тоді і лише тоді коли вона працює нормально. Якщо система працює нормально, ядро функціонує. Ядро не працює або система перебуває в режимі переривання. Якщо система не знаходиться в багатокористувацькому стані, то вона знаходиться в режимі переривання. Система не перебуває в режимі переривання.»

5.20. Чи є сумісними наступні системні твердження? «Під час оновлення системного програмного забезпечення користувачі не можуть отримати доступ до файлової системи. Якщо користувачі можуть отримати доступ до файлової системи, вони можуть зберегти нові файли. Якщо користувачі не можуть зберігати нові файли, системне програмне забезпечення не оновлюється.»

5.21. Чи є сумісними наступні системні твердження? «Якщо система файлів не заблокована, то нові повідомлення будуть поставлені в чергу. Якщо система файлів не

заблокована, система працює нормально і навпаки. Якщо нові повідомлення не ставляться в чергу, то вони будуть відправлені в буфер повідомлень. Якщо система файлів не заблокована, нові повідомлення надсилаються до буфера повідомлень. Нові повідомлення не надсилатимуться до буфера повідомлень.»

5.22. Дано гіпотези: «Логіка складна або небагато студентів люблять логіку» та «Якщо математика складна, то логіка не складна». Визначити, чи можна з цих гіпотез отримати висновок.

а) Математика не легка, якщо багато студентів люблять логіку.

б) Небагато студентів люблять логіку, якщо математика не складна.

в) Математика не легка або логіка складна.

г) Логіка не складна або математика не легка.

д) Якщо небагато студентів люблять логіку, то або математика не легка, або логіка не складна.

5.23. Який відповідний висновок або висновки можна зробити для наступних гіпотез? «Кожен фахівець з комп'ютерних наук має персональний комп'ютер». «Ральф не має персонального комп'ютера.» «Енн має персональний комп'ютер». Вкажіть правила виведення, які використовуються для отримання висновку.

5.24. Який відповідний висновок або висновки можна зробити для наступних гіпотез? «Кожен студент має обліковий запис в Інтернеті». «Гомер не має облікового запису в Інтернеті.» «Маггі має обліковий запис в Інтернеті». Вкажіть правила виведення, що використовуються для отримання висновку.

5.25. З'ясувати, чи є логічно правильними наступні міркування:

а) Або Петро і Іван брати, або вони однокурсники. Якщо Петро і Іван брати, то Сергій і Іван не брати. Якщо Петро і Іван однокурсники, то Іван і Михайло також однокурсники. Отже, або Сергій і Іван не брати, або Іван і Михайло однокурсники.

б) Якщо 8 - складене число, то 16 - складене число. Якщо 16 - складене число, то існують прості числа. Якщо існують прості числа, то число 16 - складене. Прості числа існують. Отже, число 8 - складене.

в) Якщо Петро не зустрічав Івана, то або Іван не був на лекціях, або Петро бреше. Якщо Іван був на лекціях, то Петро зустрічав Івана, і Сергій був у читальному залі після лекцій. Якщо Сергій був у читальному залі після лекцій, то або Іван не був на лекціях, або Петро бреше. Отже, Іван не був на лекціях.

г) Я піду або в кіно на нову кінокомедію, або на заняття по математичній логіці. Якщо я піду в кіно на нову кінокомедію, то я від всієї душі посміюся. Якщо я піду на заняття по математичній логіці, то зазнаю більшої насолоди під час логічних міркувань.

Отже, або я від всієї душі посміюся, або зазнаю більшої насолоди під час логічних міркувань.

д) Якщо Антон ляже сьогодні пізно, то ранком він буде в неробочому стані. Якщо він ляже не пізно, то йому буде здаватися, що він багато часу губить даремно. Отже, або Антон завтра буде в неробочому стані, або йому буде здаватися, що він багато часу губить дарма.

У завданнях **5.26 – 5.31** визначити, чи правильне (коректне) міркування:

5.26. 1) Якщо паралелограм $ABCD$ — прямокутник, то його діагоналі конгруентні (можна сумістити за допомогою комбінації паралельного перенесення, обертання і відбиття).

2) Діагоналі паралелограма $ABCD$ — конгруентні. Отже, $ABCD$ — прямокутник.

5.27. 1) Для того щоб множина E не була зчисленною, достатньо, щоб множина E була відкритою.

2) Множина E — зчисленна. Отже, множина E — не відкрита.

5.28. 1) Для того щоб число e не було ірраціональним, необхідно, щоб число e не було трансцендентним.

2) e — число трансцендентне. Отже, e — число ірраціональне.

5.29. а) 1) Якщо Наталка прочитала «Дванадцять стільців», то вона передала цю книгу Павлові. 2) Наталка не передала цієї книги Павлові. Отже, Наталка не прочитала «Дванадцять стільців».

б) 1) Якщо Наталка прочитала «Дванадцять стільців», то вона передала цю книгу Павлові. 2) Наталка не прочитала «Дванадцять стільців». Отже, Наталка не передала цієї книги Павлові.

в) 1) Василь пішов у кіно, якщо він виконав домашнє завдання. 2) Василь пішов у кіно. Отже, Василь виконав домашнє завдання.,

5.30. 1) За теоремою Піфагора, якщо $\triangle ABC$, довжини сторін якого є 8 см, 15 см, 17 см,— прямокутний, то $8^2 + 15^2 = 17^2$.

2) $8^2 + 15^2 = 17^2$.

Чи впливає з гіпотез 1,2, що $\triangle ABC$ — прямокутний? Замініть гіпотезу 1 іншою так, щоб висновок логічно впливав із зміненої гіпотези та гіпотези 2.

У завданнях **5.31 – 5.42** визначити, чи коректне міркування:

5.31. 1) Якщо дискримінант D квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$ менше 0, то корені $ax^2 + bx + c$ — уявні.

2) Якщо корені $ax^2 + bx + c$ уявні і $a > 0$, то $ax^2 + bx + c > 0$ при всіх дійсних x .

3) $D < 0$,

4) $a > 0$.

Отже, $ax^2 + bx + c > 0$ при всіх дійсних x .

5.32. m, n — задані дійсні числа.

1) Якщо $m \neq 0$ або $n \neq 0$, то $m^2 + n^2 > 0$.

2) Якщо $m = 0$ і $n = 0$, то вираз $\frac{m-n}{m+n}$ не має змісту.

3) Неправильно, що $m^2 + n^2 > 0$.

Отже, вираз $\frac{m-n}{m+n}$ не має змісту.

5.33. 1) Якщо задане число m кратне 15, то m кратне 5 і кратне 3.

2) m не кратне 15.

3) m кратне 3.

Отже, m не кратне 5.

5.34. 1) Якщо f і g функції, неперервні в точці c , то функція $f+g$ теж неперервна в точці c .

2) $f+g$ не є неперервною функцією в точці c .

3) f — неперервна в точці c .

Отже, f не є функцією неперервною в точці c .

5.35. 1) Якщо футбольна команда «Динамо» грає в основному складі і черговий матч не буде перенесено, то «Динамо» виграє черговий матч.

2) Якщо «Динамо» виграє черговий матч, то буде чемпіоном країни цього року.

3) Якщо не буде призначено на цей тиждень міжнародного матчу, то черговий матч чемпіонату країни не буде перенесено.

4) Міжнародна зустріч на цей тиждень не буде призначена і «Динамо» грає в основному складі.

Отже, «Динамо» буде чемпіоном країни цього року.

5.36. 1) Якщо корені квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$ не є уявними, то неправильно, що при всіх дійсних x виконується нерівність $a(ax^2 + bx + c) > 0$.

2) Корені $ax^2 + bx + c$ є уявними тільки тоді, коли його дискримінант D менше 0.

3) Якщо $ac < 0$, то неправильно, що $D < 0$.

Отже, якщо $ac < 0$, то неправильно, що при всіх дійсних x виконується нерівність $a(ax^2 + bx + c) > 0$.

5.37. 1) Якщо білі не зроблять рокіровки, то чорні виграють пішака.

2) Білі зроблять рокіровку тільки в тому випадку, якщо при цьому не буде послаблена позиція їхнього короля і відкриється лінія для білої тури.

3) Або позиція білого короля буде послаблена, або не відкриється лінія для білої тури.

Отже, чорні виграють пішака.

5.38. 1) Петро готувався до екзамену або пішов у кіно.

2) Петро пішов у кіно тільки тоді, коли приходила Таня.

3) Якщо Таня приходила, то вона залишила книгу.

4) Таня книги не залишила.

Отже, Петро готувався до екзамену.

5.39. 1) Для того щоб дане число m було кратним 13 і кратним 3, необхідно, щоб m було кратне 39.

2) $m : 13$.

3) m не кратне 3. Отже, m не кратне 39.

5.40. 1) Якщо в розкладі уроків на сьогодні є алгебра, то немає англійської мови.

2) Урок з історії є тільки тоді, коли є урок англійської мови.

3) Немає уроку географії, якщо немає уроку історії.

4) Урок алгебри є в розкладі на сьогодні.

Отже, на сьогодні в розкладі немає уроку географії.

5.41. 1) Для того щоб задане число m було кратне 117, необхідно, щоб m було кратне 13 і кратне 9.

2) m кратне 9 тільки тоді, коли сума цифр запису цього числа кратна 9.

3) Сума цифр запису числа m не кратна 9.

Отже, m не кратне 117.

5.42. 1) Для того щоб 1273 було простим числом, необхідно, щоб 1273 не було кратним 4.

2) 1273 кратне 4 тільки тоді, коли 1273 кратне 2.

3) 1273 не кратне 2.

Отже, 1273 — просте число.

5.43. Побудувати резольвенту елементарних диз'юнкцій d_1 та d_2 .

а) $d_1 = p \vee r, d_2 = \neg p \vee q$;

б) $d_1 = \neg p \vee q \vee r, d_2 = \neg q \vee s$.

5.44. Довести, використовуючи метод резолюцій:

а) $p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow r \models r$;

г) $p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow s \models r \vee s$;

б) $p \vee q \vee s, p \rightarrow r, q \rightarrow r, s \rightarrow r \models r$;

д) $p \rightarrow r, \neg p \rightarrow s, r \rightarrow q, s \rightarrow \neg t, t \models q$;

в) $(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg p, (q \wedge \neg r) \rightarrow r \models p \rightarrow r$;

e) $p \rightarrow q, \neg p \rightarrow r, q \rightarrow s \models r \vee s$.

5.45. Покажіть, що ці твердження є непослідовними: «Якщо Сергій отримає пропозицію роботи, то він отримає заохочувальну премію». «Якщо Сергій отримає пропозицію роботи, то він отримає більш високу зарплатню». «Якщо Сергій отримає заохочувальну премію, то він не отримає більш високу зарплату. Сергій приймає пропозицію роботи.»

5.46. Покажіть, що ці висловлювання несумісні: «Якщо Міранда не прослухає курс дискретної математики, то вона не закінчить ВУЗ.» «Якщо Міранда не закінчить ВУЗ, то вона не буде кваліфікованим робітником». "Міранда не слухає курс дискретної математики, але вона читає цю книгу."