

Завдання №7

Знайти наближений розв'язок задачі Коші, використовуючи метод Ейлера та один із методів Рунге-Кутта 2-го, 3-го або 4-го порядків. Порівняти точність отриманих розв'язків.

1. $y' = \frac{e^{x-y} - 1}{x}$, $y(1) = 1$, $y^* = \ln \frac{e^x}{x}$, $[1, 2]$ 3-A
2. $y' = \frac{y}{2x} + \frac{x}{2(y-1)} - \frac{1}{2x}$, $y(1) = 3$, $y^* = 1 + \sqrt{x^2 + 3x}$, $[1, 2]$ 3-B
3. $y' = xy^3 - y$, $y(0) = 1$, $y^* = \frac{1}{\sqrt{0.5e^{2x} + x + 0.5}}$, $[0, 1]$ 4-A
4. $y' = 1 + \frac{y}{x(x+1)}$, $y(1) = 0.5$, $y^* = \frac{x^2 + x \ln x}{x+1}$, $[1, 2]$ 4-B
5. $y' = \frac{x}{y}e^{2x} + y$, $y(0) = 1$, $y^* = \sqrt{(x^2 + 1)e^x}$, $[0, 1]$ 4-B
6. $y' = e^{2x} + e^x - 2ye^x + y^2$, $y(0) = 0.5$, $y^* = e^x - \frac{1}{x+2}$, $[0, 1]$ 2-A
7. $y' = 5 - x^2 - y^2 + 2xy$, $y(0) = 1$, $y^* = x + 2 - \frac{4}{3e^{4x} + 1}$, $[0, 1]$ 2-B
8. $y' = 2x(x^2 + y)$, $y(0) = 1$, $y^* = 2e^{x^2} - x^2 - 1$, $[0, 1]$ 3-A
9. $y' = y + \frac{e^x}{x}$, $y(1) = 1$, $y^* = e^x \ln|x| + e^{x-1}$, $[1, 2]$ 3-B
10. $y' = 2e^{x-1} + y$, $y(1) = 3$, $y^* = (2x+1)e^{x-1}$, $[1, 2]$ 3-B
11. $y' = 1 + \frac{1}{x+1}$, $y(0) = 1$, $y^* = 1 + x + \ln(1+x)$, $[0, 1]$ 4-A
12. $y' = \frac{y-y^2}{x+1}$, $y(0) = 0.5$, $y^* = \frac{x+1}{x+2}$, $[0, 1]$ 4-B
13. $y' = \frac{y(x+y)}{x^2}$, $y(1) = -1$, $y^* = -\frac{x}{1+\ln x}$, $[1, 2]$ 4-B
14. $y' = \frac{xy}{x^2-1}$, $y(2) = 3$, $y^* = \sqrt{3(x^2-1)}$, $[2, 3]$ 2-A
15. $y' = xy(y^2-1)$, $y(0) = 0.5$, $y^* = \frac{1}{\sqrt{3e^{x^2}+1}}$, $[0, 1]$ 2-B

16. $y' = y + e^x$, $y(0) = 1$, $y^* = (x+1)e^x$, $[0,1]$ 3-A
17. $y' = 2e^x - y$, $y(0) = 2$, $y^* = e^x + e^{-x}$, $[0,1]$ 3-B
18. $y' = 1 + \frac{1}{y - \ln x}$, $y(1) = 1$, $y^* = x + \ln x$, $[1,2]$ 3-B
19. $y' = y + x(2e^x - 1)$, $y(0) = 1$, $y^* = x^2 e^x + x + 1$, $[0,1]$ 4-A
20. $y' = 2xy$, $y(0) = 1$, $y^* = e^{x^2}$, $[0,1]$ 3-A
21. $y' = \frac{1}{2y}$, $y(1) = 1$, $y^* = \sqrt{x}$, $[1,2]$ 3-B