Практичне заняття № 1.
Зачеплення конвеєрів операцій та паралельно-конвеєрне опрацювання інформації.

Конвеєризація обчислень.

Ідея конвеєризації обчислень полягає у виділенні окремих етапів виконання деякої операції так, щоб кожен етап, виконавши свою роботу, передавав би результат наступному етапу, одночасно приймаючи нову порцію вхідних даних.

Загальну кількість етапів конвеєра будемо називати *довжиною конвеєра*.

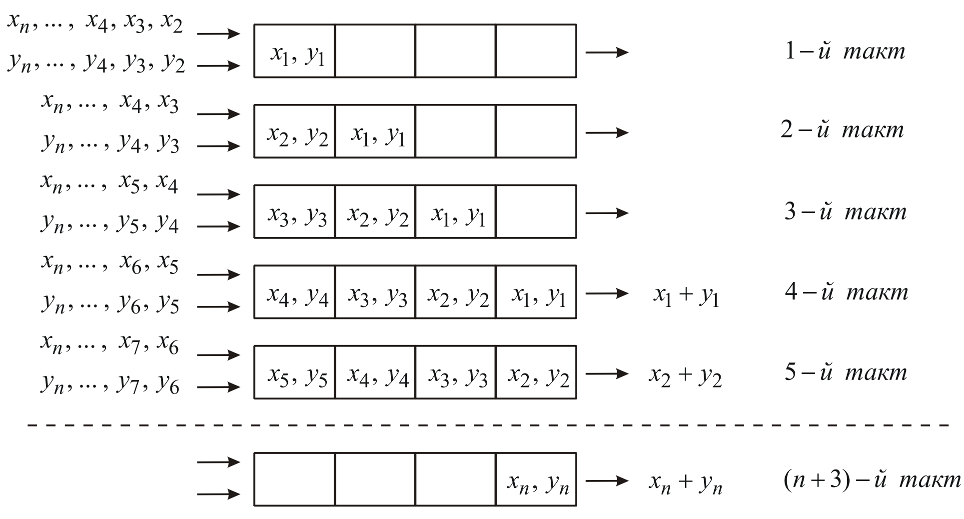
<u>Приклад 1.</u>

Розглянемо конвеєризацію обчислень під час додавання двох векторів дійсних чисел: $\vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $\vec{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$.

Операцію додавання дійсних чисел $x = e \cdot 2^p$, $y = f \cdot 2^q$ розділяємо на окремі етапи:

1-й етап: віднімання порядків $p - q$;
2-й етап: зсув однієї із мантис e, f;
3-й етап: додавання мантис;
4-й етап: нормалізація.

Якщо у нас є 4-х етапний конвеєр, то часова діаграма додавання векторів $\vec{x}, \vec{y}$ має наступний вигляд:



Отже, на конвеєрі довжиною 4 виконано $\vec{x} + \vec{y}$ за $n + 3$ такти. Припустимо, що тривалість виконання одного етапу дорівнює t_0. Тоді для послідовного виконання $\vec{x} + \vec{y}$ на єдиному неподільному пристрої необхідно затратити час

$$t_{seq} = 4t_0 n.$$

Використовуючи згаданий конвеєр, час обчислень у цьому випадку складе

$$t_{con} = (n + 3)t_0.$$

Тоді прискорення S унаслідок такої конвеєризації буде дорівнювати:

$$S = t_{seq} / t_{con} = 4t_0 n / ((n+3)t_0) = 4n/(n+3).$$

При $n \to \infty$ (тобто за достатньо великого n) воно буде наближатися до довжини конвеєра, тобто до 4.

Якщо в конвеєрі тривалість кожного етапу складає відповідно t_1, t_2, t_3, t_4, тоді одержуємо:

$$t_{seq} = (t_1 + t_2 + t_3 + t_4)n; \qquad t_{con} = (n+3)\max\{t_1, t_2, t_3, t_4\};$$

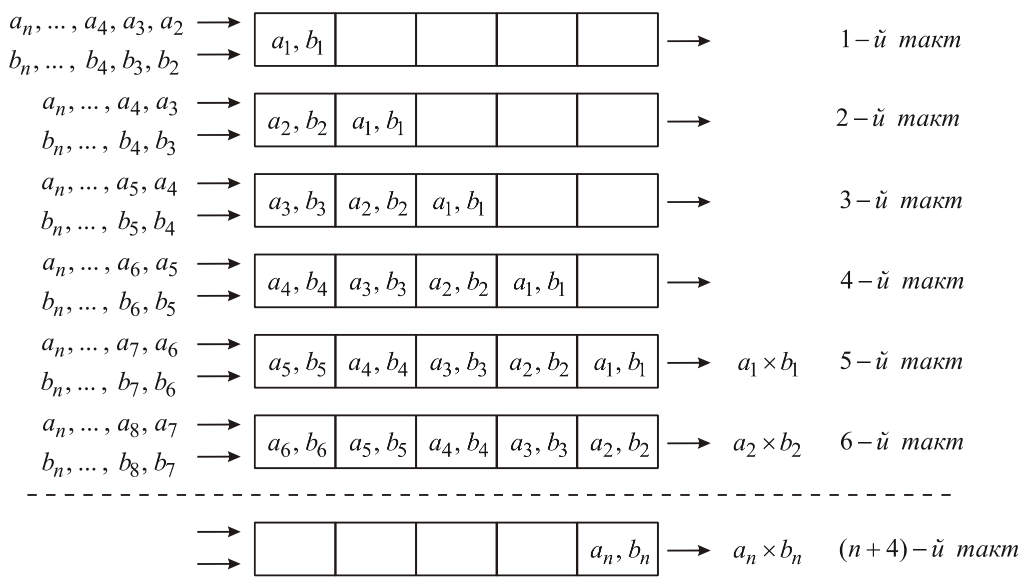
$$S = (t_1 + t_2 + t_3 + t_4)n / \left((n+3)\max\{t_1, t_2, t_3, t_4\}\right).$$

$$S \underset{n \to \infty}{\to} (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) / \max\{t_1, t_2, t_3, t_4\}.$$

<u>Приклад 2.</u>

Розглянемо конвеєризацію обчислень під час множення компонент векторів $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ і $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$, тобто виконання $a_i \times b_i \ \forall\, i:\ i = \overline{1, n}$. Припустимо, що виконання операції множення двох дійсних чисел ми розбили на 5 етапів.

Якщо у нас є 5-ти етапний конвеєр, то часова діаграма множення компонент векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ має вигляд:



Отже, на конвеєрі довжиною 5 виконано $a_i \times b_i \ \forall\, i:\ i = \overline{1, n}$ за $n+4$ такти. Припустимо, що тривалість виконання одного етапу дорівнює t_0. Тоді для послідовного виконання множення компонент векторів на єдиному неподільному пристрої потрібно затратити час

$$t_{seq} = 5t_0 n.$$

На розглянутому конвеєрі на це потрібно витратити час

$$t_{con} = (n+4)t_0.$$

Прискорення унаслідок конвеєризації обчислень одержуємо за формулою

$$S = 5t_0 n/((n+4)t_0) = 5n/(n+4).$$

За достатньо великого n ($n \to \infty$) прискорення наближається до довжини конвеєра, тобто до 5.

Зачеплення конвеєрів операцій.

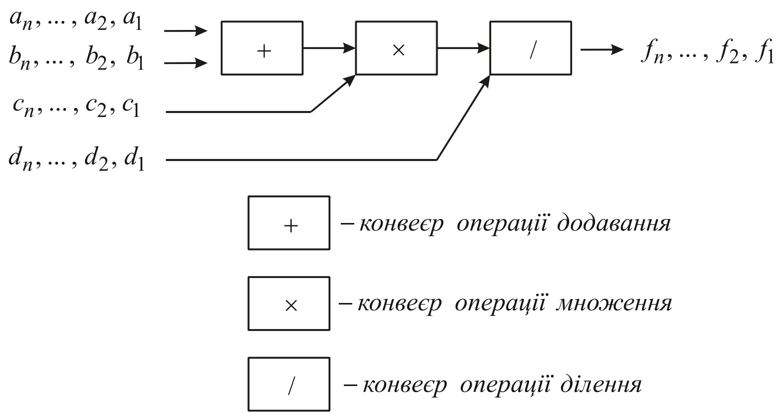
У **векторноконвеєрних системах** в межах одного конвеєрного функціонального пристрою широко використовується (тобто апаратно підтримується) зачеплення конвеєрів операцій. Покажемо суть цієї процедури на такому прикладі.

<u>Приклад 3.</u>

Нехай потрібно обчислити такий вираз: $f_i = ((a_i + b_i) \times c_i)/d_i,\ \forall i: i = \overline{1,n}$. Вважаємо, що конвеєрний функціональний пристрій даної векторноконвеєрної системи має такі конвеєри для операцій:

- конвеєр додавання дійсних чисел;
- конвеєр множення дійсних чисел;
- конвеєр ділення дійсних чисел.

Тоді для підвищення швидкості обчислення компонент f_i ($i = \overline{1,n}$) доцільно використовувати зачеплення вказаних конвеєрів:



Унаслідок цього, можна сказати, отримуємо новий конвеєр, який виконує складну операцію обчислення f_i ($i = \overline{1,n}$). На цьому конвеєрі довжино 3 обчислення буде виконано за $(n+2)$ такти. За послідовного виконання цієї процедури на єдиному неподільному пристрої тривалість обчислень складе

$$t_{seq} = (t_+ + t_\times + t_/)n,$$

а, використовуючи згаданий конвеєр, отримуємо

$$t_{con} = (n+2)t_/ .$$

Унаслідок такої конвеєризації одержуємо прискорення обчислень:

$$S=\frac{(t_+ + t_\times + t_/)n}{t_/(n+2)}=\frac{(t_+ + t_\times)n+t_/n}{t_/n+2t_/}=\frac{1+\dfrac{t_+ + t_\times}{t_/}}{1+\dfrac{2}{n}}.$$

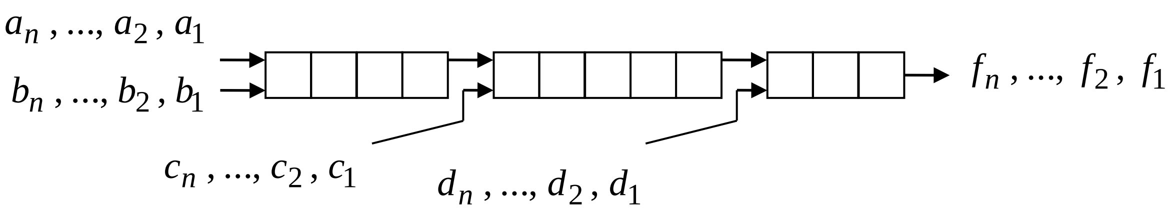
Для якзавгодно великого n $(n\to\infty)$ значення S прямує до $1+\dfrac{t_+ + t_\times}{t_/}$. Якщо припустити, що часи виконання операцій є однаковими, то одержуємо, що прискорення прямує до 3, тобто до довжини конвеєра.

<u>Приклад 4.</u>

Нехай у попередньому прикладі:

- конвеєр операції додавання має чотири етапи, тривалість кожного з яких відповідно $\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3, \tilde{t}_4$;
- конвеєр операції множення має п'ять етапів з тривалістю кожного відповідно $\bar{t}_1, \bar{t}_2, \bar{t}_3, \bar{t}_4, \bar{t}_5$;
- конвеєр операції ділення має три етапи, тривалість кожного з яких відповідно $\bar{\bar{t}}_1, \bar{\bar{t}}_2, \bar{\bar{t}}_3$.

Схема зачеплення конвеєрів має вигляд:



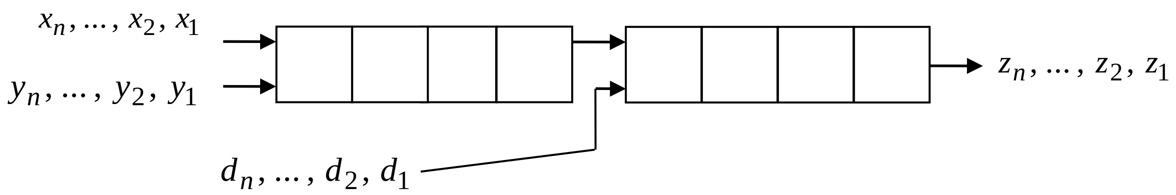
Запишемо формулу для прискорення обчислень унаслідок конвеєризації порівняно з послідовним виконанням для якзавгодно великого n.

$$S=\frac{((\tilde{t}_1+\tilde{t}_2+\tilde{t}_3+\tilde{t}_4)+(\bar{t}_1+\bar{t}_2+\bar{t}_3+\bar{t}_4+\bar{t}_5)+(\bar{\bar{t}}_1+\bar{\bar{t}}_2+\bar{\bar{t}}_3))n}{(n+11)\max\{\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3, \tilde{t}_4, \bar{t}_1, \bar{t}_2, \bar{t}_3, \bar{t}_4, \bar{t}_5, \bar{\bar{t}}_1, \bar{\bar{t}}_2, \bar{\bar{t}}_3\}}.$$

У разі $n\to\infty$ одержуємо, що $S\to\dfrac{\tilde{t}_1+\tilde{t}_2+\tilde{t}_3+\tilde{t}_4+\bar{t}_1+\bar{t}_2+\bar{t}_3+\bar{t}_4+\bar{t}_5+\bar{\bar{t}}_1+\bar{\bar{t}}_2+\bar{\bar{t}}_3}{\max\{\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3, \tilde{t}_4, \bar{t}_1, \bar{t}_2, \bar{t}_3, \bar{t}_4, \bar{t}_5, \bar{\bar{t}}_1, \bar{\bar{t}}_2, \bar{\bar{t}}_3\}}$.

<u>Приклад 5.</u>

Потрібно обчислити $\vec{z}=\vec{x}+\vec{y}+\vec{d}$. Кількість компонент у векторах дорівнює n. Використаємо для обчислення $\vec{z}$ зачеплення двох конвеєрів довжиною 4 для операції додавання.



Якщо t_0 – тривалість кожного етапу в конвеєрах, тоді маємо:

$$t_{seq} = 8t_0 n; \quad t_{con} = (n+7)t_0.$$

$$S = 8t_0 n/((n+7)t_0) = 8n/(n+7); \quad S \underset{n\to\infty}{\to} 8.$$

Припустимо, що два конвеєри додавання є ідентичними і тривалість кожного етапу в них складає відповідно $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$. Тоді отримуємо:

$$t_{seq} = 2(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4)n; \quad t_{con} = (n+7)\max\{\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4\}.$$

$$S = 2(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4)n/((n+7)\max\{\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4\});$$

$$S \underset{n\to\infty}{\to} 2(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4)/\max\{\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4\}.$$

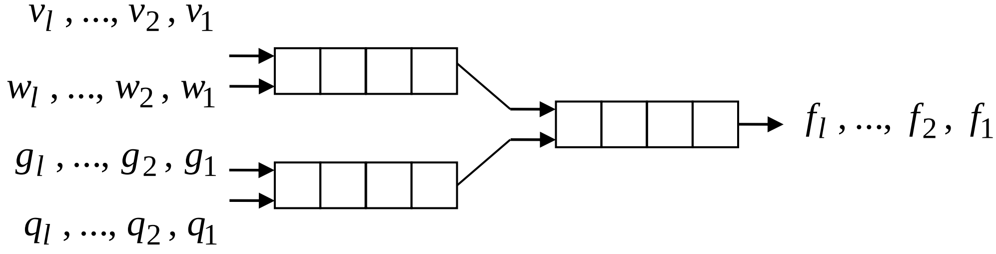
Паралельно-конвеєрне опрацювання інформації.

У деяких векторно-конвеєрних системах може бути декілька конвеєрів для виконання однієї операції і їх можна залучати одночасно, тобто паралельно під час обчислень.

Приклад 6.

Необхідно обчислити $\vec{f} = \vec{v} + \vec{w} + \vec{g} + \vec{q}$. Кількість компонент векторів дорівнює *l*. Вважаємо, що доступними є три конвеєри для виконання операції додавання. Нехай у всіх конвеєрах тривалість кожного етапу складає t_0.

Схема паралельно-конвеєрного опрацювання інформації в даному випадку матиме вигляд:



Тоді отримуємо:

$$t_{seq} = 12t_0 l; \quad t_{parcon} = (l+7)t_0.$$

$$S = 12t_0 l/((l+7)t_0) = 12l/(l+7); \qquad S \underset{n\to\infty}{\rightarrow} 12.$$

Вправа для самостійної роботи.

Використовуючи зачеплення конвеєрів та спосіб паралельно-конвеєрного опрацювання інформації, побудувати схему для обчислень:

$$\vec{f} = (\vec{d} + \vec{c}) \times \lambda_1 + (\vec{h} + \vec{s}) \times \lambda_2,$$

де λ_1, λ_2 – скаляри.

Вважаємо, що кількість компонент у векторах дорівнює l, а тривалості етапу в конвеєрах операцій додавання та множення складають відповідно t_0 та t_1. При цьому кількість етапів у конвеєрі операції додавання дорівнює 4, а операції множення – 5. Записати вирази для обчислення часу послідовного виконання, часу паралельно-конвеєрного опрацювання та прискорення обчислень.