Контрольна робота №3

Кравець Ольги

ТІМО-21

① $$f(x) = \begin{cases} 0, & x<2 \\ c(6-x), & 2<x<6 \\ 0, & x>6 \end{cases}$$

параметр c:

$$c\int_2^6 (6-x)\,dx = 1$$

$$c\cdot\left(6x-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_2^6 = c\cdot 8 = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{8}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x<2 \\ \frac{6-x}{8}, & 2<x<6 \\ 0, & x>6 \end{cases}$$

функція розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x<2 \\ \int_2^x f(t)\,dt, & x\in(2;6) \\ 0, & x>6 \end{cases}$$

$$\frac{1}{8}\int_2^x (6-t)\,dt = \frac{1}{8}\cdot\left(6t-\frac{t^2}{2}\right)\Big|_2^x = \frac{1}{8}\cdot\left(6x-\frac{x^2}{2}-\left(6\cdot 2-\frac{2^2}{2}\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{8}\cdot\left(6x-\frac{x^2}{2}-10\right) = \frac{3}{4}x-\frac{x^2}{16}-\frac{5}{4}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x<2 \\ \frac{3x}{4}-\frac{x^2}{16}-\frac{5}{4}, & 2<x<6 \\ 0, & x>6 \end{cases}$$

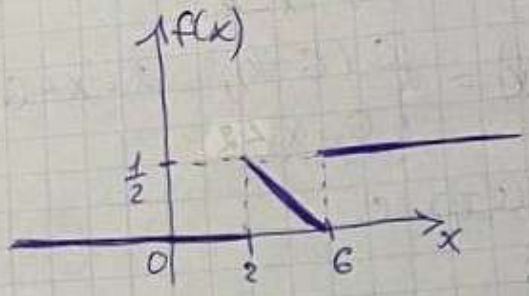
$$E\xi = \int_2^6 x\cdot\left(\frac{6-x}{8}\right)dx = \frac{1}{8}\int_2^6 6x-x^2\,dx = \frac{1}{8}\left(3x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_2^6 = \frac{3}{8}x^2-\frac{x^3}{24}\Big|_2^6 =$$

$$= \frac{10}{3}$$

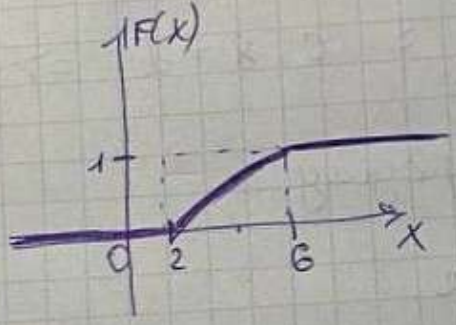
$P(0 < \xi < 4) = F(4) - F(0) = F\left(\frac{3}{4}\right) - F(0) = F(0,75) - 0 =$

$= 0 - 0 = 0$

графік щільності:



графік ф-ї розподілу:



② параметр:

$0,1 + 0,3 + 0,2 + 0,1 + 0,1 + 0,05 + 5a + 4a + 6a = 1$

$0,85 + 15a = 1$

$a = 0,01$

$\eta = y_j$ \ $\xi = x_i$	-1	0	1
-1	0,1	0,3	0,2
0	0,1	0,1	0,05
1	0,05	0,04	0,06

Закони розподілу складових:

$\xi = x_i$	-1	0	1
$p(x_i)$	0,25	0,44	0,31

$$E\xi = \sum_{i=1}^{3} x_i\, p(x_i) = -1 \cdot 0{,}25 + 0 + 0{,}31 = 0{,}06$$

$\eta = y_j$	-1	0	1
$p(y_j)$	0,6	0,25	0,15

$$E\eta = \sum_{i=1}^{3} y_j\, p(y_j) = -1 \cdot 0{,}6 + 0 + 0{,}15 = -0{,}45$$

Коваріація.

$$K_{\xi\eta} = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} x_i y_j \left(p(x_i, y_j)\right) - E\xi \cdot E\eta =$$

$$= -1 \cdot (-1) \cdot 0{,}1 + (-1) \cdot 0 \cdot 0{,}3 + (-1) \cdot 1 \cdot 0{,}2 + 0 + 0 + 0 +$$

$$+ 1 \cdot 0{,}05 \cdot (-1) + 0 + 1 \cdot 1 \cdot 0{,}06 - 0{,}6 \cdot (-0{,}45) =$$

$$= 0{,}1 + 0 - 0{,}2 - 0{,}05 + 0{,}06 + 0{,}27 =$$

$$= 0{,}18$$

$$r_{\xi\eta} = \frac{K_{\xi\eta}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{0{,}18}{0{,}755922 \cdot 0{,}739932} \approx 0{,}321813$$

$$D\xi = \sum_{i=1}^{3} x_i^2\, p(x_i) - E^2\xi = (-1)^2 \cdot 0{,}25 + 0 + 1^2 \cdot 0{,}31 - (0{,}06)^2 =$$

$$= 0{,}5564$$

$$\sigma_\xi = \sqrt{D\xi} = \sqrt{0{,}5564} = 0{,}745922$$

$$D\eta = \sum_{j=1}^{3} y_j^2\, p(y_j) - E^2\eta = (-1)^2\, 0{,}6 + 0 + 0{,}15 - (-0{,}45)^2 =$$

$$= 0{,}5475$$

$$\sigma_\eta = \sqrt{D\eta} = \sqrt{0{,}5475} = 0{,}739932$$

③ 6 дет.

4 ст. 2 бр → 3 дет.

X - число станд. дет. серед відібраних

$$P(X=1) = \frac{C_2^2 \cdot C_4^1}{C_6^3} = \frac{1 \cdot 4}{20} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$C_6^3 = \frac{6!}{3!3!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 20$

$$P(X=2) = \frac{C_2^1 \cdot C_4^2}{C_6^3} = \frac{2 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2}}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0,6$$

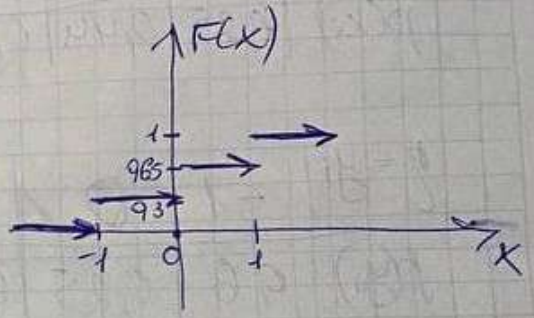
$$P(X=3) = \frac{C_4^3}{C_6^3} = \frac{C_4^1}{C_6^3} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0,2$$

X	1	2	3
P	0,2	0,6	0,2

④

X	-1	0	1
P(x)	0,3	0,35	0,35

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ 0,3, & x\in[-1;0)\\ 0,3+0,35=0,65, & x\in[0;1)\\ 0,65+0,35=1, & x\geq 1\end{cases}$$



Числові характеристики:

$$M\xi = -1\cdot 0,3 + 0 + 0,35 = 0,05$$

$$D\xi = (-1)^2\cdot 0,3 + 0 + 0,35 - (0,05)^2 = 0,3 + 0,35 - 0,0025 = 0,6475$$

$$\sigma\xi = \sqrt{D\xi} = \sqrt{0,6475} \approx 0,804674$$

$$P(-1<\xi<2) = F(2) - F(-1) = 0 - F(0,3) = 0 - 0,1179 = -0,1179$$