

Контрольная работа №2

Кравець Ольга

ГМО-21

В-9.

①

$(X_i; K_i)$	$\begin{matrix} 9,5 \\ (9; 10) \end{matrix}$	$\begin{matrix} 10,5 \\ (10; 11) \end{matrix}$	$\begin{matrix} 11,5 \\ (11; 12) \end{matrix}$	$\begin{matrix} 12,5 \\ (12; 13) \end{matrix}$	$\begin{matrix} 13,5 \\ (13; 14) \end{matrix}$
n_i	6	5	7	3	9

$$y = 0,95$$

то: X-двум. розн.

$$a \in \left(\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}; \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2} \right)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i n_i = \frac{9,5 \cdot 6 + 10,5 \cdot 5 + 11,5 \cdot 7 + 12,5 \cdot 3 + 13,5 \cdot 9}{30} = 11,6$$

$$\begin{aligned} dev &= \sum_{i=1}^n n_i (X_i - \bar{X})^2 = 6(9,5 - 11,6)^2 + 5(10,5 - 11,6)^2 + \\ &+ 7 \cdot (11,5 - 11,6)^2 + 3 \cdot (12,5 - 11,6)^2 + 9 \cdot (13,5 - 11,6)^2 = \\ &= 32,51 + 34,99 = 67,5 \end{aligned}$$

$$s^2 = \frac{dev}{n-1} = \frac{67,5}{29} = 2,33$$

$$S = + \sqrt{s^2} = + \sqrt{2,33} = 1,53$$

$$n = 30$$

$$y = 1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05$$

$$d.f. = n - 1 = 29; \quad \alpha/2 = \frac{0,05}{2} = 0,025; \quad t_{\alpha/2} = 2,045$$

$$\frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2} = \frac{1,53}{\sqrt{30}} \cdot 2,045 = 0,57$$

$$a \in (11,6 - 0,57; 11,6 + 0,57) \Rightarrow a \in (11,03; 12,17)$$

$$\textcircled{2} \alpha = 0,05$$

X: ~~2,26~~; ~~2,21~~; ~~2,25~~; ~~2,31~~; ~~2,36~~; ~~2,32~~; ~~2,34~~; ~~2,24~~

Y: ~~2,22~~; ~~2,16~~; ~~2,25~~; ~~2,33~~; ~~2,23~~; ~~2,26~~; ~~2,29~~; ~~2,3~~; ~~2,24~~; ~~2,27~~

y x g y x x y x g y g g g g x x g x x

$$W(x/y) = 1 + 1 + 3 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 6 = 31$$

$$W(y/x) = 1 + 3 + 3 + 4 + 9 + 9 + 10 + 10 = 49$$

$$mn = 31 + 49 \Rightarrow 80 = 80$$

$$m = 8; n = 10$$

$$H_0: F(x) = G(x)$$

$$a = \frac{m \cdot n}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{m \cdot n}{12} (m + n + 1)} = \sqrt{\frac{80}{12} (8 + 10 + 1)} = \\ &= \sqrt{\frac{380}{3}} = 11,25 \end{aligned}$$

$$\sigma \cdot 1,96 = 11,25 \cdot 1,96 = 22,05$$

$$(a - 1,96 \sigma; a + 1,96 \sigma) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (40 - 11,25; 40 + 11,25) \Rightarrow (28,75; 51,25)$$

$$31 \in (28,75; 51,25) \Rightarrow H_0 \text{ n.p.}$$

③ $d=0,1$

x_i	y_j	$F_x(x)$	$F_y(y)$	$ F_x(x) - F_y(y) $
	2,16	0	0,1	0,1
2,21		0,125	0,1	0,025
	2,22	0,125	0,2	0,075
	2,23	0,125	0,3	0,175
② 2,24	2,24	0,375	0,4	0,025
2,25	2,25	0,5	0,5	0
	2,26	0,5	0,6	0,1
	2,27	0,5	0,7	0,2
	2,29	0,5	0,8	0,3
	2,3	0,5	0,9	0,4
2,31		0,625	0,9	0,275
2,32		0,75	0,9	0,15
	2,33	0,75	1	0,25
2,34		0,875	1	0,125
2,36		1	1	0

\sim
 $D_{n,m} = \max$

$l=8$

$n=8$; H_0 -х та у однаково розподілені

$m=10$

$$D_{n,m} = 0,4$$

$$(S_{m,n})_{\text{еун}} = \sqrt{\frac{n \cdot m}{m+n}} \cdot D_{n,m} = \sqrt{\frac{10 \cdot 8}{8+10}} \cdot 0,4 = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} =$$

$$(S_{m,n})_{\text{кр}} = K_{\text{кр}} = 1,23$$

$= 1,3$

$(S_{m,n})_{\text{еун}} < K_{\text{кр}} \Rightarrow 1,3 \not< 1,23 \Rightarrow H_0$ відхиляємо

④ $\alpha = 0,01$

H_0 : будівка втрає з рівном. розпод. на
прям $[2,15; 2,4]$ рек. суккуп.

y_i : ~~2,22; 2,16; 2,25; 2,33; 2,23; 2,26; 2,29;~~
~~2,3; 2,24; 2,27~~

y_i	$F(y_i)$	$F_0(y_i)$	$ F_0(y_i) - F(y_i) $	$ F_0(y_i - 0) - F(y_i) $
2,16	0,04	0,1	0,06	0,04
2,22	0,28	0,2	0,08	0,18
2,23	0,32	0,3	0,02	0,12
2,24	0,36	0,4	0,04	0,06
2,25	0,4	0,5	0,1	0
2,26	0,44	0,6	0,16	0,06
2,27	0,48	0,7	0,22	0,12
2,29	0,56	0,8	0,24	0,14
2,3	0,6	0,9	0,3	0,2
2,33	0,72	1	0,28	0,18

$$F(y) = \begin{cases} 0, y < 2,15 \\ \frac{x - 2,15}{2,4 - 2,15} = \frac{x - 2,15}{0,25}, x \in [2,15; 2,4] \\ 1, y > 2,4 \end{cases}$$

$$D_n = \max(|F_0(y_i) - F(y_i)|, |F_0(y_i - 0) - F(y_i)|) = 0,3$$

$$D_{10} = 0,3$$

$$K_{10}(\text{крит}) = \sqrt{n} \cdot 0,3 = \sqrt{10} \cdot 0,3 = 0,95$$

$$\alpha = 0,01$$

$$K_{\text{кр}} = 1,63$$

$$0,95 < 1,63 \Rightarrow H_0 \text{ не пр.}$$

$$⑤ \quad n = 15$$

$$m = 11$$

$$\bar{x} = 142,35$$

$$\bar{y} = 143,8$$

$$s_x^2 = 1,44$$

$$s_y^2 = 3,9$$

$$d = 0,05$$

$$a) \quad a_0 = 141,9; \quad H_0: EX = a_0$$

$$H_1: EX \neq a_0$$

$$s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{1,44} = 1,2$$

$$t_{\text{test}} = \frac{\bar{x} - a_0}{s_x} \sqrt{n} = \frac{142,35 - 141,9}{1,2} \cdot \sqrt{15} = 1,45$$

$$t_{\text{kp}} = \left[\begin{array}{l} \text{d.f.} = n - 1 = 15 - 1 = 14 \\ \alpha/2 = \frac{0,05}{2} = 0,025 \end{array} \right] = 2,145$$

$$|t_{\text{test}}| < t_{\text{kp}} \Rightarrow |1,45| < 2,145 \Rightarrow H_0 \text{ не отвергается.}$$

$$b) \quad H_0: EX = EY$$

$$H_1: EX < EY$$

Д-критерий.

$$t_{\text{test}} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2}{m+n-2}}} \sqrt{\frac{m \cdot n}{m+n}} =$$

$$= \frac{142,35 - 143,8}{\sqrt{\frac{14 \cdot 1,44 + 10 \cdot 3,9}{24}}} \sqrt{\frac{165}{26}} = -2,33$$

$$t_{\text{kp}} = \left[\begin{array}{l} \text{d.f.} = n - 2 = 15 - 2 = 13 \\ \alpha = 0,05 \end{array} \right] = 1,771$$

$$-t_{\text{exp}} < t_{\text{crit}} \Rightarrow -1,771 < -1,33 \Rightarrow H_0 \text{ бгх.}$$

$$b) H_0: \sigma_0^2 = 2,5$$

$$H_1: \sigma_0^2 < 2,5$$

$$m = 11$$

$$S_y^2 = 3,9$$

$$\bar{y} = 143,8$$

$$\alpha = 0,05$$

$$\chi_{\text{crit}}^2 > \chi_{1-\alpha; m-1}^2$$

$$\chi_{\text{crit}}^2 = \frac{(m-1)S_y^2}{\sigma_0^2} = \frac{10 \cdot 3,9}{2,5} = 15,6$$

$$1-\alpha = 1-0,05 = 0,95$$

$$15,6 > \chi_{0,95; 10}^2$$

$$15,6 > 3,94 \Rightarrow H_0 \text{ не отвергается.}$$

$$2) H_0: \sigma_X = \sigma_Y$$

$$H_1: \sigma_X \neq \sigma_Y$$

$$F_{\text{crit}} = \left(\frac{S_y^2}{S_x^2} \right)_{\text{crit}} = \left(\frac{3,9}{1,44} \right)_{\text{crit}} = 2,7$$

$$F_{\text{exp}} \left(\frac{\alpha}{2}; m-1, n-1 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\text{exp}} \left(\frac{0,05}{2} = 0,025; 10, 14 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\text{exp}} = 3,15$$

$$F_{\text{crit}} < F_{\text{exp}} \Rightarrow 2,7 < 3,15 \Rightarrow H_0 \text{ не отвергается}$$