

Лекция 12
Кравець Ольга
ТМО-21

В-9

9%5=4

① $n=30$

$(x_{i-1}, x_i]$	$(9; 10]$	$(10; 11]$	$(11; 12]$	$(12; 13]$	$(13; 14]$
n_i	4	6	8	9	3

$$y=0,95$$

H_0 : X -непрерывно.

$$a \in \left(\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{1/2}; \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{1/2} \right)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i n_i = \frac{9,5 \cdot 4 + 10,5 \cdot 6 + 11,5 \cdot 8 + 12,5 \cdot 9 + 13,5 \cdot 3}{30} =$$

$$= 11,5$$

$$\text{dev} = \sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x})^2 = 43$$

$$s^2 = \frac{\text{dev}}{n-1} = \frac{43}{29} = 1,48$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1,48} = 1,22$$

$$y = 1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05$$

$$\text{d.f.} = n - 1 = 29$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0,05}{2} = 0,025$$

$$t_{1/2} = 2,045$$

$$\frac{s}{\sqrt{n}} t_{1/2} = \frac{1,22}{\sqrt{30}} \cdot 2,045 = 0,46$$

$$a \in (11,5 - 0,46; 11,5 + 0,46) \Rightarrow a \in (11,04; 11,96)$$

② $\alpha = 0,05$

X: ~~2,24~~; ~~2,42~~; ~~2,28~~; ~~2,31~~; ~~2,56~~; ~~2,12~~; ~~2,34~~; ~~2,26~~

Y: ~~2,22~~; ~~2,16~~; ~~2,45~~; ~~2,33~~; ~~2,53~~; ~~2,26~~; ~~2,49~~; ~~2,8~~; ~~2,24~~; ~~2,37~~

X $\dot{y} \dot{y} \dot{x} \dot{x} \dot{y} \dot{y} \dot{x} \dot{x} \dot{y} \dot{x} \dot{y} \dot{x} \dot{y} \dot{y} \dot{y} \dot{y} \dot{x}$

$$W(x/y) = 1+1+3+3+5+6+7+7+7+7 = 47$$

$$W(y/x) = 2+2+4+4+5+6+10 = 33$$

$$m \cdot n = 33 + 47 \Rightarrow 80 = 80$$

$$m = 8$$

$$n = 10$$

$$H_0: F(x) = G(x)$$

$$a = \frac{m \cdot n}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{m \cdot n}{12} (m+n+1)} = \sqrt{\frac{80}{12} (8+10+1)} =$$

$$= \sqrt{\frac{80}{12} \cdot 19} = \sqrt{\frac{380}{3}} = 11,25$$

$$(a - 1,96 \sigma; a + 1,96 \sigma) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (40 - 11,25; 40 + 11,25) \Rightarrow (28,75; 51,25)$$

$$47 \in (28,75; 51,25) \Rightarrow H_0 \text{ np.}$$

③ $\alpha = 0,1$

x_i	y_i	$F_8(x)$	$F_{10}(y)$	$ F_8(x) - F_{10}(y) $
2,12		0,125	0	0,125
	2,16	0,125	0,1	0,025
	2,22	0,125	0,2	0,075
(2) 2,24	2,24	0,375	0,3	0,075
	2,26	0,5	0,4	0,025
2,28		0,5	0,4	0,1
2,31		0,625	0,4	0,225
	2,33	0,625	0,5	0,125
2,34		0,75	0,5	0,25
	2,37	0,75	0,6	0,15
2,42		0,875	0,6	0,275
	2,45	0,875	0,7	0,175
	2,49	0,875	0,8	0,075
	2,5	0,875	0,9	0,025
	2,53	0,875	1	0,125
2,56		1	1	0

$D_{n,m} = \max$

$l=18$; H_0 - X та Y гуртубо жогн.

$n=8$

$m=10$

$D_{n,m} = 0,275$

$$(S_{m,n})_{\text{евн}} = \sqrt{\frac{n \cdot m}{m+n}} \cdot D_{n,m} = \sqrt{\frac{10 \cdot 8}{8+10}} \cdot 0,275 =$$

$= 0,58$

$$(S_{m,n})_{\text{кр}} = K_{\text{кр}} = 1,23$$

$$(S_{m,n})_{\text{евн}} < K_{\text{кр}} \Rightarrow 0,58 < 1,23 \Rightarrow H_0 \text{ np.}$$

④ $\alpha = 0,01$

H_0 : виборка взята з рівном. розп.
на пр. $[2,1; 2,6]$ ук. сук.

$y: 2,22; 2,16; 2,45; 2,33; 2,53; 2,26; 2,49$
 $2,5; 2,24; 2,37$

y_i	$F(y_i)$	$F_0(y_i)$	$ F_0(y_i) - F(y_i) $	$ F_0(y_i - 0) - F(y_i) $
2,16	0,12	0,1	0,02	0,12
2,22	0,24	0,2	0,04	0,14
2,24	0,28	0,3	0,02	0,08
2,26	0,32	0,4	0,08	0,02
2,33	0,46	0,5	0,04	0,06
2,37	0,54	0,6	0,06	0,04
2,45	0,7	0,7	0	0,1
2,49	0,78	0,8	0,02	0,08
2,5	0,8	0,9	0,1	0
2,53	0,86	1	0,14	0,04

$D_n = \max$

$$F(y_i) = \begin{cases} 0, & y < 2,1 \\ \frac{x-2,1}{2,6-2,1} = \frac{x-2,1}{0,5}, & x \in [2,1; 2,6] \\ 1, & y > 2,6 \end{cases}$$

$D_{10} = 0,14$

$K_{10}(\text{even}) = \sqrt{n} \cdot 0,14 = \sqrt{10} \cdot 0,14 = 0,44$

$\alpha = 0,01$

$K_{0,01} = 1,63$

$0,44 < 1,63 \Rightarrow H_0 \text{ пр.}$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad n &= 15 \\
 m &= 11 \\
 \bar{X} &= 142,35 \\
 \bar{Y} &= 143,8 \\
 S_x^2 &= 1,44 \\
 S_y^2 &= 3,9 \\
 \alpha &= 0,05
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (a) \quad a_0 &= 141,9; \quad H_0: EX = a_0 \\
 H_1: EX &\neq a_0
 \end{aligned}$$

$$S_x = + \sqrt{S_x^2} = \sqrt{1,44} = 1,2$$

$$t_{\text{test}} = \frac{\bar{X} - a_0}{S_x} \sqrt{n} = \frac{142,35 - 141,9}{1,2} \sqrt{15} = 1,45$$

$$t_{\text{kp}} = \left[\begin{array}{l} \text{d.f.} = n-1 = 14 \\ \alpha/2 = 0,05/2 = 0,025 \end{array} \right] = 2,145$$

$$|t_{\text{test}}| < t_{\text{kp}} \Rightarrow 1,45 < 2,145 \Rightarrow H_0 \text{ np.}$$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad H_0: EX &= EY \\
 H_1: EX &< EY
 \end{aligned}$$

D-nebg.

$$t_{\text{test}} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_x^2 + (m-1)S_y^2}{m+n-2}}} \sqrt{\frac{m \cdot n}{m+n}} =$$

$$= \frac{142,35 - 143,8}{\sqrt{\frac{14 \cdot 1,44 + 10 \cdot 3,9}{24}}} \cdot \sqrt{\frac{165}{26}} = -2,33$$

$$t_{\text{kp}} = \left[\begin{array}{l} \text{d.f.} = n-2 = 13 \\ \alpha = 0,05 \end{array} \right] = 1,771$$

$$-t_{\text{exp}} < t_{\text{crit}} \Rightarrow -1,771 < -1,33 \Rightarrow H_0 \text{ bigx.}$$

$$\textcircled{6} \quad H_0: \sigma^2 = 2,5$$

$$H_1: \sigma^2 < 2,5$$

$$m=11; \quad S_y^2 = 3,9; \quad \bar{y} = 143,8; \quad \alpha = 0,05$$

$$\chi_{\text{crit}}^2 > \chi_{1-\alpha; n-1}^2$$

$$\chi_{\text{crit}}^2 = \frac{(m-1)S_y^2}{\sigma^2} = \frac{10 \cdot 3,9}{2,5} = 15,6$$

$$1-\alpha = 1-0,05 = 0,95$$

$$15,6 > \chi_{0,95; 10}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15,6 > 3,94 \Rightarrow H_0 \text{ np.}$$

$$\textcircled{7} \quad H_0: DX = DY$$

$$H_1: DX \neq DY$$

$$F_{\text{crit}} = \left(\frac{S_y^2}{S_x^2} \right)_{\text{crit}} = \left(\frac{3,9}{1,44} \right)_{\text{crit}} = 2,7$$

$$F_{\text{exp}} \left(\frac{\alpha}{2}; m-1; n-1 \right) \Rightarrow F_{\text{exp}} \left(\frac{0,05}{2} = 0,025; 10; 14 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\text{exp}} = 3,15$$

$$F_{\text{crit}} < F_{\text{exp}} \Rightarrow 2,7 < 3,15 \Rightarrow H_0 \text{ np.}$$