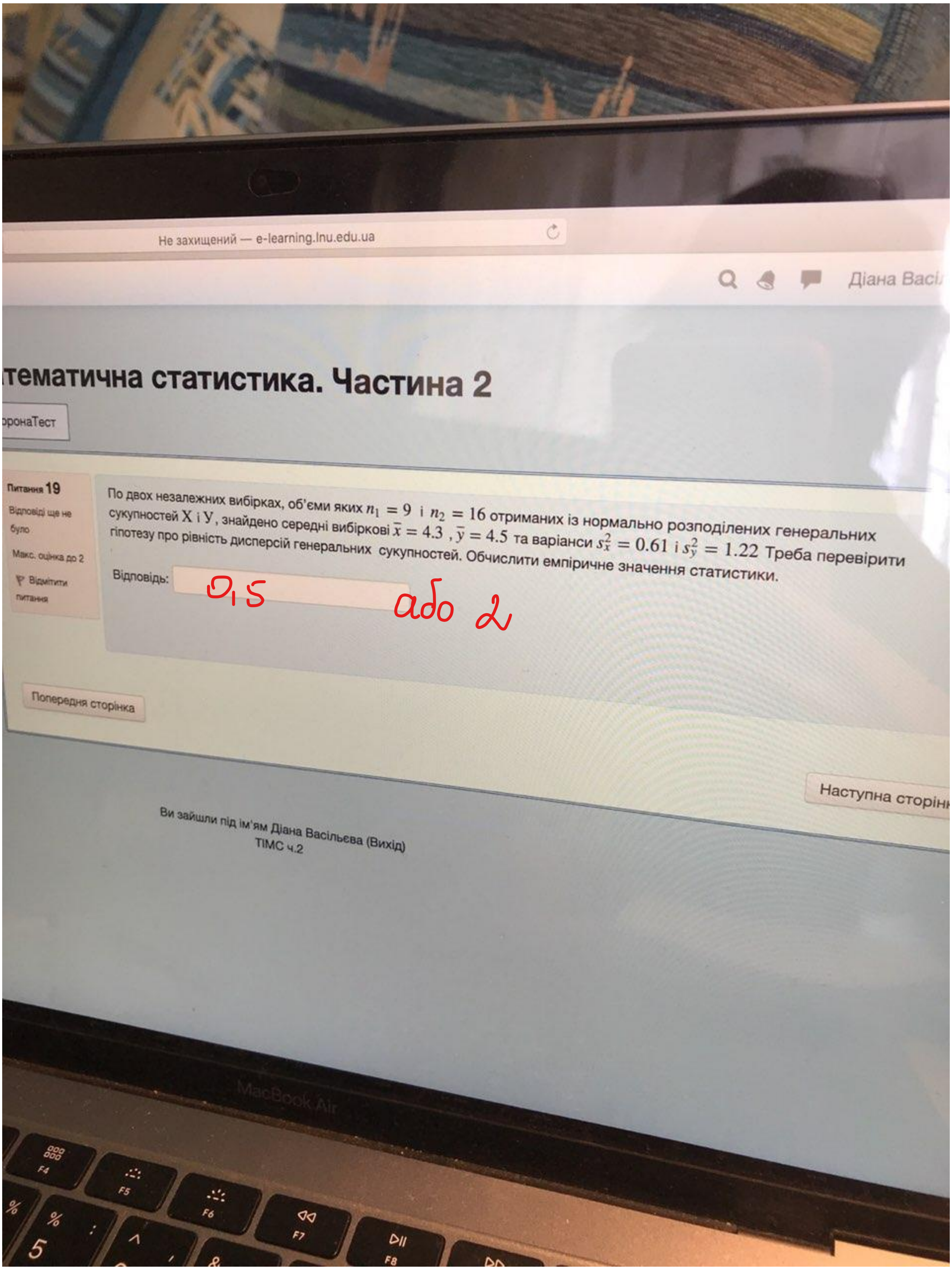
19. По двох незалежних вибірках, об'єми яких $n_1 = 9$ і $n_2 = 16$



1. За двома незалежними вибірками, об'єми яких $n_1 = 11$ і $n_2 = 14$, витягнутими з нормальних генеральних сукупностей X і Y, знайдені виправлені вибіркові дисперсії $\tilde{s}_X^2 = 0,76$ і $\tilde{s}_Y^2 = 0,38$. При рівні значущості α=0,05, перевірити нульову гіпотезу H_0: D (X) = D(Y) про рівність генеральних дисперсій, при конкуруючій гіпотезі H_1: D (X) > D(Y).

Відповідь:

Знайдемо відношення більшої виправленої дисперсії до меншої:

$$F_{спост} = \frac{0,76}{0,38} = 2$$

За умовою конкуруюча гіпотеза має вигляд D (X) > D(Y), тому критична область - правостороння.

По таблиці розподілу Фішера, за рівнем значущості α=0,05 та кількості степенів вільності $k_1=n_1-1=11-1=10$ та $k_2=n_2-1=14-1=13$ знаходимо критичну точку

$F_{кр}(0,05;10;13) = 2,67$

З того, що $F_{спост} < F_{кр}$ - немає підстав відкинути гіпотезу про рівність генеральних дисперсій. Інакше кажучи, вибіркові виправлені дисперсії різняться не значимо.

. Еміричне значення статистики критерію з лівосторонньою

5. Якщо при заданому виконується нерівність

Випадковою величиною пов’язаною з даним імовірнісним експериментом

Квантиль порядку p = 0,5 називається медіаною.

20. В результаті перевірки 700 контейнерів

Решение задачи № 492 из сборника: Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.

492. Случайная величина X (число поврежденных стеклянных изделий в одном контейнере) распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром λ. Ниже приведено эмпирическое распределение числа поврежденных изделий в 500 контейнерах (в первой строке указано количество x_i поврежденных изделий в одном контейнере, во второй строке приведена частота n_i — число контейнеров, содержащих x_i поврежденных изделий):

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	199	169	87	31	9	3	1	1

Найти методом наибольшего правдоподобия точечную оценку неизвестного параметра λ. распределения Пуассона.

Указание. Использовать задачу 491.
Решение: в задаче 491 было получено то, что в качестве оценки наибольшего правдоподобия неизвестного параметра λ распределения Пуассона надо принять $\lambda^* = \frac{\sum x_i}{n} = \overline{x_B}$. Вычислим выборочную среднюю этого распределения:

$$\lambda^* = \frac{\sum x_i}{n} = \overline{x_B} = \frac{199\cdot 0+169\cdot 1+87\cdot 2+31\cdot 3+9\cdot 4+3\cdot 5+1\cdot 6+1\cdot 7}{500} = 1$$

Ответ: $\lambda^* = 1$

16. Для заданого статистичного розподілу вибірки знайти відносну частоту варіанти 10 0.08

15. Центральний момент першого порядку дорівнює 0

*3. Медіаною називають варіанту що ділить варіаційний ряд на 2 частини з рівною кількістю варіант

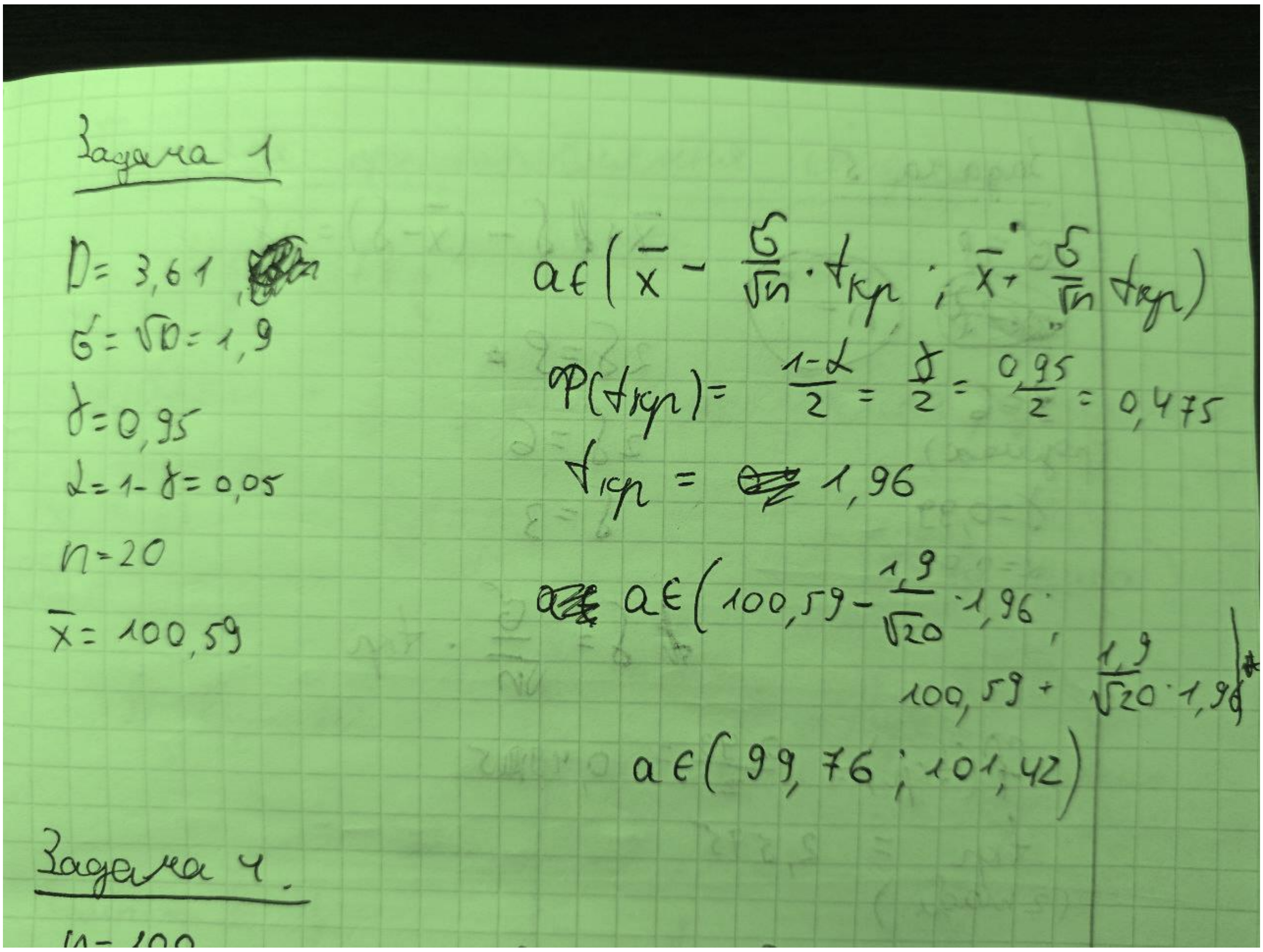
11. Критерій хі-квадрат це критерій Пірсона

Ламана, що сполучає точки з координатами називається полігон

Статистика критерію Колмогорова визначається наступним чином

$$D_n = \sup_{-\infty<x<\infty} |F_n(x) - F(x)|.$$

Проведено 25 спостережень над нормально розподіленою випадковою змінною



6. Із нормальної генеральної сукупності з відомим середнім квадратичним відхиленням вибрана вибірка об’ємом

Гмурман: теорвер, задача 574. Нулевая гипотеза

Условие

Из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением $\sigma = 5,2$ извлечена выборка объема $n = 100$ и по ней найдена выборочная средняя $\bar{x} = 27,56.$ Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу$\mathrm{H}_0 : a = a_0 = 26$ при конкурирующей гипотезе $\mathrm{H}_1 : \mathrm{a} \neq 26.$;

Решение. Найдем наблюдаемое значение критерия:

$$U_{\text{набл}} = (\bar{x} - a_0) * \sqrt{n}/\sigma + (27,56 - 26) * \sqrt{100}/5,2 = 3.$$

По условию, конкурирующая гипотеза имеет вид $\mathrm{a} \neq \mathrm{a}_0$,поэтому критическая область-двусторонняя.

Найдем критическую точку из равенства

$$\Phi(\mathrm{u}_{\text{кр}}) = (1 - a)/2 = (1 - 0,05)/2 = 0,475.$$

По таблице функции Лапласа (см. приложение 2) находим $\mathrm{u}_{\text{кр}} = 1,96.$

Ответ:

Так как $U_{\text{набл}} > \mathrm{u}_{\text{кр}}$-нулевую гипотезу отвергаем. Другими словами, выборочная и гипотетическая генеральная средние различаются значимо.

Нехай дано 2 вибірки незалежних спостережень над двома генеральними сукупностями

Задача Критерій інверсій (Вількоксона)

X: $\underset{3}{15}$, $\underset{7}{23}$, $\underset{9}{25}$, $\underset{10}{26}$, $\underset{12}{28}$, $\underset{13}{29}$ $n=6$

y: $\underset{1}{12}$, $\underset{2}{14}$, $\underset{4}{18}$, $\underset{5}{20}$, $\underset{6}{22}$, $\underset{8}{24}$, $\underset{11}{27}$, $\underset{14}{30}$ $m=8$

Як зробити спільний вар. ряд?

по зростанню елементів з 2 рядів

виписуєм x або y відповідно до ряду

yyxyyyxyxxyxxy

$w(y/x) = 2+5+6+6+7+7 = 33$

$w(x/y) = 0+0+1+1+1+2+4+6 = 15$

перевірка

$33 + 15 = 6 \cdot 8$ √

Тепер шукаєм інтервал

$(a - 1{,}96\sigma ; a + 1{,}96\sigma)$

$a = \frac{mn}{2} = \frac{48}{2} = 24$

$\sigma = \sqrt{\frac{mn}{12}(m+n+1)} = \sqrt{\frac{48}{12}(8+6+1)} = \sqrt{60} = 7{,}75$

$(24 - 1{,}96 \cdot 7{,}75 ; 24 + 1{,}96 \cdot 7{,}75)$

$(8{,}81 ; 39{,}19)$

$\underset{33}{W(y/x)}$ (або $\underset{15}{W(x/y)}$) $\in (8{,}81 ; 39{,}19)$ √

Двовибірковий критерій Смирнова

Одновибірковий критерій Колмогорова

Точність роботи верстата-автомата перевіряється по дисперсії контрольованого розміру виробу

5. Точність роботи верстата-автомата перевіряється по дисперсії контрольованого розміру виробів, що не повинна перевищувати $\sigma^2_0 = 0{,}1$. Узято пробу з випадково відібраних виробів, причому отримані наступні результати вимірів:

Контрольований розмір

проби виробів	x_i	**3,0**	**3,5**	**3,8**	**4,4**	**4,5**
частота	n_i	**2**	**6**	**9**	**7**	**1**

Потрібно, на рівні значущості 0,05, перевірити, чи забезпечує верстат необхідну точність.

Відповідь:

Нульова гіпотеза H_0: $\sigma^2 = \sigma^2_0 = 0{,}1$. Приймемо як конкуруючу гіпотезу H_1: $\sigma_2 \neq 0{,}1$.

Знайдемо виправлену вибіркову дисперсію. Для спрощення розрахунку перейдемо до умовних варіантів. Взявши до уваги, що вибіркова середня приблизно дорівнює 3,9, покладемо $u_i = 10x_i - 39$. Розподіл частот приймає вид:

u_i	-9	-4	-1	5	6
n_i	2	6	9	7	1

Знайдемо допоміжну дисперсію умовних варіант

$$\tilde{s}_u^2 = \frac{\sum n_i u_i^2 - \frac{\left[\sum n_i u_i\right]^2}{n}}{n-1}$$

підставивши дані задачі, одержимо $\tilde{s}_u^2 = 19{,}91$

Знайдемо шукану виправлену дисперсію

$$\tilde{s}_X^2 = \frac{s_u^2}{10^2} = \frac{19{,}91}{100} = 0{,}2$$

Знайдемо спостережуване значення критерію

$$X^2_{спост} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2_0} = \frac{(25-1)0{,}2}{0{,}1} = 48$$

Конкуруюча гіпотеза має вигляд $\sigma^2 \neq \sigma^2_0$, тому критична область – двостороння.

Знайдемо по таблиці критичні точки: ліву

$$x^2_{кр}(1-\frac{\sigma}{2};k) = x^2_{кр}(0{,}975;24) = 12{,}4$$

та праву

$$x^2_{кр}(\frac{\sigma}{2};k) = x^2_{кр}(0{,}025;24) = 39{,}4$$

Маємо $X^2_{спост} > X^2_{прав}$ отже, нульову гіпотезу відкидаємо; верстат не забезпечує необхідну точність і вимагає підналагодження.

Емпіричне значення статистики критерію з двосторонньої критичної областю відхилити нульову гіпотезу

Для перевірки якої гіпотези відповідно статистика має розподіл про дисперсію нормально розподіленої генеральної сукупності

Із нормальної генеральної сукупності з відомим середнім 2

((xi(cep)-a0)/sigma)*корінь з n

Асиметрія обчислюється за формулою b. $\dfrac{M_3}{M_2^{3/2}}$

Емпіричне значення статистики критерію з правосторонньою критичною областю, а критичне значення цієї статистики

Обчислити інтерквартильну широту

Дано статистичний матеріал

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	72	77	34	14	2	1

Обчислити інтерквартильну широту

Відповідь: 2

7. Критерій залежності хі-квадрат призначений для перевірки гіпотези про незалежність двох ознак, що задають рядки і стопвпці таблиці спряженості

Для порівняння точності двох станків-автоматів взяли дві проби - 0,819 ($n_1 = 10$, $n_2 = 8$)

Коли є запитання про точність, використати гіпотезу про порівняння дисперсій.

Випадковою величиною, пов’язаною з даним імовірнісним експериментом

Числа, що показують скільки разів зустрічаються варіанти в вибірці частота

Середнім вибірковим називається

Статистики центральної тенденції

Вибірковим середнім $\overline{x}$ *статистичного розподілу вибірки називається середнє арифметичне її варіант* x_i *з врахуванням їх частот, тобто*

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \ldots + n_k x_k}{n}. \qquad (3)$$

Для перевірки якої гіпотези відповідна статистика має розподіл Колмогорова про те, що генеральна сукупність керується вказаною неперервною функцією розподілу

Знайти інтервал довіри для сподівання

Питання 14

Завершено

Макс. оцінка до 2

Відмітити питання

Проведено 14 спостережень над нормально розподіленою випадковою змінною ξ, на основі яких одержали середнє вибіркове $\overline{x} = 12,3$, варіансу $s^2 = 0,81$. Знайти 99% інтервал довір'я для невідомого математичного сподівання генеральної сукупності:

Виберіть одну відповідь:

a. (11; 13,4)

b. (12,9; 13,9)

c. (11,7; 13,1)

d. (11,6; 13)

Побудова інтервалів довіри для невідомого сподівання

$$P\left\{\left|\frac{a-\bar{x}}{s}\cdot\sqrt{n}\right| < t_{кр}\right\} = \underbrace{1-\alpha}_{\gamma}$$

ймов. прийняття гіпотези

$<a<$

$$a \in \left(\bar{x} - \frac{S/\sigma}{\sqrt{n}} t_{кр};\ \bar{x} + \frac{S/\sigma}{\sqrt{n}} t_{кр}\right)$$

$$t_{кр} = \begin{cases}\Phi(t_{кр}) = \frac{1-\alpha}{2}, & D\xi \text{ — відом. табл 2}\\ d.f. = n-1,\ \frac{\alpha}{2}, & D\xi \text{ — невідом. табл 6}\end{cases}$$

Графічний спосіб задання розподілу випадкової величини називається многокутником розподілу

Центральний момент 2-го порядку є варіансою

Для того, щоб за вибіркою можна було судити про випадковій величину вибірка повинна бути

Центральний момент 4-го порядку використовується для визначення ексцесу

Формула Стюдента

Інтервал довіри накриває невідоме значення сподівання нормальної популяції з ймовірністю 1-альфа

Випадкова величина називається дискретною, якщо множина її можливих значень є скінченна або зчисленною