Двовимірна випадкова величина

Основні поняття, означення та відношення

1. *Якщо на тому самому просторі елементарних подій $\Omega = \{\omega_i\}$ задано дві одновимірні випадкові величини ξ і η, то їхню упорядковану сукупність (ξ, η) називають* ***двовимірною випадковою величиною*** або ***системою двох випадкових величин***.

Аналогічно вводять поняття n - вимірної випадкової величини, яка є упорядкованою сукупністю $(\xi_1, \xi_2, ...\xi_n)$ n одновимірних випадкових величин.

2. *Двовимірну випадкову величину (ξ, η) називають* ***дискретною***, *якщо її складові ξ і η є дискретними, і* ***неперервною***, *якщо її складові ξ і η є неперервними одновимірними випадковими величинами.*

Складові ξ і η двовимірної випадкової величини (ξ, η) називають ще її ***компонентами***.

3. ***Законом розподілу ймовірностей*** **(*законом розподілу*)** *двовимірної дискретної випадкової величини (ξ, η) називають перелік її можливих значень $(x_i, y_j), i = \overline{1,n}, j = \overline{1,m}$ та відповідних їм ймовірностей $p(x_i, y_j) = P(\xi = x_i \cap \eta = y_j)$.*

Закон розподілу дискретної випадкової величини (ξ, η) записують у вигляді таблиці:

$\xi = x_i$ / $\eta = y_j$	x_1	x_2	…	x_n	$p(y_j)$
y_1	$p(x_1, y_1)$	$p(x_2, y_1)$	…	$p(x_n, y_1)$	$p(y_1)$
y_2	$p(x_1, y_2)$	$p(x_2, y_2)$	…	$p(x_n, y_2)$	$p(y_2)$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
y_m	$p(x_1, y_m)$	$p(x_2, y_m)$	…	$p(x_n, y_m)$	$p(y_m)$
$p(x_i)$	$p(x_1)$	$p(x_2)$	…	$p(x_n)$	1

де
$$p(x_i) = \sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j), \quad i = 1, 2, ...n;$$

$$p(y_j) = \sum_{i=1}^{n} p(x_i, y_j), \quad j = 1, 2, ...m; \tag{2.47}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j) = \sum_{i=1}^{n} p(x_i) = \sum_{j=1}^{m} p(y_j) = 1.$$

Зазначимо, що закон розподілу дискретної випадкової величини (ξ, η) має вигляд частини таблиці, яка виділена жирними лініями.

Перелік значень x_i та відповідних їм імовірностей $p(x_i)$ становить закон розподілу одновимірної випадкової величини ξ, а перелік значень y_j та відповідних їм імовірностей $p(y_j)$ – закон розподілу одновимірної випадкової величини η.

4. ***Функцією розподілу ймовірностей*** *двовимірної випадкової величини (ξ, η) називають функцію $F(x, y)$, яка для будь-яких чисел x і y визначає ймовірність сумісної появи подій $\xi < x$* і *$\eta < y$, тобто*

$$F(x, y) = P(\xi < x \cap \eta < y). \tag{2.48}$$

Отже, функція розподілу $F(x,y)$ двовимірної випадкової величини (ξ,η) є ймовірністю того, що її складова ξ набуде значення, меншого за число *x* і складова η набуде одночасно значення меншого за число *y*.

Геометрично рівність (2.48) тлумачимо так: функція розподілу $F(x,y)$ є ймовірністю того, що значення двовимірної випадкової величини (ξ,η) потрапляють у безмежний прямокутник з вершиною (x,y), який розміщений нижче і лівіше від цієї вершини (рис. 2.14)

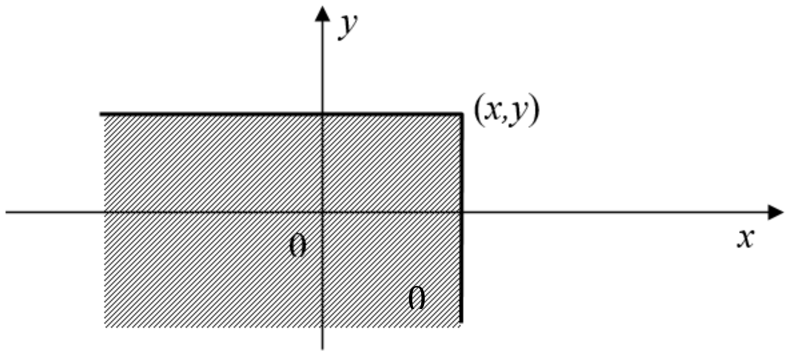

Рис. 2.14 Геометричне тлумачення функції розподілу $F(x,y)$

Функція розподілу $F(x,y)$ має такі ***властивості***:

- *значення функції розподілу задовольняють подвійну нерівність*
  $0 \le F(x,y) \le 1$; (2.49)
- $F(x,y)$ *є неспадною функцією за кожним аргументом,* тобто:
  $F(x_2,y) \ge F(x_1,y)$ *при* $x_2 \ge x_1$;
  $F(x,y_2) \ge F(x,y_1)$ *при* $y_2 \ge y_1$; (2.50)
- *для функції* $F(x,y)$ *виконуються граничні співвідношення*:
  $F(-\infty,y)=0, \quad F(x,-\infty)=0,$
  $F(-\infty,-\infty)=0, \quad F(+\infty,+\infty)=1$; (2.51)
- *при* $y \to \infty$ *функція розподілу* $F(x,y)$ *двовимірної випадкової величини* (ξ,η) *наближається до функції розподілу* $F_1(x)$ *складової* ξ, *а при* $x \to \infty$ – *до функції розподілу* $F_2(y)$ *складової* η, тобто:
  $\lim\limits_{y\to\infty} F(x,y)=F(x,\infty)=F_1(x)$
  $\lim\limits_{x\to\infty} F(x,y)=F(\infty,y)=F_2(y)$
- *ймовірність потрапляння значень двовимірної випадкової величини* (ξ,η) *у прямокутник* $Q=\{(x,y): a<\xi<b, c<\eta<d\}$ *обчислюють за формулою*:

$$P(a<\xi<b, c<\eta<d)=\left[F(b,d)-F(a,d)\right]-\left[F(b,c)-F(a,c)\right] \qquad (2.53)$$

Зрозуміло, що у лівій частині формули (2.53) знак „ $<$ ” може бути замінений знаком „ $\le$ ”, а права її частина при цьому не зміниться.

5. ***Щільністю (густотою) розподілу ймовірностей*** $f(x,y)$ *двовимірної неперервної випадкової величини* (ξ,η) *називають другу мішану похідну від її функції розподілу, тобто*:

$$f(x,y)=\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}. \qquad (2.54)$$

Щільність розподілу ймовірностей двовимірної випадкової величини ще називають ***двовимірною щільністю розподілу***.

Щільність розподілу ймовірностей $f(x,y)$ має ***властивості***:

- *щільність розподілу ймовірностей невід’ємна:* $f(x,y) \ge 0$;

- *подвійний невласний інтеграл з безмежними межами інтегрування від двовимірної щільності розподілу дорівнює одиниці*:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dxdy = 1; \qquad (2.55)$$

- *якщо всі значення* (*x*, *y*) *двовимірної випадкової величини* (ξ,η) *містяться у прямокутнику* $\Omega = \{a < x < b, c < y < d\}$ *і f(x,y) – щільність її розподілу, то*

$$\int_a^b\int_c^d f(x,y)dxdy = \int_a^b dx\int_c^d f(x,y)dy = 1; \qquad (2.55')$$

- *функцію розподілу* $F(x,y)$ *двовимірної неперервної випадкової величини* (ξ,η) *визначають за двовимірною щільністю f(x,y) цієї величини за допомогою рівності*:

$$F(x,y) = \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(z,t)dzdt = \int_{-\infty}^{x} dz\int_{-\infty}^{y} f(z,t)dt;. \qquad (2.56)$$

Якщо можливі значення двовимірної неперервної випадкової величини (ξ,η) *розміщені у прямокутнику* $Q = \{(\xi,\eta): a < \xi < b, c < \eta < d\}$, *то формула* (2.56) *набуває вигляду*:

$$F(x,y) = \int_a^x\int_c^y f(z,t)dzdt = \int_a^x dz\int_c^y f(z,t)dt; \qquad (2.56')$$

- *ймовірність потрапляння значень двовимірної неперервної випадкової величини* (ξ,η) *у прямокутник* $Q = \{(\xi,\eta): a < \xi < b, c < \eta < d\}$ *виражають формулою*:

$$P(a < \xi < b, c < \eta < d) = \int_a^b\int_c^d f(x,y)dxdy = \int_a^b dx\int_c^d f(x,y)dy. \qquad (2.57)$$

Зауважимо, що знак „ < ” у лівій частині рівності можна на кожному окремому місці замінити знаком „ $\le$ ”.

- *Якщо f(x,y) – щільність розподілу двовимірної випадкової величини* (ξ,η), *то щільності розподілів* $f_1(x)$ *і* $f_2(y)$ *одновимірних випадкових величин, відповідно,* ξ *і* η *визначають за формулами*

$$f_1(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy \qquad f_2(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx. \qquad (2.58)$$

6. *Дві випадкові величини називаються* ***незалежними***, *якщо закон розподілу кожної з них не залежить від того, якого значення набула інша*.

Незалежність дискретних випадкових величин ξ і η рівносильна тому, що

$$P(\xi = x_i \cap \eta = y_j) = P(\xi = x_i)\cdot P(\eta = y_j)$$

або

$$p(x_i, y_j) = p(x_i)\cdot p(y_j). \qquad (2.59)$$

Незалежність дискретних або неперервних випадкових величин ξ і η рівносильна тому, що

$$F(x,y) = F_1(x)\cdot F_2(y), \qquad (2.60)$$

де *F*(*x*, *y*) – функція розподілу двовимірної випадкової величини (ξ,η), $F_1(x)$ – функція розподілу складової ξ, $F_2(y)$ – функція розподілу складової η.

Незалежність неперервних випадкових ξ і η рівносильна тому, що

$$f(x,y) = f_1(x)\cdot f_2(y), \qquad (2.61)$$

де *f(x,y)* – щільність розподілу двовимірної випадкової величини (ξ,η), $f_1(x)$ – щільність розподілу складової ξ, $f_2(y)$ – щільність розподілу складової η.

7. Для з'ясування залежності випадкових величин ξ і η та взаємозв'язку між ними використовують ***коваріацію і коефіцієнт кореляції***.

Коваріацією (кореляційним моментом) K_{xy} *випадкових величин ξ і η називають математичне сподівання добутку відхилень цих величин від їхніх сподівань, тобто*

$$K_{xy} = E\left\{\left[\xi - E(\xi)\right]\cdot\left[\eta - E(\eta)\right]\right\}. \qquad (2.62)$$

Формулу для обчислення K_{xy} дискретної випадкової величини можна записати ще у вигляді

$$K_{xy} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} x_i y_j p(x_i, y_j) - E(\xi)E(\eta), \qquad (2.62')$$

а для неперервної випадкової величини – у вигляді

$$K_{xy} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} xy\, f(x,y)\,dxdy - E(\xi)E(\eta). \qquad (2.63)$$

Недоліком коваріації є те, що її величина має різні значення залежно від того, в яких одиницях вимірюють випадкові величини. Це створює труднощі під час порівняння випадкових величин.

Коефіцієнтом кореляції r_{xy} *випадкової величини ξ і η називають відношення коваріації K_{xy} до добутку середніх квадратичних відношень σ_x і σ_y цих величин, тобто*

$$r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}. \qquad (2.64)$$

Коефіцієнт кореляції задовольняє нерівність: $|r_{xy}| \le 1 \Leftrightarrow -1 \le r_{xy} \le 1$.

Коефіцієнт кореляції є безрозмірною випадковою величиною і він є зручніший під час порівняння випадкових величин.

Правильне таке **твердження**: *якщо випадкові величини ξ і η незалежні, то коваріація* K_{xy} =0 *(коефіцієнт кореляції* r_{xy} =0); *якщо коваріація $K_{xy} \ne 0$ (коефіцієнт кореляції $r_{xy} \ne 0$), то випадкові величини ξ і η залежні.*

Наголосимо, що коли $K_{xy} = 0\,(r_{xy} = 0)$, то випадкові величини можуть бути як незалежними, так і залежними.

Дві випадкові величини ξ і η називають ***корельованими***, *якщо їхня коваріація* $K_{xy} \ne 0$ (*коефіцієнт кореляції* $r_{xy} \ne 0$). Дві корельовані величини завжди є залежні. Однак залежні випадкові величини можуть бути як корельованими, так і некорельованими.

8. Якщо відомий сумісний закон розподілу випадкових величин ξ і η, тобто закон розподілу двовимірної випадкової величини (ξ,η), то за формулами (2.47), (2.52), (2.58) завжди можна знайти закони розподілу, функції розподілу і щільності розподілу складових ξ і η. Якщо ж відомі закони розподілу складових ξ і η, які є незалежними випадковими величинами, то закон розподілу, функцію розподілу і щільність розподілу випадкової величини (ξ,η) можна знайти за формулами (2.59), (2.60), (2.61).

Щоб знайти закон розподілу, функцію розподілу, щільність розподілу двовимірної випадкової величини (ξ,η), знаючи закони розподілу, функцію розподілу чи щільності розподілу залежних складових ξ і η, потрібно ще знати ***умовні закони розподілу*** або ***умовні щільності розподілу цих складових***.

9. Позначимо через $p(x_i \mid y_j)$ – імовірність того, що випадкова величина ξ набуде значення x_i за умови, що випадкова величина η набула значення y_j, і через $p(y_j \mid x_i)$ імовірність того, що випадкова величина η набуде значення y_j за умови, що випадкова величина ξ набула значення x_i. Імовірності $p(x_i \mid y_j)$ і $p(y_j \mid x_i)$ назвемо ***умовними***.

Умовним законом *розподілу дискретної випадкової величини* ξ *при фіксованому значенні* $\eta = y_j$ *називають перелік усіх можливих значень* x_i *величини* ξ *та їх умовних ймовірностей* $p(x_i \mid y_j)$, *і його записують у вигляді таблиці*:

$\xi = x_i$	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$p(x_i \mid y_j)$	$p(x_1 \mid y_j)$	$p(x_2 \mid y_j)$	$\cdots$	$p(x_n \mid y_j)$

Умовні ймовірності $p(x_i \mid y_j)$ обчислюють за формулами

$$p(x_i \mid y_j) = \frac{p(x_i, y_j)}{p(y_j)} \tag{2.65}$$

і $\sum_{i=1}^{n} p(x_i \mid y_j) = 1$.

Умовним законом *розподілу дискретної випадкової величини* η *при фіксованому значенні* $\xi = x_i$ *називають перелік всіх можливих значень* y_j *величин* η *та їхніх умовних ймовірностей* $p(y_j \mid x_i)$, *і його записують у вигляді таблиці*:

$\eta = y_j$	y_1	y_2	$\cdots$	y_n
$p(y_j \mid x_i)$	$p(y_1 \mid x_i)$	$p(y_2 \mid x_i)$	$\cdots$	$p(y_n \mid x_i)$

Умовні ймовірності $p(y_j \mid x_i)$ обчислюють за формулами

$$p(y_j \mid x_i) = \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i)} \tag{2.65′}$$

і $\sum_{j=1}^{m} p(y_j \mid x_i) = 1$.

З формул (2.65) і (2.65′) отримаємо:

$p(x_i, y_j) = p(y_j) \cdot p(x_i \mid y_j)$ і $p(x_i, y_j) = p(x_i) \cdot p(y_j \mid x_i)$.

Звідси випливає, що, знаючи закони розподілу складових ξ і η двовимірної випадкової величини (ξ, η) та їхні умовні закони розподілу, можна знайти закон розподілу системи випадкових величин (ξ, η).

Умовні закони розподілу складових ξ і η двовимірної випадкової величини (ξ, η) зумовлюють ***умовні числові характеристики***

- *умовні математичні сподівання:*

$$E(\xi \mid \eta = y_j) = \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i \mid y_j) = \sum_{i=1}^{n} x_i \frac{p(x_i, y_j)}{p(y_j)} = \frac{1}{p(y_j)} \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p(x_i, y_j); \tag{2.66}$$

$$E(\eta \mid \xi = x_i) = \sum_{j=1}^{m} y_j p(y_j \mid x_i) = \sum_{j=1}^{m} y_j \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i)} = \frac{1}{p(x_i)} \sum_{j=1}^{m} y_j \cdot p(x_i, y_j);$$

- *умовні дисперсії:*

$$D(\xi \mid \eta = y_j) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p(x_i \mid y_j) - E^2(\xi \mid \eta = y_j) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \frac{p(x_i, y_j)}{p(y_j)} - E^2(\xi \mid \eta = y_j) =$$
$$= \frac{1}{p(y_j)} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p(x_i, y_j) - E^2(\xi \mid \eta = y_j); \tag{2.67}$$

$$D(\eta \mid \xi = x_i) = \sum_{j=1}^{m} y_j^{\,2} p(y_j \mid x_i) - E^2(\eta \mid \xi = x_i) = \sum_{j=1}^{m} y_j^{\,2} \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i)} - E^2(\eta \mid \xi = x_i) =$$

$$= \frac{1}{p(x_i)} \sum_{j=1}^{m} y_j^{\,2} p(y_j, x_i) - E^2(\eta \mid \xi = x_i);$$

- *умовні середні квадратичні відхилення*:

$$\sigma(\xi \mid \eta = y_j) = \sqrt{D(\xi \mid \eta = y_j)}\ ; \qquad (2.68)$$

$$\sigma(\eta \mid \xi = x_i) = \sqrt{D(\eta \mid \xi = x_i)}$$

10. Нехай (ξ, η)– двовимірна випадкова величина, $f(x,y)$ – щільність її сумісного розподілу, $f_1(x)$– щільність розподілу складової ξ, $f_2(y)$ – щільність розподілу складової η.

Умовною щільністю *$\varphi(x \mid y)$ розподілу складової ξ двовимірної випадкової величини (ξ, η) при фіксованому значенні $\eta = y$ називають відношення щільності її сумісного розподілу $f(x,y)$ до щільності розподілу $f_2(y)$ складової η, тобто*

$$\varphi(x \mid y) = \frac{f(x,y)}{f_2(y)}. \qquad (2.69)$$

Умовною щільністю *$\psi(y \mid x)$ розподілу складової η двовимірної випадкової величини (ξ, η) при фіксованому значенні $\xi = x_i$ називають відношення щільності її сумісного розподілу $f(x,y)$ до щільності розподілу $f_1(x)$ складової ξ, тобто*

$$\psi(y \mid x) = \frac{f(x,y)}{f_1(x)}. \qquad (2.70)$$

З формул (2.69) і (2.70) отримуємо:

$$f(x,y) = f_2(y) \cdot \varphi(x \mid y) \text{ і } f(x,y) = f_1(x) \cdot \psi(y \mid x). \qquad (2.71)$$

Звідси випливає, що, знаючи щільність розподілу складових ξ і η двовимірної випадкової величини (ξ, η) та їхні умовні щільності розподілу, можна знайти щільність сумісного розподілу системи випадкових величин (ξ, η).

Аналогічно, як у випадку дискретної випадкової величини, для неперервних випадкових величин є:

- *умовні математичні сподівання*:

$$E(\xi \mid \eta = y) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \varphi(x \mid y) dx,$$

$$E(\eta \mid \xi = x) = \int_{-\infty}^{+\infty} y \psi(y \mid x) dy\ ;$$

- *умовні дисперсії*:

$$D(\xi \mid \eta = y) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \varphi(x \mid y) dx - E^2(\xi \mid \eta = y)$$

$$D(\eta \mid \xi = x) = \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 \psi(y \mid x) dy - E^2(\eta \mid \xi = x), \qquad (2.73)$$

- *умовні середні квадратичні відхилення*

$$\sigma(\xi \mid \eta = y) = \sqrt{D(\xi \mid \eta = y)} \qquad \sigma(\eta \mid \xi = x) = \sqrt{D(\eta \mid \xi = x)}. \qquad (2.74)$$

Умовне математичне сподівання $E(\eta \mid \xi = x)$ є функцією від x:

$$E(\eta \mid \xi = x) = f(x), \qquad (2.75)$$

яку називають ***функцією регресії*** η відносно ξ, а умовне математичне сподівання $E(\xi \mid \eta = y)$ є функцією від y:

$$E(\xi \mid \eta = y) = g(y), \qquad (2.76)$$

яку називають ***функцією регресії*** ξ відносно η.

Приклад 1. Одночасно кидають на підлогу дві монети. Написати закон розподілу випадкової величини (ξ,η), де ξ – кількість випадань герба на першій монеті, η – кількість випадань герба на другій монеті. Обчислити $E(\xi)$, $E(\eta)$, $D(\xi)$, $D(\eta)$, $\sigma(\xi)$, $\sigma(\eta)$, $K_{\xi\eta}$, $r_{\xi\eta}$.

Приклад 2. Закон розподілу двовимірної дискретної випадкової величини заданий таблицею:

$\eta = y_j$ \ $\xi = x_i$	2	4	6	8
–6	0,1 a	0,5 a	0,4 a	a
–4	0,9 a	0,4 a	0,5 a	0,2 a
–2	a	2,1 a	1,1 a	1,8 a

Виконати такі дії:

а) визначити параметр a;

б) записати закони розподілу складових ξ і η;

в) обчислити $E(\xi)$, $\sigma(\xi)$, $E(\eta)$, $\sigma(\eta)$;

г) знайти $P(4 \le \xi < 8 \cap -6 \le \eta < -2)$;

д) з'ясувати чи величини ξ і η є залежні або незалежні.

Приклад 3. Закон розподілу двовимірної випадкової величини заданий таблицею:

$\eta = y_j$ \ $\xi = x_i$	2	5
10	0,25	0,10
12	0,15	0,05
14	0,32	0,13

Знайти:

а) безумовні закони розподілу складових ξ і η;

б) умовний закон розподілу випадкової величини ξ за умови, що випадкова величина η набула значення η = 10;

в) умовний закон розподілу складової η за умови, що випадкова величина ξ набула значення ξ = 5;

г) умовні числові характеристики $E(\xi\,|\,\eta=10)$, $E(\eta\,|\,\xi=5)$, $D(\xi\,|\,\eta=10)$, $D(\eta\,|\,\xi=5)$, $\sigma(\xi\,|\,\eta=10)$, $\sigma(\eta\,|\,\xi=5)$.

Завдання для самостійної роботи

1. Дано дві дискретні випадкові величини ξ та η

$\xi = x_i$	−1	0
$p(x_i)$	0,1	0,9

$\eta = y_i$	0	2	4
$p(y_i)$	0,2	0,4	0,4

Побудувати закон розподілу двовимірної випадкової величини (ξ,η), якщо випадкові величини ξ та η незалежні.

2. У першій партії 75%, а в другій – 50% виробів високої якості. З першої партії навмання виймають три вироби, а з другої – один. ξ – кількість високоякісних виробів, узятих із першої партії, η – з другої. Написати закон розподілу двовимірної випадкової величини (ξ,η). Обчислити числові характеристики складових ξ та η.

3. Задано дискретну двовимірну випадкову величину (ξ,η):

$\eta = y_j$ \ $\xi = x_i$	2	5	8
0,4	0,15	0,30	0,35
0,8	0,05	0,12	0,03

Знайти:

а) безумовні закони розподілу випадкових величин ξ і η;

б) умовний закон розподілу випадкової величини ξ за умови, що випадкова величина η набула значення y_1=0,4;

в) умовний закон розподілу випадкової величини η за умови, що випадкова величина ξ набула значення x_2 = 5;

г) $E(\xi)$, $E(\eta)$, $D(\xi)$, $D(\eta)$, $\sigma(\xi)$, $\sigma(\eta)$;

д) $P(5 \le \xi < 8 \bigcap 0{,}4 \le \eta \le 0{,}6)$;

е) з'ясувати чи величини ξ та η залежні чи незалежні.

4. Закон розподілу системи двох дискретних випадкових величин (ξ,η) задано таблицею:

$\eta = y_j$ \ $\xi = x_i$	5,2	10,2	15,2
2,4	0,1*a*	2*a*	0,9*a*
4,4	2*a*	0,2*a*	1,8*a*
6,4	1,9*a*	0,8*a*	0,3*a*

Виконати такі дії:

а) знайти a;

б) обчислити $E(\xi)$, $E(\eta)$, $D(\xi)$, $D(\eta)$, $\sigma(\xi)$, $\sigma(\eta)$, $K_{\xi\eta}$, $r_{\xi\eta}$;

в) обчислити умовні числові характеристики $E(\xi|\eta = 4{,}4)$, $E(\eta|\xi = 5{,}2)$, $\sigma(\xi|\eta = 4{,}4)$ $\sigma(\eta|\xi = 5{,}2)$;

г) $P(5{,}2 \le \xi < 15{,}2 \bigcap 2{,}4 < \eta \le 6{,}4)$.