## 1.4. Основні теореми теорії ймовірностей

**1.** ***Ймовірність суми****двох несумісних подій дорівнює сумі ймовірностейцих подій, тобто, якщо* $A \bigcap B = \varnothing$, *то*

$$P(A \bigcup B) = P(A) + P(B). \qquad (1.5)$$

Цю властивість ще називають ***теоремою про додавання ймовірностей для несумісних подій.***

***Ймовірність суми****скінченного числа* $A_1,\ A_2, \ldots,\ A_n$ *попарно несумісних подій дорівнює сумі ймовірностей цих подій*, тобто, якщо $A_i \bigcap A_j = \varnothing$ при $i \neq j$ ,то

$$P(A_1 \bigcup A_2 \bigcup \ldots \bigcup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n).$$

**2.** ***Ймовірність суми*** *двох довільних подій A і B дорівнює сумі їхніх ймовірностей без ймовірності їхнього добутку, тобто*

$$P(A \bigcup B) = P(A) + P(B) - P(A \bigcap B). \qquad (1.6)$$

**3.** *Сукупність подій* $A_1,\ A_2, \ldots,\ A_n$ *є* ***повною групою*** *подій для даного експерименту, якщо кожним наслідком його є одна і тільки одна подія даної сукупності*. Сума ймовірностей повної групи подій дорівнює одиниці, тобто

$$P(A_1) + P(A_2) + ...P(A_n) = 1. \qquad (1.7)$$

**4.** Сума ймовірностей протилежних подій дорівнює одиниці:

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1. \qquad (1.8)$$

**5.** *Ймовірність події A за умови, що відбудеться подіяB, називають****умовноюймовірністю****події A і позначають* $P_B(A) = P(A|B)$.

**6.** *Дві події A і B називають****незалежними****, якщо ймовірність однієї з них не залежить від появи або непояви іншої, тобто події A і B незалежні, якщо*

$$P(A) = P_B(A) = P_{\overline{B}}(A), \quad P(B) = P_A(B) = P_{\overline{A}}(B).$$

Якщо події *A* і *B* незалежні, то незалежними є також події $\overline{A}$ і $B$, $A$ і $\overline{B}$, $\overline{A}$ і $\overline{B}$.

**7.** ***Ймовірність добутку****двох незалежних подій дорівнює добутку ймовірностей цих подій, тобто, якщо події A і B незалежні, то*

$$P(A \bigcap B) = P(A) \cdot P(B). \qquad (1.9)$$

**8.** ***Ймовірність добутку****двох довільних подій дорівнює добутку ймовірності однієї з них на умовну ймовірність другої за умови, що перша подія відбулася, тобто*

$$P(A \bigcap B) = P(A) \cdot P_A(B) = P(B) \cdot P_B(A).$$

З наведених формул випливає, що

$$P_A(B) = \frac{P(A \bigcap B)}{P(A)},\ P_B(A) = \frac{P(A \bigcap B)}{P(B)} \qquad (1.10)$$

**9.** *Події* $A_1,\ A_2, ...,\ A_n$ *називаються* ***незалежними в сукупності****, якщо вони попарно незалежні і незалежна кожна з них з усіма можливими добутками інших*.

Якщо події $A_1, A_2, ..., A_n$ незалежні в сукупності, то вони попарно незалежні. Для незалежних у сукупності подій $A_1, A_2, ..., A_n$ ймовірність їх добутку обчислюють за формулою:

$$P(A_1 \bigcap A_2 \bigcap ... \bigcap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot ... \cdot P(A_n). \qquad (1.11)$$

Якщо події $A_1,\ A_2, ...,\ A_n$ довільні, то

$$P(A_1 \bigcap A_2 \bigcap ... \bigcap A_n) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) \cdot P_{A_1 A_2}(A_3) \cdot ... \cdot P_{A_1 A_2 ... A_{n-1}}(A_n). \qquad (1.12)$$

**10.** ***Ймовірність $P(A)$ появи хоча б однієї з подій*** $A_1, A_2, ..., A_n$, *які незалежні в сукупності*, обчислюють за формулою:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot ... \cdot P(\bar{A}_n) \qquad (1.13)$$

(подія $A$ полягає в тому, що відбудеться хоча б одна з подій $A_1, A_2, ..., A_n$).

**11.** ***Формула повної ймовірності.*** Ймовірність $P(A)$ події $A$, яка може відбутися лише за умови появи однієї і тільки однієї з подій-гіпотез $H_1, H_2, ..., H_n$, що утворюють повну групу подій, обчислюють за формулою:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A) + ... + P(H_n) \cdot P_{H_n}(A). \qquad (1.14)$$

**12.** ***Ймовірність гіпотез (формули Байєса).*** Ймовірність гіпотези $H_i$ за умови, що подія $A$ відбулася, обчислюють за формулою

$$P_A(H_i) = \frac{P(H_i) \cdot P_{H_i}(A)}{P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A) + ... + P(H_n) \cdot P_{H_n}(A)}. \qquad (1.15)$$

***Приклад 1.*** Агенція оцінює стан кредитування особи як „відмінний”, „добрий”, „задовільний” і „поганий”. Імовірність того, що особа отримає відмінний рейтинг, дорівнює 0,25, добрий – 0,3, задовільний – 0,3. Яка ймовірність, що особа:

а) отримає поганий рейтинг?
б) не отримає відмінного рейтингу?
в) не буде мати ні відмінного, ні доброго рейтингу?
г) матиме не менше ніж добрий рейтинг?

***Розв’язання.*** Введемо такі позначення подій:
$A$ – особа отримає відмінний рейтинг;
$B$ – особа отримає добрий рейтинг;
$C$ – особа отримає задовільний рейтинг;
$D$ – особа отримає поганий рейтинг.

а) Простір елементарних подій $\Omega = \{A, B, C, D\}$ або вірогідна подія $U = A \cup B \cup C \cup D$. Оскільки $P(U) = 1$ і $P(A \cup B \cup C \cup D) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D)$, бо події $A$, $B$, $C$,$D$ – попарно несумісні, то за формулою (1.7) маємо:

$$P(A) + P(B) + P(C) + P(D) = 1 \Rightarrow P(D) = 1 - P(A) - P(B) - P(C) \Rightarrow$$

$$P(D) = 1 - 0,25 - 0,3 - 0,3 = 0,15.$$

б) Нехай подія $E$ – особа не отримає відмінного рейтингу, а це означає, що вона отримає добрий або задовільний, або поганий рейтинг. Отже, подія $E$ є сумою подій $B$, $C$,$D$,тобто $E = B \cup C \cup D$.

Оскільки події $B$, $C$,$D$– попарно несумісні, то згідно з формулою (1.5)

$$P(E) = P(B \cup C \cup D) = P(B) + P(C) + P(D) = 0,3 + 0,3 + 0,15 = 0,75.$$

в) Нехай подія $F$ – особа не буде мати ні відмінного, ні доброго рейтингу, тобто вона отримає задовільний або поганий рейтинг. Це означає, що подія $F$ є сумою несумісних подій $C$ і $D$, тобто

$$F = C \cup D \Rightarrow P(F) = P(C \cup D) = P(C) + P(D) = 0,3 + 0,15 = 0,45.$$

г) Припустимо, що подія $G$ – особа отримає не менше ніж добрий рейтинг. Отже, вона отримає або відмінний або добрий рейтинг, тому

$$G = A \cup B \Rightarrow P(G) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,25 + 0,3 = 0,55.$$

***Приклад 2.*** Імовірність того, що покупець, зайшовши у магазин зробить покупку, дорівнює 0,3. У магазин зайшли два покупці. Яка ймовірність, що:

а) обидві особи щось куплять?
б) жоден з відвідувачів магазину не зробить покупки?
в) один з двох покупців точно зробить покупку?

***Розв'язання.*** Нехай подія $A_1$ – перший відвідувач магазину зробить покупку, подія $A_2$ – другий відвідувач магазину зробить покупку. Очевидно, $P(A_1)=0,3;\ \ P(A_2)=0,3$.

а) Позначимо через $B$ подію, яка полягає в тому, що обидва відвідувачі зроблять покупки. Тоді подія $B=A_1\bigcap A_2$. Оскільки події $A_1$і $A_2$ – незалежні, то за формулою (1.9)

$$P(B)=P(A_1\bigcap A_2)=P(A_1)\cdot P(A_2)\Rightarrow P(B)=0,3\cdot 0,3=0,09.$$

б) Подія, яка полягає в тому, що перший відвідувач магазину не зробить покупки, є протилежною до події $A_1$, тобто $\overline{A}_1$ і $P(\overline{A}_1)=1-P(A_1)=1-0,3=0,7$. Аналогічно, подія $\overline{A}_2$ – другий відвідувач магазину не зробить покупку і

$$P(A_2)=1-P(A_2)=1-0,3=0,7.$$

Якщо подія $C$ – жоден з відвідувачів магазину не зробить покупку, то

$$C=\overline{A}_1\bigcap\overline{A}_2\Rightarrow P(C)=P(\overline{A}_1\bigcap\overline{A}_2)=P(\overline{A}_1)\cdot P(\overline{A}_2)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(C)=0,7\cdot 0,7=0,49,$$

бо події $\overline{A}_1$ і $\overline{A}_2$ є незалежні.

в) Нехай подія $D$ – один з відвідувачів магазину зробить покупку. Це рівносильно тому, що перший відвідувач зробить покупку (відбудеться подія $A_1$) і другий відвідувач покупки не зробить (відбудеться подія $\overline{A}_2$) або перший покупець не зробить покупки (відбудеться подія $\overline{A}_1$), а другий покупець зробить покупку (відбудеться подія $A_2$). Тому подія $D=(A_1\bigcap\overline{A}_2)\bigcup(\overline{A}_1\bigcap A_2)$.

Оскільки події $(A_1\bigcap\overline{A}_2)$ і $(\overline{A}_1\bigcap A_2)$ несумісні, то за формулою (1.5)

$$P(D)=P(A_1\bigcap\overline{A}_2)+P(\overline{A}_1\bigcap A_2).$$

Кожні пари подій $A_1$ і $\overline{A}_2$, $\overline{A}_1$ і $A_2$ є незалежні, тому отримаємо:

$$P(D)=P(A_1)\cdot P(\overline{A}_2)+P(\overline{A}_1)\cdot P(A_2)\Rightarrow P(D)=0,3\cdot 0,7+0,7\cdot 0,3=0,42.$$

***Приклад 3.*** Виконано статистичний аналіз банкрутства головного підприємства (подія $A$) і дочірнього підприємства (подія $B$). Статистикою визначено, що пари: головне підприємство банкрут і дочірнє підприємство банкрут (подія $A\bigcap B$) становлять 6,5%, головне підприємство банкрут і дочірнє підприємство не банкрут (подія $A\bigcap\overline{B}$) – 8%, головне підприємство не банкрут і дочірнє підприємство банкрут (подія $\overline{A}\bigcap B$) – 9%, головне підприємство не банкрут і дочірнє підприємство не банкрут (подія $\overline{A}\bigcap\overline{B}$) – 80,5%. Знайти умовні ймовірності: $P_A(B)$, $P_A(\overline{B})$, $P_{\overline{A}}(B)$, $P_{\overline{A}}(\overline{B})$.

***Розв'язання.*** За умовою задачі $P(A\bigcap B)=0,065$, $P(A\bigcap\overline{B})=0,08$, $P(\overline{A}\bigcap B)=0,09$, $P(\overline{A}\bigcap\overline{B})=0,805$.

Подію $A$ можна записати сумою подій $A\bigcap B$ і $A\bigcap\overline{B}$:

$$A=(A\bigcap B)\bigcup(A\bigcap\overline{B}),$$

а подія

$$\overline{A}=(\overline{A}\bigcap B)\bigcup(\overline{A}\bigcap\overline{B}).$$

Оскільки кожні дві складені події $A\bigcap B$ і $A\bigcap\overline{B}$, $\overline{A}\bigcap B$ і $\overline{A}\bigcap\overline{B}$ – несумісні, то

$$P(A)=P(A\bigcap B)+P(A\bigcap\overline{B}),$$

$$P(\overline{A})=P(\overline{A}\bigcap B)+P(\overline{A}\bigcap\overline{B}).$$

Знайдемо умовну імовірність $P_A(B)$ того, що дочірнє підприємство банкрут, якщо головне підприємство банкрут:

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{P(A\cap B)}{P(A\cap B)+P(A\cap\bar{B})}=\frac{0,065}{0,065+0,08}\approx 0,448.$$

Умовна ймовірність $P_A(\bar{B})$ того, що дочірнє підприємство не банкрут, якщо головне підприємство банкрут обчислимо за формулою:

$$P_A(\bar{B})=1-P_A(B)\approx 1-0,448=0,552.$$

Знайдемо умовну ймовірність

$$P_{\bar{A}}(B)=\frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(\bar{A})}=\frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(\bar{A}\cap B)+P(\bar{A}\cap\bar{B})}=\frac{0,09}{0,09+0,805}\approx 0,10056.$$

Умовна ймовірність того, що дочірнє підприємство не банкрут, якщо головне підприємство не банкрут дорівнює

$$P_{\bar{A}}(\bar{B})=1-P_{\bar{A}}(\bar{B})\approx 1-0,10056=0,89944.$$

***Приклад 4.*** На посаду менеджера фірми претендує 30% жінок і 70% чоловіків. Серед жінок 40% мають університетську освіту, а серед чоловіків – 60%. Яка ймовірність, що вибраною навмання особою буде: а) жінка з університетською освітою? б) чоловік з університетською освітою?

***Розв'язання.*** Нехай подія $A$ – вибрана особа є жінка: $P(A)=0,3,$ а подія $B$ – вибрана серед жінок особа має університетську освіту: $P_A(B)=0,4$. Подія $C$ – вибрана на посаду менеджера особа є жінкою, яка має університетську освіту, є добутком подій $A$ і $B$: $C=A\cap B$

Події$A$ і $B$ є залежні, тому за формулою (1.10) маємо:

$$P(C)=P(A\cap B)=P(A)\cdot P_A(B)=0,3\cdot 0,4=0,12.$$

б) Позначимо через $D$ подію, яка полягає в тому, що вибрана особа – чоловік: $P(D)=0,7$, а через $E$ – подію, яка полягає в тому, що вибрана серед чоловіків особа має університетську освіту: $P_D(E)=0,6$. Подія $F$ – вибрана на посаду менеджера особа – чоловік, який має університетську освіту, є добутком подій $D$і $E$: $F=D\cap E$.

Події $D$і $E$ є залежні і за формулою (1.10) маємо:

$$P(F)=P(D\cap E)=P(D)\cdot P_D(E)=0,7\cdot 0,6=0,42.$$

***Приклад 5.*** На трьох виробничих лініях виготовляють однакові вироби. Відомо, що 40% всієї продукції виробляє перша лінія, 25% – друга і 35% – третя. Ймовірність виготовлення виробу, що відповідає стандарту, першою лінією дорівнює 0,99, другою – 0,97, третьою – 0,95. Виготовлені протягом робочого дня деталі містяться на складі. Знайти ймовірність того, що навмання вибраний на складі виріб не відповідає стандарту.

***Розв'язання.*** Введемо такі позначення подій:

$A$ – вибраний навмання на складі виріб не відповідає стандарту;

$H_1$ – вибраний виріб виготовлений на першій лінії;

$H_2$ – вибраний виріб виготовлений на другій лінії;

$H_3$ – вибраний виріб виготовлений на третій лінії.

За умовою задачі:

$$P(H_1)=0,4;\ P(H_2)=0,25;\ P(H_3)=0,35;$$

$$P_{H_1}(A)=1-0,99=0,01;\ P_{H_2}(A)=1-0,97=0,03;$$

$$P_{H_3}(A)=1-0,95=0,05.$$

Обчислимо повну ймовірність за формулою (1.14):

$$P(A)=P(H_1)\cdot P_{H_1}(A)+P(H_2)\cdot P_{H_2}(A)+P(H_3)\cdot P_{H_3}(A)=$$

$$=0,4\cdot 0,01+0,25\cdot 0,03+0,35\cdot 0,05=0,029.$$

***Приклад 6.*** Два економісти заповнюють документи, які складають у спільну папку. Імовірність допустити помилку першим економістом дорівнює 0,2, другим – 0,1. Перший економіст заповнив 40 документів, другий – 60. У навмання вибраному з папки документі виявлена помилка. Визначити ймовірність того, що вибраний документ заповнив перший економіст.

***Розв'язання.*** Введемо позначення:

подія $A$ – у вибраному з папки документі допущена помилка;

подія $H_1$ – вибраний документ заповнив перший економіст;

подія $H_2$ – вибраний документ заповнив другий економіст.

За умовою задачі: $P(H_1)=0,4$; $P(H_2)=0,6$; $P_{H_1}(A)=0,2$; $P_{H_2}(A)=0,1$.

Обчислимо спочатку $P(A)$:

$$P(A)=0,4\cdot 0,2+0,6\cdot 0,1=0,08+0,06=0,14.$$

Шукану ймовірність $P_A(H_1)$ обчислюємо за формулою (1.15):

$$P_A(H_1)=\frac{P(H_1)\cdot P_{H_1}(A)}{P(A)}=\frac{0,4\cdot 0,2}{0,14}\approx 0,57.$$

*Задачі для самостійного розв'язування*

1. В електричну мережу увімкнено чотири електролампочки. Під час проходження електричного струму кожна електролампочка з певною ймовірністю може перегоріти або не перегоріти. Яка ймовірність того, що ізчотирьох лампочок перегорять не більше як дві?
2. Для деякої місцевості середнє число похмурих днів у червні – 9. Знайти ймовірність того, що першого, другого та третього червня буде ясна погода.
3. Ймовірність того, що при одному вимірюванні деякої фізичної величини буде допущено помилку, яка перевищує задану точність, дорівнює 0,3. Проведено три незалежні вимірювання. Знайти ймовірність того, що тільки в одному з них допущена помилка перевищить задану точність.
4. Припустимо, що для однієї торпеди імовірність потопити корабель дорівнює ½. Яка ймовірність того, що п'ять торпед потоплять корабель, якщо для затоплення корабля досить одного влучання торпеди?
5. Студент прийшов на залік, знаючи з 32 питань лише 26. Яка ймовірність для нього здати залік, якщо після відмови відповідати на запитання викладач задає ще одне питання?
6. Скільки разів потрібно кинути гральний кубик, щоб з імовірністю, не меншою 0,5 хоча б один раз випала двійка?
7. В урні чотири білих і п'ять чорних кульок. З урни виймають дві кульки, але після першого виймання куля повертається в урну, а після перемішування куль виймають другу кулю. Знайти ймовірність того, що обидві кульки чорні.
8. В урні п'ять білих, вісім чорних та дев'ять синіх кульок. Навмання беруть три кульки. Яка ймовірність того, що принаймні дві з них будуть одного кольору?
9. Ймовірність того, що деталь бракована, становить 0,2. Яка ймовірність того, що під час перевірки деталей на стандартність з чотирьох навмання взятих деталей одна бракована? Бракована буде лише четверта по порядку деталь?
10. Із колоди 36 карт навмання вибирають чотири. Знайти ймовірність того, що серед них буде хоча б один туз.
11. У компанії працює 300 службовців. Розподіл їх за віком, освітою та терміном роботи в компанії наведено в таблиці:

| Вік службовця | Менше ніж 3 роки у компанії | | Більше ніж 3 роки у компанії | |
|---|---|---|---|---|
| | вища освіта | середня освіта | вища освіта | середня освіта |
| ≤ 30 | 35 | 5 | 55 | 4 |
| > 30 | 45 | 30 | 20 | 6 |

Навмання вибирають одного службовця. Знайти:

а) імовірність того, що вибрана особа має вищу освіту;

б) імовірність того, що вік вибраної особи більше ніж 30 років за умови, що вона працює в компанії понад три роки.

Чи будуть незалежними події: *A* – вибрана особа має вищу освіту, *B* – вибрана особа старша за 30 років.

12. Для шахіста ймовірність виграшу в першому турі змагань дорівнює 0,75. У другий тур змагань він може вийти лише за умови виграшу в першому. Ймовірність виграшу в обох турах дорівнює 0,4. Яка ймовірність виграшу шахіста у другому турі змагань.

13. Дві приватні фірми взяли кредит у банку. Імовірність своєчасного повернення кредиту першою фірмою (подія *A*) дорівнює 0,9, другою фірмою (подія *B*) – 0,75. Знайти імовірність того, що:

а) хоча б одна фірма поверне кредит своєчасно (подія *C*);

б) хоча б одна фірма не поверне кредиту своєчасно (подія *D*);

в) лише одна фірма поверне кредит своєчасно (подія *E*).

14. У фінансовому відділі банку працюють три спеціалісти і керівник відділу. Кожен спеціаліст протягом робочого дня може звернутися за консультацією до керівника відділу. Імовірність того, що за консультацією до керівника відділу звернеться перший спеціаліст (подія $A_1$) дорівнює 0,4, другий спеціаліст (подія $A_2$) – 0,3, третій спеціаліст (подія $A_3$) – 0,5. Знайти ймовірність того, що до керівника відділу за консультацією звернуться:

а) один спеціаліст (подія *A*);

б) два спеціалісти (подія *B*);

в) хоча б один спеціаліст (подія *C*).

15. У ящику міститься 15 однотипних деталей. Із них дев’ять стандартні, а решта браковані. Деталі виймають по одній без повернення. Так було вийнято тридеталі. Обчислити ймовірності таких випадкових подій: *A* – три деталі виявляться стандартними; *B* – три деталі виявляться бракованими.

16. Видавництво відправило газети у три поштові відділення. Ймовірність своєчасного надходження газет у кожне відділення дорівнює 0,8. Яка ймовірність того, що:

а) одне відділення одержить газети вчасно, а два інші із запізненням;

б) всі три відділення отримають газети вчасно;

в) жодне відділення не отримає газет вчасно?

17. Ймовірність вчасної сплати податків для першого підприємства становить 4/5, для другого ця ймовірність задовольняє рівняння $9-9p=4p^2$. Знайти ймовірність повної сплати податків лише одним підприємством.

18. Екзаменаційний білет містить три питання. Ймовірності того, що студент зможе відповісти на перші два питання білета, дорівнюють по 0,9, а на третє – 0,8. Знайти ймовірність того, що студент складе іспит, якщо для цього необхідно відповісти:

а ) на всі питання;

б) хоча б на одне питання.

19. В урні міститься дев’ять червоних і п’ять синіх кульок. Кульки з неї виймають по одній без повернення. Таким способом вийняли чотири кульки. Обчислити ймовірності таких випадкових подій:

1) *A* – з’явиться чотири червоні кульки;

2) *B* – чотири сині;

3) *C* – дві червоні й дві сині кульки.

20. Задано множину цілих одноцифрових чисел $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Навмання беруть одне число, а потім друге, при цьому перше не повертається. Обчислити ймовірності таких випадкових подій:

1) *A* – здобуте двоцифрове число виявиться непарним;

2) *B* – здобуте двоцифрове число ділиться на 5 або на 2.

21. Імовірність безвідмовної роботи блока, що входить у систему впродовж певного часу дорівнює 0,9. Для надійності роботи системи встановлюють такий самий блок, що буде в резерві. Яка ймовірність безвідмовної роботи системи, коли при цьому враховувати резервний блок?

22. Відомі значення: $P(A)=0,3$, $P(\bar{B})=0,6$, $P(A|B)=0,32$.Знайти: $P(A\bigcap B)$, $P(A\bigcup B)$, $P(B|A)$, $P(A\bigcap\bar{B})$.

23. В урні міститься чотири зелених і вісім червоних кульок. Кульки з урни виймають по одній без повернення. Таким способом було вийнято три кульки. Обчислити ймовірності таких випадкових подій:

1) *А* – перша кулька буде червоною, друга – зеленою, третя – червоною;

2) *В* – перша кулька буде зеленою, друга – червоною, третя – зеленою.

24. У ящику міститься 20 тенісних м'ячів, із них 12 нових і вісім, які були в користуванні. Із ящика навмання беруть два м'ячі і після закінчення гри повертають у ящик. Після цього із ящика навмання вибирають знову два м'ячі для наступної гри. Обчислити ймовірності таких випадкових подій:

1) *А*– два м'ячі, які вийняли із ящика, ще не були в користуванні;

2) *В*– два м'ячі вже були в користуванні.

25. У першому ящику міститься шість стандартних і п'ять бракованих деталей. Із першого ящика навмання беруть чотири деталі й перекладають у другий, у якому до цього містилося дві стандартні й одна бракована деталі. Яка ймовірність після цього із другого ящика вийняти одну стандартну деталь?

26. На складання агрегату надходять деталі, які виготовляються двома верстатами-автоматами. Перший верстат виготовляє в середньому 0,2% бракованих деталей, а другий 0,1%. Знайти ймовірність надходження бракованої деталі на складання, якщо від першого верстата надійшло 2000 деталей, а від другого – 3000.

27. У магазині 70% всіх електроламп, виготовлених на одному заводі, і 30% – на іншому. Продукція першого заводу містить 90%, а другого – 96% небракованих електроламп. Знайти ймовірність того, що навмання куплена в магазині електролампа виявиться небракованою.

28. На двох верстатах-автоматах виробляють однакові деталі, які надходять на транспортер. Продуктивність першого верстата утричі більша, ніж другого, причому перший верстат виробляє нестандартну деталь з імовірністю 0,15, а другий – з імовірністю 0,2. Знайти ймовірність того, що навмання взята з транспортера деталь буде стандартною.

29. На конвеєр надходять деталі від трьох автоматів. Перший дає 90 %, другий – 93 %, а третій – 95 % придатної продукції. Протягом зміни від першого автомата надходить 60, від другого – 50, від третього – 40 деталей. Знайти ймовірність потрапляння на конвеєр:

1) нестандартної деталі;

2)стандартної деталі.

30. Маємо дві партії деталей. У першій міститься 15 стандартних і чотири нестандартних, у другій – 10 стандартних і три нестандартних. Із першої партії беруть одну деталь і перекладають у другу. Знайти ймовірність того, що деталь, яку після цього взяли із другої партії :

1) стандартна;

2) нестандартна.

31. Для посіву пшениці заготовлено насіння, серед якого 95 % 1-го сорту, 3 % 2-го та 2 % 3-го сорту. Імовірність того, що з насінини виросте колосок, у якому не менш ніж 50 зерен, для1-го сорту насіння становить 0,5, для 2-го сорту – 0,2, для 3-го– 0,1. Знайти ймовірність того, що навмання взятий колосок у разі такого посіву матиме не менш як 50 зерен.

32. Пасажир для придбання квитка може звернутись до однієї з чотирьох кас. Відповідні ймовірності звертання пасажира до кожної каси дорівнюють $p_1=0,3;\ p_2=0,1;\ p_3=0,2;\ p_4=0,4$. Ймовірність того, що до моменту появи пасажира в касі буде квиток, дорівнює, відповідно, 0,7; 0,4; 0,6; 0,2. Пасажир звернувся до однієї з кас і купив квиток. Яка ймовірність того, що пасажир придбав квиток у другій касі?

33. Партію виготовлених деталей перевіряли два контролери. Перший перевірив 45 %, а другий – 55 % деталей. Імовірність припуститися помилки під час перевірки для першого контролера становить 0,15, для другого– 0,1. Після додаткової перевірки в партії прийнятих деталей виявлено браковану. Оцінити ймовірність помилки для кожного контролера.

34. Є дві партії однакових виробів. Перша складається з 15 стандартних і чотирьох нестандартних, друга – з 18 стандартних і п’яти нестандартних виробів. Із навмання вибраної партії взято один виріб, який виявився стандартним. Знайти ймовірність того, що другий навмання взятий з цієї партії виріб також буде стандартним.

35. Партія складається з 10 стандартних і п’яти нестандартних деталей. Із партії навмання взяли деталь і без обстеження відклали вбік. Знайти ймовірність того, що довільно взята після цього з партії деталь буде стандартною.

36. Деталі на конвеєр надходять із двох автоматів. Від першого – 60 %, від другого – 40 %. Перший автомат дає 2 %, а другий– 1 % браку. Деталь, яка надійшла на конвеєр, виявилась стандартною. Знайти ймовірність того, що цю деталь виготовлено:

1) першим автоматом;

2) другим автоматом.

37. У ящику міститься 11 однотипних деталей, із них сім стандартних, а решта браковані. Із ящика навмання беруть три деталі й назад не повертають. Яка ймовірність після цього вийняти навмання з ящика стандартну деталь?

38. Маємо три групи ящиків. До першої групи належить п’ять ящиків, у кожному з яких сім стандартних і три браковані однотипні вироби, до другої групи — дев’ять ящиків, у кожному з яких п’ять стандартних і п’ять бракованих виробів, а до третьої – три ящики, у кожному з яких три стандартні й сім бракованих виробів. Із довільно вибраного ящика три навмання взяті вироби виявилися стандартними. Яка ймовірність того, що вони були взяті з ящика, який належить третій групі?

39. Стрілок $A$ влучає в мішень з імовірністю 0,6, стрілок $B$ з імовірністю 0,5 і стрілок $C$ з імовірністю 0,8. Стрілки зробили залп по мішені і дві кулі влучили. Що імовірніше, влучив стрілок $A$ у мішень чи ні?

40. В урні міститься три кулі, які можуть бути білими або чорними. Всі припущення про початковий склад урни рівноімовірні. Чотири рази з урни виймали по одній кулі і потім повертали її назад в урну. В результаті кулі з’явились у такому порядку: чорна, біла, біла, біла. Який найбільш імовірний початковий склад урни?