1.1.Випадкові події тадії над ними

Головними поняттями теорії ймовірностей є поняття **стохастичного експерименту**, **випадкової події** та **ймовірності випадкової події**.

Стохастичними називають експерименти,які можна повторити будь-яку кількість разів, але результати яких не можна напевне передбачити.

В основі теоретико-множинного методу викладу теорії ймовірностей лежить припущення, що кожному стохастичному експерименту поставленау відповідність деяка множина Ω, точки якої зображають всі можливі наслідки цього експерименту. Множину Ω називають простором елементарних подій, а його точки – елементарними подіями. Отже, **простір елементарних подій**Ω***–це сукупність всіх можливих наслідків стохастичногоексперименту.***

Отже, ***подією*** називають будь-який наслідок експерименту (випробування), який виконують за певних умов S.

Події поділяють на ***вірогідні***, ***неможливі*** та ***випадкові***.

Подію називають***вірогідною***(позначатимемоU), якщо вона за певних умов S обов'язково відбудеться; подію називають***неможливою***(позначатимемоV), якщо за певних умов S вона не відбудеться; подію, яка в експерименті (випробуванні) під час виконання певної сукупності умов може відбутися або не відбутися, називають***випадковою.***

Якщо випадкова подія не розкладається на більш прості події, то її називають***елементарною***; у протилежному випадку її називають ***складеною***. Складена подія є ***множиною елементарних подій***.

Приклад 1.Припустимо, що монету підкидають один раз. Простір елементарних подій цього експерименту має вигляд $\Omega=\{Г, Р\}$, де Г означає появу герба, буква Р – появу решки.

Приклад2. Монету підкидають двічі. Простором елементарних подій цього експерименту є множина $\Omega=\{ГГ, ГР, РГ, РР\}$. Тут ГР означає, наприклад, що під час першого підкидання з'явився герб, а під час другого– решка.

Приклад 3.Підкидають шестигранний гральний кубик, на якому вибиті очки від одного до шести. Нас цікавить число очок, яке випало. Простором елементарних подій тут може бути множина, яка складається з чисел 1,2,3,4,5,6, тобто$\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$.

Приклад 4.Припустимо, що один раз підкидають гральний кубик,A – подія, яка полягає в тому, що число очок, яке з'явиться, ділиться на 3. Тоді $\Omega=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A=\{3, 6\}$.

Неважко уявити собі задачу, де множина всіх наслідків стохастичного експерименту **незліченна.**

Приклад 5. Нехай експеримент полягає у вимірюванні двох величин, які набувають значення з відрізка [0, 1]. Простір елементарних подій $\Omega=\{(x,y): \quad 0\le x\le 1, 0\le y\le 1\}$ має **континуум** наслідків, так як результатом може виступити довільна точка відрізку [0, 1].

Оскільки події є множинами, то на них поширюютьсяоперації надмножинами:

- ***Сумою(об'єднанням)*** двох подій A і B називають подію$C=A+B$ $(C=A\bigcup B)$, яка складається з елементарних подій, що належать A або B. Тобто, сумою подій A і B є подія $C=A\bigcup B$, яка полягає в тому, що відбудеться принаймні одна з подій A або B.
- ***Різницею*** двох подій A і B називають подію$C=A-B$ ($C=A\setminus B$), яка складається з елементарних подій, що належать A і не належать B.
  З позиції теорії ймовірностей різницею двох подій A і B є подія$C=A\setminus B$, яка полягає в тому, що подія A відбудеться, а подія B не відбудеться.
- ***Добутком(перетином)*** подій A і B називають подію$C=A\cdot B$ $(C=A\bigcap B)$, яка складається з елементарних подій, що належать A і B одночасно. Це означає, що добутком подій A і B є подія $C=A\bigcap B$, яка полягає в тому, що події A і B відбудуться одночасно.

Подію $\overline{A}=U\setminus A$ називають***протилежною*** до події $A: A\bigcup\overline{A}=U$.

Події A і B називають***несумісними***, *якщо* $A\bigcap B=\varnothing$ *– порожня множина.*

Операції додавання і множення подій мають такі властивості:

- **комутативність:**

$$A+B=B+A;$$
$$A\cdot B=B\cdot A;$$

- **асоціативність:**

$$(A+B)+C=A+(B+C);$$
$$(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C);$$

- **дистрибутивність:**

$$A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$$

- **двоїстість** (закони **де Моргана)**

$$\overline{A\bigcup B}=\overline{A}\bigcap\overline{B};$$
$$\overline{A\bigcap B}=\overline{A}\bigcup\overline{B}.$$

Корисніформули:

$$A+\varnothing=A;\ A\cdot\varnothing=\varnothing;$$
$$A+U=U;\ A\cdot U=A,$$
$$A+A=A;\ A\cdot A=A;$$
$$A\bigcup(A\bigcap\overline{B})=A; B=B\bigcup(B\bigcap\overline{A}).$$

Приклад 6*.* З таблиці випадкових чисел навмання вибрані два числа. Події Aта B, відповідно, означають, що вибрано хоча б одне просте та хоча б одне парне число. Що означають події $A\bigcap B$та $A\bigcup B$?

Розв'язання. Подія $A\bigcap B$ означає появу подій Aта B, тобто з двох вибраних чисел одне просте, а друге парне. Подія $A\bigcup B$ означає появу хоча б однієї з подій Aчи B, тобто серед двох вибраних чисел є хоча б одне просте або хоча б одне парне число, або одне з цих чисел просте, друге – парне.

Приклад 7*.* Із множини подружніх пар навмання вибирають одну пару. Подія A ={чоловіку понад 30 років}, подія B={чоловік старший за дружину}, подія C={дружині більше ніж 30 років }. З'ясувати зміст подій $A\bigcap B\bigcap C$, $A\setminus(B\bigcap A)$, $A\bigcap\overline{B}\bigcap C$.

Розв'язання. $A\bigcap B\bigcap C$ –{подружжю за 30 років, причому чоловік старший за дружину};

$A\setminus(B\bigcap A)$ =(A але не $B\bigcap A$) –{чоловіку за 30 років, але він не старший за дружину};

$A\bigcap\overline{B}\bigcap C$ –{ подружжю за 30 років, причому чоловік не старший за дружину}.

Задачі для самостійного розв'язування

1. Гральний кубик підкидають двічі. Описати простір елементарних подій. Описати події: A ={сума очок, які з'явились, дорівнює 8}, подія B={ принаймні один раз з'явиться 6}.
2. У коробці шість однакових, занумерованих кубиків. Навмання по одному вилучають всі кубики. Скільки елементарних подій містить простірΩ? Описати подію A={номери вилучених кубиків з'являться в зростаючому порядку}.
3. Три рази підкидають монету. Описати простір елементарних подій. Описати події: а) A ={двічі випав герб}, б) B={ принаймні один раз випав герб}.
4. Серед усіх родин з двома дітьми обрано одну. Описати простір елементарних подій і випадкові події: A={в родині є хлопчикі дівчинка}, B={в родині не більше однієї дівчинки}.
5. Із таблиці випадкових чисел навмання взяте одне число. Подія A–вибране число ділиться на 5; подія B– дане число закінчується нулем. Що означають події $A\setminus B$ та $A\bigcap\overline{B}$.
6. Підкидають два гральних кубики. Нехай подія A={сума очок непарна}, подія B={хоча б на одному кубику випала одиниця}. Описати події $A\bigcap B$, $A\bigcup B$, $A\bigcap\overline{B}$.
7. Нехай A, B, C – випадкові події. Спростити такії вирази для подій:

   а) $(A+B)(B+C);$

б) $(A+B)(A+\overline{B})$;

в) $(A+B)(A+\overline{B})(\overline{A}+B)$;

г) $A(C+B)+(A+B)C$.

8. Довести, що події достовірні:

а) $(A+B)(A+\overline{B})+(\overline{A}+B)(\overline{A}+\overline{B})$;

б) $(A+B)(\overline{A}+\overline{B})+(\overline{A}+B)(A+\overline{B})$.

9. Нехай A, B, C – випадкові події. Записати вираз для події, яка полягає в тому, що

а) відбудеться лише подія A;

б) відбудуться всі три події;

в) відбудеться лише одна подія;

г) відбудеться не більше двох подій.

10. Дано кількість сприятливих подій для події $ABC=57$, $\overline{A}BC=78$, $A\overline{B}\overline{C}=453$, $\overline{A}\overline{B}\overline{C}=8310$, $AB\overline{C}=281$, $\overline{A}B\overline{C}=670$, $A\overline{B}C=88$, $\overline{A}\overline{B}C=85$. Скільки сприятливих подій для події A? Для події AC?

1.3. Класичне, геометричне і статистичне означення ймовірності

Класичне означення ймовірності.*Ймовірністю P(A*) *події* A *називаютьвідношення числа* m *сприятливих для події* A *наслідків до числа* n *всіх можливих і єдиноможливих наслідків експерименту*:

$$P(A) = \frac{m}{n} \tag{0.1}$$

Елементарний наслідок називають***сприятливим*** для події A, якщо він включений у число елементарних наслідків, з яких складається ця подія.

Дану формулу для обчислення імовірності вживаються тоді, коли всі події є рівноможливі і число всіх наслідків скінченне.

Статистичне означення ймовірності. Відношення числа m появ події A в серії з n експериментів називають***відносною частотою*** $W_n(A)$ цієї події*:*

$$W_n(A) = \frac{m}{n}.$$ **Error! Bookmark not defined.**

Статистичною ймовірністю*P(A*) події A називають границю відносної частоти при необмеженому збільшенні числа n експериментів:

$$P(A) = \lim_{n\to\infty} W_n(A).$$ **Error! Bookmark not defined.**

Відносна частота події A при великому числі експериментів мало відрізняється від ймовірності цієї події. Тому часто за статистичну ймовірність події A приймають її відносну частоту.

Якщо число наслідків експерименту нескінченне, то обчислення імовірності події за наведеними вище формулами є неможливим. У цьому випадку використовують ***геометричне поняття***імовірності, яку обчислюються за формулою:

$$P(A) = \frac{\text{mes}\, g}{\text{mes}\, G}, \tag{0.2}$$

де „mes” – означає міру області (довжина відрізка, площа плоскої області, об’єм просторової області тощо). Цю формулу використовують, наприклад, у випадку, коли ми точку „кидаємо” на область G і треба знайти ймовірність її потрапляння на область $g \subset G$.

Приклад 1. У лотереї розігрують 10 000 квитків. У ній на п’ять квитків припадає виграш по 500 грн, на 10 квитків – по 200 грн і на 50 квитків – по 20 грн. Знайти ймовірності таких подій: A – куплений навмання квиток виграшний; B – на куплений навмання квиток припаде виграш не менше 200 грн; C – куплений навмання квиток не виграшний.

Розв’язання.Число n усіх наслідків експерименту дорівнює 10 000. Навмання можна придбати будь-який з квитків лотереї. Сприятливими наслідками для події A є придбання виграшного квитка, яких в лотереї є 65. Томуза формулою (1.1)

$$P(A) = \frac{65}{10000} = 0,0065.$$

Сприятливими наслідками для події B є придбання виграшного квитка на суму 200 грн або 500 грн, яких в лотереї є 15, і тому

$$P(B) = \frac{15}{10000} = 0,0015.$$

Невиграшних квитків у лотереї є 10 000 – 65=9935 і всі ці наслідки сприятливі для події C, тому

$$P(C) = \frac{9935}{10000} = 0,9935.$$

Імовірність події C можна обчислити іншим способом: подія C є протилежною до події A, тобто $C = \bar{A}$.

$P(C) = P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,0065 = 0,9935$.

Наголосимо, що подія $A \cup C$ є вірогідною і

$P(A \cup C) = 0,0065 + 0,9935 = 1$.

Приклад 2. Набираючи номер телефону, абонент забув три останніцифри і набрав їх навмання, пам'ятаючи лише, що вони різні. Знайти ймовірність того, що набраний телефон правильний (подія A).

Розв'язання. Оскільки кожна з цифр номера телефону може мати значення 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, то, набираючи три цифри навмання, абонент утворює сполуки з 10 елементів по три, які можуть відрізнятися між собою як елементами, так і їхнім порядком. Це є розміщення з 10 елементів по три елементи, і тому число всіх можливих наслідків експерименту

$$n = A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{7!} = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 720.$$

Сприятливим для події A є один наслідок (один набраний номер телефону правильний), тобто $m = 1$. Отже, за формулою (1.1)

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0,0014.$$

Приклад 3. В аналітичній групі банку працюють десять осіб, шість з яких магістри і чотири бакалаври економічного профілю. Для виконання конкретного завдання потрібно сформувати робочу групу з 5 осіб, у яку ввійшли б три магістри і два бакалаври. Яка ймовірність, що потрібного складу робоча група буде сформована, якщо цих п'ять осіб виберуть навмання (подія A)?

Розв'язання. Якщо з 10 працівників навмання формувати групи по п'ять осіб, то їхнє число (число всіх можливих наслідків експерименту) дорівнює

$$n = C_{10}^5 = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{5! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 7 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 2 = 252.$$

Число сприятливих для події A наслідків обчислимо так. Спочатку обчислимо число m_1 можливих груп по три магістри з шести:

$$m_1 = C_6^3 = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{3! 4 \cdot 5 \cdot 6}{3! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 4 \cdot 5 = 20.$$

Число всіх можливих груп по два бакалаври з чотирьохдорівнює

$$m_2 = C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = \frac{2! 3 \cdot 4}{2! 1 \cdot 2} = 6.$$

Потрібна робоча група буде сформована, якщо будь-яку групу з трьох магістрів об'єднати з будь-якою групою з двох бакалаврів, тобто число всіх сприятливих для події A наслідків дорівнює

$$m = m_1 \cdot m_2 = 20 \cdot 6 = 120.$$

Шукану ймовірність обчислюємо за формулою (1.1):

$$P(A) = \frac{120}{252} \approx 0,48.$$

Приклад 4. У результаті контрольної перевірки 200 приватних підприємств виявлено, що вісім з них порушують податкове законодавство під час сплати податків. Знайти статистичну ймовірність події A – вибране навмання приватне підприємство порушує податкове законодавство під час сплати податків. Скільки можна виявити порушників податкового законодавства серед 1 000 приватних підприємств?

Розв'язання.Відносну частоту події A обчислимо за формулою (1.2): $W_n(A)=\frac{8}{200}=0{,}04.$

Оскільки статистична ймовірність події A наближено дорівнює відносній частоті події A, то $P(A)\approx 0{,}04$.

Звідси маємо, що $m\approx W_n(A)\cdot n$, де $n-$ число всіх експериментів, а $m-$ число експериментів, у яких подія A з'явилася. У нашому випадку $n=1000$, $W_n(A)=0{,}04$ і тому $m=0{,}04\cdot 1000=40$,тобто серед 1 000 приватних підприємств 40 підприємств можуть порушувати податкове законодавство.

Приклад 5. Точку „кидають" на квадрат зі стороною a. Знайти ймовірність події $A-$ кинута на квадрат точка потрапить у верхню половину вписаного у нього круга.

Розв'язання.Щоб обчислити цю геометричну ймовірність $P(A)$за формулою (1.4), потрібно обчислити площу квадратаG і кругаg:

$$\operatorname{mes} G=a^2,\ \operatorname{mes} g=\frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{\pi a^2}{8},$$

бо радіус вписаного кола дорівнює $\frac{a}{2}$. Звідси маємо:

$$P(A)=\frac{\frac{1}{8}\pi a^2}{a^2}=\frac{1}{8}\pi\approx\frac{3{,}14}{8}=0{,}3925.$$

Зазначимо, що ймовірність потрапляння точки у нижню половину круга також дорівнює 0,3925; ймовірність потрапляння точки у круг – 0,785, а ймовірність потрапляння точки в частину квадрата за межами круга дорівнює $1-0{,}785=0{,}215$, бо ця подія є протилежною до події A.

Задачі для самостійного розв'язування

1. У ящику є 15 монет вартістю по 10 коп, 6 монет – по 25 коп і 4 монети – по 50 коп Навмання беруть одну монету. Яка ймовірність того, що:

   а) монета буде вартістю не більше 25 коп.;

   б) монета буде вартістю 50 коп.?

2. У тесті з математики є 10 запитань, з них чотири – з теорії ймовірності. Студент відповів на сім запитань. Яка ймовірність того, що два з них з теорії ймовірності?
3. Шеститомне зібрання творів розміщене на полиці у випадковому порядку. Яка ймовірність того, що книги стоять зліва направо у порядку нумерації томів?
4. У партії однотипних деталей, кількість яких дорівнює 400, контролер виявив 25 бракованих. Чому дорівнює ймовірність появи стандартних деталей? Скільки стандартних деталей можна очікувати в партії виробів з 2 000 деталей?
5. Таблиця містить дані про характерні групи з 750 кандидатів, що беруть участь у конкурсі на посади в обласній адміністрації:

Кандидат на участь уконкурсі	Рівень освіти			Разом
	Магістр	Бакалавр	Молодший спеціаліст	
Число осіб	400	150	200	750

Обчислити ймовірності подій: A – за конкурсом пройшла особа з рівнем кваліфікації „магістр"; B – за конкурсом пройшла особа з вищою освітою.

6. Задано 10 літер алфавіту: А, А, А, Е, И, К, А, М, М, Т, Т. Яка ймовірність того, що в разі випадкового розташування літер у рядок вийде слово «математика»?

7. Яка ймовірність того, що під час дворазового кидання грального кубика одержимо у сумі два очка?
8. Підкидають чотири гральні кубики. Знайти ймовірність того, що на всіх кубиках випаде однакове число очок.
9. Кидаємо разом два гральні кубики. Яка ймовірність того, що:
   a) сума очок буде кратна трьом?
   b) сума випаде парна?
   c) сума очок буде парна, і на одній із граней випаде 6?
10. Знайти імовірність того, що вибране ціле число n при піднесенні до квадрата (до 4 степеня) дасть число, що закінчується на 1.
11. У кожній із трьох урн містяться червоні та сині кульки. Із кожної урни навмання беруть по одній кульці. Яка ймовірність того, що серед трьох навмання взятих кульок дві виявляться червоного кольору?
12. Задано множину цілих чисел $\{1,2,3,4,5\}$. Її елементи навмання розставляють у рядок. Обчислити ймовірність таких випадкових подій:
A – розставлені у ряд числа утворюють зростаючу послідовність;
B – розставлені у ряд числа утворюють спадну послідовність
C – цифра 1 стоятиме на першому місці, а 5 на останньому.
D – цифри утворять парне п’ятицифрове число.
13. Маємо дев’ять однакових за розміром карток, на кожній з яких записано одну з цифр 1,2,…, 9. Навмання беруть чотири картки і розкладають в один рядок. Яка ймовірність того, що при цьому отримаємо 1973?
14. На восьми однакових картках записані числа 2, 4, 6, 7, 8, 11, 12, 13. Навмання обирають дві картки. Яка імовірність того, що отриманий у результаті дріб можна скоротити?
15. З шести карток з буквами Л, І, Т, Е, Р, И навмання обирають чотири (послідовно). Яка імовірність того, що одержиться слово ТИРЕ?
16. Під час стрільби отримана частота влучання 0.6. Скільки було зроблено пострілів, якщо отримано 12 промахів?
17. Студент знає 65 з 75 питань програми. Знайти ймовірність того, що студент знає запропоновані екзаменатором чотири питання.
18. Телефонний номер складається з семи цифр. Знайти ймовірність того, що всі цифри різні.
19. Галина та Петро і ще шість осіб стоять у черзі. Визначити ймовірність того, що вони відділені один від одного чотирма особами.
20. Вісім кульок розкладають по трьох урнах. Обчислити ймовірність події, що в першу урну покладуть одну кульку, у другу – три, у третю – чотири кульки.
21. В урні три білі і п’ятьчорних кульок. З урни виймають дві кульки. Яка ймовірність того, що обидві кульки білі?
22. В урні п’ять білих, сім чорних та 11 синіх кульок. З неї виймають одну за другою кульки і записують колір. Яка ймовірність того, що у списку буде біла кулька швидше, ніж синя.
23. Є 12 кульок, які випадково розкидають по 16 урнах. Яка ймовірність того, що в перших 12 урнах буде рівно по одній кульці?
24. Повна колода карт (52 карти) ділиться навпіл. Знайти імовірність того, що кількість червоних і чорних карт в обидвох пачках буде однаковою (по 13).
25. З колоди 36 карт навмання обирають 10. Знайти імовірність того, що серед них буде дев’ять карт однієї масті.
26. Вісім чоловік сідають за круглий стіл. Знайти імовірність того, що конкретні дві особи опиняться поруч.
27. Обчислити ймовірність того**,** що дні народження 12 осіб припадатимуть на різні місяці року.
28. До контролера надійшла партія однотипних виробів кількістю 16 шт. Серед них п’ять бракованих, але про це йому не відомо. Контролер навмання бере чотири вироби для перевірки. Якщо всі відібрані вироби будуть придатними, то партію пропускають. Знайти імовірність того, що партія буде пропущена контролером.

29. Протягом зміни приймальник прийняв у ремонт 10 годинників тієї самої марки від десяти різних осіб і перед закінченням зміни навмання розклав їх підряд на полиці. Знайти ймовірність того, що три годинники, які належать певним особам, виявились поруч.
30. У ліфт 12-поверхового будинку зайшло четверо осіб. Знайти ймовірність того, що всі пасажири вийдуть на 11 поверсі? Що всі пасажири вийдуть одночасно? Що всі пасажири вийдуть на різних поверхах?
31. Корзина містить 12 нових тенісних м'ячів. Для гри беруть три м'ячі і після гри повертають у корзину. Використані м'ячі від невикористаних не відрізнити. Яка ймовірність того, що після чотирьох партій гри в корзині не залишиться невикористаних м'ячів?
32. На кулю нанесена сітка географічних координат (глобус). Яка ймовірність того, що під час кидання на площину куля доторкнеться до площини в ділянці між 0 та 90° східної довготи?
33. На відрізку OA довжини L числової осі Ox навмання вибрано дві точки $B(x)$ і $C(y)$. Знайти імовірність того, що довжина відрізка BC менша ніж відстань від точки O до ближчої до неї точки. Вважаємо, що імовірність потрапляння точки на відрізок пропорційна довжині відрізка і не залежить від його розміщення на числовій осі.
34. Дві однакові монети радіуса r розміщені в середині круга радіуса R. У круг «кидають» точку. Яка ймовірність того, що точка потрапить на одну з монет, якщо монети не перекриваються?
35. У середині круга радіусом R навмання вибирають точку. Знайти ймовірність того, що точка потрапить у середину вписаного у круг правильного трикутника.
36. У коло вписаний квадрат. Знайти імовірність того, що одна з п'яти точок, навмання кинутих у круг, потрапить у квадрат, і по одній виявиться в кожному сегменті поза квадратом.
37. На двох суміжних сторонах квадрата з довжиною сторони, що дорівнює 1, навмання взято по точці. Знайти ймовірність того, що відстань між цими точками не перевищить 0,5.
38. Шматок дроту довжиною 20 см зігнули у навмання вибраній точці. Після цього дріт зігнули ще у двох місцях і зробили прямокутну рамку. Знайти ймовірність того, що площа отриманої рамки не більша 21 $см^2$.
39. Навмання вибрано два додатні числа x і y, кожне з яких не більше 2. Знайти ймовірність того, що добуток xy буде не більшим ніж 1, а частка y/x не більша 2.
40. Навмання вибрано два додатні числа x і y, кожне з яких не більше 1. Знайти ймовірність того, що їхня сума $x+y\le 1$, а добуток $xy \ge 0,09$.
41. Навідрізку $[0, 2]$ випадково вибрано два числа x і y. Знайти ймовірність того, що ці числа задовольняють нерівності $x^2 \le 4y \le 4x$.
42. У квадрат з вершинами (0,0), (0,1), (1,0), (1,1) навмання «кинуто» точку $\mu(\xi, \eta)$. Знайти ймовірність того, що корені рівняння $x^2+\xi x+\eta=0$ дійсні.
43. Дві особи домовилися про зустріч між 12.00 та 13.00. Прийшовши на місце, кожен чекає на іншого протягом 15 хв (1/4 години), а потім залишає місце зустрічі. Яка ймовірність того, що зустріч відбудеться?
44. На відрізку довжини m навмання вибирають дві точки. Знайти ймовірність того, що з одержаних трьох відрізків можна скласти трикутник.
45. Для кола обираємо довільну хорду. Яка ймовірність того, що ця хорда довша від сторони правильного трикутника, вписаного в це коло?