Перевірка гіпотези про математичне сподівання

Задачі

1. Із нормально розподіленої генеральної сукупності з відомим середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 5$ одержано вибірку обсягу $n = 50$ і за нею знайдено вибіркове середнє $\bar{x} = 27.7$. Потрібно для рівня значущості $\alpha = 0.05$ перевірити нульову гіпотезу $H_0: a = a_0 = 29$ за наявності конкуруючої гіпотези:

А) $H_1: a \neq a_0$

Б) $H_1: a < a_0$

2. Для вибірки обсягу $n = 16$ значень нормально розподіленої випадкової величини X генеральної сукупності знайдено вибіркове середнє $\bar{x} = 118.2$ та стандарт $S = 3.6$. Потрібно для рівня значущості $\alpha = 0.05$ перевірити нульову гіпотезу $H_0: a = a_0 = 120$ за конкуруючої гіпотези:

А) $H_1: a \neq a_0$

Б) $H_1: a < a_0$

3. Масу 200 деталей наведено у вигляді статистичного розподілу:

x_i	145	147	149	151	153	155
n_i	14	22	50	80	24	10

Вважаючи, що ознака ξ – маса деталі – має нормальний закон розподілу, за рівня значущості 0.05, перевірити гіпотезу $H_0: a = 150$.

4. Завод, що виготовляє лампочки, гарантує середній час роботи лампочки 800 годин із стандартним відхиленням $s = 120$ год. Береться вибірка з 25 лампочок із середнім часом роботи 750 год. Чи можна стверджувати, що досліджувана вибірка не задовольняє гарантії, якщо вважати, що генеральна сукупність має нормальний закон розподілу.
5. Проектний діаметр валиків, що виготовляються автоматом, дорівнює 35мм. Вимірювання 20 вибраних випадково валиків дали наступні результати

x_i	34,8	34,9	35,1	35,2	35,3
n_i	2	3	7	4	4

При рівні значущості $\alpha = 0{,}05$ перевірити гіпотезу, що вироби відповідають стандарту.

6. Під час перевірки діаметрів 17 установочних кілець було здобуто такі числові характеристики: $\bar{x} = 12{,}075$ мм і $s^2 = 0{,}065$ мм^2. Вважаючи, що розмір, який

контролюється, має нормальний закон розподілу, перевірити гіпотезу $H_0\colon a = 12$ мм при $H_1\colon a \neq 12$ мм, якщо $\alpha = 0{,}05$.

7. У вибірці, що складається з 625 однакових деталей, середня довжина деталей 20,05 мм із середньоквадратичним відхиленням $s = 0{,}1$ мм. Чи можна стверджувати, що дана вибірка взята з сукупності деталей із середньою довжиною 20 мм.

Інтервальне оцінювання математичного сподівання нормально розподіленої величини.

Задачі

1. Відомо, що випадкова величина X (відсоткове відношення ринкової та номінальної цін на акції на фондовому ринку) нормально розподілена і $D(X) = 3.61$. Спостереження дали такі результати:
   98.2, 100.2, 98.1, 96.2, 99.8, 101.2, 99.2, 104.1, 102.6, 103.8, 101.2, 99.4, 106.1, 102.6, 100.6, 98.8, 98.2, 101.1, 100.6, 99.8.
   Оцінити невідоме математичне сподівання випадкової величини X за допомогою довірчого інтервалу з надійністю γ=0.95.

2. За спостереженнями випадкова величина X- річний прибуток фермерів (у тис.грн.) характеризується таким статистичним розподілом вибірки

прибуток	5	6	7	8	9	10	11	12
К-тьфермерів	1	2	4	6	7	5	3	2

   Припускаючи, що випадкова величина X має нормальний закон розподілу, знайти інтервальну оцінку невідомого математичного сподівання з надійністю 0.99.

3. Для галузі, що включає 1200 фірм, складено випадкову вибірку з 19 фірм. За цією вибіркою виявилось, що у фірмі в середньому працює 77.5 чоловіка за середньоквадратичного відхилення 25 чоловік. Користуючись 95% довірчим інтервалом, оцінити середню кількість працівників у фірмі. Припускається, що кількість працівників має нормальний розподіл.
4. Верстат-автомат штампує валики. За вибіркою обсягом n=100 обчислено вибіркову середню діаметрів виготовлених валиків. Знайти з надійністю 0.95 точність δ, з якою вибіркова середня оцінює математичне сподівання діаметрів виготовлених валиків, якщо відомо, що σ=2мм.
5. Відомо, що зріст 15-річної дитини є випадковою величиною із нормальним розподілом, причому $\sigma(X)$=8 см. Скільки потрібно виконати спостережень, щоб знайти інтервал завширшки 6 см, який із імовірністю 0.99 накриє невідоме математичне сподівання досліджуваної випадкової величини?

6. Перевірка чисельності співробітників у 20-ти комерційних банках «Аваль» дала такі результати: середнє число співробітників становить 49 чол., а середнє квадратичне її відхилення (виправлене) – 15 чол. Оцінити середню кількість працівників банку з надійністю $\gamma = 0{,}95$, знаючи, що випадкова величина X – кількість працівників банку є нормально розподілена.
7. За результатами опитування 50-ти осіб фірми встановлено, що їх місячна заробітна плата характеризується таким інтервальним статистичним розподілом:

Розмір зарплати	400 – – 450	450 – – 500	500 – –550	550 – – 600	600 – – 650	650 – – 700
К-тьосіб	3	8	12	18	6	3

Оцінити з імовірністю 0,99 середню місячну зарплату працівників фірми.

Перевірка гіпотези про рівність математичних сподівань двох нормально розподілених випадкових величин

Задачі

1. Для нормально розподілених випадкових величин Xі Y утворено вибірки обсягами $n = 40 і m = 50$, відповідно, і обчислено їх вибіркові середні значення $\bar{x} = 9.8,\ \bar{y} = 9.6$. Необхідно перевірити гіпотезу H_0: $a_x = a_y$ за альтернативної гіпотези H_1: $a_x \neq a_y$, якщо $\sigma_x = \sigma_y = 0.3$ і $\alpha = 0.01$.
2. За двома незалежними малими вибірками значень випадкових величин Xі Y, обсяги яких, відповідно, становлять $n = 5 і m = 6$, знайдено вибіркові середні $\bar{x} = 3.3,\ \bar{y} = 2.48$ та варіанси$S_x^2 = 0.25$ і $S_y^2 = 0.108$. Для рівня значущості $\alpha = 0.05$ перевірити нульову гіпотезу H_0: $a_x = a_y$, де конкуруюча гіпотеза H_1: $a_x \neq a_y$.
3. Групі 10 школярів молодших класів дали стандартний текст на перевірку швидкості читання. Після того провели додатковий курс підготовки і знову перевірили швидкість читання. Оцінки ставили по 10-бальній шкалі

школяр	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Оцінка I тест	7	5	6	8	3	8	7	8	4	4
Оцінка II тест	6	7	7	8	5	9	8	7	6	7

Чи можна стверджувати, що додаткові заняття дали користь? $\alpha = 0{,}05$.

4. На підприємстві розроблено 2 методи виготовлення виробів. Щоб перевірити, чи однаково матеріалоємнісні ці методи,зібрано статистичні дані про витрати сировини на одиницю готової продукції в процесі роботи двома методами:

I метод	2,0	2,7	2,5	2,9	2,3	2,6
II метод	2,5	3,2	3,5	2,8	3,5	-

Припускаючи, що витрати сировини в обох випадках розподілені за нормальним законом, перевірити гіпотезу про рівність середніх витрат в обох методах.

5. Для нормально розподілених випадкових величин ξ і η утворено вибірки об'ємом $n = 40$ і $m = 50$ відповідно і обчислено їх вибіркові середні значення $\bar{x} = 9,8$ і $\bar{y} = 9,6$. Перевірити гіпотезу $H_0: E\xi = E\eta$ за альтернативної гіпотези $H_1: E\xi \neq E\eta$ якщо $\sigma(\xi) = \sigma(\eta) = 0,3$ і $\alpha = 0,01$