Мінька Д. 20-В

Застосування теорії NP-повноти для аналізу задач

Однією з найскладніших проблем теорії є так звана проблема „P=NP", тобто чи тотожні класи P та NP? Було зроблено багато спроб довести їхню еквівалентність, однак сьогодні це питання відкрите.
Найпереконливішою причиною вважати, що ці класи не тотожні — це існування NP-повних задач.

Як уже зазначено, у класі NP є NP-повні універсальні задачі, тобто такі, що до них поліноміально зводиться довільна задача з класу NP. Їх використовують як еталон складності. Важливою властивістю NP-повних задач є те, що всі вони є „еквівалентні" в такому сенсі: якщо хоча би для однієї з них буде доведено, що вона є легкорозв'язною, то такими будуть і решта задач з цього класу. Більшість з цих задач вивчали математики і спеціалісти з обчислень десятиріччями і для жодної з них не вдалося знайти алгоритму поліноміальної складності. Тому природним є припущення про те, що таких поліноміальних алгоритмів не існує, а тому можна розглядати всі задачі з цього класу як важко розв'язні. Сформулюємо головну властивість NP-повних задач у вигляді теореми: якщо деяка NP-повна задача розв'язана за поліноміальний час, то P = NP.

Іншими словами, якщо в класі NP існує задача, не розв'язана за поліноміальний час, то всі NP-повні задачі такі ж.

Отже, гіпотеза $P \neq NP$ означає, що NP-повні задачі не можуть бути розв'язані за поліноміальний час.

Доведення NP-повноти деякої задачі є суттєвим аргументом на користь її практичної нерозв'язності. Для такої задачі доцільніше будувати достатньо точні наближені алгоритми, ніж затрачати час на пошук швидких алгоритмів, що розв'язують її точно. „Важкість" задач можна ~~порівнювати~~ порівнювати, зводячи одну задачу до іншої. Метод зведення є головним у доведенні NP-повноти у багатьох задач. Неформально кажучи, задача Q зводиться до задачі Q', якщо задачу Q можна розв'язати для будь-якого входу, вважаючи відомим розв'язок задачі Q' для деякого іншого входу. Сьогодні визначено NP-повноту багатьох задач, еквівалентних між собою щодо поліноміальної звідності. Великий практичний досвід розв'язування дискретних задач дає підстави вважати, що NP-повні задачі й задачі з класу P сильно відрізняються за трудомісткістю розв'язування, проте в строгому і, отже, різниця між класами P і NP не доведено. Головне призначення теорії NP повних задач полягає в тому, щоб допомогти розробникам алгоритмів і спрямувати їхні зусилля на вибір правильних підходів

(2) Метод розробки ефективних алгоритмів
Метод гілок та меж.

Метод гілок та меж здебільшого використовується для розв'язання задач оптимізації. Його робота полягає в тому, що він (метод) знаходить найоптимальніше ~~звідси~~ можливе розв'язок в деревоподібній моделі простору розв'язків задачі (серед можливих сімей розв'язків). Основна властивість для множини можливих розв'язків - це можливість розділити її на підмножини, що не перетинаються, та для деяких виконати оцінку оптимальності можливого розв'язку.

Що до практичного застосування цього методу, виконуються такі дії:

1. розбиття усіх можливих розв'язків на класи
2. виконується оцінка знизу (зверху в задачах мінімізації) для всіх розв'язків одного класу.

Якщо оцінка більша від раніше отриманої, то відкидаються усі варіанти з даного класу.

Варто усвідомити, що під час розв'язування практичних задач існують два головних кроки

1. галуження
2. обчислення меж.

3) Скласти нормальний алгоритм обчислення $y = 2x + 3y$, x, y – представлені в унарній системі

1. $2*1 \to 2*a$
2. $a1 \to aa$
3. $2*a \to a$
4. $a \to 11$

множення 2 на число в унарній системі

5. $3*1 \to 3*b$
6. $b1 \to bb$
7. $3*b \to b$
8. $b \to 111$

множення 3 на число в унарній системі

9. $1+1 \to .11$

здійснюємо додавання двох отриманих чисел в унарній системі

$2*111+3*11 \xRightarrow{P_1} 2*a11+3*11 \xRightarrow{P_2} 2*aa1$
$+3*11 \xRightarrow{P_2} 2*aaa+3*11 \xRightarrow{P_3} aaa+3*11 \xRightarrow{P_4}$
$11aa+3*11 \xRightarrow{P_4} 1111a+3*11 \xRightarrow{P_4} 111111+3*11 \xRightarrow{P_5}$
$111111+3*b1 \xRightarrow{P_6} 111111+3*bb \xRightarrow{P_7} 111111+bb \xRightarrow{P_8} 111111+111b \xRightarrow{P_8}$
$\xRightarrow{P_8} 111111+111111 \xRightarrow{P_9} 111111111111$