

### Білет № 14

1. Алгоритмічна система Тьюрінга. Машина Тьюрінга.
2. Методи розробки ефективних алгоритмів. Метод “Поділяй і володарюй”.
3. Довести елементарність функції  $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2$ .

# 1. Алгоритмічна система Тьюрінга. Машина Тьюрінга

Машина Тьюрінга - математична модель пристрою, який породжує обчислювальні процеси. Її використовують для теоретичного уточнення поняття алгоритму та його реалізації.

На знімальному рівні машина Тьюрінга (МТТ) є деякою ілюстративною машиною, яка складається з трьох головних компонент: інформаційної стрічки, головки для зчитування і запису та керуючого пристрою (КПТ). Інформаційна стрічка призначена для запису вхідної, вихідної та проміжної інформації, яка виникає внаслідок обчислень. Вона потенційно безмежна в обидва боки і розбита на окремі, не пропущені комірки, в кожному з яких можна помістити один символ алфавіту  $\Sigma = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$ , фіксованого для кожної МТТ. Цей алфавіт називають зовнішнім алфавітом машини.

Головка зчитування і запису - спеціальний чутливий елемент здатний читати і змінювати вміст комірки, змінюючись уздовж стрічки по комірках вліво і вправо. Вона рухається так, що в кожен момент часу  $t$  містить навпроти однієї певної комірки, і вважають, що в цей момент машина "сприймає" символ, записаний в цій комірці.

Приклад керування - керує всією роботою машини відповідно до заданої програми обчислень. У кожному момент часу  $t$  функціональний механізм перебуває в одному з станів, множина яких  $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$  зафіксована для кожної МТТ і яку називають внутрішнім алфавітом. В множині  $Q$  виділяють два особливі стани: початковий ( $q_1$ ) і заключний ( $q_n$ ), що відповідають запуск і зупинку машини.



2. Функціонування МП відбувається дискретними кроками, які складаються з трьох елементарних операцій:

1) символ  $s_i$ , на якому вказує головка в цей момент, замінюється іншим символом алфавіту  $S$ :  $s_i \rightarrow s_j$

2) головка зсувається на одну позицію вліво ( $L$ ) чи вправо ( $R$ ) або ж залишається на місці ( $H$ ).

3) функціональний механізм змінює свій стан на новий з алфавіту  $Q$ :  $q_i \rightarrow q_n$

П. Роботу машини Тюрінга формально можна описати за допомогою конфігурацій. Під конфігурацією МП в момент часу  $t$ , що позначимо  $K_t$  розуміємо такі члени:

• конкретне заповнення клітирок стрічки в момент  $t$  бачимо алфавіту  $S$ .

• конкретне положення головки на стрічці в момент часу  $t$ .

• стан  $q$ -ного механізму в цей момент.

Піді процес роботи МП розуміємо в послідовній зміні конфігурацій:  $K_0 \rightarrow K_1 \rightarrow \dots \rightarrow K_F$ . Результатом роботи машини в такому разі вважають слово, яке буде записане на стрічці в заключній конфігурації з визначеною станом  $q_F$ .

Задача складності. Тим МП дорівнює найбільший  $k$ -ий крок зростаючого до  $n$  під час опрацювання входу довжиною  $n$ . Якщо на деякому вході довжиною  $n$  МП не зупиняється, то задача складності не визначена.

Висхідна складність  $S_n$  МП дорівнює максимальній висхідній яку потрібно пройти головці під час опрацювання входу довжиною  $n$ . Якщо головка на цьому вході невизначено довго рухається, то  $S_n$  на цьому вході не визначена.

Командою МП назив. п'ятирідку:  $\langle s_i, q_i \rangle \rightarrow \langle s_j, q_n, Z \rangle$  де  $Z$  - одна з дій (зсув вліво, вправо чи на місці) -  $\{L, R, H\}$  команда означає заміну  $s_i$  на  $s_j$ ,  $q_i$  на  $q_n$  і зсув головки згідно з  $Z$ . Можливі 2 команди не можуть мати однакових лівих членів, або  $q_F$  в лівій частині. Сукупність команд називають програмою МП.



## 2. Методи розв'язки ефективних алгоритмів. Метод "Погіндій на Володарній"

• Метод гасикових чіпів - для розв'язку тропічної задачі використовують послідовність простіших задач, рішення якої є меншими версіями поточної.

• Метод підіалу починається з прийняття поточного припущення або обчислення поточного р-ку задачі.

Потім відбувається якнайшвидший рух "вгору" від н-вого роз-ку в напрямі до "кращих" роз-ків. Коли а-ти досягає такої точки, з якої більше неможливо рухатись вгору - алгоритм зупиняється. Алгоритм не гарантує, що р-к буде оптимальним.

• Метод відраховування назад - починаємо з чіпів на р-ку. Рухаємось назад за напрямом до поточного до-ння задачі. Далі, якщо це дії оборонні, рухаємось знову до розв'язку. Широко використовується для р-ння логічних.

• Рекурсія - процедура, яка прямо чи опосередковано звертається до самої себе. Застосування цього а-типу дозволяє побудувати зрозумілі, стислі, елегантні і ефективні алгоритми, якщо використати рекурсію в поєднанні з іншими методами.

Метод «поділяй і володарюй» (ПіВ)

ПіВ мають рекурсивну структуру. Такі алгоритми часто розробляють за допомогою методу каскованих чіпелі.

У методі ПіВ на кожному рівні рекурсії виділяють три етапи:

1. Поділ на декілька простіших підзадач.
2. Рекурсивне р-ння цих підзадач. Коли обсяг підзадачі достатньо малий, виділяють задачі роз-зують безпосередньо.
3. Комбінування розв'язку вихідної задачі з р-ків допоміжних підзадач.

ПіВ (дані,  $N$ ,  $p-k$ )

якщо  $(N \leq \text{max.розмір})$

піді: Прямий-розв'язок (дані,  $N$ ,  $p-k$ )

інакше:

Позн-дані (дані,  $N$ , підмножини, розмір-підм.,  $M$ )

для  $i=1$  до  $M$

ПіВ (підмнож.  $[i]$ , розмір-підм.  $[i]$ , підрозв'язки  $[i]$ )

Комбінація-розв'язків (підрозв'язки  $M$ ,  $p-k$ ).



3. Довести элементарным способом  $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2$

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = S^3(+, S^3(x_1, I_1^2, I_2^2), S^3(+, S^3(x, I, S^3(x, I_1^2, I_2^2)), S^3(x, I_2^2, I_2^2)))$$

або

$$(x_1 + x_2)^2 = (x_1 + x_2)(x_1 + x_2) = S^3(x, S^3(+, I_1^2, I_2^2), S^3(+, I_1^2, I_2^2))$$

5.