Екзамен
з дисципліни
теорія алгоритмів
студента групи ПМІ-21
Павлова Іллі
Варіант №20

1. Застосування теорії NP-повноти для аналізу задач.

Однією з найскладніших проблем теорії обчислень є так звана проблема „P=NP", тобто чи тотожні класи P та NP.

Найсерйознішою причиною вважати, що ці класи не тотожні - це існування NP-повних задач. Важливою властивістю NP-повних задач є те, що всі вони є „еквіваленти" в такому сенсі: якщо хоча б для однієї з них буде доведено, що вона є легкорозв'язною, то такими будуть і решта задач з цього класу. Якщо деяка NP-повна задача розв'язана за поліноміальний час, то P=NP. Іншими словами, якщо в класі NP існує задача, не розв'язана за поліноміальний час, то всі NP-повні задачі також.

Отже, гіпотеза P≠NP означає, що NP-повні задачі не можуть бути розв'язані за поліноміальний час.

„Важкість" задач можна порівнювати, зводячи одну задачу до іншої. Метод зведення є головним у доведенні NP-повноти багатьох задач.

Неформально кажучи задача Q зводиться до задачі Q, якщо задачу Q можна розв'язати для будь-якого входу, вважаючи відомим розвязок задачі Q для деякого іншого входу. Головне призначення NP-повних задач полягає в тому, щоб допомогти розробникам алгоритмів спрямувати їхні зусилля на вибір таких підходів до розв'язання задач, які ймовірно приведуть до практично корисних алгоритмів.

2. Методи розробки ефективних алгоритмів. Метод гілок і меж.

Метод гілок і меж фактований в основному на розв'язування задач оптимізації. Він досліджує деревоподібну модель простору розв'язків задачі та дає змогу серед елементів множини можливих розв'язків знайти найоптимальніший. Головна властивість, яку повинна мати ця множина - це можливість розділити її на підмножини, що не перетинаються, для яких можна виконати деяку оцінку „оптимальності" можливого розв'язку. „Оптимальність" такого розв'язку означає, що не існує кращого розв'язку в межах вибраної підмножини.

Два головних кроки в цьому алгоритмі - розгалуження та обчислення меж.

Галуження.

Корінь нашого пошукового дерева відповідає множині всіх можливих турів. У загальному випадку для довільної асиметричної задачі з N містами, корінь буде відображати повну множину всіх $(N-1)!$ можливих турів. Гілки, що виходять з кореня, визначені вибором одного ребра, наприклад (i,j). Нашим завданням є розділити множину всіх турів на дві підмножини: одна, досить імовірно, містить оптимальний тур, та інша, яка імовірно не містить ~~~~ його. Для цього вибираємо ребро (i,j) і розділяємо множину всіх турів на дві підмножини: i,j — множина турів, які містять ребро (i,j) і $\{i,j\}$ ...

Обчислення меж.
З кожною вершиною дерева ми зв'язуємо нижню межу вартості довільного туру з множини, яку відображає ця вершина. Обчислення цих нижніх меж - головний чинник, який дає економію зусиль у будь-якому алгоритмі типу гілок і меж.

3. Скласти нормальний алгоритм обчислення $y = 2x + 3y$, x, y – представити в унарній системі.

$P1: |b \to ba$,

$P2: ab \to ba$

$P3: b \to \lambda$

$P4: +(1)| \to b^+(1)$

$P5: +(1) \to c$

$P6: |c \to c$

$P7: ac - c|$

$P8: c \to \lambda$

$P9: |e \to ed|$

$P10: de \to ed$

$P11: e \to \lambda$

$P12: +(2)| \to e^+(2)$

$P13: +(2) \to f$

$P14: |f \to f$

$P15: df \to f|$

$P16: f \to \lambda$

$P17: + \to .\lambda$

$$|| ^*(1)| + |||^*(2)| \overset{P4}{\Rightarrow} ||b^*(1) + |||^*(2)| \Rightarrow$$

$$\overset{P1}{\Rightarrow} |ba|^*(1) + |||^*(2)| \overset{P3}{\Rightarrow} ba|a|^*(1) + |||^*(2)|$$

$$\overset{P3}{\Rightarrow} a|a|^*(1) + |||^*(2)| \overset{P5}{\Rightarrow} a|a|c + |||^*(2)| \overset{P6}{\Rightarrow}$$

$$\overset{P6}{\Rightarrow} ac| + |||^*(2)| \Rightarrow c|| + |||^*(2)| \overset{P8}{\Rightarrow}$$

$$\overset{P8}{\Rightarrow} || + |||^*(2)| \overset{P12}{\Rightarrow} || + |||e^*(2) \overset{P7}{\Rightarrow}$$

$$\overset{P7}{\Rightarrow} || + ||ed|^*(2) \overset{P9}{\Rightarrow} || + |ed|d|^*(2) \overset{P9}{\Rightarrow}$$

$$\overset{P9}{\Rightarrow} || + ed|d|d| + (2) \overset{P11}{\Rightarrow} || + d|d|d|^*(2) \overset{P13}{\Rightarrow}$$

$$\overset{P13}{\Rightarrow} || + d|d|d|f \overset{P14}{\Rightarrow} || + d|d|df \overset{P15}{\Rightarrow}$$

$$\overset{P15}{\Rightarrow} || + d|d|f| \overset{P14}{\Rightarrow} || + d|df| \overset{P15}{\Rightarrow}$$

$$\overset{P15}{\Rightarrow} || + d|f|| \overset{P14}{\Rightarrow} || + df|| \overset{P15}{\Rightarrow} || + f||| \overset{P16}{\Rightarrow}$$

$$\overset{P16}{\Rightarrow} || + ||| \overset{P17}{\Rightarrow} |||||$$