Білет № 7

1) Принцип нормалізації. Універсальний нормальний алгоритм.

Кожна алгоритмічна система А повинна задовольняти дві вимоги: бути математично строгою і універсальною. Математичної строгості досягають використанням певного математичного апарату (у цьому випадку розпізнавання входження і підстановка). Тому побудована А. Марковим теорія нормальних алгоритмів повністю задовольняє першу вимогу.

Універсальність теорії нормальних алгоритмів формулюють у вигляді принципу нормалізації, який є однією з головних гіпотез теорії алгоритмів.

Принцип нормалізації. Для будь-якого алгоритму $A = <\varphi, \Pi>$ в довільному алфавіті M можна побудувати еквівалентний йому нормальний алгоритм над алфавітом M.

Перехід від інших способів опису алгоритмів до еквівалентних нормальних алгоритмів називають зображенням у нормальній формі або нормалізацією.

Алгоритм $A = < \varphi, П >$ в алфавіті M називають нормалізованим, якщо можна побудувати еквівалентний йому нормальний алгоритм над алфавітом M. В іншому випадку алгоритм називають ненормалізованим.

На підставі цього означення принцип нормалізації можна сформулювати так: усі алгоритми є нормалізовані.

Універсальний нормальний алгоритм.

Універсальним нормальним алгоритмом (УНА) називають алгоритм, здатний виконувати роботу довільного нормального алгоритму A.

УНА отримує інформацію про схему конкретного алгоритму A, а також про вхідне слово P і виконує над P підстановки згідно з заданою схемою.

Кожен конкретний нормальний алгоритм A має свій алфавіт. УНА, як нормальний алгоритм, теж має один фіксований алфавіт – стандартний. Для того, щоб УНА міг сприймати схеми довільних нормальних алгоритмів, ці схеми повинні бути закодовані в стандартному алфавіті.

Зафіксуємо деякий стандартний алфавіт S, наприклад S = {0, 1}. Букви будь-якого нестандартного алфавіту M будемо кодувати так: усі букви нумерують натуральними числами, після чого i-й букві ставлять у відповідність двійковий код з i одиниць, обмежених нулями, наприклад. Якщо довільний алфавіт M має n букв, то вводять ще додатково чотири букви для позначення знаків, які використовують під час написання схем (стрілочка, крапка, знак розділення між підстановками), а також спеціального кінцевого знака, який ставлять на початку і в кінці схеми алгоритму.

Теорема. Існує такий нормальний алгоритм V, який називають універсальним, що для будь-якого нормального алгоритму A і будь-якого вхідного слова P з області визначення A перетворює слово $A^{cod}P^{cod}$ у слово Q^{cod}, де $Q = A(P)$:

$$A^{cod}P^{cod} \xrightarrow{U} A(P)^{cod}$$

Якщо ж P не входить в область визначення A, то універсальний алгоритм U також буде незастосованим до слова $A^{cod}P^{cod}$.

② Рекурсивні функції.

Першою алгоритмічною системою була система, що ґрунтується на використанні конструктивно визначених арифметичних функціях, які назвали рекурсивними функціями.

Нехай задано деякий алгоритм A, який можна застосувати до цілого класу задач, тобто до ряду допустимих вхідних даних - умов задач. Пронумеруємо ці умови цілими числами

Тоді $m_i = A(n_j)$.

Алгоритм A визначає деяку числову функцію $\varphi: N \to N$, $m_i = \varphi(n_j)$. Отже, виконання довільного алгоритму A є еквівалентним обчисленню значень деякої числової функції φ.

3 Скласти нормальний алгоритм, який викидає повторні букви "a" в рядках символів в алфавіті $A = \{a, b, c\}$.

Правила : $aa \to a$

Приклад : $aabbaaac \to abbaaac \to abbaac \to abbac$.