Скуметко Оля Варіант 23 ПМ3-21

1. Абстрактні алфавіти й алфавітні оператори. Кодувальні алфавітні оператори. Способи задання алфавітних операторів

Абстрактні алфавіти й алфавітні оператори.

Абстрактним алфавітом називають довільну скінченну сукупність елементів.

Природа елементів, які називають **буквами** алфавіту, може бути довільною, проте вони мають бути попарно різними, а їхня кількість – скінченною.

Слова у заданому алфавіті – це довільна скінченна впорядкована послідовність його алфавіту. **Довжина слова** – кількість букв у слові

Алфавіти можна розширювати, додаючи до них нові букви.

Конкатинацією двох слів P_1 та P_2 називається слово P_1P_2, отримане приписуванням слова P_2 до слова P_1. Ця операція асоціативна, проте не комутативна

Слово P є підсловом слова B, якщо можна записати:

$$B = CPD \quad (1),$$

де C і D – дані слова. P є входження у B.
Першим входженням називають таке входження P в слово B, що в розкладі (1) підслово C має мінімальну довжину.
Слова: P, B, F і P є і-м входження у B.
$$B = CPD$$
Тоді слово G отримують операцією заміни і-го входження слова P словом F, якщо
$$G = CFD$$
Якщо в операції заміни $i = 1$, то підст-ву називають стандартною.

Алфавітним оператором φ називають відповідність між словами в одному або різних алфавітах.
Функцію називають словниковою, якщо вона переводить слово одного алфавіту в слово іншого алфавіту.

Кодувальні алфавітні оператори.

Нехай L – даний алфавіт, який називають стандартним, M – довільний алфавіт. Нехай $\{P\}_M$, $\{Q\}_L$ множини слів у відповідних алфавітах.
Кажуть, що множина $\{P\}_M$ закодована в алфавіті L, якщо заданий такий однозначний оператор
$$\varphi : \{P\}_M \rightarrow \{Q\}_L$$
Оператор φ називають кодувальним, а слова з $\{Q\}$

Кодами об'єктів з $\{P\}_m$

Теорема. Кодувальний оператор є взаємнооднозначним тоді й тільки тоді, коли:

1) коди різних букв алфавіту M різні.
2) код довільної букви алфавіту M не може бути першим входженням у коди інших букв цього алфавіту.

Кодування об'єктів алфавіту M словами однакової довжини називають нормальним кодуванням

Способи задання алфавітних операторів

① Табличний спосіб задання операторів. Такий спосіб застосовують тоді, коли область визначення оператора скінченна

$$P_1 \to Q_1,$$

$$\dots$$

$$P_n \to Q_n.$$

② Задання оператора скінченною системою правил, яка дає змогу за скінченну кількість кроків знайти значення φ на довільному вхідному слові.

2. Рекурсивні функції. Оператор примітивної рекурсії. Примітивно-рекурсивні функції.

Рекурсивні функції

Історично першою алгоритмічною системою була система, що ґрунтується використанні конструктивно визначених арифметичних (цілочислових) функцій, які назвали рекурсивними функціями.

Нехай задано деякий алгоритм A, який можна застосовувати до цілого класу задач, тобто до ряду допустимих вхідних даних - умов задачі. Пронумеруємо ці умови цілими числами: $n_1, n_2, \dots, n_k, \dots$

Результати роботи алгоритму також пронумеруємо цілими додатними числами $m_1, m_2, \dots, m_k, \dots$ Тоді $m_i = A(n_i)$

Алгоритм A визначає деяку числову функцію $\varphi: N \to N$

$$m_i = \varphi(n_i).$$

Отже, виконання довільного алгоритму A є еквівалентним обчисленню значень деякої числової функції φ.

Оператор примітивної рекурсії

Нехай задані часткові функції

$$g^n: N^{(n)} \to N; \quad h^{n+2}: N^{(n+2)} \to N$$

Розглянемо часткову функцію $f^{n+1}: N^{(n+2)} \to N$ визначену так:

$$\begin{cases} f(x_1, \dots, x_n, 0) = g(x_1, \dots, x_n) \\ f(x_1, \dots, x_n, y+1) = h(y, f(y)) \end{cases}$$

для довільних натуральних значень: $x_1, \dots, x_n, y$
У випадку одномісної функції $f^1: N \to N$

$$\begin{cases} f(0) = a \\ f(y+1) = h(y, f(y)), \end{cases}$$

Оператор, який за формулою наведеними вище з функції g і h дає змогу побудувати функцію f, називають **операторам примітивної рекурсії** і позначають **R**

$$f = R(g, h)$$

Примітивно-рекурсивні функції

Нехай задана сукупність початкових функцій

$$\sigma = \{ f_1^{n_1}, \dots f_k^{n_k} \}$$

Функції, які отримують з функцій системи σ і найпростіших функцій $S^1(x)$; $O^n(x)$, I^n_m із застосуванням скінченої кі-сті операторів суперпозиції та примітивної рекурсії, ~~[illegible]~~ називають **примітивно-рекурсивними відносно σ**

$$\{ S^1, O^n, I^n_m, \sigma \} \xrightarrow{S_{n+1}, R} f.$$

Функцію f називають **примітивно-рекурсивною**, якщо якщо її можна отримати із застосуванням скінченої к-сті операторів суперпозиції і примітивної рекурсії, на підставі лише найпростіших функцій

$$\{ S^1, O^n, I^n_m \} \xrightarrow{S^{n+1}, R} f$$

З цих двох означень передбачено можливість виконання у всіх допустимих операцій $\{S^1, O^n, I^n_m, S^{n+1}, R\}$ у будь-якій послідовності та довільну кількість разів.

Усі примітивно-рекурсивні функції є всюди визначеними.
Клас всіх примітивно-рекурсивних функцій позначимо

$$K_{п.р.}$$

3) На машині Тьюрінга скласти програму інверсії двійкового числа (замінити 1 на 0, а 0 на 1).

Алфавіт зовнішніх символів $S = \{0; 1; \lambda\}$.

Якщо головка задана на першу цифру числа, то машина виглядатиме так:

	0	1	λ
q_0	1R	0R	λq_F

q^F – завершальний символ

Приклад: $\underset{\uparrow q_0}{1}01 \to 0\underset{\uparrow q_0}{0}1 \to$

$\to 01\underset{\uparrow q_0}{1} \to 010\underset{\uparrow q_F}{\lambda} \to$

$\to 010.$