Теорія Алгоритмів
Тупяк Ольга ПМІ-21
Білет № 8

1. Рекурсивні функції. Зведення довільних алгоритмів до числових функцій.

Історично першою алгоритмічною системою, була система, що ґрунтувалась на використанні конструктивно визначених арифметичних (цілочислових) функцій, які назвали рекурсивними функціями.

Нехай задано деякий алгоритм A, який можна застосувати до цілого класу задач, тобто до ряду допустимих вхідних даних - умов задач. Ці умови - $n_1, n_2, \dots, n_k$.
Результат роботи алгоритму також пронумерований $m_1, m_2, \dots m_k$. Тоді $m_i = A(n_j)$

Алгоритм A визначає деяку числову функцію
$\varphi: N \to N \quad m_i = \varphi(n_j)$
Отже, виконання довільного алгоритму A є еквівалентним обчисленню значень деякої числової функції φ

2. Класи P та NP
Визначений клас P-TIME (або просто P) як множина всіх мов, які допускають ДМТ з поліноміальною часовою складністю, тобто

P-TIME = { L | існують такі ДМТ M і поліном P(n), що часова складність машини M дорівнює P(n) і L(M) = L }

Клас NP-TIME (або просто NP) – це множина всіх мов, які допускають НМТ з поліноміальною часовою складністю.

Якщо мова L належить до класу NP, то її розпізнає ДМТ з ~~[illegible]~~ часовою складністю $c^{P_L(n)}$, c – стала; $P_L(n)$ – поліном залежний від L.

Інтуїтивно клас P уявляють як клас задач які можна швидко розв'язати, а клас NP – як клас задач які можна швидко перевірити.

Мову L_0 з NP називають повною для недетермінованого поліноміального часу собі (NP-повною), якщо за заданим детермінованим алгоритмом розпізнавання L_0, з часовою складністю $T(n) \geq n$ і довільною мовою L з NP можна ефективно знайти детермінований алгоритм, який розпізнає L за час $T(P_L(n))$.

3. Покажемо примітивність рекурсивних функцій на прикладі: $f(x,y) = max(x,y)$

введемо функцію: $n(x,y) = \begin{cases} x-y, & x \geq y \\ 0, & x < y \end{cases}$

$$f_1(x) = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$$

$$f_1(0) = 0, = O^1(x) = g(x)$$

$$f_1(x+1) = x+1-1 = x = h(x,y) = I_1^1(x)$$

$f(x) = R(O^1(x), I_1^1(x))$ — примітивно рекурсивна

$$n(x,0) = x-0 = x = I_1^1(x) = g(x)$$

$$n(x,y+1) = x-y-1 = n(x,y)-1 = h(x,y,f(x,y))$$

$n(x,y) = R(I_1^1(x), h(x,y,f(x,y)))$ - примітивно рекурсивна

$f(x,y) = max(x,y) = y + \underline{n(x,y)}$ точно примітивно рекурсивна