Білет №3

① Основні властивості алгоритмів. Способи запису алгоритмів

Система правил П повинна мати властивості, які притаманні кожному алгоритму: дискретність, ефективність, скінченність, результативність, масовість.

<u>Дискретність</u>. Алгоритм описує процес послідовної побудови величини, який відбувається за дискретний час. Спочатку в момент t_0 задають скінченну систему z_0 вхідних даних. Далі в кожен інтервал часу (t_i, t_{i+1}) із системи z_i величин, які були в момент t_i, за певним правилом отримують систему величин z_{i+1}. Такий перехід називають елементарним кроком алгоритму.

<u>Ефективність</u>. Елементарні кроки алгоритму повинні бути ефективними, тобто виконуватись точно і за короткий відрізок часу. Цю властивість ще називають зрозумілість алгоритму. Різні виконавці згідно з алгоритмом повинні діяти однаково

і прийти до одного і того ж результату

Скінченність Алгоритм завжди повинен закінчуватися тало скінченної кількості кроків.

Результативність Алгоритм завжди забезпечує отримання певного результату. Якщо деякий елементарний крок не дає результату, то має бути зазначено, що саме треба вважати результатом алгоритму.

Масовість Алгоритм повинен бути застосовним до цілого класу задач, а не до однієї. Це означає, що початкову систему величин можна вибрати з деякої потенційно нескінченної множини.

Способи запису алгоритмів

- словесний запис (псевдокод)
- графічний запис (блок-схеми)
- запис мовою програмування (алгоритмічною мовою)

② Недетермінована машина Тюрінга. Класи P та NP

НМТ має скінченну кількість можливих кроків з яких у черговий момент вибирається якийсь один.

Вхідний ланцюжок P допускається якщо хоча б одна послідовність кроків для входу P приводить до допустимого заключного стану.

На відміну від недетермінованого, детермінований алгоритм досліджує кожну альтернативу по черзі, кожного разу повертаючись для дослідження нової гілки.

Стан – комбінація адреси, команди і значень усіх змінних.

У детермінованому алгоритмі кожен стан визначає свого наступника, а в недетермінованому може бути більше 1-го допустимого стану.

Час затрачений на обробку входу P дорівнює довжині послідовності кроків. Якщо для входу P жодна послідовність кроків не призводить до допустимої конфігурації, то НМТ відкидає ℓ, а час затрачений на обробку ℓ є невизначений

НМТ – це „сімка" $(S, Q, q_0, q_F, I, \times, \delta)$ де δ – функція переходів, яка є відображенням множини $\{Q \setminus q_F\} \times S^k$ в множину підмножин $Q \times (S \times \{L, R, H\})^k$

Тобто, за ~~даним~~ заданим станом і списком з k символів функція δ обирає скінченну множину варіантів наступного кроку

Конфігурацію для k-стрічкової НМТ визначають так само як і для детермінованої МТ.

Задана НМТ робить крок, виходячи зі свого поточного стану, наприклад q, і символів, які оглядає кожна з k головок, наприклад $\delta(q, S_1, \ldots, S_k)$ вона вибирає деякий елемент $(r, (y_1, z_1), \ldots, (y_k, z_k))$. Цей елемент означає, що новим станом повинен стати r, та i-ій стрічці треба написати Y_i замість S_i і головку зсунути в напрямі z_i, $1 \leq i \leq k$

Якщо в разі деякого вибору наступного кроку конфігурація C переходить в конфігурацію D, то записують $C \vdash D$ (чи просто $C \vdash D$)

НМТ допускає ланцюжок x, якщо

$(q_0, x, q_0 \ldots q_0) \vdash^* (d_1, d_2, \ldots, d_k)$, де d_i містить заключний стан q_F

Мовою $L(M)$ називають множину всіх ланцюжків, які допускає M

НМТ має часову складність $T(n)$, якщо для кожного допустимого ланцюжка довжини n знайдеться послідовність, яка складається не більше ніж з $T(n)$ кроків і приводить до допустимого стану

Машина має складність $S(n)$, якщо для кожного допустимого ланцюжка довжини n існує послідовність кроків яка призводить до допустимого стану і в якій кількість клітинок, переглянутих головкою на кожній стрічці не перевищує $S(n)$

Класи P та NP

P - це множина усіх мов, які допускались ДМТ з поліноміальною складністю. Тобто $P = \{ L /$ існують такі ДМТ M і поліном $P(n)$, що часова складність машини M дорівнює $P(n)$ і $L(M) = L \}$

Клас NP це множина всіх мов які допускають НМТ з поліноміальною часовою складність. Якщо мова L належить до класу NP, то її розпізнає ДМТ з часовою складністю $P^{c}(n)$, де C - стала.

Ми можемо інтуїтивно уявити клас P, як клас задач, які можна швидко розв'язати, а NP - як клас задач, чий розв'язок можна швидко перевірити.

3) Довести примітивну рекурсивність функції $f(x,y,z,v) = x \cdot y + z \cdot v$

$f(x,y,z,v) = x \cdot y + z \cdot v$

$f(x,y,z,0) = g(x,y,z) = xy + z \cdot 0 = xy = S^3(*, I_1^4, I_2^4)$ -
- примітивно рекурсивна

$f(x,y,z,v+1) = xy + zv + z = f(x,y,z,v) + z$

$h(x,y,z,v, f(x,y,z,v)) = h(x,y,z,t) = t + z = I_5^5(x,y,z,v,t) + I_3^5(x,y,z,v,t)$

Оскільки $f(x,y) = x+y$ - примітивно рекурсивна то і функція $f(x,y,z,v) = x \cdot y + z \cdot v$ - теж ~~рек~~ примітивно рекурсивна