

Гуців Олексій

Білет № 8

1. Рекурсивні функції. Зведення довільних алгоритмів до числових функцій.

Рекурсивні функції - це конструктивно визначені арифметичні функції (цілочислові функції). Історично першою алгоритмічною системою була система, що ґрунтується на використанні рекурсивних функцій.

Нехай задано алгоритм A , який можна застосувати до цілого класу даних. Нехай $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k, \dots$ - це умови даних (вхідні дані).

Тоді $m_1, m_2, m_3, \dots, m_k, \dots$ - результат роботи алгоритму.

Тоді $m_i = A(n_j)$, оскільки

m_i, n_j - числа, то алгоритм A

визначає деяку числову функцію φ

$$m_i = \varphi(n_j), \quad \varphi: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

Отже виконання довільного
алгоритму A є еквівалентним

обчисленню деякої числової функції

φ .

2. Класи P та NP

Клас P - це множина всіх мов, які допускають DMT з поліноміальною часовою складністю

Клас NP - це множина всіх мов, які допускають NMT з поліноміальною часовою складністю.

Інтуїтивно, клас P - клас задач, які можна швидко розв'язати, а клас NP - клас задач, які розв'язок яких можна швидко перевірити

Хоч класи P та NP визначені в термінах машин Тюрінга, проте можна використати будь-яку іншу модель обчислень.

3. Показати примітивну рекурсивність функції $\max(x, y)$.

$$\max(x, y) = y + h(x, y)$$

Введемо функцію $h(x, y) = \begin{cases} 0, & x < y \\ x - y, & x \geq y \end{cases}$

$$f_1(x) = \begin{cases} x - 1, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$$

$$f_1(0) = 0 = 0'(x) = g(x)$$

$$f_1(x+1) = x+1-1 = x = h(x, y) = I_1^1(x)$$

$f(x) = R(0'(x), I_1^1(x))$ - примітивно рекурсивна

$$h(x, 0) = x - 0 = x = I_1^1(x) = g(x)$$

$$h(x, y+1) = x - y - 1 = h(x, y) - 1 = h(x, y, f(x, y))$$

$h(x, y) = R(I_1^1(x), h(x, y, f(x, y)))$ - примітивно рекурсивна

Отже $\max(x, y) = y + h(x, y)$ - примітивно рекурсивна