

Практичне завдання №1
ДИСКРЕТНІ ДЖЕРЕЛА ПОВІДОМЛЕНЬ

1.1. Обчислити ентропію та надлишковість дискретного джерела інформації з алфавітом $X=\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ (об'єм алфавіту $k=5$). Значення ймовірностей $p(x_i)$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$ появи символів для різних варіантів наведені у табл. 1.1

Таблиця 1.1.

| Варіант | $p(x_1)$ | $p(x_2)$ | $p(x_3)$ | $p(x_4)$ | $p(x_5)$ |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 0.01 | 0.73 | 0.01 | 0.24 | 0.01 |
| 2 | 0.05 | 0.68 | 0.01 | 0.04 | 0.22 |
| 3 | 0.06 | 0.69 | 0.09 | 0.01 | 0.15 |
| 4 | 0.18 | 0.14 | 0.02 | 0.34 | 0.32 |
| 5 | 0.11 | 0.11 | 0.06 | 0.69 | 0.03 |
| 6 | 0.02 | 0.32 | 0.1 | 0.52 | 0.04 |
| 7 | 0.04 | 0.1 | 0.01 | 0.05 | 0.8 |
| 8 | 0.04 | 0.01 | 0.3 | 0.52 | 0.13 |
| 9 | 0.01 | 0.01 | 0.05 | 0.69 | 0.24 |
| 10 | 0.08 | 0.8 | 0.05 | 0.05 | 0.02 |
| 11 | 0.52 | 0.34 | 0.07 | 0.01 | 0.06 |
| 12 | 0.59 | 0.14 | 0.17 | 0.04 | 0.06 |
| 13 | 0.02 | 0.79 | 0.01 | 0.07 | 0.11 |
| 14 | 0.04 | 0.08 | 0.08 | 0.53 | 0.27 |
| 15 | 0.09 | 0.88 | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| 16 | 0.02 | 0.1 | 0.01 | 0.43 | 0.44 |

1.2. Матрицю сумісних імовірностей $P(X,Y)$ появи двох символів на виходах джерел X та Y для різних варіантів наведено у табл. 1.2. Обчислити ентропію $H(X, Y)$ об'єднання двох джерел, загальні умовні ентропії $H(X | Y)$ і $H(Y | X)$, а також середню взаємну кількість інформації $I(X; Y)$. Визначити, яке з цих двох джерел має більшу надлишковість та чи є джерела статистично незалежними.

Отримані результати подати у вигляді таблиці:

| $H(X, Y)$ | $H(X Y)$ | $H(Y X)$ | $I(X; Y)$ | $H(X)$ | $\rho(X)$ | $H(Y)$ | $\rho(Y)$ |
|-----------|------------|------------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|
| | | | | | | | |

Таблиця 1.2.

| Варіант | $P(X,Y)$ | | | Варіант | $P(X,Y)$ | | |
|---------|----------|------|------|---------|----------|------|------|
| 1 | 0.01 | 0.01 | 0.0 | 9 | 0.01 | 0.92 | 0.02 |
| | 0.0 | 0.7 | 0.01 | | 0.02 | 0.01 | 0.0 |
| | 0.09 | 0.06 | 0.12 | | 0.01 | 0.0 | 0.01 |
| 2 | 0.17 | 0.17 | 0.05 | 10 | 0.01 | 0.01 | 0.14 |
| | 0.12 | 0.0 | 0.07 | | 0.01 | 0.0 | 0.52 |
| | 0.14 | 0.04 | 0.24 | | 0.07 | 0.0 | 0.24 |
| 3 | 0.46 | 0.0 | 0.01 | 11 | 0.02 | 0.07 | 0.03 |
| | 0.11 | 0.09 | 0.0 | | 0.22 | 0.01 | 0.01 |
| | 0.01 | 0.31 | 0.01 | | 0.06 | 0.24 | 0.34 |
| 4 | 0.12 | 0.35 | 0.24 | 12 | 0.04 | 0.7 | 0.11 |
| | 0.07 | 0.04 | 0.04 | | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| | 0.06 | 0.01 | 0.07 | | 0.01 | 0.02 | 0.09 |
| 5 | 0.01 | 0.0 | 0.01 | 13 | 0.01 | 0.0 | 0.88 |
| | 0.41 | 0.0 | 0.35 | | 0.05 | 0.01 | 0.03 |
| | 0.01 | 0.2 | 0.01 | | 0.01 | 0.01 | 0.0 |
| 6 | 0.08 | 0.01 | 0.05 | 14 | 0.07 | 0.11 | 0.01 |
| | 0.0 | 0.01 | 0.0 | | 0.0 | 0.66 | 0.08 |
| | 0.23 | 0.04 | 0.58 | | 0.0 | 0.06 | 0.01 |
| 7 | 0.01 | 0.0 | 0.01 | 15 | 0.01 | 0.0 | 0.03 |
| | 0.01 | 0.18 | 0.0 | | 0.18 | 0.01 | 0.0 |
| | 0.01 | 0.01 | 0.77 | | 0.43 | 0.33 | 0.01 |
| 8 | 0.01 | 0.0 | 0.25 | 16 | 0.03 | 0.01 | 0.02 |
| | 0.0 | 0.01 | 0.01 | | 0.01 | 0.0 | 0.01 |
| | 0.36 | 0.35 | 0.01 | | 0.46 | 0.0 | 0.46 |

1.3. Для двох дискретних джерел X та Y числові значення безумовних $p(x_i)$ та умовних імовірностей $p(y_j | x_i)$ появи символів на виході джерела Y для різних варіантів наведено у табл. 1.3. Обчислити ентропію $H(X, Y)$ об'єднання двох джерел та середню взаємну кількість інформації $I(X; Y)$. Визначити, яке з цих двох джерел має більшу надлишковість. Результати обчислень помістити у таблицю:

| $H(X, Y)$ | $H(X Y)$ | $H(Y X)$ | $I(X; Y)$ | $H(X)$ | $\rho(X)$ | $H(Y)$ | $\rho(Y)$ |
|-----------|------------|------------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|
| | | | | | | | |

Таблиця 1.3.

| Варіант | $p(x_1)$ | $p(x_2)$ | $p(x_3)$ | $P(Y X)$ | | |
|---------|----------|----------|----------|------------|------|------|
| 1 | 0.08 | 0.29 | 0.63 | 0.45 | 0.33 | 0.22 |
| | | | | 0.63 | 0.03 | 0.34 |
| | | | | 0.71 | 0.12 | 0.17 |
| 2 | 0.37 | 0.24 | 0.39 | 0.53 | 0.22 | 0.25 |
| | | | | 0.12 | 0.25 | 0.63 |
| | | | | 0.14 | 0.1 | 0.76 |
| 3 | 0.57 | 0.16 | 0.27 | 0.13 | 0.22 | 0.65 |
| | | | | 0.58 | 0.07 | 0.35 |
| | | | | 0.01 | 0.28 | 0.71 |
| 4 | 0.23 | 0.03 | 0.74 | 0.29 | 0.33 | 0.38 |
| | | | | 0.33 | 0.56 | 0.11 |
| | | | | 0.08 | 0.89 | 0.03 |
| 5 | 0.2 | 0.24 | 0.56 | 0.65 | 0.01 | 0.34 |
| | | | | 0.91 | 0.03 | 0.06 |
| | | | | 0.02 | 0.08 | 0.9 |
| 6 | 0.8 | 0.09 | 0.11 | 0.37 | 0.57 | 0.06 |
| | | | | 0.32 | 0.64 | 0.04 |
| | | | | 0.68 | 0.26 | 0.06 |
| 7 | 0.83 | 0.1 | 0.07 | 0.95 | 0.04 | 0.01 |
| | | | | 0.51 | 0.06 | 0.43 |
| | | | | 0.65 | 0.3 | 0.05 |
| 8 | 0.83 | 0.03 | 0.14 | 0.38 | 0.3 | 0.32 |
| | | | | 0.36 | 0.37 | 0.27 |
| | | | | 0.63 | 0.06 | 0.31 |
| 9 | 0.6 | 0.33 | 0.07 | 0.12 | 0.05 | 0.83 |
| | | | | 0.13 | 0.86 | 0.01 |
| | | | | 0.58 | 0.09 | 0.33 |
| 10 | 0.72 | 0.18 | 0.1 | 0.14 | 0.29 | 0.57 |
| | | | | 0.51 | 0.1 | 0.39 |
| | | | | 0.81 | 0.13 | 0.06 |

| | | | | | | |
|----|------|------|------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 11 | 0.02 | 0.42 | 0.56 | 0.31 0.48 0.29 | 0.55 0.33 0.12 | 0.14 0.19 0.59 |
| 12 | 0.67 | 0.17 | 0.16 | 0.08 0.52 0.21 | 0.86 0.04 0.44 | 0.06 0.44 0.35 |
| 13 | 0.69 | 0.18 | 0.13 | 0.01 0.34 0.11 | 0.44 0.13 0.02 | 0.55 0.53 0.87 |
| 14 | 0.81 | 0.15 | 0.04 | 0.29 0.2 0.16 | 0.69 0.27 0.13 | 0.02 0.53 0.71 |
| 15 | 0.68 | 0.18 | 0.14 | 0.59 0.22 0.26 | 0.14 0.27 0.19 | 0.27 0.51 0.55 |
| 16 | 0.35 | 0.64 | 0.01 | 0.61 0.05 0.75 | 0.21 0.71 0.11 | 0.18 0.24 0.14 |