# Física 1

## Cinemática

**Helga Dénes 2025-10 USFQ**

hdenes@usfq.edu.ec

# Cinemática

El estudio del movimiento de los objetos, así como de los conceptos relacionados de fuerza y energía, forman el campo de la **mecánica**. La mecánica a la vez suele dividirse en dos partes: **cinemática**, que es la descripción de cómo se mueven los objetos; y **dinámica**, que trata con el concepto de fuerza y las causas del movimiento de los objetos.

Comenzaremos estudiando los objetos que se mueven **sin girar** (figura 2-1a). Tal movimiento se llama **movimiento traslacional**.

A menudo usaremos el concepto, o *modelo*, de **partícula** idealizada, que se considera como un **punto** matemático sin extensión espacial (sin tamaño). Una partícula puede tener sólo movimiento traslacional.

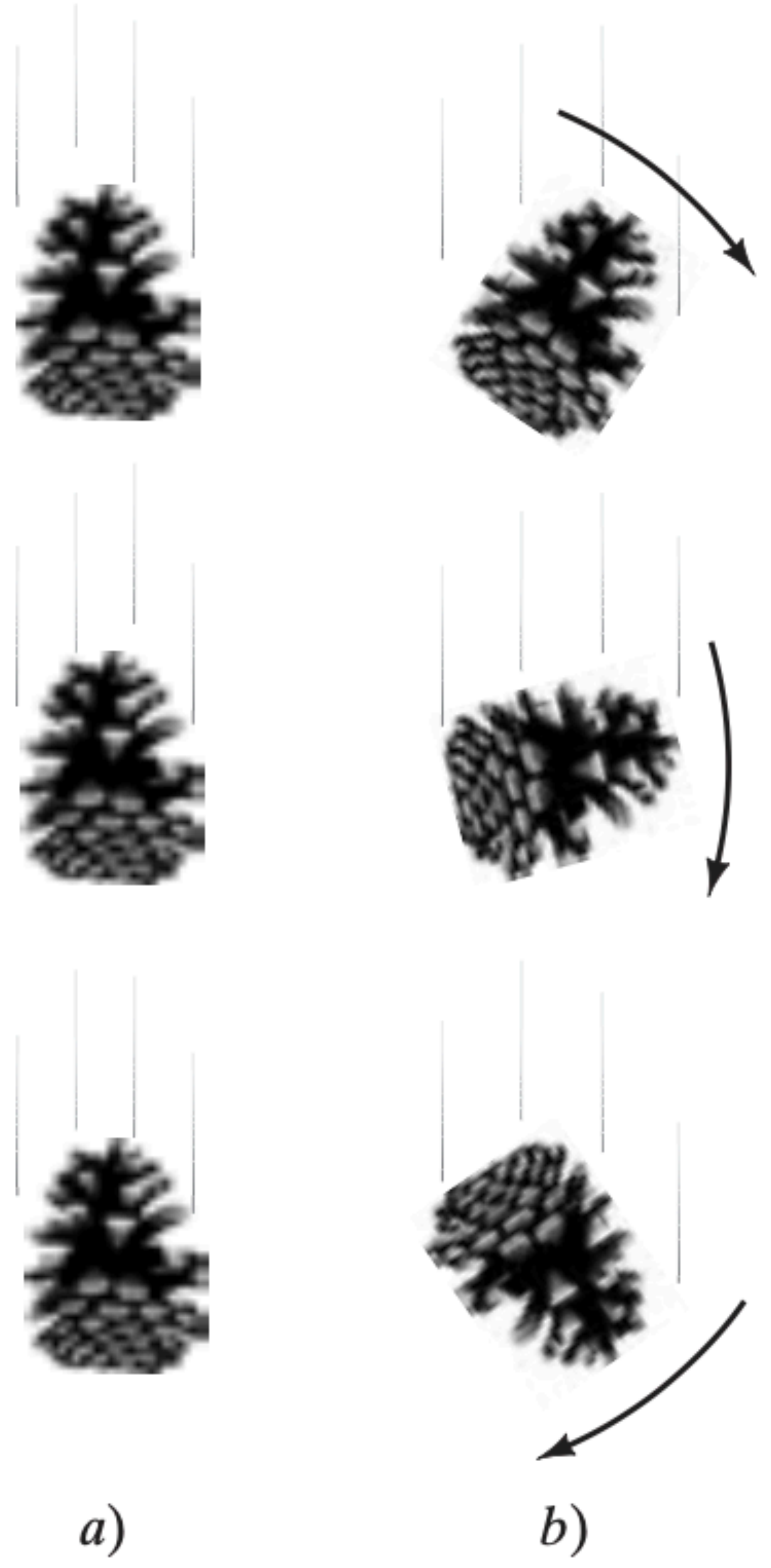



**FIGURA 2–1** La piña en *a*) sufre traslación pura al caer, mientras que en *b*) gira al mismo tiempo que se traslada.

# Marcos de referencia

Toda medición de posición, distancia o rapidez debe realizarse con respecto a un **marco de referencia**.

Por ejemplo, suponga que mientras usted viaja en un tren a **80 km/h**, ve a una persona que camina por el pasillo hacia el frente del tren con rapidez, digamos, de **5 km/h** (figura 2-2), que es la rapidez de la persona con **respecto al tren** como marco de referencia. Sin embargo, con **respecto al suelo**, esa persona se mueve con una rapidez de **80 km/h + 5 km/h = 85 km/h**.

Siempre es importante especificar el marco de referencia al indicar una rapidez.

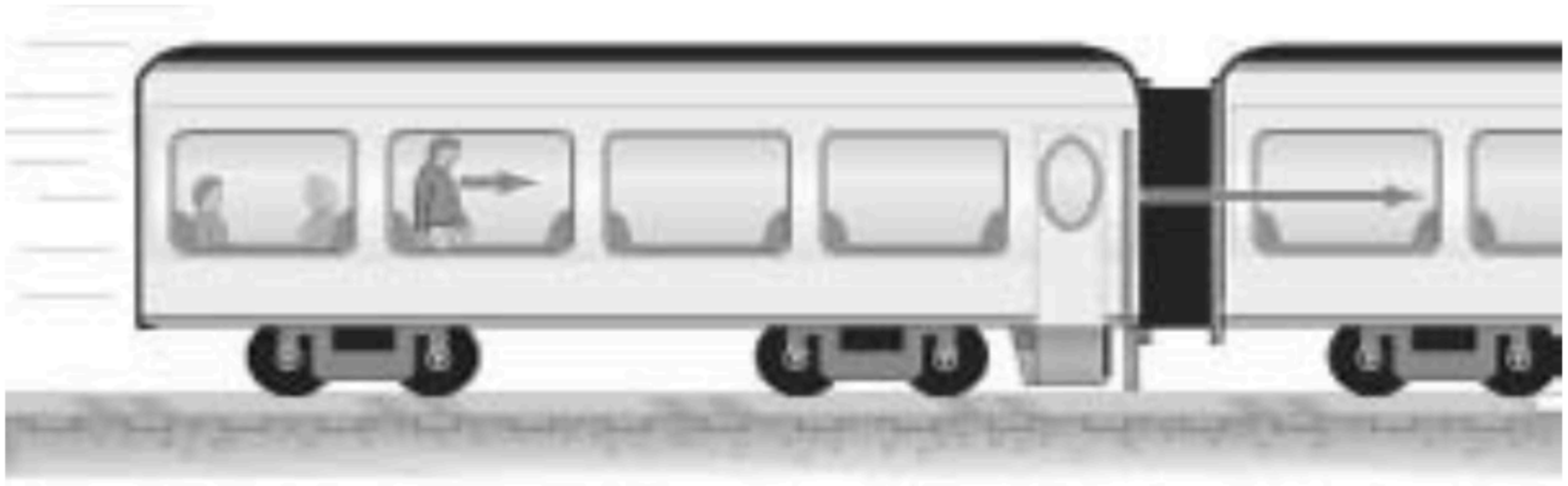


**FIGURA 2–2** Una persona camina hacia el frente de un tren a 5 km/h. El tren se mueve a 80 km/h con respecto al suelo, por lo que la rapidez de la persona, relativa al suelo, es de 85 km/h.

# Marcos de referencia

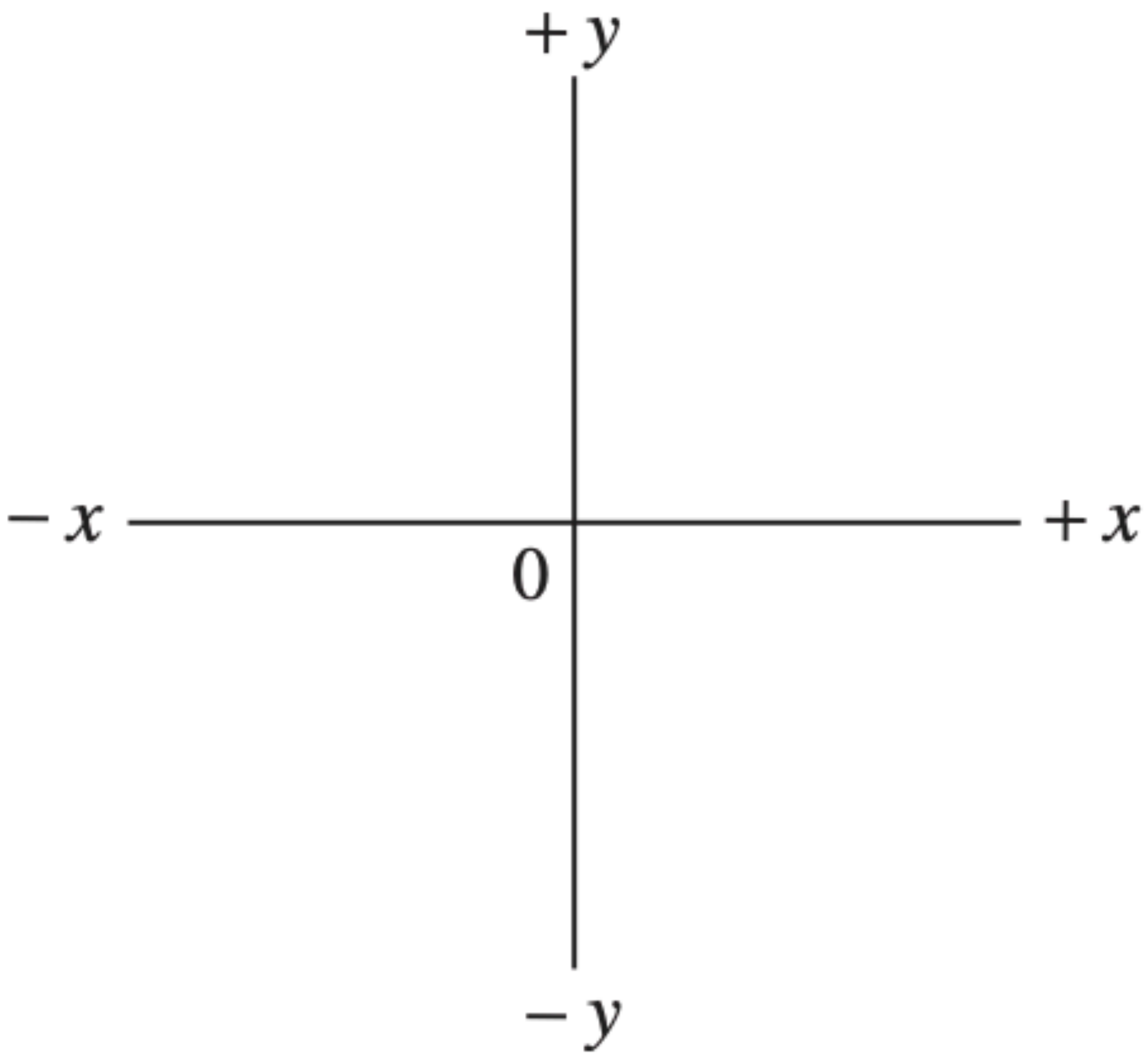
En física podemos indicar dirección con un sistema de **ejes coordenados**, como se muestra en la figura 2-3, para representar un **marco de referencia**. Siempre podemos elegir la posición del origen (0) y el sentido de los ejes $x$ y $y$ como mejor nos convenga.

Los objetos situados a la derecha del origen de coordenadas (0) sobre el eje $x$ tienen una coordenada $x$ que usualmente se considera positiva; del mismo modo, los puntos situados a la izquierda del 0 usualmente tienen una coordenada $x$ negativa. La posición a lo largo del eje $y$ se considera usualmente positiva arriba del 0, y negativa abajo del 0; aunque la convención contraria podría usarse si así conviene.

**Cualquier punto sobre el plano se especifica dando las coordenadas *x* y *y*.**

En tres dimensiones, se agrega un eje $z$ que es perpendicular a *ambos ejes* $x$ y $y$.

**FIGURA 2–3** Sistema estándar de ejes coordenados $xy$.



# Marcos de referencia

Para el **movimiento unidimensional**, a menudo **elegimos el eje *x*** como la línea a lo largo de la cual se lleva a cabo el movimiento. **La posición de un objeto en cualquier momento se define como el valor de su coordenada *x*.** Si el movimiento es **vertical**, como en el caso de un objeto que cae, por lo general usamos el **eje *y*.**

Es necesario hacer una distinción entre la ***distancia*** recorrida por un objeto y su **desplazamiento**, el cual se define como el *cambio de posición* del objeto. **Es decir, el *desplazamiento muestra qué tan lejos está el objeto del punto de partida***.

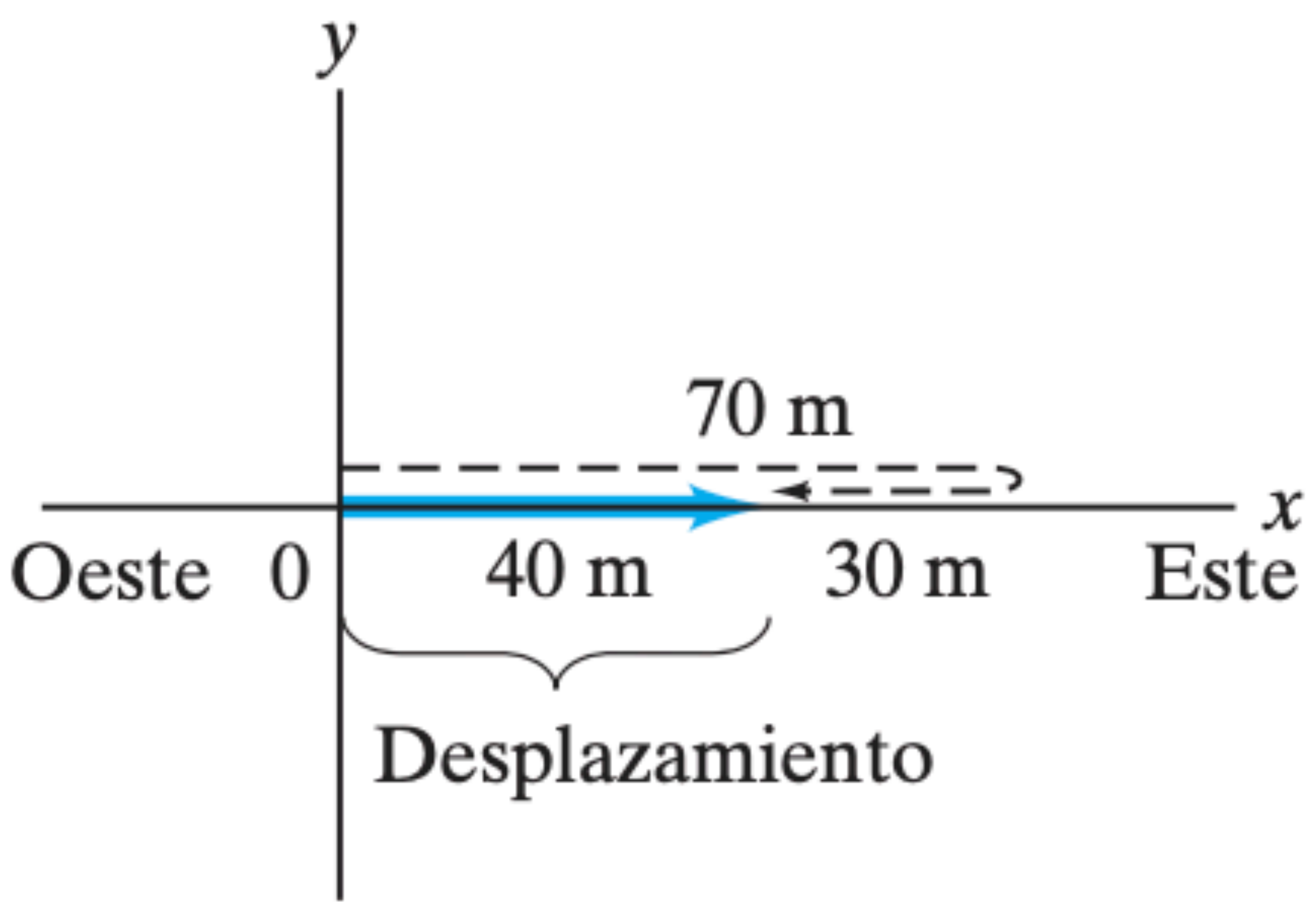



**FIGURA 2–4** Una persona camina 70 m hacia el este y luego 30 m hacia el oeste. La distancia total recorrida es 100 m (el camino recorrido se muestra con la línea punteada negra); pero el desplazamiento, que se muestra con una flecha más gruesa, es de 40 m hacia el este.

# Marcos de referencia

Para ver la distinción entre distancia total y desplazamiento, imagine una persona que **camina 70 m hacia el este y que luego regresa al oeste una distancia de 30 m** (véase la figura 2-4). **La *distancia* total recorrida es de 100 m, pero el *desplazamiento* es sólo de 40 m,** ya que la persona está ahora a sólo 40 m del punto de partida.

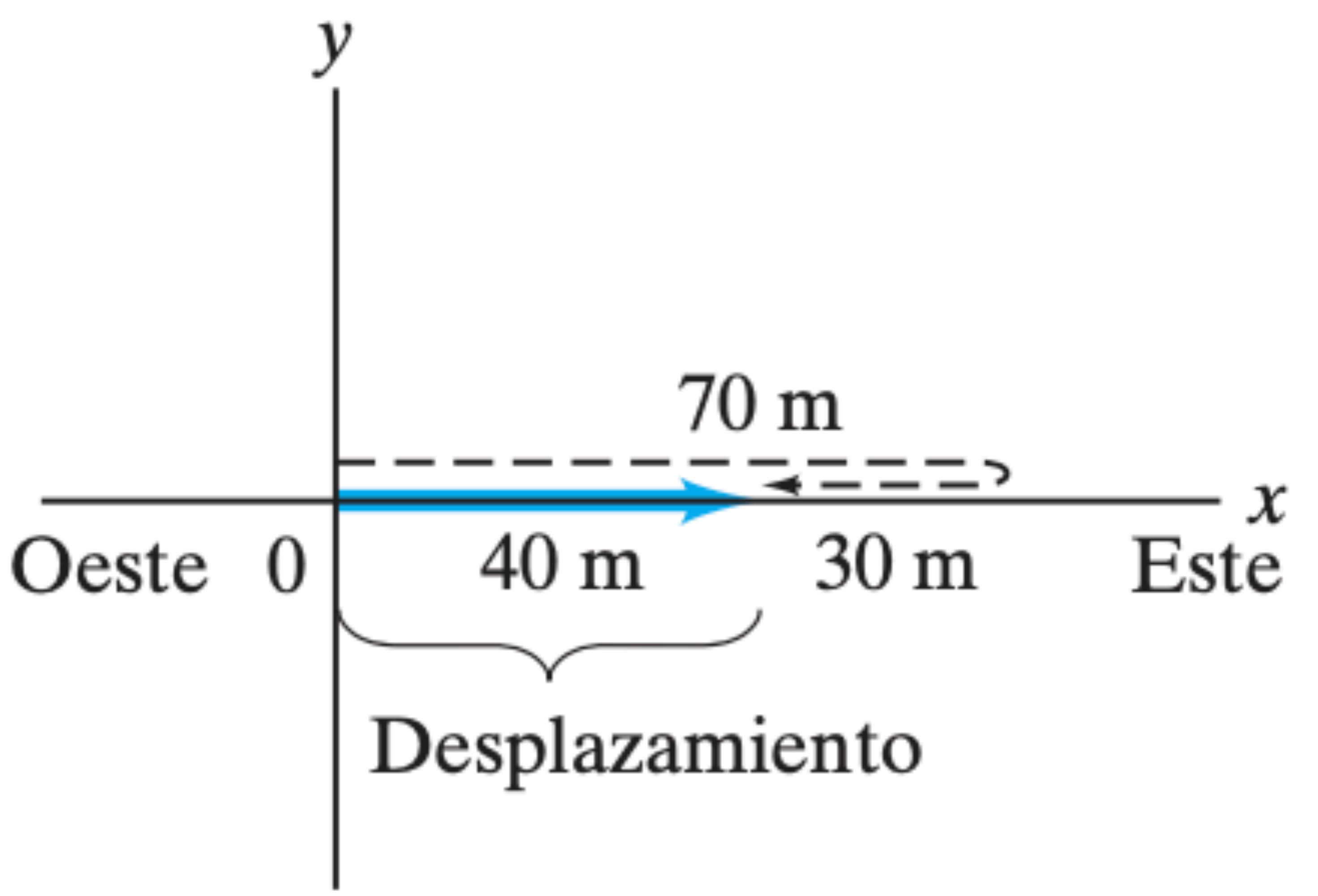



**FIGURA 2–4** Una persona camina 70 m hacia el este y luego 30 m hacia el oeste. La distancia total recorrida es 100 m (el camino recorrido se muestra con la línea punteada negra); pero el desplazamiento, que se muestra con una flecha más gruesa, es de 40 m hacia el este.

El **desplazamiento** es una cantidad que tiene magnitud y dirección. Tales cantidades se llaman **vectores**. Por ejemplo, en la figura 2-4, la flecha gruesa representa el desplazamiento, cuya magnitud es de 40 m y cuya dirección es hacia la derecha (este).

Por ahora, trataremos sólo el movimiento de una partícula en una dimensión, a lo largo de una línea.

# Marcos de referencia

Considere el movimiento de un objeto durante un intervalo de tiempo dado. Suponga que en un momento inicial, llamado $t_1$, el objeto está sobre el eje $x$ en una posición $x_1$ del sistema coordenado que se muestra en la figura 2-5.

En algún tiempo posterior, $t_2$, suponga que el objeto se ha movido a una posición $x_2$. El desplazamiento del objeto es $x_2$ - $x_1$

Es conveniente escribir

$$\Delta x = x_2 - x_1,$$

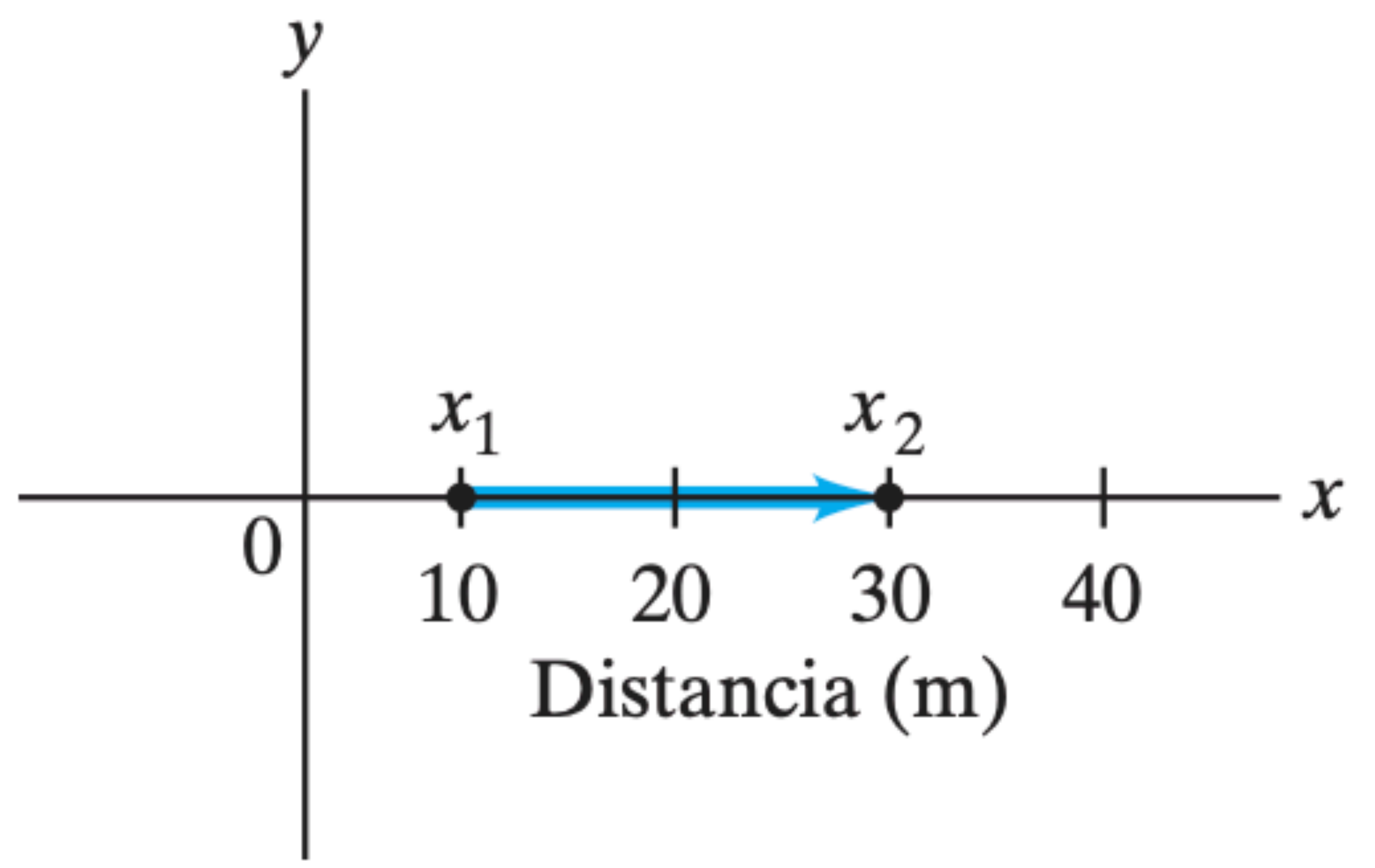
Considere **donde el símbolo Δ significa "cambio en".** Así que $\Delta x$ significa "el cambio en $x$" o "cambio en la posición", que es el desplazamiento. Advierta que el "cambio en" cualquier cantidad, significa el valor final de esa cantidad, menos el valor inicial.

Suponga que $x1$ = 10.0 m y $x2$ = 30.0 m. Entonces,

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 30.0\,\mathrm{m} - 10.0\,\mathrm{m} = 20.0\,\mathrm{m},$$

por lo que el desplazamiento es de 20.0 m en la dirección positiva.

**FIGURA 2–5** La flecha representa el desplazamiento $x_2 - x_1$. Las distancias están en metros.



# Marcos de referencia

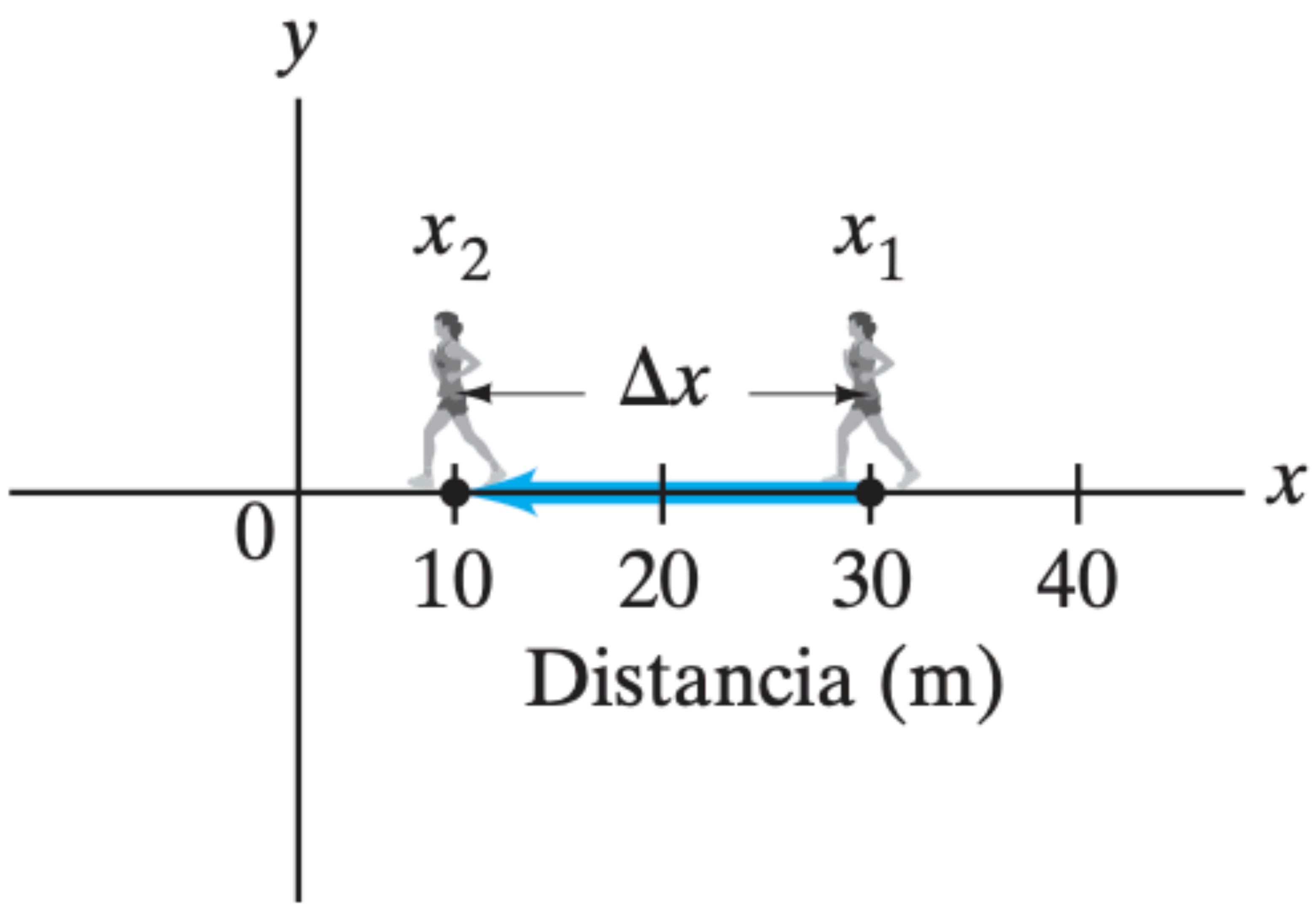
Ahora considere un objeto que se mueve hacia la izquierda, como se muestra en la figura 2-6. En este caso, una persona inicia su movimiento en $x1$ = 30.0 m y camina hacia la izquierda hasta la posición $x2$ = 10.0 m. De modo que su desplazamiento es

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 10.0\,\text{m} - 30.0\,\text{m} = -20.0\,\text{m},$$

que está representado por la flecha agruesa que señala hacia la izquierda (figura 2-6).

Para el movimiento unidimensional a lo largo del eje $x$, un **vector que señala hacia la derecha tiene un signo positivo**; en tanto que un vector que señala **hacia la izquierda tiene un signo negativo.**

**FIGURA 2–6** Para un desplazamiento $\Delta x = x_2 - x_1$ = 10.0 m – 30.0 m, el vector desplazamiento apunta hacia la izquierda.



# Marcos de referencia

**EJERCICIO** A Una hormiga inicia su movimiento en $x$ = 20 cm sobre una hoja de papel cuadriculado y camina a lo largo del eje $x$ hasta $x$ = - 20 cm. Luego se regresa y camina hasta $x$ = - 10 cm.

**¿Cuál es el desplazamiento de la hormiga y la distancia total recorrida?**

# Marcos de referencia

**EJERCICIO** A Una hormiga inicia su movimiento en $x$ = 20 cm sobre una hoja de papel cuadriculado y camina a lo largo del eje $x$ hasta $x$ = - 20 cm. Luego se regresa y camina hasta $x$ = - 10 cm.

**¿Cuál es el desplazamiento de la hormiga y la distancia total recorrida?**

Desplazamiento: 30 cm en la dirección -x.

Distancia recorrida: 50 cm

# Velocidad promedio

El aspecto más evidente del movimiento de un objeto es qué tan rápido se mueve, es decir, su **rapidez o velocidad.**

El término **"rapidez" se refiere a qué tan lejos viaja un objeto en un intervalo de tiempo** dado, independientemente de la *dirección* y el *sentido* del movimiento. Si un automóvil recorre 240 kilómetros (km) en 3 horas (h), decimos que su rapidez promedio fue de 80 km/h.

En general, la **rapidez promedio** de un objeto se define como ***la distancia total recorrida a lo largo de su trayectoria, dividida entre el tiempo que le toma recorrer esa trayectoria*:**

$$\text{rapidez promedio} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}}. \qquad \textbf{(2–1)}$$

# Velocidad promedio

Los términos “velocidad” y “rapidez” a menudo se utilizan indistintamente en el lenguaje cotidiano. Sin embargo, en física hacemos una distinción entre ambos.

**La rapidez es simplemente un número positivo con unidades**. Por otro lado, el término **velocidad** se usa para **indicar tanto la *magnitud*** (es decir, el valor numérico) **de qué tan rápido se mueve un objeto, como la *dirección* en la que se mueve.** (Por lo tanto, la velocidad es un vector).

Existe una segunda diferencia entre rapidez y velocidad; a saber, la **velocidad promedio** se define en términos del ***desplazamiento***, en vez de la distancia total recorrida:

$$\boxed{\text{velocidad promedio} = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{\text{posición final} - \text{posición inicial}}{\text{tiempo transcurrido}}.}$$

La rapidez promedio y la velocidad promedio tienen la misma magnitud cuando todo el movimiento ocurre en la misma dirección y sentido.

# Velocidad promedio

En otros casos, **pueden diferir**: recuerde la caminata que describimos antes, en la figura 2-4, donde una persona caminó 70 m al este y luego 30 m al oeste. La distancia total recorrida fue de 70 m + 30 m = 100 m, pero el desplazamiento fue de 40 m. Suponga que esta caminata duró en total 70 s. Entonces, **la rapidez promedio** fue:

$$\frac{\text{distancia}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{100\,\text{m}}{70\,\text{s}} = 1.4\,\text{m/s}.$$

Por otro lado, **la magnitud de la velocidad promedio** fue:

$$\frac{\text{desplazamiento}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{40\,\text{m}}{70\,\text{s}} = 0.57\,\text{m/s}.$$

Esta diferencia entre la rapidez y la magnitud de la velocidad puede ocurrir cuando se calculan valores *promedio*.

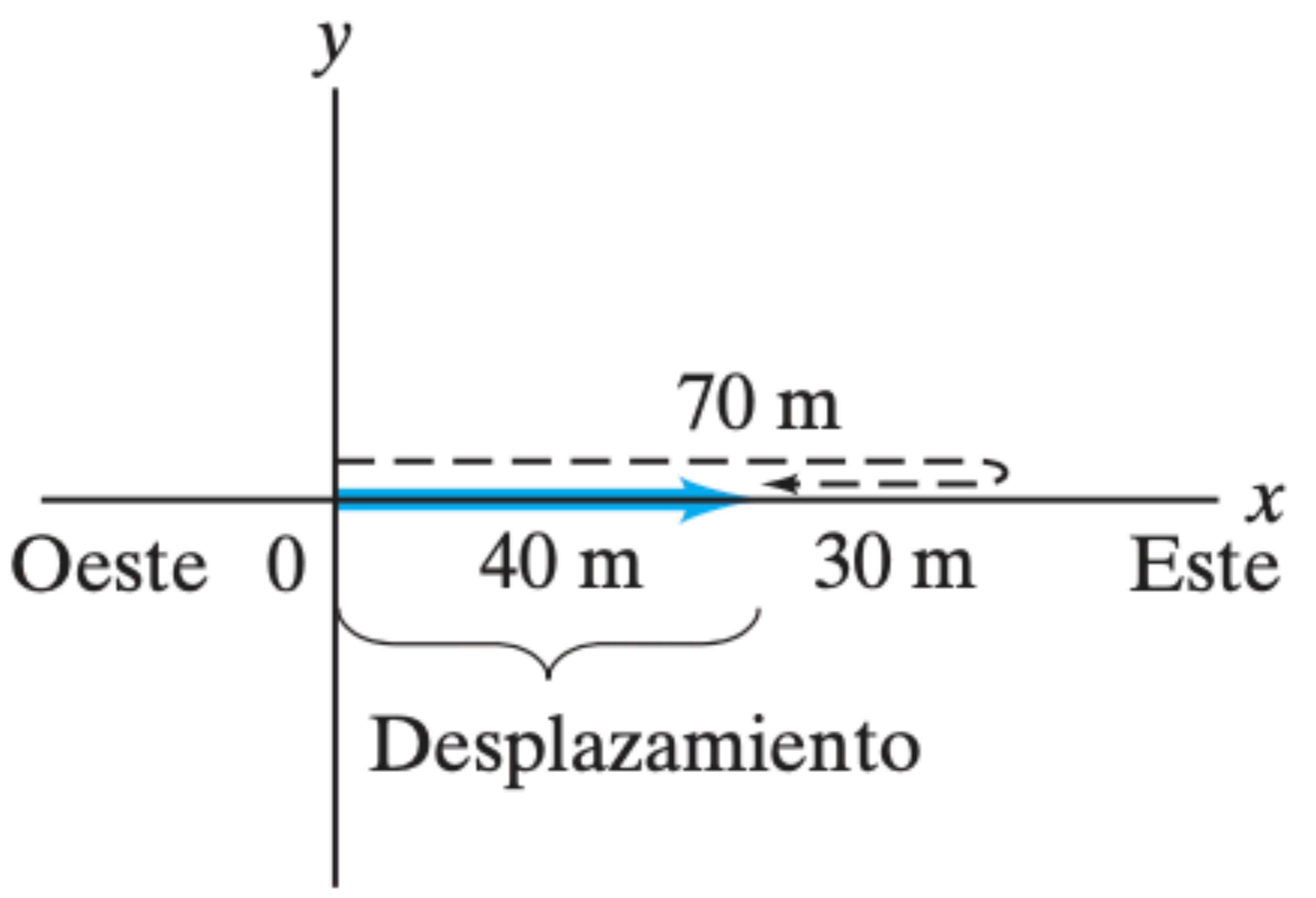



**FIGURA 2–4** Una persona camina 70 m hacia el este y luego 30 m hacia el oeste. La distancia total recorrida es 100 m (el camino recorrido se muestra con la línea punteada negra); pero el desplazamiento, que se muestra con una flecha más gruesa, es de 40 m hacia el este.

# Velocidad promedio

En general para analizar el movimiento unidimensional de un objeto, suponga que en un momento dado llamado $t1$, el objeto está en la posición $x1$ del eje $x$ de un sistema coordenado, y que en un tiempo posterior $t2$, el objeto se ha movido a la posición $x2$.

El **tiempo transcurrido** es $\Delta t = t2 - t1$ y durante este intervalo de tiempo el desplazamiento del objeto fue $\Delta x = x2 - x1$. **La velocidad promedio, definida como el *desplazamiento dividido entre el tiempo transcurrido*,** puede escribirse como

$$\boxed{\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \qquad \textbf{(2–2)}}$$

donde v representa velocidad y la barra (¯) sobre la v es un símbolo estándar que significa **"promedio"**. (Algunos autores la llaman también "velocidad media").

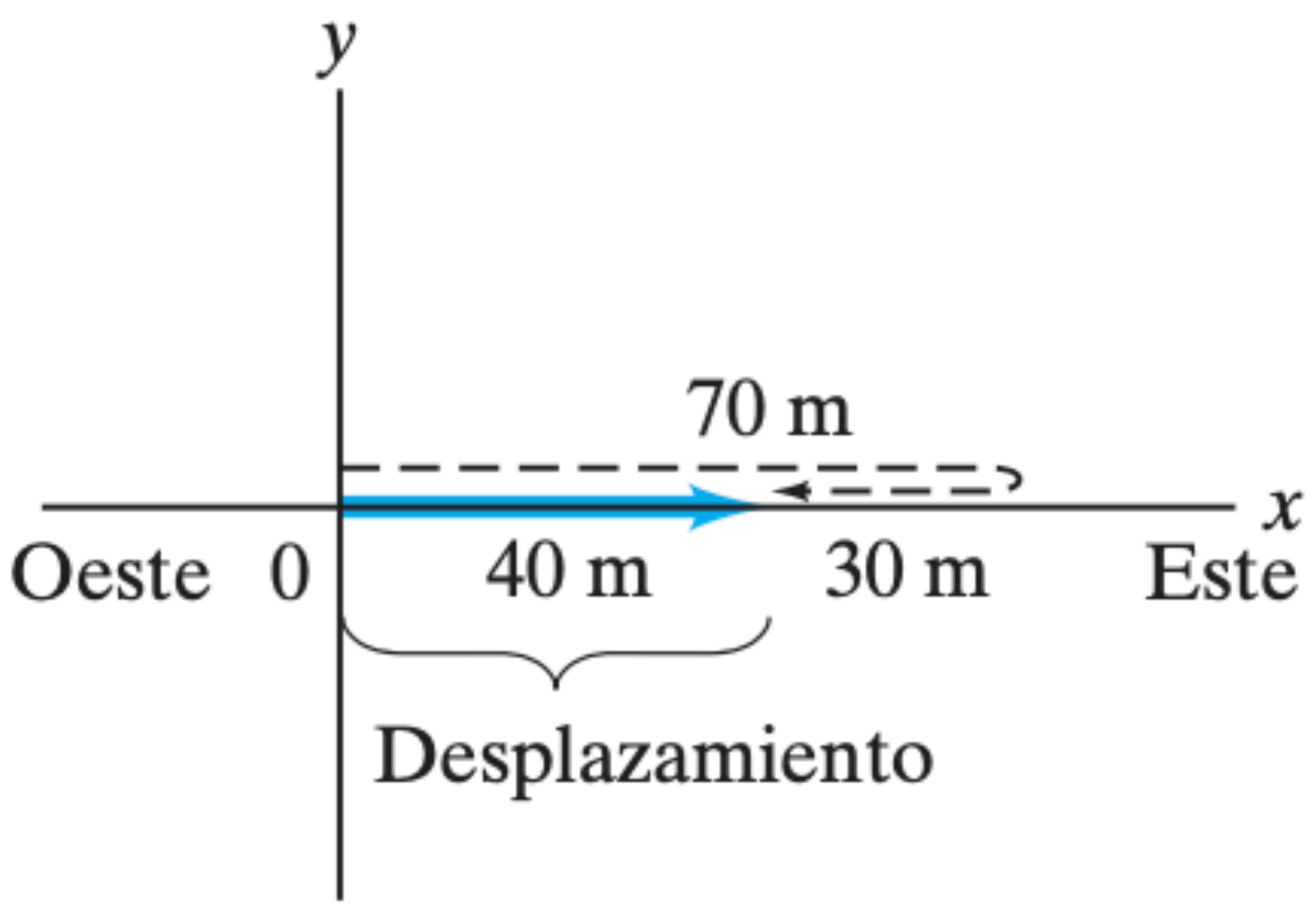



**FIGURA 2–4** Una persona camina 70 m hacia el este y luego 30 m hacia el oeste. La distancia total recorrida es 100 m (el camino recorrido se muestra con la línea punteada negra); pero el desplazamiento, que se muestra con una flecha más gruesa, es de 40 m hacia el este.

# Velocidad promedio

Para el caso usual del eje $+x$ dirigido hacia la derecha, note que si $x_2$ es menor que $x_1$, el objeto se mueve hacia la izquierda y, entonces, $\Delta x = x_2 - x_1$ es menor que cero.

**El signo del desplazamiento, y por consiguiente el signo de la velocidad promedio, indica entonces la dirección y el sentido del movimiento:** la velocidad promedio es positiva si el objeto se mueve hacia la derecha a lo largo del eje $+x$, y es negativa cuando el objeto se mueve hacia la izquierda, a lo largo del eje $-x$. La dirección de la velocidad promedio es siempre la misma que la del desplazamiento.

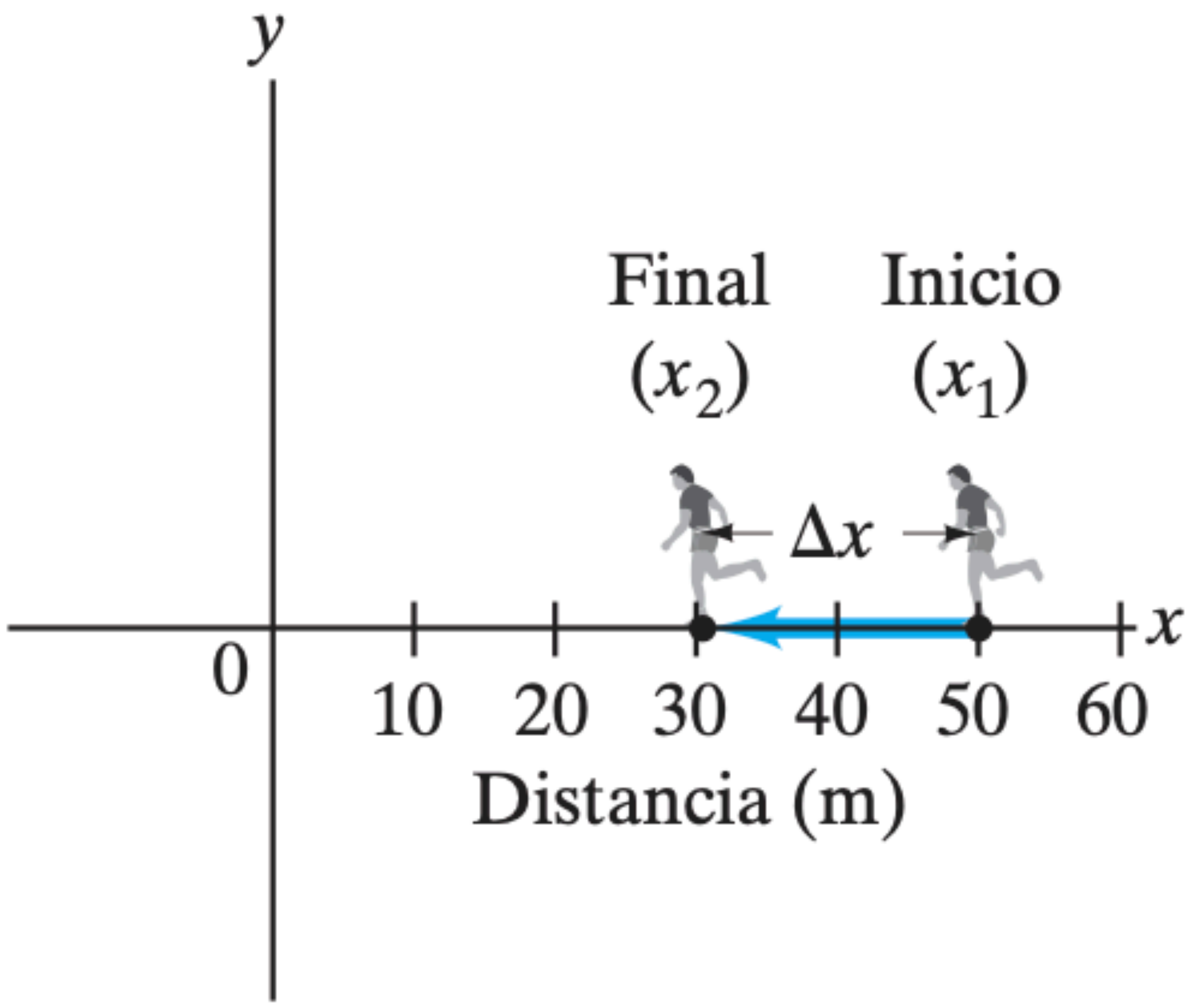
Advierta que siempre es importante elegir (y especificar) el ***tiempo transcurrido* o *intervalo de tiempo*** ($\Delta t$), $t_2 - t_1$, es decir, el tiempo que transcurre durante nuestro periodo de observación elegido.

# Velocidad promedio

Ejemplo: Velocidad promedio de un corredor. La posición de un corredor en función del tiempo se grafica conforme se mueve a lo largo del eje $x$ de un sistema coordenado. Durante un intervalo de tiempo de 3.00 s, la posición del corredor cambia de $x1 = 50.0$ m a $x2 = 30.5$ m, como se muestra en la figura 2-7.

**¿Cuál fue la velocidad promedio del corredor?**

**FIGURA 2–7** Ejemplo 2-1. Una persona corre de $x_1 = 50.0$ m a $x_2 = 30.5$ m. El desplazamiento es $-19.5$ m.



# Velocidad promedio

**¿Cuál fue la velocidad promedio del corredor?**

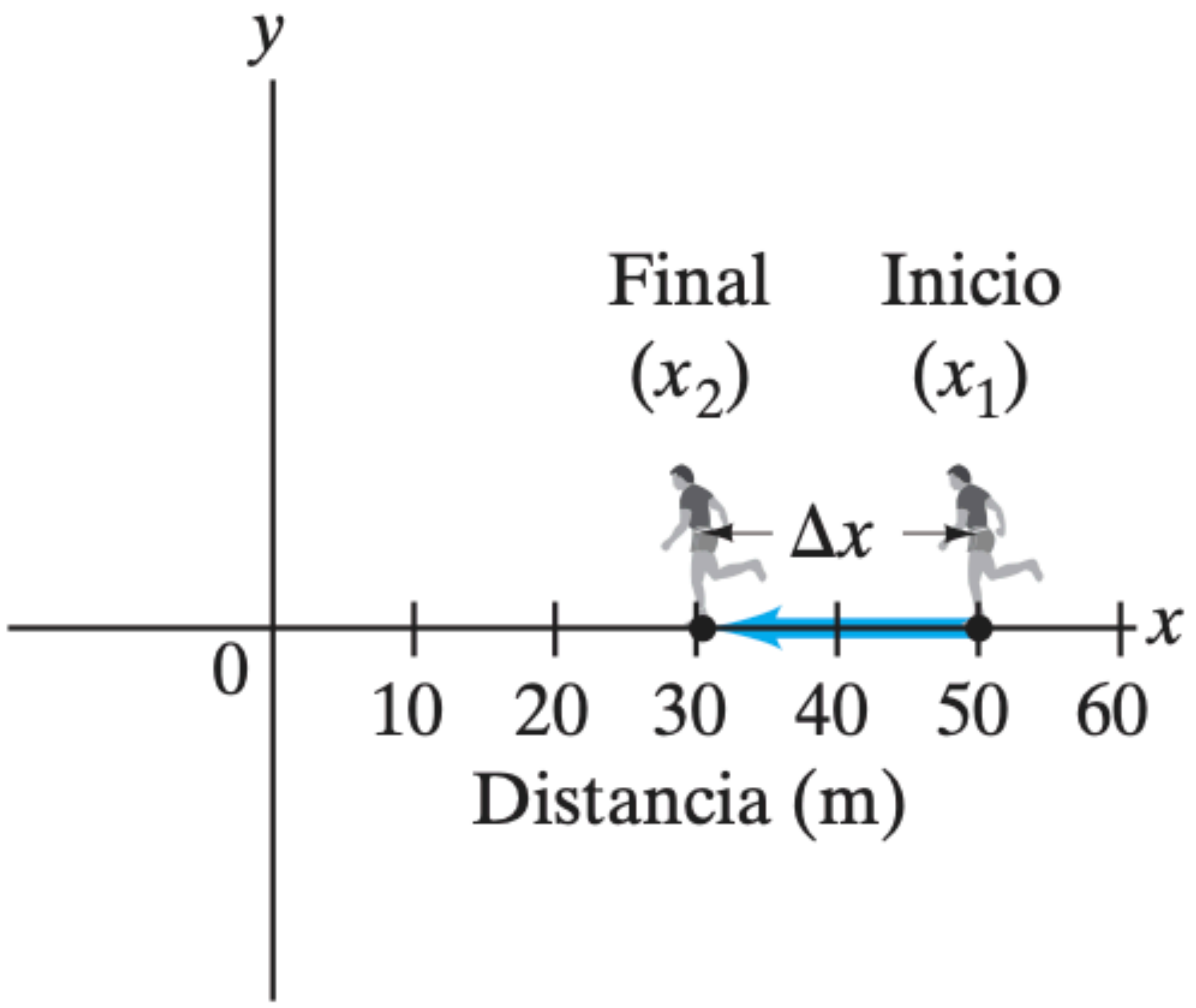
PLANTEAMIENTO Se necesita encontrar la velocidad promedio, que equivale al desplazamiento dividido entre el tiempo transcurrido.

SOLUCIÓN El desplazamiento es $\Delta x = x2 - x1 = 30.5$ m - 50.0 m = -19.5 m. El tiempo transcurrido, o intervalo de tiempo, es $\Delta t = 3.00$ s. Por lo tanto, la **velocidad promedio** es

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-19.5\,\mathrm{m}}{3.00\,\mathrm{s}} = -6.50\,\mathrm{m/s}.$$

El **desplazamiento y la velocidad promedio son negativos**, lo cual nos indica que el corredor se mueve hacia la izquierda a lo largo del eje $x$, como señala la flecha en la figura 2-7.

**FIGURA 2–7** Ejemplo 2-1. Una persona corre de $x_1 = 50.0$ m a $x_2 = 30.5$ m. El desplazamiento es $-19.5$ m.



# Velocidad promedio

Ejemplo: Distancia recorrida por un ciclista.

**¿Qué distancia puede recorrer un ciclista en 2.5 h a lo largo de un camino recto, si su velocidad promedio es de 18 km/h?**

# Velocidad promedio

Ejemplo: Distancia recorrida por un ciclista.

**¿Qué distancia puede recorrer un ciclista en 2.5 h a lo largo de un camino recto, si su velocidad promedio es de 18 km/h?**

PLANTEAMIENTO Se requiere encontrar la distancia recorrida, de manera que se despeja $\Delta x$ de la ecuación 2.2.

SOLUCIÓN Reescribimos la ecuación 2-2 como $\Delta x = \bar{v}\Delta t$, y encontramos

$$\Delta x = \bar{v} \, \Delta t = (18\,\text{km/h})(2.5\,\text{h}) = 45\,\text{km}.$$

# Velocidad promedio

EJERCICIO Un automóvil viaja a una rapidez constante de 50 km/h durante 100 km. Luego acelera a 100 km/h y recorre otros 100 km.

**¿Cuál es la rapidez promedio de su viaje de 200 km?**

a) 67 km/h;

b) 75 km/h;

c) 81 km/h;

d) 50 km/h.

# Velocidad promedio

EJERCICIO Un automóvil viaja a una rapidez constante de 50 km/h durante 100 km. Luego acelera a 100 km/h y recorre otros 100 km.

**¿Cuál es la rapidez promedio de su viaje de 200 km?**

a) 67 km/h;

b) 75 km/h;

c) 81 km/h;

d) 50 km/h.

$$rapidez promedio = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{200 km}{3h} = 66.6 \frac{km}{h}$$

# Velocidad instantánea

Si usted conduce un automóvil a lo largo de un camino recto de 150 km en 2.0 h, la magnitud de su velocidad promedio es de 75 km/h. Sin embargo, es improbable que se haya desplazado precisamente a 75 km/h en cada instante. Para describir esta situación, necesitamos el concepto de ***velocidad instantánea***, que es **la velocidad en cualquier instante de tiempo.**

Con más precisión, la **velocidad instantánea en cualquier momento se define como *la velocidad promedio durante un intervalo de tiempo infinitesimalmente corto*.**

Es decir, la ecuación 2-2 debe ser evaluada en el límite en que $\Delta t$ tiende a un valor sumamente pequeño, que tiende a cero. Podemos escribir la definición de la velocidad instantánea v, para un movimiento unidimensional, como

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}. \qquad \textbf{(2–3)}$$


**FIGURA 2–8** Velocímetro de un automóvil que muestra las mi/h en números grandes, y los km/h en números pequeños.

# Velocidad instantánea

La notación $lim_{\Delta t \to 0}$ **significa que la razón $\Delta x / \Delta t$ debe evaluarse en el límite cuando $\Delta t$ tiende a cero**. Sin embargo, no podemos tomar simplemente $\Delta t = 0$ en esta definición, pues entonces $\Delta$x también sería cero y tendríamos un número indefinido. Más bien, consideramos la *razón* $\Delta x / \Delta t$ como un todo. Cuando hacemos que $\Delta t$ tienda a cero, $\Delta x$ también tiende a cero; pero la razón $\Delta x / \Delta t$ tiende a un valor bien definido, que es la velocidad instantánea en un instante dado.

En la ecuación 2-3 el límite cuando $\Delta t \to 0$ se escribe en notación del cálculo como ***dx/dt* y se llama la *derivada* de *x* con respecto a *t*:**

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}. \qquad \textbf{(2–4)}}$$

Esta ecuación es la definición de velocidad instantánea para el movimiento unidimensional.

# Velocidad instantánea

Para la velocidad instantánea usamos el símbolo $\mathbf{v}$, mientras que para la velocidad promedio usamos $\bar{v}$, con una barra.

Cuando mencionemos el término **“velocidad”, nos referiremos a la velocidad instantánea.**

Cuando queramos hablar de la **velocidad promedio,** haremos esto más claro incluyendo la palabra “promedio”.

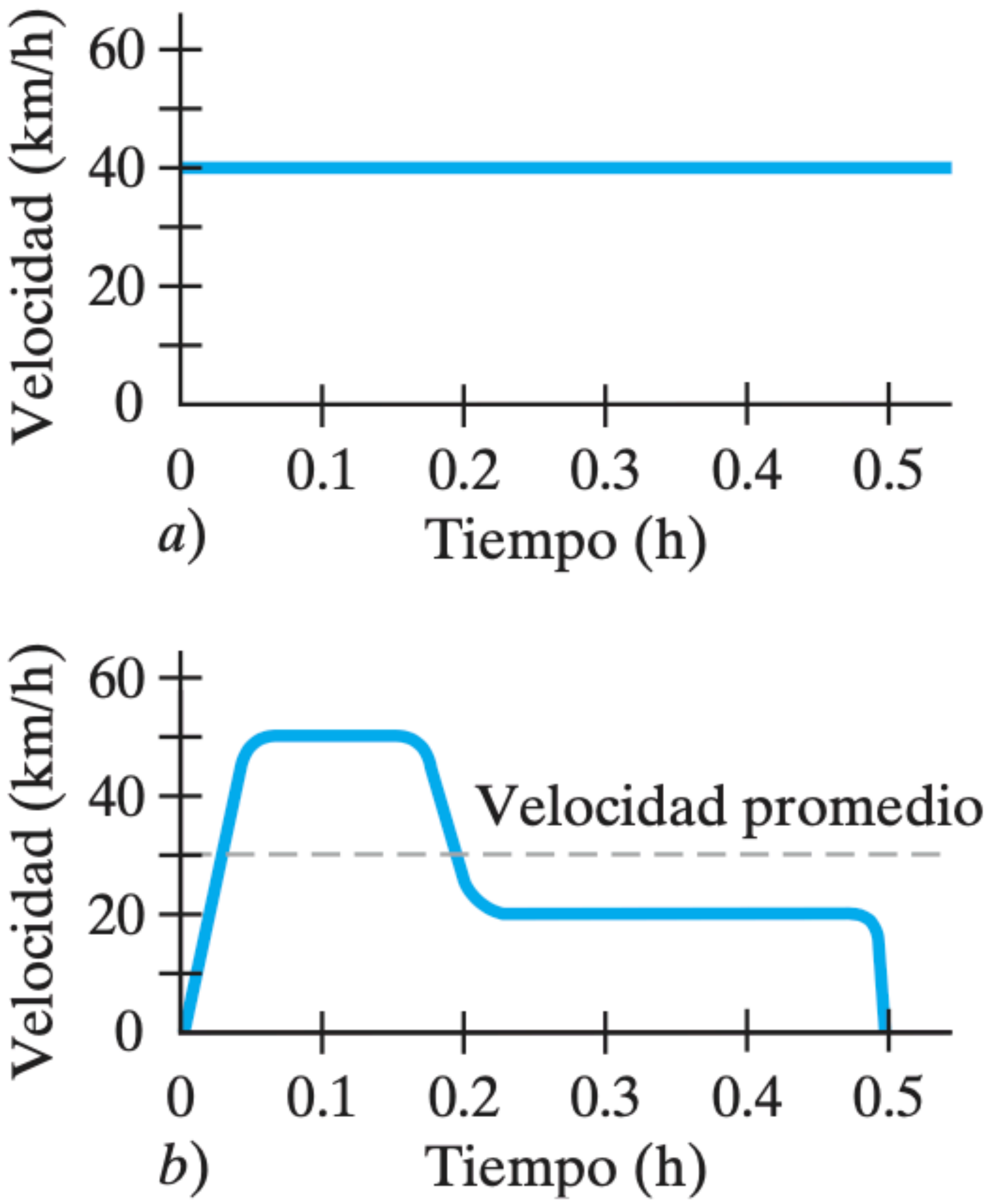
# Velocidad instantánea

**Si un objeto se mueve con velocidad uniforme** (es decir, con velocidad constante) durante un intervalo de tiempo específico, **su velocidad instantánea en cualquier instante es la misma que su velocidad promedio** (véase la figura 2-9a).

Pero en muchas situaciones éste no es el caso. Por ejemplo, un automóvil puede partir del reposo, aumentar la velocidad hasta 50 km/h, permanecer a esta velocidad durante cierto tiempo, luego disminuirla a 20 km/h en un congestionamiento de tránsito y, finalmente, detenerse en su destino después de haber recorrido un total de 15 km en 30 minutos.

Este viaje se muestra en la **gráfica** de la figura 2-9b. Sobre la gráfica se indica también la velocidad promedio (línea punteada), que es $\bar{v} = \Delta x/\Delta t = 15 \text{ km}/0.50 \text{ h} = 30 \text{ km/h}$.

**FIGURA 2–9** Velocidad de un automóvil en función del tiempo: *a*) con velocidad constante; *b*) con velocidad variable.



# Velocidad instantánea

Para entender mejor la velocidad instantánea, consideremos la **gráfica de la posición de una partícula específica** como función del tiempo ($x$ versus $t$), como se muestra en la figura 2-10. La partícula está en la posición $x1$ en el tiempo $t1$, y en la posición $x2$ en el tiempo $t2$. P1 y P2 representan esos dos puntos sobre la gráfica.

Una línea recta dibujada del punto P1($x1$, $t1$) al punto P2($x2$, $t2$) forma la **hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son $\Delta x$ y $\Delta t$.** La razón $\Delta x/\Delta t$ es la **pendiente** de la línea recta P1P2. Pero **$\Delta x/\Delta t$ es también la velocidad promedio** de la partícula durante el intervalo de tiempo $\Delta t = t2 - t1$.

Por lo tanto, concluimos que **la velocidad promedio de una partícula durante cualquier intervalo de tiempo $\Delta t = t2 - t1$ es igual a la pendiente de la línea recta** (o *cuerda*) **que conecta los dos puntos ($x1$, $t1$) y ($x2$, $t2$) sobre una gráfica de *x versus t*.**

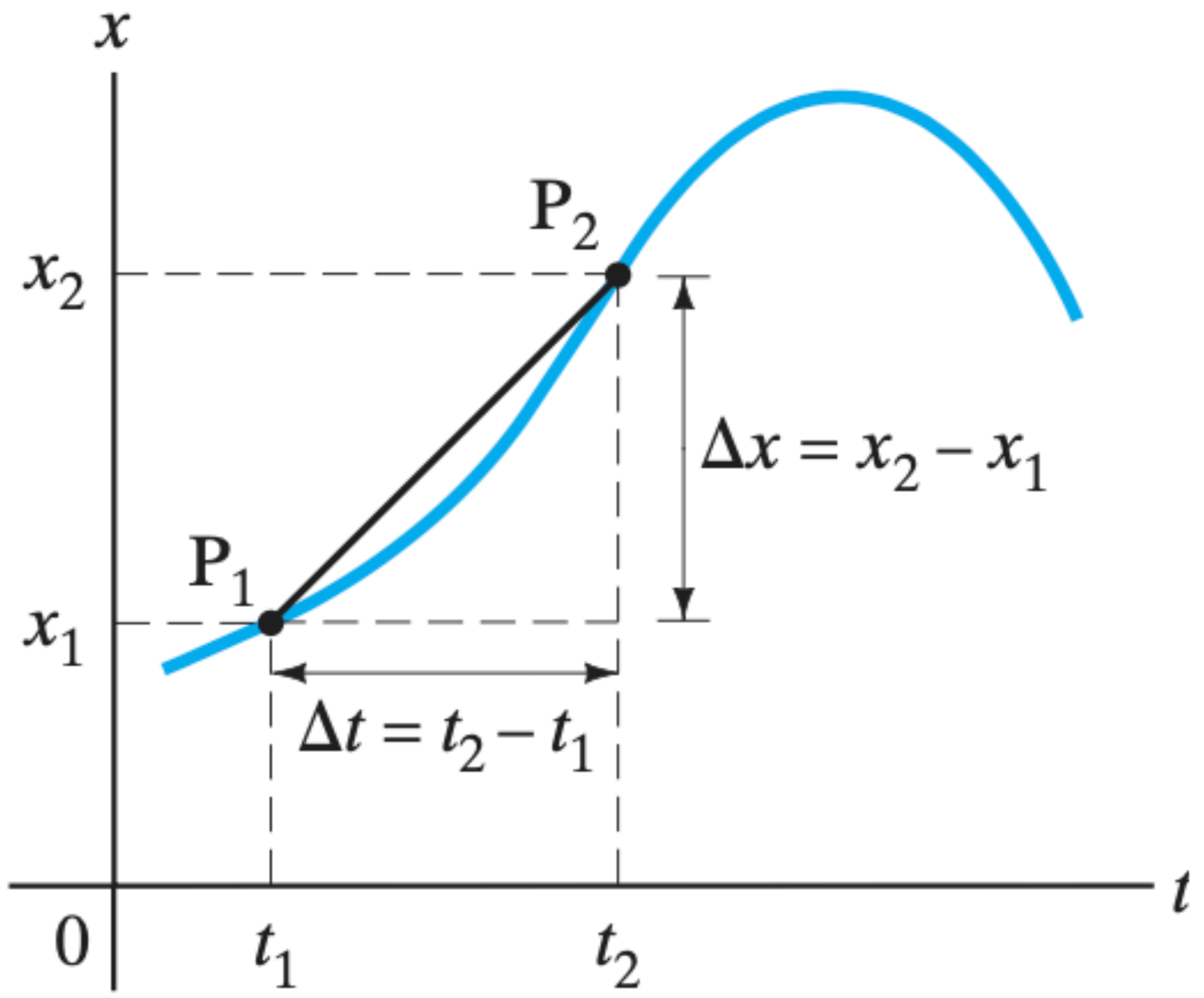



**FIGURA 2–10** Gráfica de la posición $x$ de una partícula versus el tiempo $t$. La pendiente de la línea recta $P_1P_2$ representa la velocidad promedio de la partícula durante el intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$.

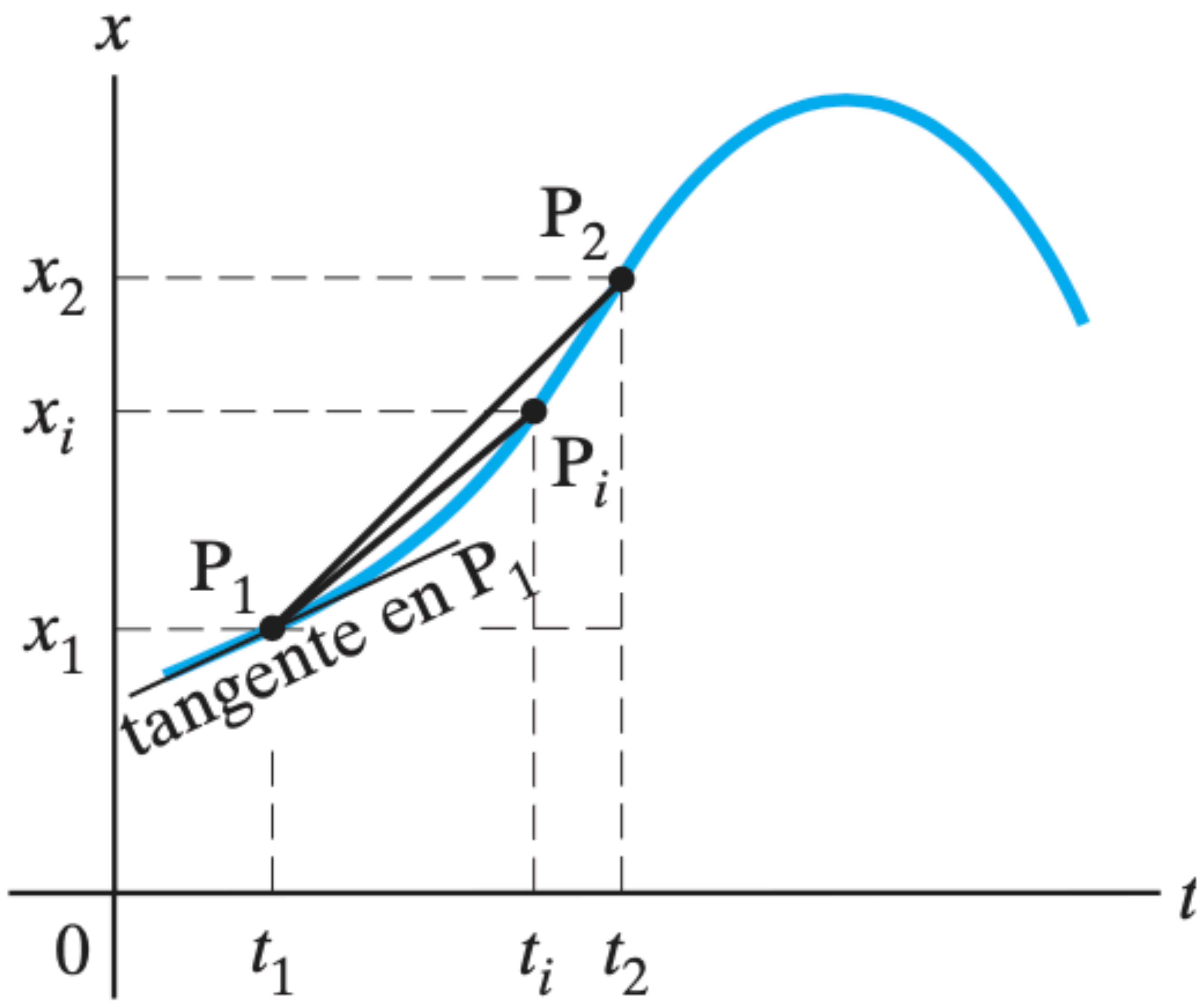
# Velocidad instantánea

Considere ahora un tiempo $t_i$, intermedio entre $t_1$ y $t_2$, en el que la partícula está en $x_i$ (figura 2-11). La pendiente de la línea recta $P_1P_i$ es menor que la pendiente de $P_1P_2$ del caso anterior. Así, la velocidad promedio durante el intervalo de tiempo $t_i$ - $t_1$ es menor que durante el intervalo de tiempo $t_2$ - $t_1$.

Imaginemos ahora que **tomamos el punto $P_i$ en la figura 2-11 cada vez más cercano al punto $P_1$**. Hacemos que el intervalo $t_i$ - $t_1$, que ahora llamamos $\Delta t$, se vuelva cada vez más pequeño. La pendiente de la línea que conecta los dos puntos se vuelve cada vez más cercana a la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto $P_1$.

**La velocidad promedio, por lo tanto, tiende a la pendiente de la tangente en el punto $P_1$**. La definición de la velocidad instantánea es el valor límite de la velocidad promedio cuando $\Delta t$ tiende a cero. Entonces, la ***velocidad instantánea es igual a la pendiente de la recta tangente a la curva*** en ese punto (lo que simplemente llamamos "la pendiente de la curva" en ese punto).

**FIGURA 2–11** Misma curva posición versus tiempo que en la figura 2-10, pero advierta que la velocidad promedio sobre el intervalo de tiempo $t_i - t_1$ (que es la pendiente de $P_1P_i$) es menor que la velocidad promedio sobre el intervalo de tiempo $t_2 - t_1$. La pendiente de la línea delgada tangente a la curva en el punto $P_1$, es igual a la velocidad instantánea en el tiempo $t_1$.



# Velocidad instantánea

Como la velocidad en cualquier instante es igual a la pendiente de la tangente a la gráfica de *x* versus *t* en ese instante, podemos obtener la velocidad en cualquier instante con una gráfica así.

Por ejemplo, en la figura 2-12 (que muestra la misma curva de las figuras 2-10 y 2-11), cuando nuestro objeto se mueve de $x1$ a $x2$, la pendiente crece continuamente, por lo que la velocidad está aumentando. Sin embargo, para tiempos posteriores a $t2$, la pendiente empieza a disminuir hasta que alcanza el valor cero (v = 0) cuando *x* tiene su valor máximo, en el punto P3 de la figura 2-12. Más allá de este punto, **la pendiente es negativa, como en el punto P4.** Por lo tanto, **la velocidad es negativa**, lo cual tiene sentido dado que *x* está ahora disminuyendo: la partícula se está moviendo hacia valores decrecientes de *x*, hacia el origen a lo largo del eje *xy*.

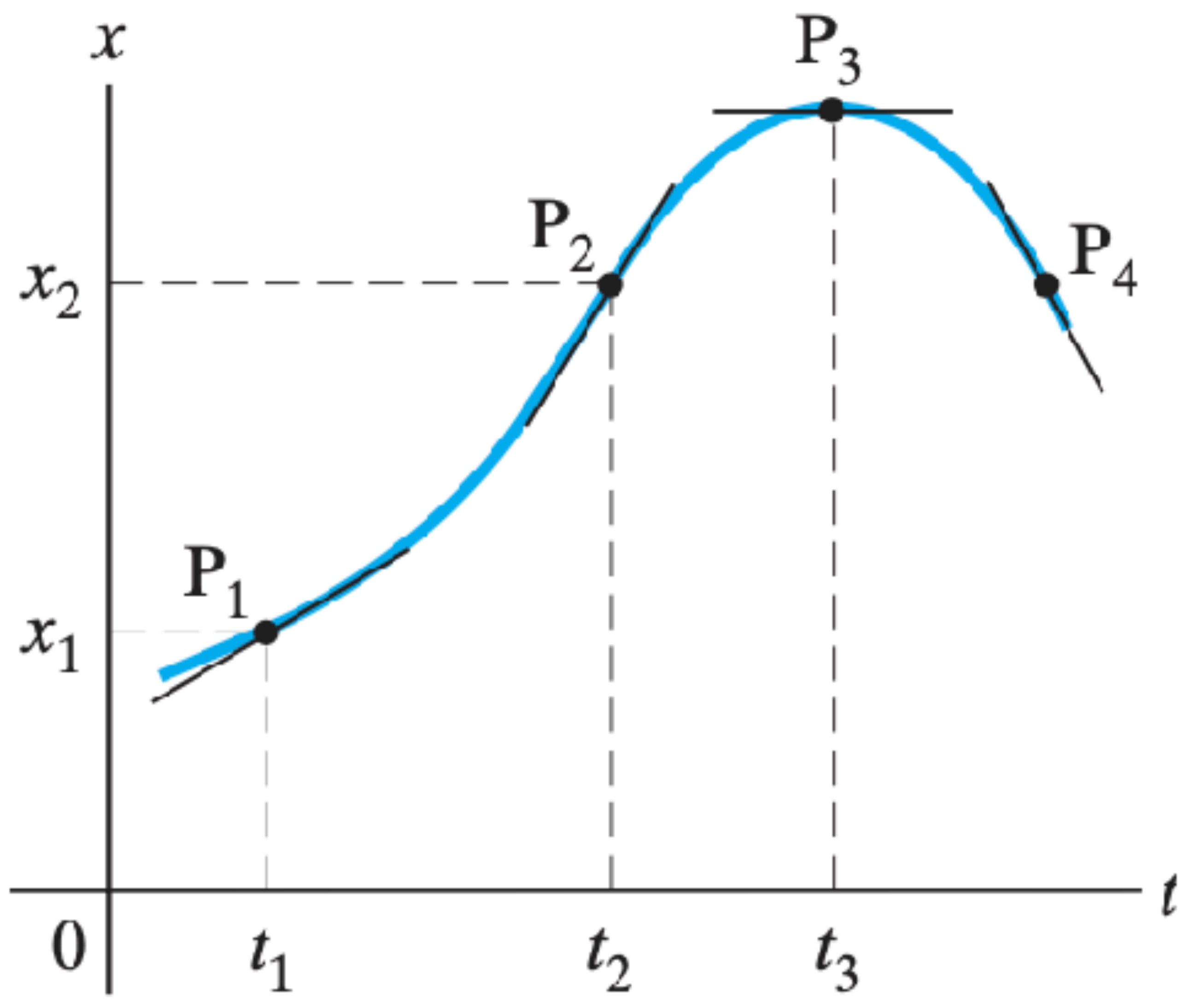



**FIGURA 2–12** Misma curva *x versus t* que en las figuras 2-10 y 2-11, pero aquí se muestra la pendiente en cuatro instantes diferentes. En $P_3$ la pendiente es cero, por lo que $v = 0$. En $P_4$ la pendiente es negativa, así que $v < 0$.

# Velocidad instantánea

**Si un objeto se mueve con velocidad constante durante un intervalo de tiempo particular, su velocidad instantánea será igual a su velocidad promedio. La gráfica de *x* versus *t* en este caso será una línea recta cuya pendiente es igual a la velocidad.**

La curva de la figura 2-10 no tiene secciones rectas, por lo que no hay intervalos de tiempo para los que la velocidad es constante.

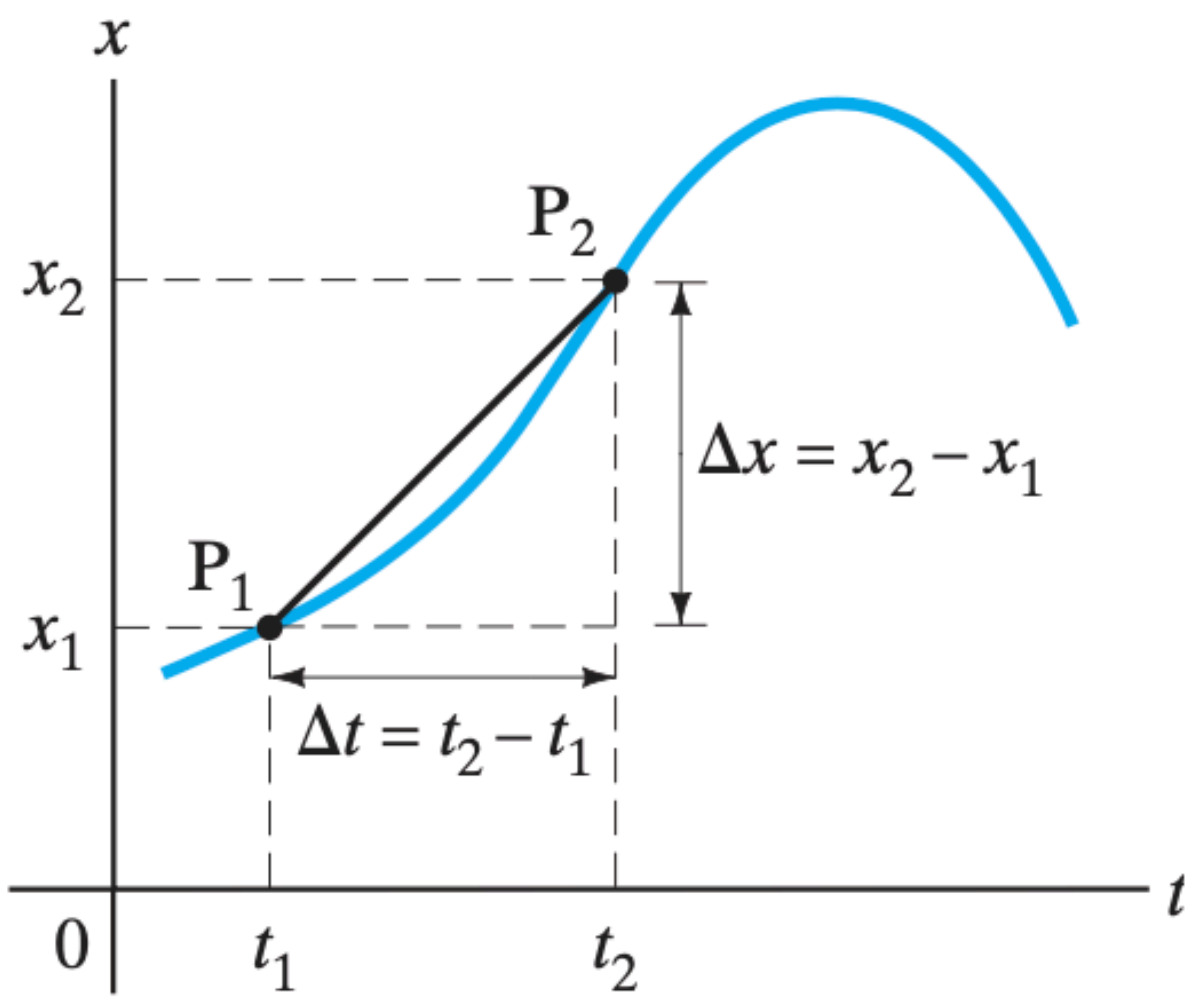



**FIGURA 2–10** Gráfica de la posición $x$ de una partícula versus el tiempo $t$. La pendiente de la línea recta $P_1P_2$ representa la velocidad promedio de la partícula durante el intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$.

# Velocidad instantánea

**¿Cuál es su rapidez en el instante en que usted se da la vuelta para moverse en sentido contrario?**

a) Depende de qué tan rápido se dé la vuelta;

b) siempre es cero;

c) siempre es negativa;

d) ninguna de las anteriores.

# Velocidad instantánea

**¿Cuál es su rapidez en el instante en que usted se da la vuelta para moverse en sentido contrario?**

a) Depende de qué tan rápido se dé la vuelta;

**b) siempre es cero;**

c) siempre es negativa;

d) ninguna de las anteriores.

# Velocidad instantánea

Las derivadas de varias funciones se estudian en cursos de cálculo, y en el libro se incluye un resumen en el Apéndice B.

Las derivadas de funciones polinomiales (que utilizamos con mucha frecuencia) son:

$$\boxed{\frac{d}{dt}(Ct^n) = nCt^{n-1} \quad \text{y} \quad \frac{dC}{dt} = 0,}$$

donde $C$ es una constante.

# Velocidad instantánea

**Ejemplo:** Dada ***x*** como función de ***t***. Un motor de propulsión a chorro se mueve a lo largo de una pista experimental (que llamamos el eje $x$) como se muestra en la figura 2-13a. Trataremos al motor como si fuera una partícula. Su posición en función del tiempo está dada por la ecuación $x = At^2 + B$, donde $A = 2.10\ \mathrm{m/s^2}$ y $B = 2.80$ m; esta ecuación se grafica en la figura 2-13b.

a) Determine el desplazamiento del motor durante el intervalo de tiempo de $t1 = 3.00$ s a $t2 = 5.00$ s.

b) Determine la velocidad promedio durante este intervalo de tiempo.

c) Determine la magnitud de la velocidad instantánea en $t = 5.00$ s.

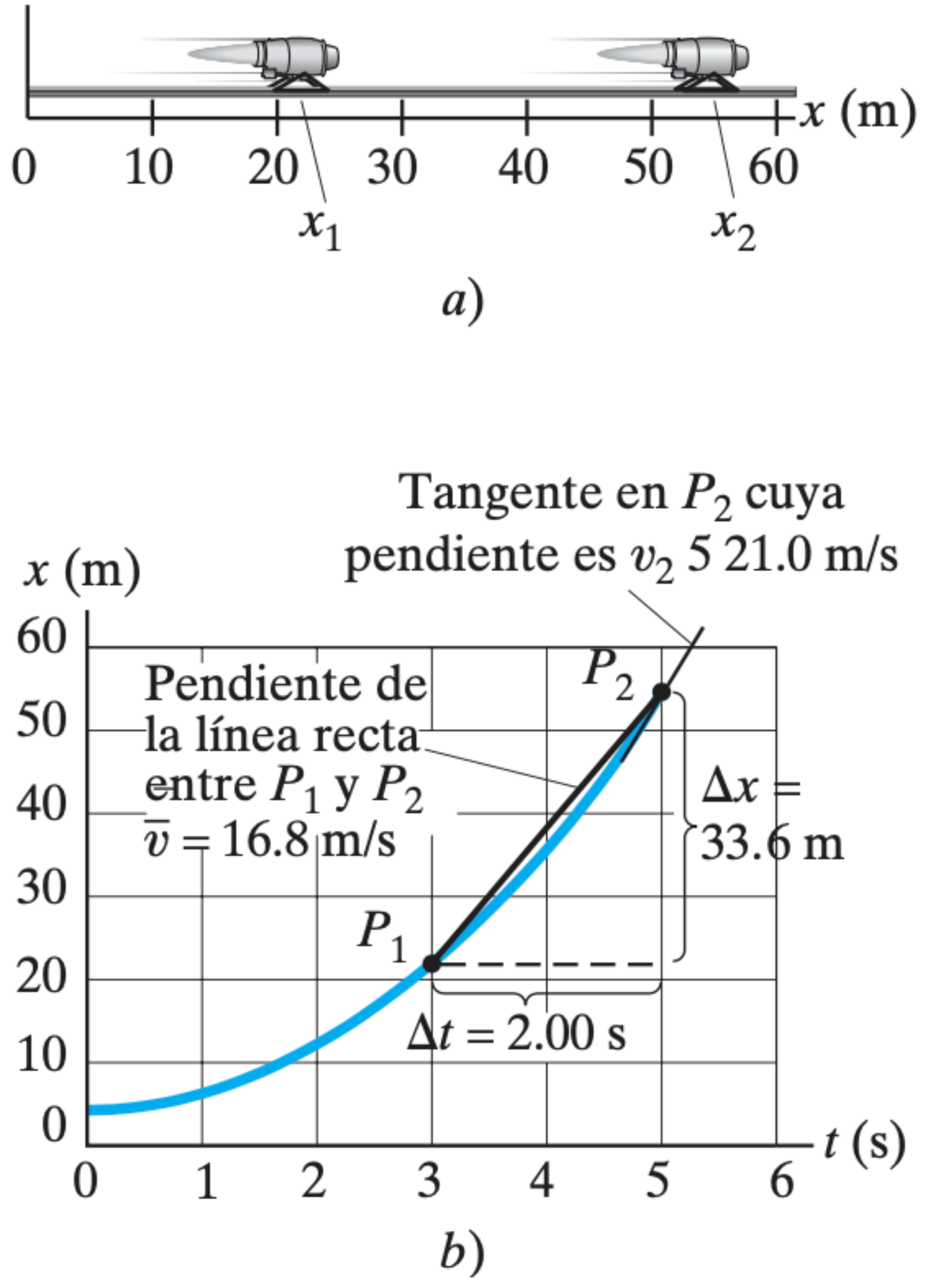



**FIGURA 2–13** Ejemplo 2–3.
*a*) Un motor de propulsión a chorro que viaja sobre una pista recta. *b*) Gráfica de $x$ versus $t$: $x = At^2 + b$.

# Velocidad instantánea

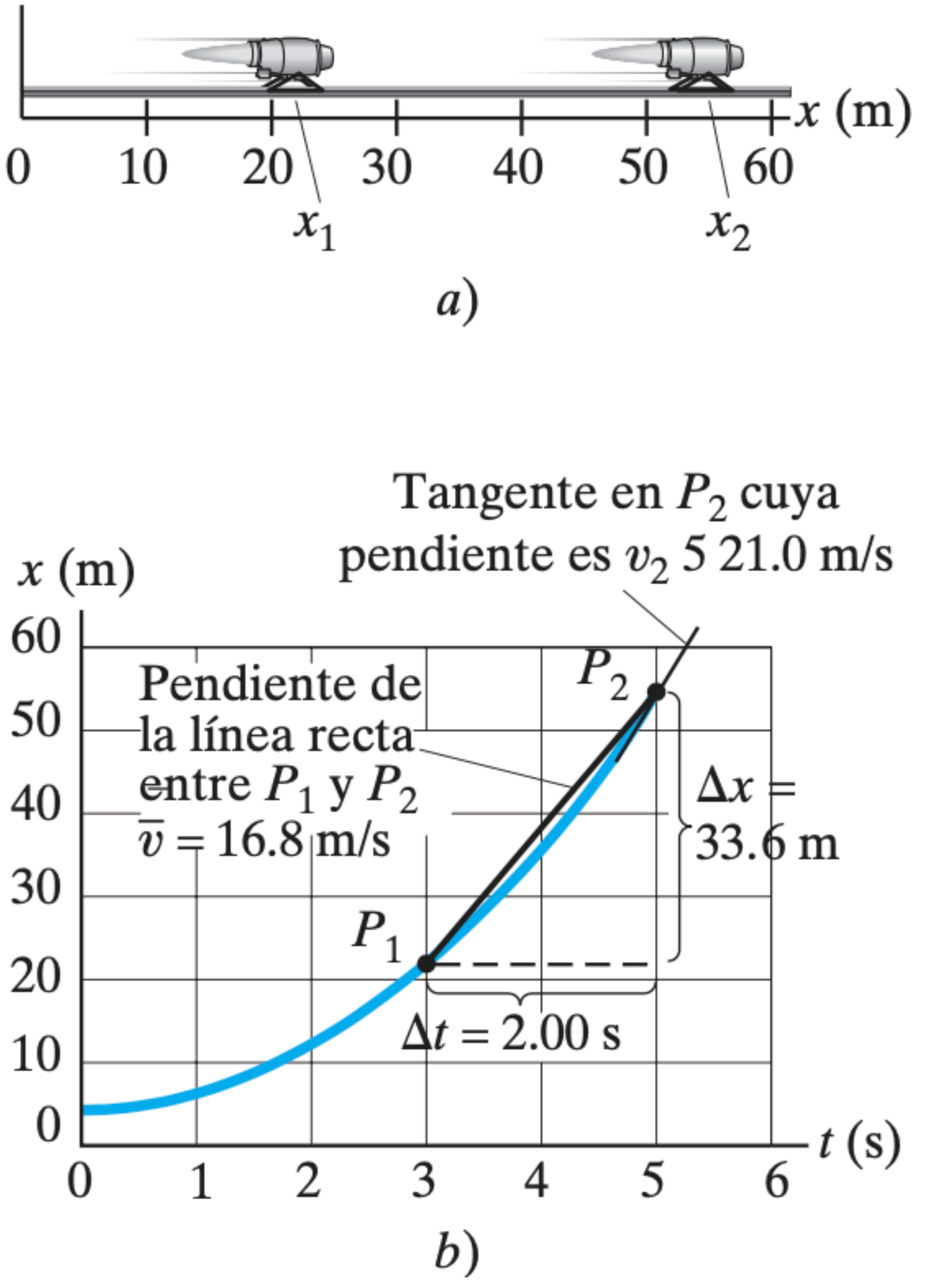



**FIGURA 2–13** Ejemplo 2–3.
*a*) Un motor de propulsión a chorro que viaja sobre una pista recta. *b*) Gráfica de $x$ versus $t$: $x = At^2 + b$.

PLANTEAMIENTO

Sustituimos los valores para $t1$ y $t2$ en la ecuación dada para $x$ pa- ra obtener $x1$ y $x2$. La velocidad promedio se encuentra usando la ecuación 2-2.

Tomamos la derivada respecto del tiempo de la $x$ dada como función de $t$ para encontrar la velocidad instantánea, usando las fórmulas dadas arriba.

# Velocidad instantánea

SOLUCIÓN *a*) En $t_1$ = 3.00 s, la posición (punto P1 en la figura 2-13b) es

$$x_1 = At_1^2 + B = (2.10\,\mathrm{m/s^2})(3.00\,\mathrm{s})^2 + 2.80\,\mathrm{m} = 21.7\,\mathrm{m}.$$

En $t_2$ = 5.00 s, la posición (P2 en la figura 2-13b) es

$$x_2 = (2.10\,\mathrm{m/s^2})(5.00\,\mathrm{s})^2 + 2.80\,\mathrm{m} = 55.3\,\mathrm{m}.$$

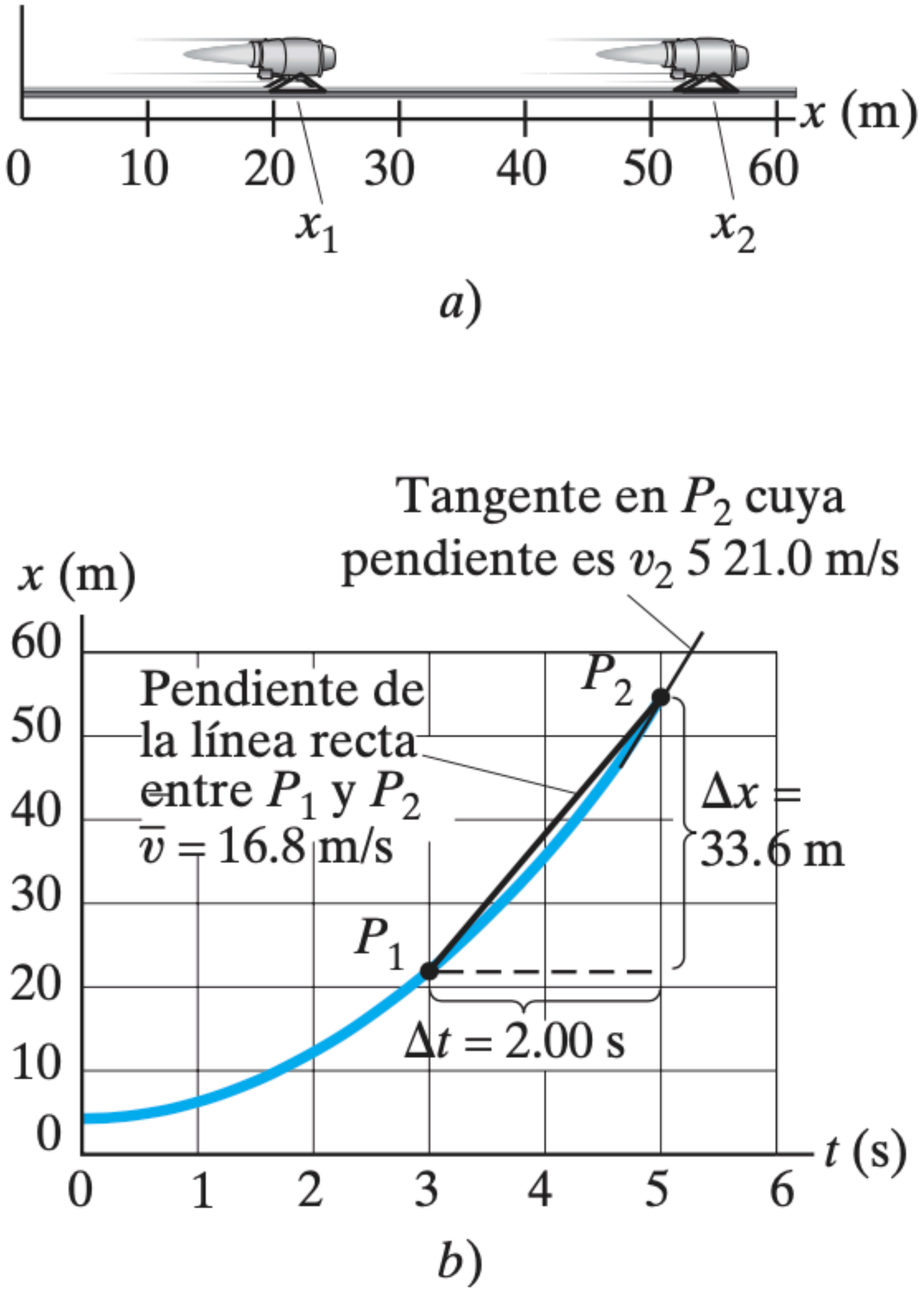



**FIGURA 2–13** Ejemplo 2–3. *a*) Un motor de propulsión a chorro que viaja sobre una pista recta. *b*) Gráfica de $x$ versus $t$: $x = At^2 + b$.

# Velocidad instantánea

SOLUCIÓN *b*) La magnitud de la velocidad promedio se calcula como

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{33.6\,\text{m}}{2.00\,\text{s}} = 16.8\,\text{m/s}.$$

Esto es igual a la pendiente de la línea recta que une los puntos P1 y P2 que se muestran en la figura 2-13b.

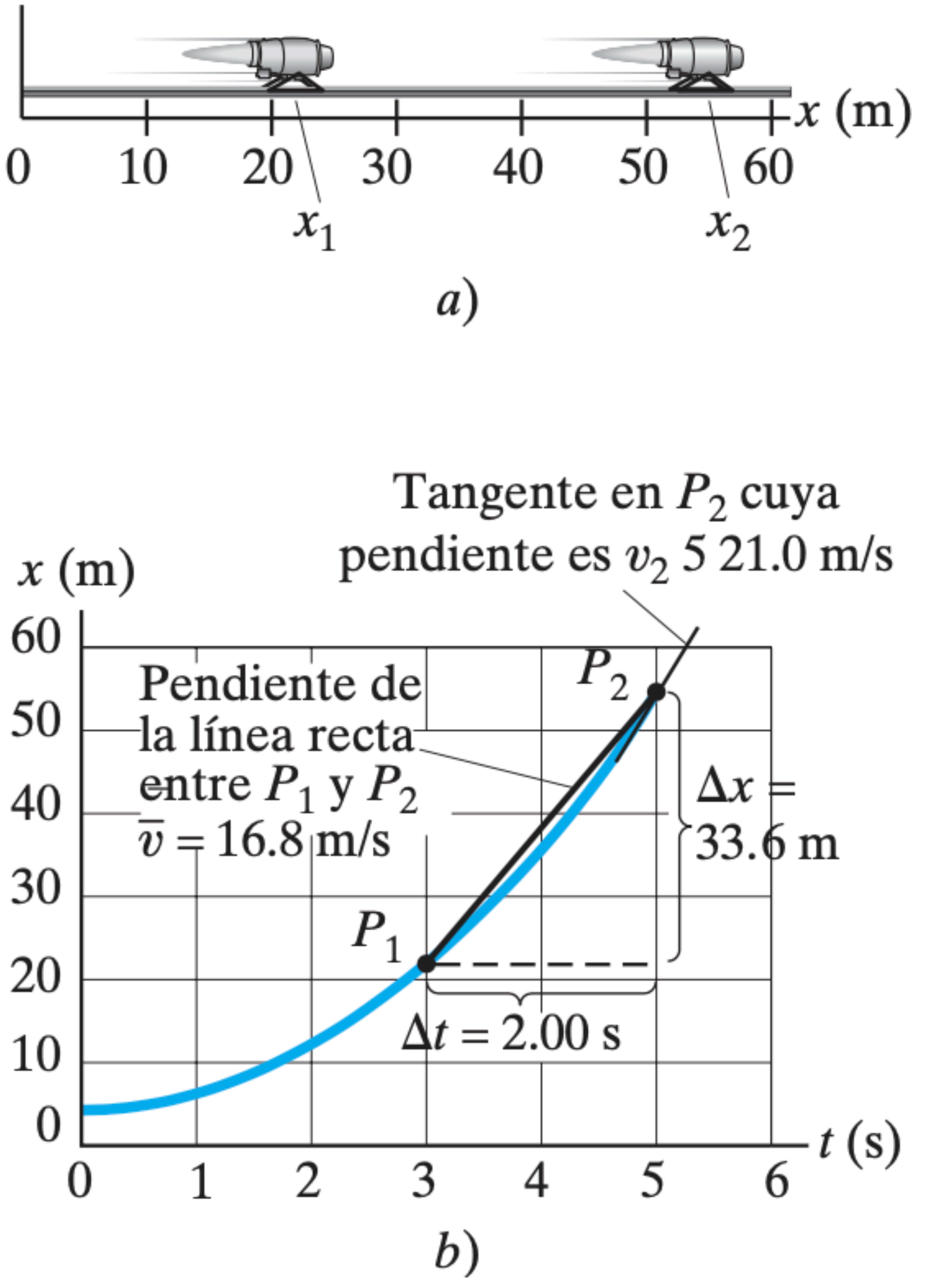



**FIGURA 2–13** Ejemplo 2–3. *a*) Un motor de propulsión a chorro que viaja sobre una pista recta. *b*) Gráfica de *x* versus *t*: $x = At^2 + b$.

# Velocidad instantánea

*c*) La velocidad instantánea en $t = t2 = 5.00$ s es igual a la pendiente de la tangente a la curva en el punto P2 de la figura 2-13b; podríamos medir esta pendiente en la gráfica para obtener $v2$. Pero **calculamos $v$ más precisamente para cualquier tiempo $t$, usando la ecuación dada**

$$x = At^2 + B,$$

que es la posición $x$ del motor como función del tiempo $t$. **Tomamos la derivada de $x$ con respecto al tiempo**:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(At^2 + B\right) = 2At.$$

Se nos da $A = 2.10$ m/s2, por lo que para $t = t2 = 5.00$ s,

$$v_2 = 2At = 2\left(2.10\,\mathrm{m/s^2}\right)(5.00\,\mathrm{s}) = 21.0\,\mathrm{m/s}.$$

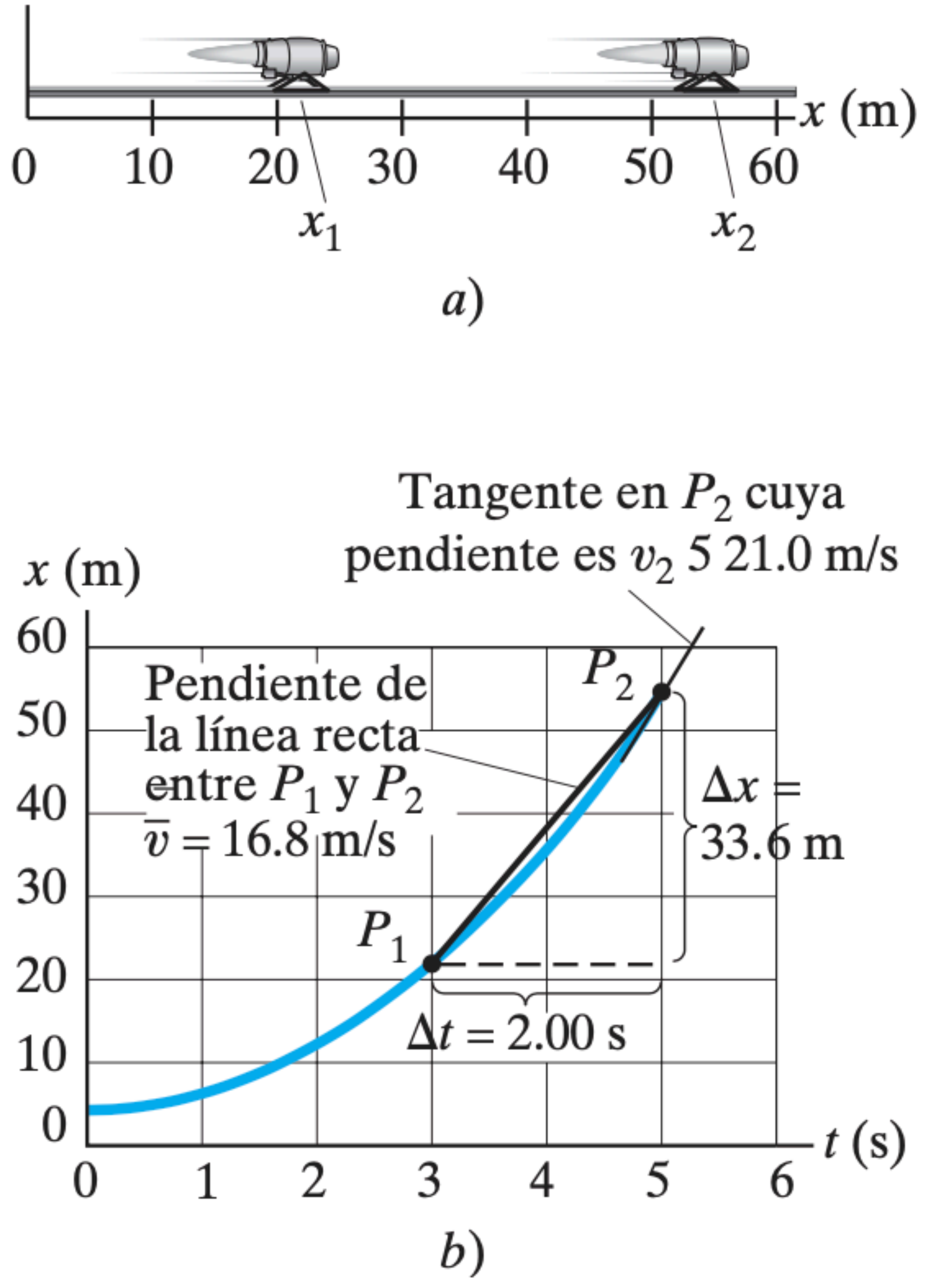



**FIGURA 2–13** Ejemplo 2–3.
*a*) Un motor de propulsión a chorro que viaja sobre una pista recta. *b*) Gráfica de $x$ versus $t$: $x = At^2 + b$.

# Aceleración

Se dice que un objeto cuya velocidad cambia está sometido a aceleración. Por ejemplo, un automóvil cuya velocidad crece en magnitud de cero a 80 km/h está acelerando. **La aceleración especifica qué tan rápidamente está cambiando la velocidad del objeto.**

La **aceleración promedio** se define como el cambio en la velocidad dividido entre el tiempo que toma efectuar este cambio:

$$\boxed{\text{aceleración promedio} = \frac{\text{cambio de velociad}}{\text{tiempo transcurrido}}.}$$

En símbolos, la aceleración promedio, en un intervalo de tiempo $\Delta t = t2 - t1$ durante el cual la velocidad cambia en $\Delta v = v2 - v1$, se define como

$$\boxed{\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}.}$$

**Como la velocidad es un vector, la aceleración también es un vector**; pero para el movimiento unidimensional, basta usar un solo signo de más o de menos para indicar el sentido de la aceleración respecto de un sistema coordenado dado.

# Aceleración

**Ejemplo:** Aceleración promedio. Un automóvil acelera a lo largo de un camino recto, desde el reposo hasta 90 km/h en 5.0 s (figura 2-14).

**¿Cuál es la magnitud de su aceleración promedio?**

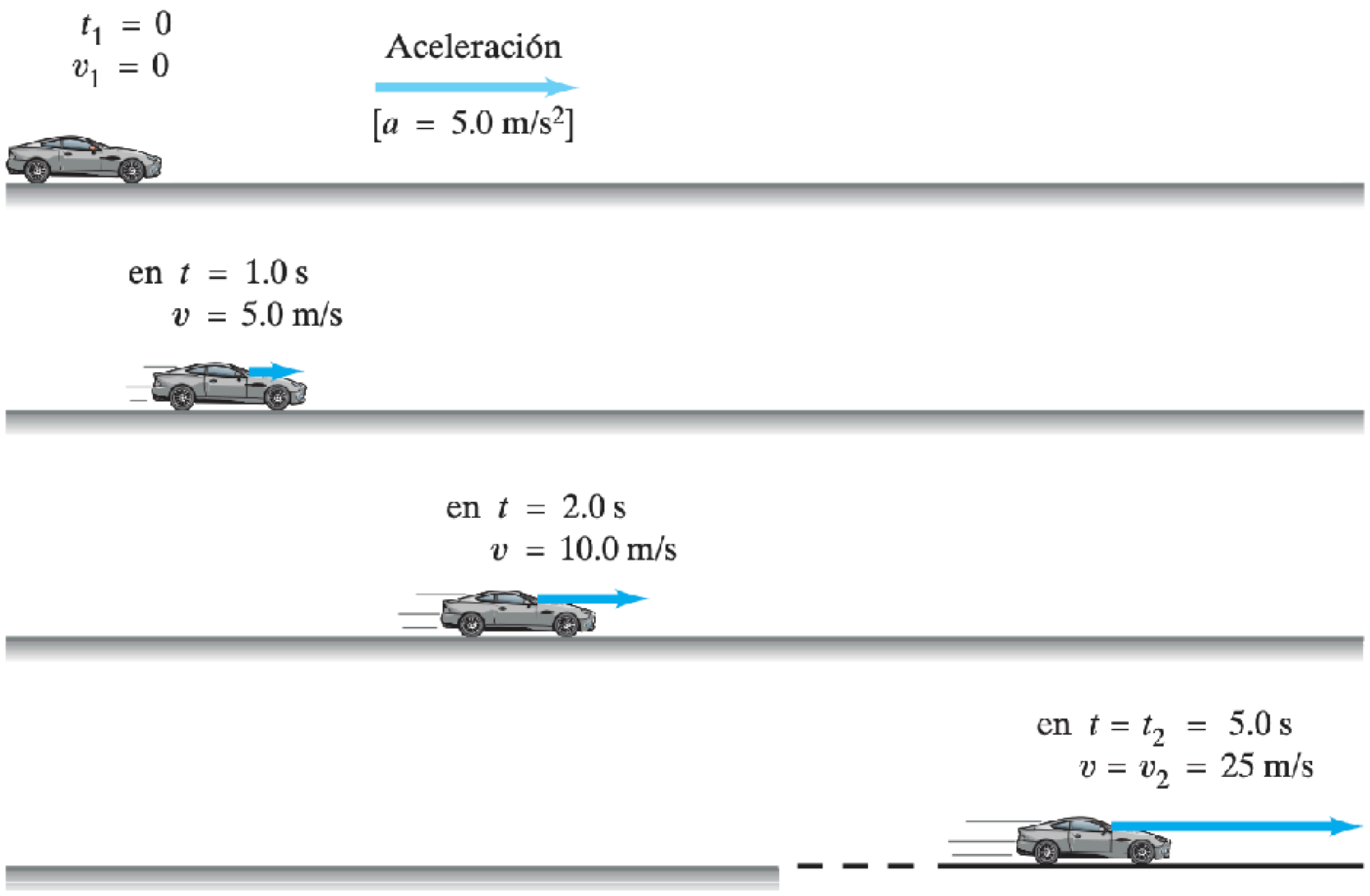



**FIGURA 2–14** Ejemplo 2-4. El automóvil se muestra al inicio con $v_1 = 0$ en $t_1 = 0$. El auto se muestra tres veces más, en $t = 1.0$ s, en $t = 2.0$ s y, al final de nuestro intervalo de tiempo, en $t_2 = 5.0$ s. Suponemos que la aceleración es constante e igual a $5.0 \text{ m/s}^2$. Las flechas anaranjadas representan los vectores velocidad; la longitud de cada flecha representa la magnitud de la velocidad en ese momento. El vector aceleración es la flecha gris. Las distancias no están dibujadas a escala.

# Aceleración

**Ejemplo:** Aceleración promedio. Un automóvil acelera a lo largo de un ca- mino recto, desde el reposo hasta 90 km/h en 5.0 s (figura 2-14).

**¿Cuál es la magnitud de su aceleración promedio?**

PLANTEAMIENTO La aceleración promedio es el cambio en la velocidad dividido entre el tiempo transcurrido, 5.0 s. El automóvil parte del reposo, por lo que v1 = 0. La velocidad final es v2 = 90km/h = 90 $\times 10^3$ m/3600s = 25m/s.

SOLUCIÓN De la ecuación 2-5, la aceleración promedio es

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{25\,\mathrm{m/s} - 0\,\mathrm{m/s}}{5.0\,\mathrm{s}} = 5.0\,\frac{\mathrm{m/s}}{\mathrm{s}}.$$

Esto se lee como “cinco metros por segundo por segundo” y significa que, **en promedio, la velocidad cambió 5.0 m/s en cada segundo.** Es decir, suponiendo que la aceleración fuera constante, durante el primer segundo la velocidad del automóvil aumentó de cero a 5.0 m/s. Durante el siguiente segundo su velocidad aumentó otros 5.0 m/s, alcanzando una velocidad de 10.0 m/s en $t$ = 2.0 s, y así sucesivamente.

# Aceleración

Las **unidades para aceleración** casi siempre se escriben como **$m/s^2$** (metros por segundo al cuadrado).

Note que *la aceleración nos indica qué tan rápido cambia la velocidad*, mientras que *la velocidad nos dice qué tan rápido cambia la posición*.

# Aceleración

**Ejemplo:** Velocidad y aceleración.

*a*)Si la velocidad de un objeto es cero, **¿significa esto que la aceleración es cero?**

*b*) Si la aceleración es cero, **¿significa esto que la velocidad es cero?**

Mencione algunos ejemplos.

# Aceleración

**Ejemplo:** Velocidad y aceleración.

*a*)Si la velocidad de un objeto es cero, **¿significa esto que la aceleración es cero?**

*b*) Si la aceleración es cero, **¿significa esto que la velocidad es cero?**

Mencione algunos ejemplos.

**RESPUESTA** Si la velocidad es cero no significa necesariamente que la aceleración sea cero, ni una aceleración cero implica necesariamente que la velocidad sea cero.

a) Por ejemplo, cuando usted pisa el pedal del acelerador de su automóvil que está en repo- so, la velocidad comienza desde cero; pero la aceleración no es cero, ya que cambia la velocidad del automóvil. (¿De qué otra manera podría arrancar su automóvil si la velocidad no estuviera cambiando, esto es, si no acelerara?)

b) Si conduce su automóvil a lo largo de un camino recto a una velocidad constante de 100 km/h, su aceleración es cero: $a = 0$, pero $v \neq 0$.

# Aceleración

**Ejemplo:** EJERCICIO Se anuncia que un automóvil potente va desde cero hasta 60 mi/h en 6.0 s.

**¿Qué indica esto acerca del auto:**

*a*) que es rápido (alta rapidez); o

*b*) que acelera bien?

# Aceleración

**Ejemplo:** EJERCICIO Se anuncia que un automóvil potente va desde cero hasta 60 mi/h en 6.0 s.

**¿Qué indica esto acerca del auto:**

*a*) que es rápido (alta rapidez); o

***b*) que acelera bien**

# Aceleración

**Ejemplo:** Automóvil que desacelera.

Un automóvil se mueve hacia la derecha a lo largo de un camino recto, que llamamos el eje *x* positivo cuando el conductor aplica los frenos. Si la velocidad inicial (cuando el conductor acciona los frenos) es $v1 = 15.0$ m/s, y toma 5.0 s desacelerar a $v2 = 5.0$ m/s,

**¿cuál fue la aceleración promedio del automóvil?**

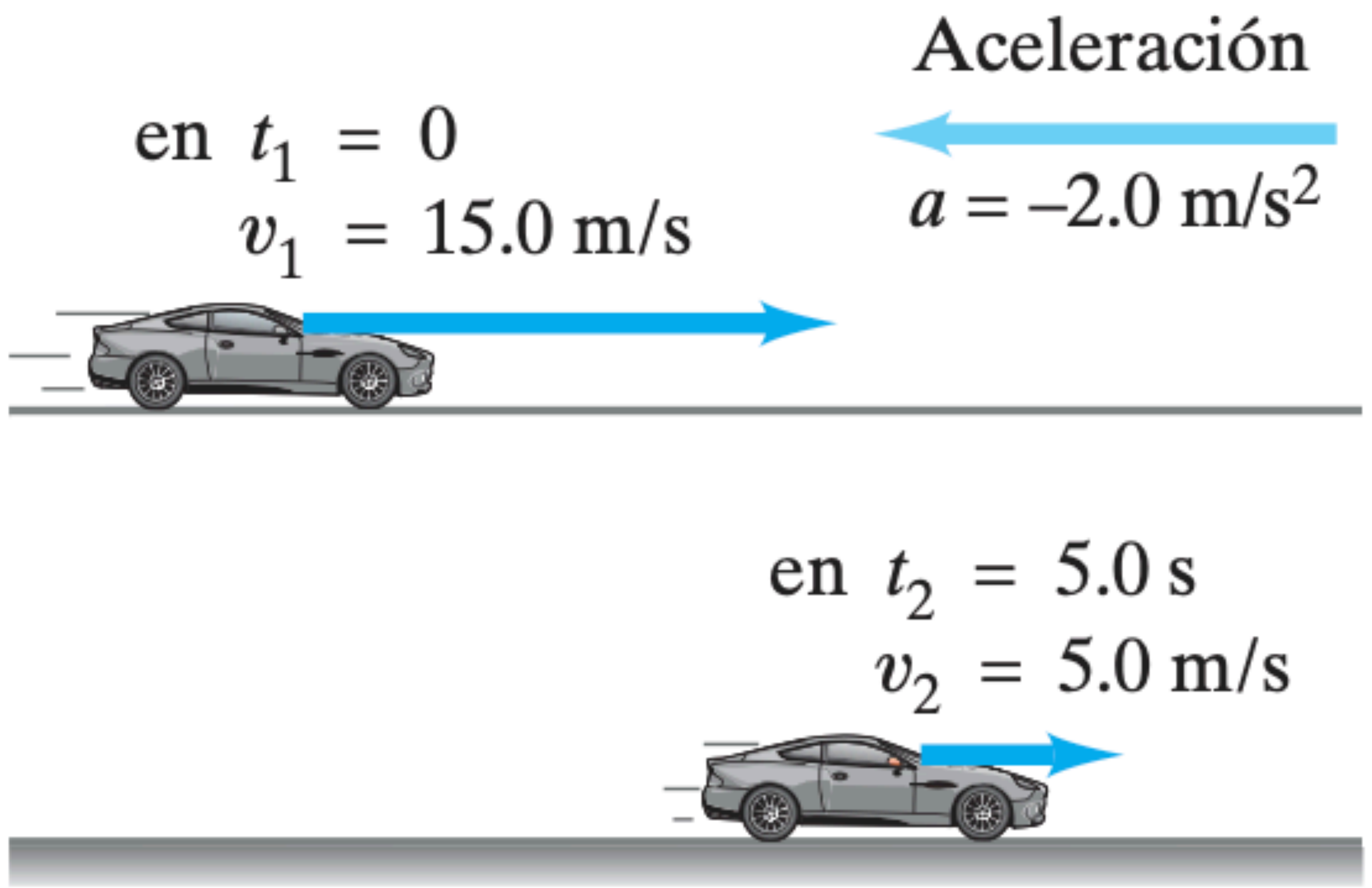



**FIGURA 2–15** Ejemplo 2-6. Se muestra la posición del automóvil en los instantes $t_1$ y $t_2$, así como la velocidad del automóvil representada por las flechas anaranjadas. El vector aceleración (flecha gris) señala hacia la izquierda, lo que significa que el auto frena mientras se mueve a la derecha.

# Aceleración

PLANTEAMIENTO Dada la velocidad inicial, la velocidad final y el tiempo transcurrido, usamos la ecuación 2-5 para calcular la aceleración promedio $\bar{a}$.

SOLUCIÓN Se emplea la ecuación 2-5, tomando el tiempo inicial $t1 = 0$; el tiempo final $t2 = 5.0$s.

(Note que elegir $t1 = 0$ no afecta el cálculo de $\bar{a}$ porque sólo $\Delta t = t2 - t1$ aparece en la ecuación). Entonces,

$$\bar{a} = \frac{5.0\,\mathrm{m/s} - 15.0\,\mathrm{m/s}}{5.0\,\mathrm{s}} = -2.0\,\mathrm{m/s^2}.$$

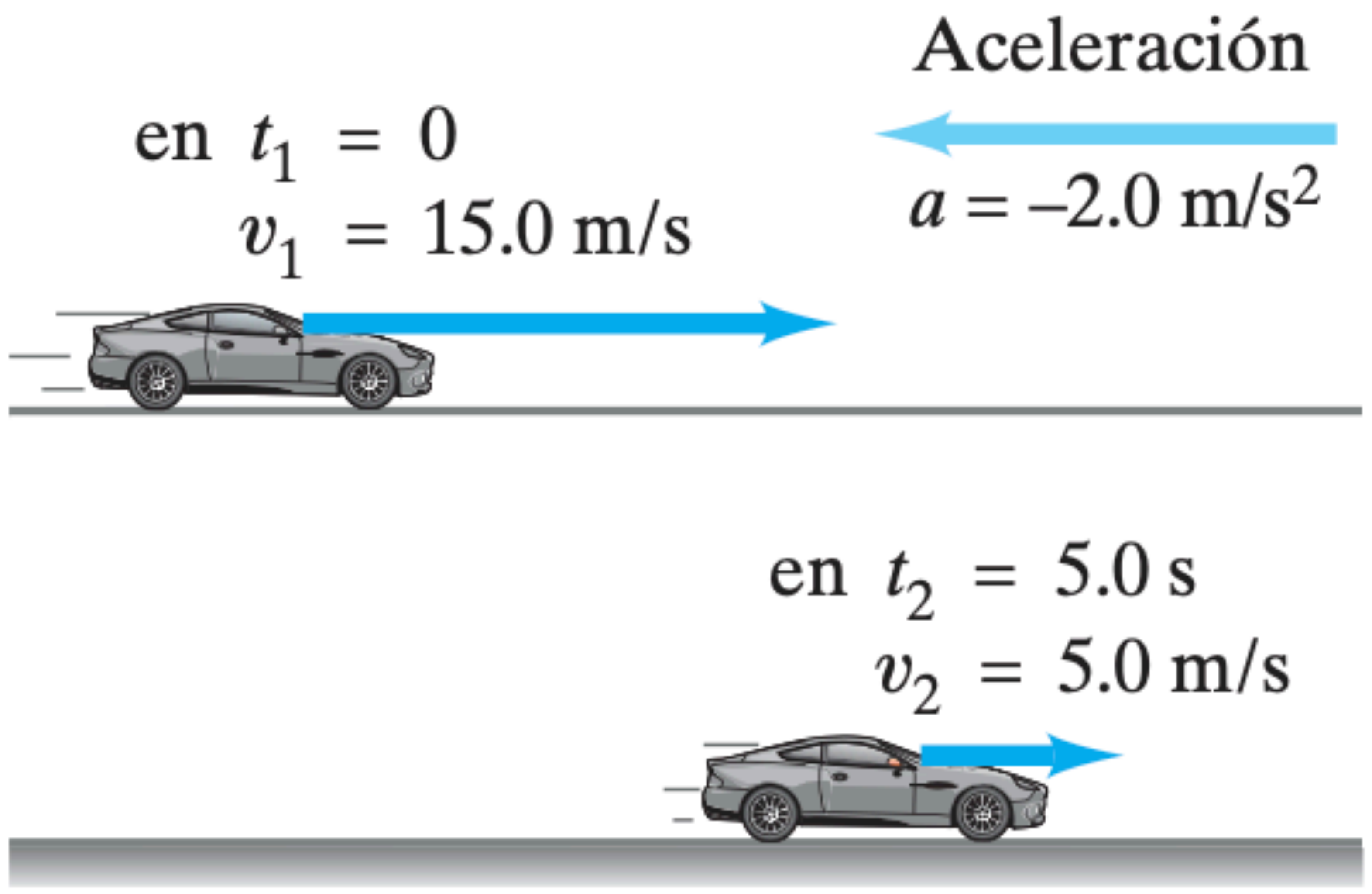



**FIGURA 2–15** Ejemplo 2-6. Se muestra la posición del automóvil en los instantes $t_1$ y $t_2$, así como la velocidad del automóvil representada por las flechas anaranjadas. El vector aceleración (flecha gris) señala hacia la izquierda, lo que significa que el auto frena mientras se mueve a la derecha.

El **signo negativo aparece porque la velocidad final es menor que la velocidad inicial**. En este caso, el sentido de la aceleración es hacia la izquierda (en el sentido *x* negativo), aun cuando la velocidad siempre apunta hacia la derecha. Podemos decir que la aceleración es de 2.0 m/s$^2$ hacia la izquierda.

# Desaceleración

Cuando un objeto está frenando, decimos que está **desacelerando**. Pero cuidado: la desaceleración *no* implica que la aceleración sea necesariamente negativa.

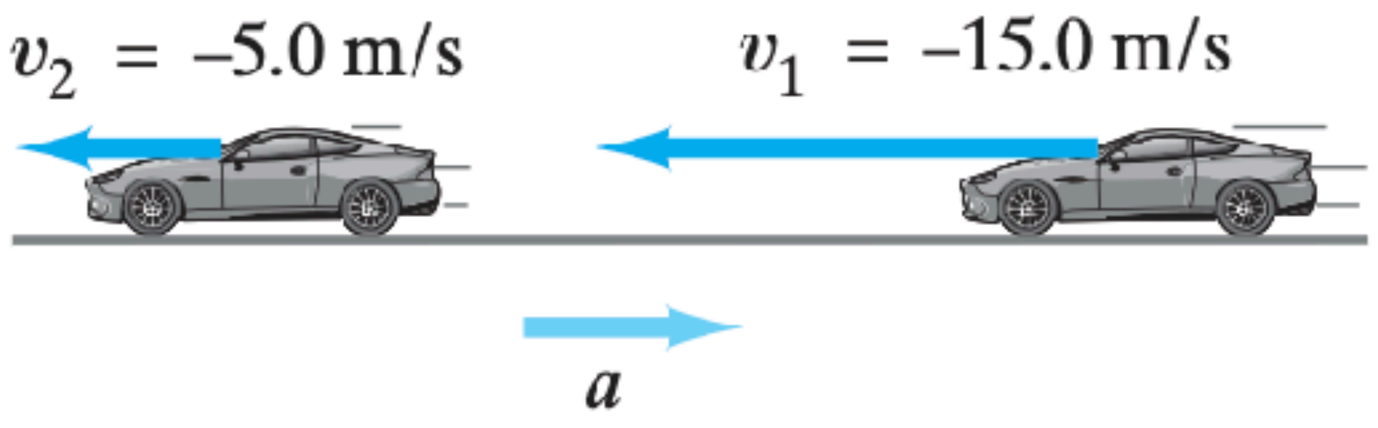
La velocidad de un objeto que se mueve hacia la derecha a lo largo del eje $x$ positivo es positiva; si el objeto está frenando (como en la figura 2-15), la aceleración *es* negativa.

Pero el mismo automóvil, **moviéndose hacia la izquierda** ($x$ decreciente) **y frenando, tiene aceleración positiva que señala hacia la derecha,** como se indica en la figura 2-16.

**Tenemos una desaceleración siempre que la magnitud de la velocidad disminuye, de modo que la velocidad y la aceleración apuntan en sentidos opuestos.**

**FIGURA 2–16** El mismo automóvil que en el ejemplo 2-6, pero ahora moviéndose hacia la *izquierda* y desacelerando. La aceleración es positiva:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{(-5.0\,\mathrm{m/s}) - (-15.0\,\mathrm{m/s})}{5.0\,\mathrm{s}} = \frac{-5.0\,\mathrm{m/s} + 15.0\,\mathrm{m/s}}{5.0\,\mathrm{s}} = +2.0\,\mathrm{m/s}.$$



# Desaceleración

EJERCICIO Un automóvil se mueve a lo largo del eje $x$.

**¿Cuál es el signo de la aceleración del auto, si se mueve en el sentido $x$ positivo con**

a) rapidez creciente o

b) rapidez decreciente?

**¿Cuál es el signo de la aceleración, si el auto se mueve en el sentido del eje negativo con**

c) rapidez creciente o

d) rapidez decreciente?

# Desaceleración

EJERCICIO Un automóvil se mueve a lo largo del eje $x$.

**¿Cuál es el signo de la aceleración del auto, si se mueve en el sentido *x* positivo con**

a) rapidez creciente o → +

b) rapidez decreciente? → -

**¿Cuál es el signo de la aceleración, si el auto se mueve en el sentido del eje negativo con**

c) rapidez creciente o → -

d) rapidez decreciente? → +

# Aceleración

La **aceleración instantánea**, $a$, se define como **el *valor límite de la aceleración promedio cuando* $\Delta t$ *tiende a cero*:**

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}. \qquad \textbf{(2–6)}$$

Este límite, ***d*v/*dt*, es la derivada de *v* con respecto a *t***.

Usaremos el término “aceleración” para referirnos al valor instantáneo. Si queremos discutir la aceleración promedio, siempre incluiremos la palabra “promedio”.

# Aceleración

Si dibujamos una gráfica de la velocidad, v, versus tiempo, *t*, como se muestra en la figura 2.17, entonces la aceleración promedio sobre un intervalo de tiempo $\Delta t = t2 - t1$ corresponde a la pendiente de la línea recta que conecta los dos puntos P1 y P2, como se indica en la figura.

La **aceleración instantánea en cualquier tiempo, digamos *t*1, es la pendiente de la recta tangente a la curva *v* versus *t* en ese instante**, que también se muestra en la figura 2-17.

Usemos este hecho para la situación graficada en la figura 2-17; cuando pasamos del tiempo *t*1 al tiempo *t*2, la velocidad crece continuamente, pero la aceleración decrece, ya que la pendiente de la curva es decreciente.

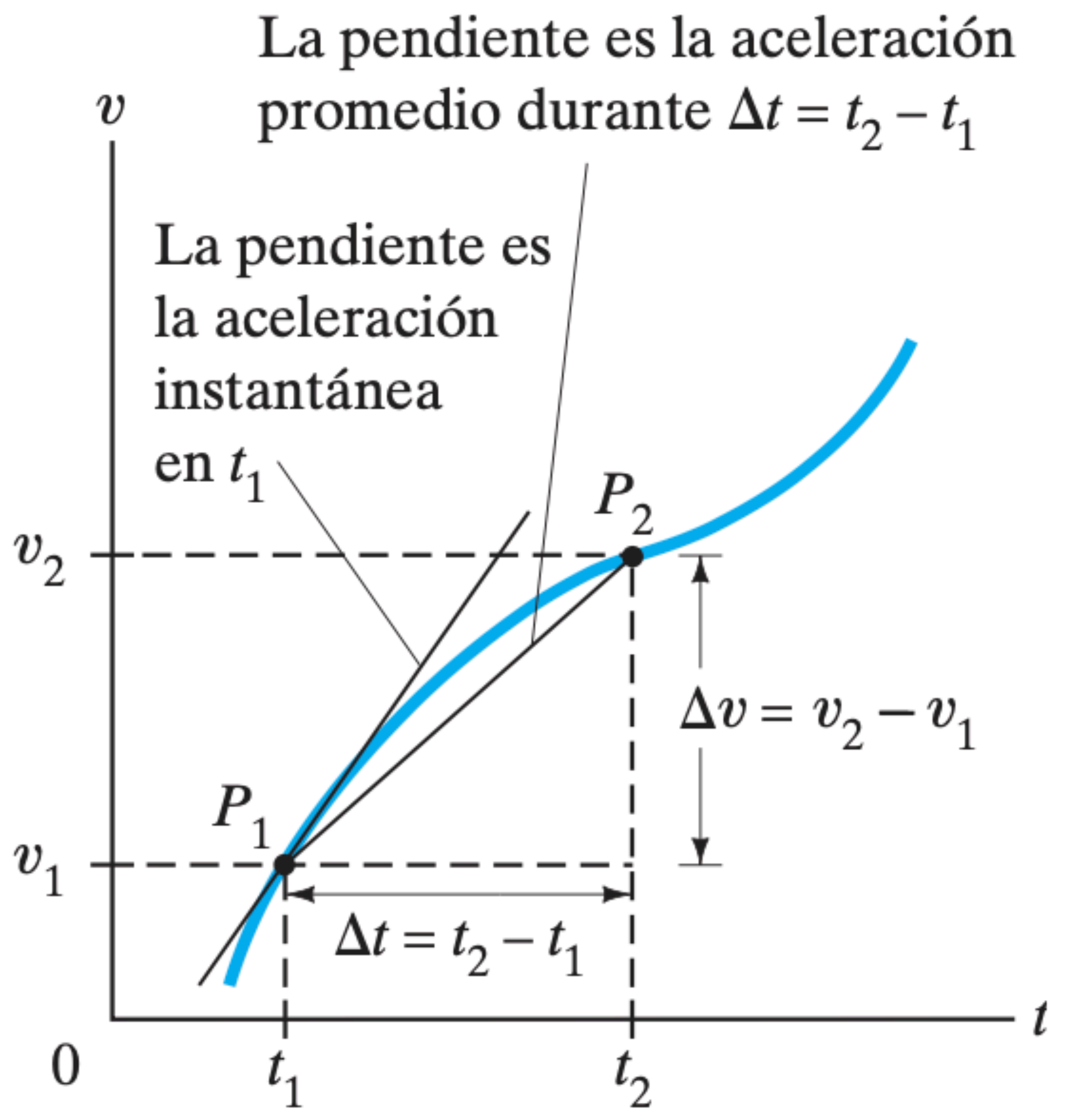



**FIGURA 2–17** Una gráfica de velocidad $v$ versus tiempo $t$. La aceleración promedio en un intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$ es la pendiente de la línea recta que une los puntos $P_1$ y $P_2$: $\bar{a} = \Delta v/\Delta t$. La aceleración instantánea en el tiempo $t_1$ es la pendiente de la curva $v$ versus $t$ en ese instante.

# Aceleración

Ejemplo: Aceleración a partir de $\boldsymbol{x(t)}$. Una partícula se mueve en una línea recta, de manera que su posición como función del tiempo está dada por la ecuación $x = (2.10 \text{ m/s}^2)t^2 + (2.80 \text{ m})$, como en el ejemplo 2-3.

**Calcule**

a) **su aceleración promedio durante el intervalo de tiempo de $t_1 = 3.00$ s a $t_2 = 5.00$ s, y**

b) **su aceleración instantánea como función del tiempo.**

# Aceleración

**PLANTEAMIENTO** Para determinar la aceleración, primero debemos encontrar la velocidad en $t_1$ y en $t_2$ diferenciando $x$: v = $dx/dt$. Después, usamos la ecuación 2-5 para encontrar la aceleración promedio, y la ecuación 2-6 para encontrar la aceleración instantánea.

**SOLUCIÓN** *a*) La velocidad en cualquier tiempo *t* es

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\left(2.10\,\mathrm{m/s^2}\right)t^2 + 2.80\,\mathrm{m}\right] = \left(4.20\,\mathrm{m/s^2}\right)t,$$

como vimos en el ejemplo 2-3*c*. Por lo tanto, en $t_1$ = 3.00 s, $v_1$ = (4.20 m/s$^2$)(3.00 s) = 12.6 m/s y en $t_2$ = 5.00 s, $v_2$ = 21.0 m/s. Así que,

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{21.0\,\mathrm{m/s} - 12.6\,\mathrm{m/s}}{5.00\,\mathrm{s} - 3.00\,\mathrm{s}} = 4.20\,\mathrm{m/s^2}.$$

# Aceleración

*b*) Dada ahora v = (4.20 m/s$^2$)$t$, la aceleración instantánea en cualquier tiempo es

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(4.20\,\mathrm{m/s^2})t\right] = 4.20\,\mathrm{m/s^2}.$$

La aceleración en este caso es constante y no depende del tiempo.

La figura 2-18 muestra las gráficas de

a) $x$ versus $t$ (igual que en la figura 2-13b),

b) *b*) v versus $t$, que crece linealmente como se calculó arriba, y

c) *c*) $a$ versus $t$, que es una línea recta horizontal porque $a$ = constante.

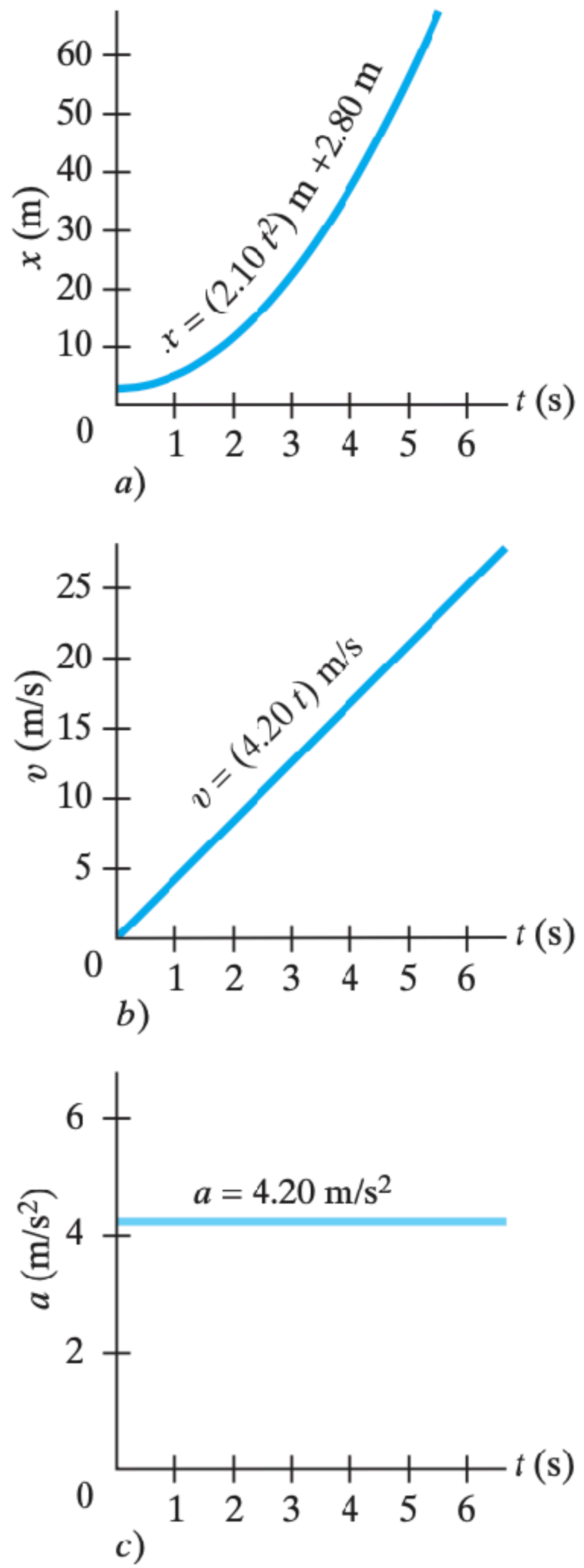



**FIGURA 2–18** Ejemplo 2-7. Gráficas de *a*) $x$ versus $t$, *b*) $v$ versus $t$, y *c*) $a$ versus $t$, para el movimiento $x = At^2 + B$. Note que $v$ crece linealmente con $t$ y que la aceleración $a$ es constante. También, $v$ es la pendiente de la curva $x$ versus $t$, mientras que $a$ es la pendiente de la curva $v$ versus $t$.

# Aceleración

Al igual que la velocidad, la aceleración es una razón de cambio. La velocidad de un objeto es la razón de cambio a la que el desplazamiento cambia con el tiempo; por otro lado, su aceleración es la razón de cambio a la que su velocidad cambia con el tiempo. En cierto sentido, la aceleración es una “razón de una razón”. Esto puede expresarse en forma de ecuación como sigue: dado que $a = d\mathrm{v}/dt$ y $\mathrm{v} = dx/dt$, entonces,

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Aquí, ***$d^2x/dt^2$* es la *segunda derivada*** de $x$ con respecto al tiempo;

primero tomamos la derivada de $x$ con respecto al tiempo ($dx/dt$) y luego tomamos de nuevo la derivada con respecto al tiempo, $(d/dt)(dx/dt)$, para obtener la aceleración.

# Aceleración

EJERCICIO

La posición de una partícula está dada por la ecuación: $x = (2.00\,\mathrm{m/s^3})t^3 + (2.50\,\mathrm{m/s})t.$

**¿Cuál es la aceleración de la partícula en *t* = 2.00 s? (Escoja un valor)**

a) 13.0 m/s$^2$;

b) 22.5 m/s$^2$;

c) 24.0 m/s$^2$;

d) 2.00 m/s$^2$.

# Aceleración

EJERCICIO

La posición de una partícula está dada por la ecuación: $x = (2.00\,\mathrm{m/s^3})t^3 + (2.50\,\mathrm{m/s})t.$

**¿Cuál es la aceleración de la partícula en *t* = 2.00 s? (Escoja un valor)**

a) 13.0 m/$s^2$;

b) 22.5 m/$s^2$;

c) 24.0 m/$s^2$;

d) 2.00 m/$s^2$.

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}[2.00m/s^3]t^3 + (2.50m/s)t = 6m/s^3t^2 + 2.5m/s$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}[6.00m/s^3]t^2 + (2.50m/s) = 12m/s^3t = 24m/s^2$$

# Aceleración

**Ejemplo:** Análisis con gráficas.

La figura 2-19 muestra la velocidad como función del tiempo para dos automóviles que aceleran de 0 a 100 km/h en un tiempo de 10.0 s. Compare

a) la aceleración promedio;

b) la aceleración instantánea; y

c) la distancia total recorrida por los dos automóviles.

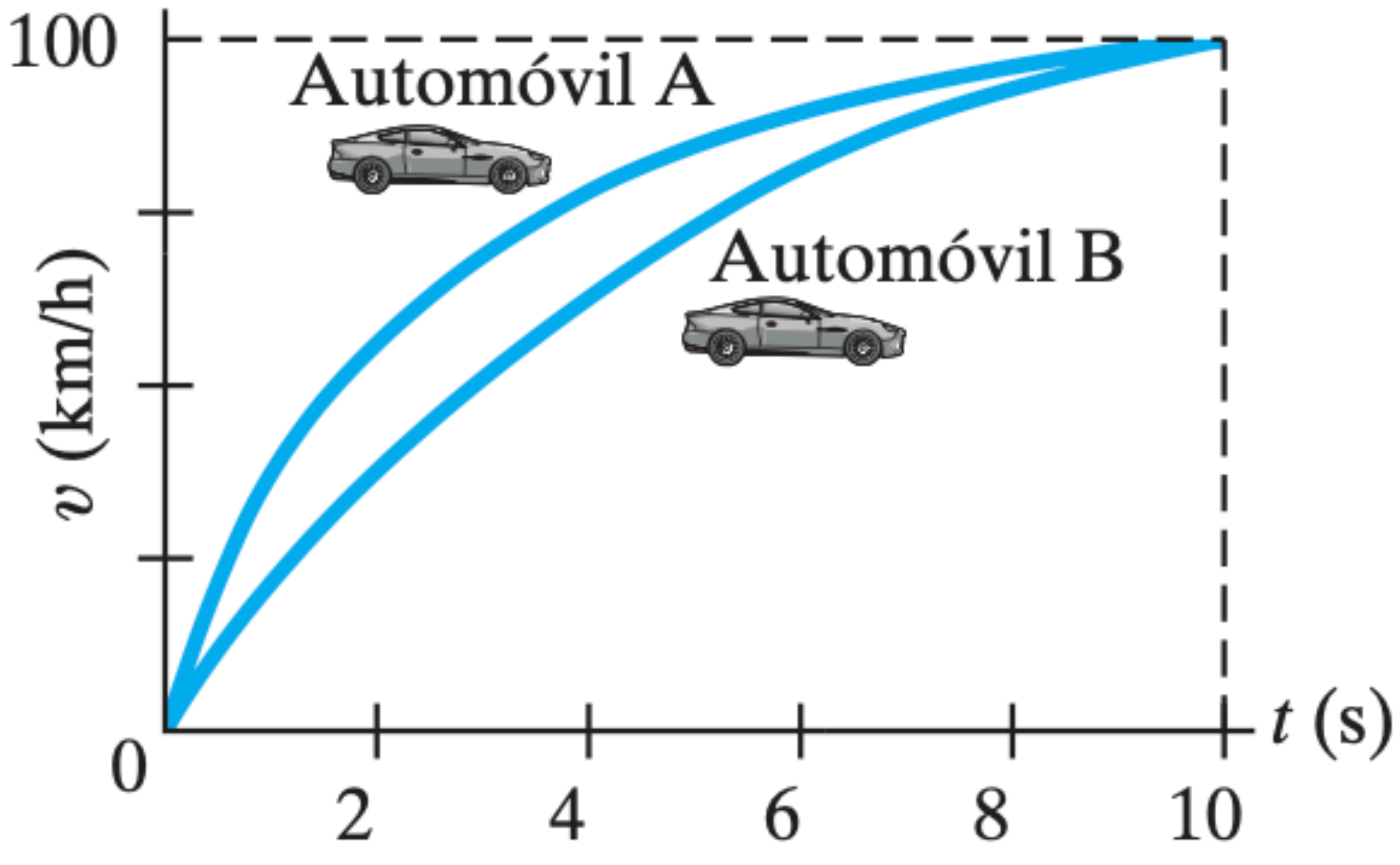



**FIGURA 2–19** Ejemplo 2–8.

# Aceleración

**Ejemplo:** Análisis con gráficas.

La figura 2-19 muestra la velocidad como función del tiempo para dos automóviles que aceleran de 0 a 100 km/h en un tiempo de 10.0 s. Compare

a) la aceleración promedio;

b) la aceleración instantánea; y

c) la distancia total recorrida por los dos automóviles.

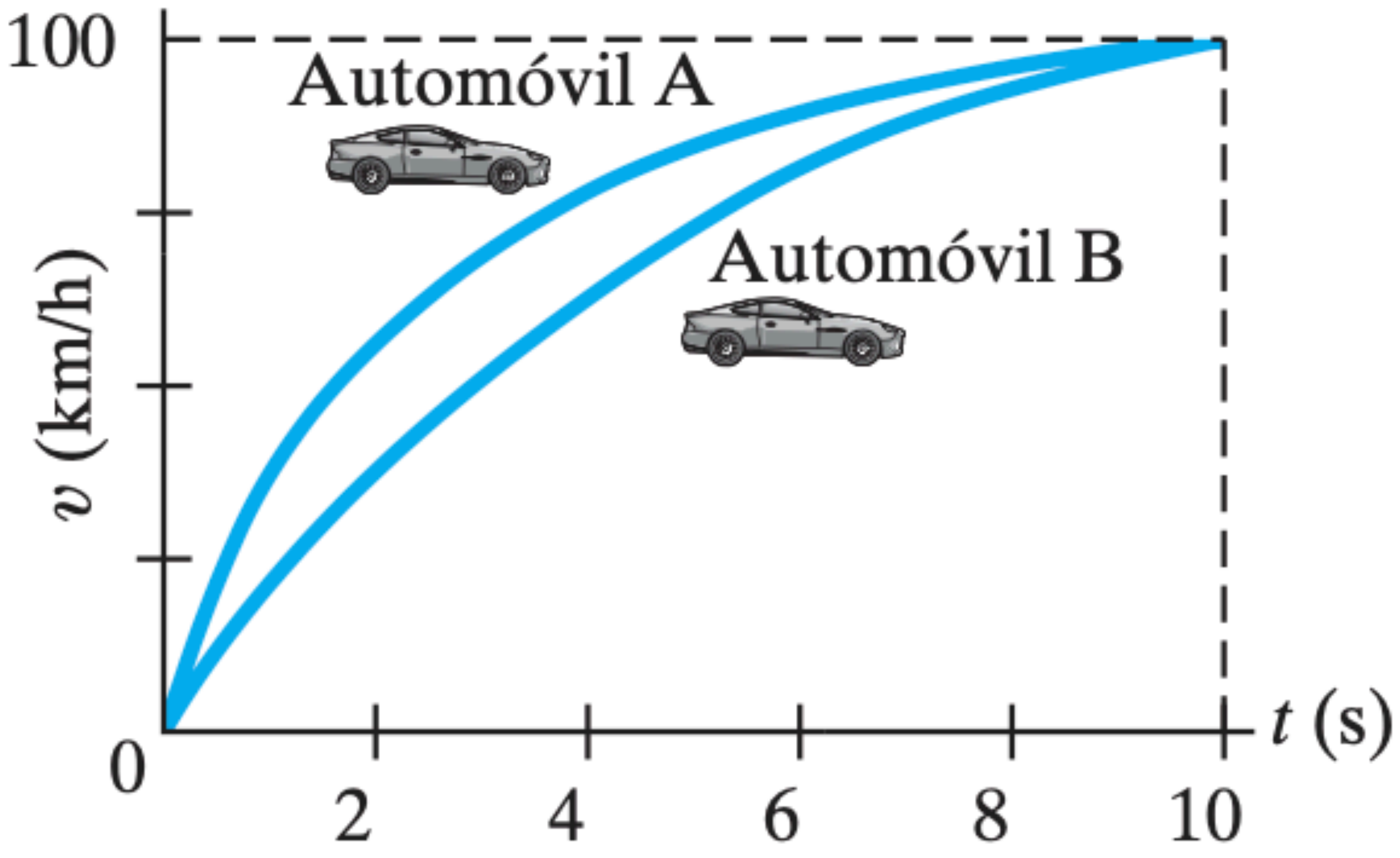



**FIGURA 2–19** Ejemplo 2–8.

**RESPUESTA** a) La aceleración promedio es $\Delta v/\Delta t$. Ambos automóviles tienen la misma $\Delta v$ (100 km/h) y el mismo $\Delta t$ (10.0 s), por lo que la aceleración promedio es la misma para ambos vehículos.

*b*) La aceleración instantánea es la pendiente de la tangente a la curva v versus *t*. Durante casi los primeros 4 s, la curva superior está más empinada que la inferior, de manera que el auto A tiene una mayor aceleración durante este intervalo. La curva de la parte inferior está más empinada durante los últimos 4 s, por lo que el auto B tiene la mayor aceleración en este periodo de tiempo.

*c*) Excepto en $t = 0$ y $t = 10.0$ s, el auto A siempre va más rápido que el auto B. Puesto que va más rápido, irá más lejos en mismo tiempo.