DMA 2021

– Ugeopgave 10 –

- Hele ugeopgaven skal besvares.
- Ugeopgaven skal afleveres onsdag den 22. december klokken 21:59 på Absalon.
- Ugeopgaven skal laves i grupper.
- Besvarelsen skal udarbejdes i LaTeX.

Denne projektopgave har to helt uafhængige temaer. Vi lægger vægt på, at I har udtrykt jer præcist og koncist og i overensstemmelse med de principper, der er beskrevet i KBR 2, når vi bedømmer opgaven.

Del 1 Lad $(A, \leq)$ være en ordnet mængde[1]. Vi definerer en relation $\preceq$ på $A \times A$ ved

$$(a_1, a_2) \preceq (b_1, b_2) \iff [(a_1 \neq b_1) \wedge (a_1 \leq b_1)] \vee [(a_1 = b_1) \wedge (a_2 \leq b_2)]$$

(1) Vis, at $(a_1, a_2) \preceq (b_1, b_2)$ indebærer, at $a_1 \leq b_1$.

(2) Vis, at $\preceq$ er en ordensrelation på $A \times A$.

(3) Tegn Hassediagrammet og find en topologisk sortering af mængden

$$\Big\{(\{2\}, \{1,3\}), (\{2,3\}, \{1\}), (\{2\}, \{1,2\}), (\{1,2\}, \{2\}), \\ (\{1,2,3\}, \emptyset), (\{2\}, \{1,2,3\})\Big\}$$

i $(P(\{1,2,3\}) \times P(\{1,2,3\}), \preceq)$, når $P(\{1,2,3\})$ er ordnet med relationen $\subseteq$ *("indeholdt i")*.

Del 2 Tabel 1 viser flyselskabet **DM Air**s flyforbindelser mellem en række byer. Definer en relation R på mængden $\{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J\}$ ved, at elementerne x og y er relaterede netop når der findes en flyforbindelse med DM Air fra den by, der begynder med bogstavet x til den by, der begynder med bogstavet y. *Tip: Slå eventuelle ukendte termer op i KBR kapitel 4 eller i slides fra forelæsningerne.*

[1] Bemærk, at "$\leq$" betegner en partiel orden, hvilket ikke nødvendigvis er sammenligning af tal.

	Aalborg	Berlin	Cambridge	Düsseldorf	Edinburgh	Frankfurt	Genève	Hamburg	Istanbul	Johannesburg
Aalborg										
Berlin			X	X		X		X		
Cambridge		X			X					
Düsseldorf		X								
Edinburgh			X							
Frankfurt		X						X		
Genève									X	
Hamburg		X				X				
Istanbul										X
Johannesburg							X			

Table 1: Flyforbindelser mellem forskellige byer

a) Repræsenter R på to forskellige måder.

b) Bestem relationen R^∞ og beskriv den som en Boolesk matrix.

c) Argumenter for, at den refleksive afslutning af R^∞ er en ækvivalensrelation. Hvor mange ækvivalensklasser har klassedelingen defineret af denne relation?