

DMA — Ugeopgave 1

Jonas Kramer<snm401>
Lauritz Andersen<nmd988>
Helga Rykov Ibsen <mcv462>

13. september 2021

1 Opgaven

```
Algorithm exists (A, n, x):  
    lo = 0  
    hi = n-1  
    while hi >= lo:  
        mid = floor ((hi+lo)/2)  
        if x > A [mid]:  
            lo = mid+1  
        else if x < A[mid]:  
            hi = mid-1  
        else:  
            return True  
    return False
```

Del 1

Antag at $A = [1, 5, 6, 10, 12, 16, 17, 43]$. Så gælder det at $A[\text{mid}] = 3$ og $A[3] = 10$.

(a)

$\text{Exists}(A, 8, 6)$ returnerer True, idet tallet 6 indgår i $A = [1, 5, 6, 10, 12, 16, 17, 43]$.

(b)

$\text{Exists}(A, 8, 13)$ returnerer False, idet tallet 13 ikke indgår i $A = [1, 5, 6, 10, 12, 16, 17, 43]$.

(c)

$\text{Exists}(A, 5, 16)$ returnerer False, idet tallet 16 ikke indgår i $A = [1, 5, 6, 10, 12]$.

(d)

Når man kalder $exists(A, 8, 14)$, så gælder det følgende for $A = [1, 5, 6, 10, 12, 16, 17, 43]$:

iteration	1	2	3	4
lo	0	4	4	5
hi	7	7	4	4
mid	$((7+0)/2)=3$	$((4+7)/2)=5$	$((4+4)/2)=4$	

Algorithm $exists(A, 8, 14)$ returnerer False, idet i den 4. iteration, hvor $lo = 5$ og $hi = 4$, kan 'while-løkken' ikke køres, fordi $hi \not\geq lo$.

Del 2

Funktionen $exists$ undersøger om der er en forekomst af værdien x i A før index n . Med andre ord den undersøger om der er et tal x i rækken eller ej.

Del 3

(a)

Algorithm $exists(A, n, x)$ kan aldrig returnere True, hvis x er et tal der **ikke** findes i array'et. Det kan man se på dens 'if - elseif - else' opbygning: den kan kun returnere True, hvis $x = A[mid]$. Eftersom x ikke findes i A , kan 'else'-betingelsen aldrig blive opfyldt og funktionen vil returnere False.

(b)

Det korte svar er 'ja', $exists(A, n, x)$ kan godt returnere False, selvom det x er et tal der findes i array'et, simpelthen fordi A ikke er sorteret. Lad os tage et eksempel på et ikke-sorteret $A = ([16, 5, 12, 43, 17, 6, 1, 10], 8)$ og undersøg vha. $exists$ om $x = 1$ findes i A .

iteration	1	2	3
lo	0	0	0
hi	7	2	0
mid	$((7+0)/2)=3$	$((0+2)/2)=1$	

I den 3. iteration returnerer $exists$ False, fordi 'while-løkken' ikke kan køres (dvs. $hi \not\geq lo$).

Del 4

Det er tydeligt, at for hvert kald, halverer Algorithm $exists(A, n, x)$ array'et: $mid = \text{floor}(n/2)$. Dens køretid er derfor $\Theta(\lg n)$. Hvis $n = 80$, så er $\lg(80)$.

While-loopet vil derfor køre igennem hele while-loopet 6 gange, og 7. gang vil der gælde at $hi \not\geq lo$, hvorfor algoritmen hopper ud af loopet med det samme uden at køre indmaden.