

## DMA 2021

### – Ugeopgave 6 –

- Hele ugeopgaven skal besvares.
- Ugeopgaven skal afleveres onsdag den 3. november klokken 21:59 på Absalon.
- Ugeopgaven skal laves **individuel**t.
- Besvarelsen skal udarbejdes i L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

Del 1 Benyt definitionen af big- $O$  fra denne uges noter<sup>1</sup> til at bevise, at  $n^2 + n \log_2(n)$  er  $O(n^2)$ .

Del 2 Bevis følgende udsagn ved at bevise dets kontrapositive udsagn: Hvis  $r$  er et irrationelt tal, så er  $r^{1/5}$  et irrationelt tal. Det er vigtigt at starte med at formulere det kontrapositive udsagn eksplicit!

Del 3 Tag udgangspunkt i definitionen af store- $O$  og bevis via modstrid, at  $2^{2n}$  **ikke** er  $O(2^n)$ .

Del 4 For at løse et problem af størrelsen  $n$ , benytter algoritmerne  $A$  og  $B$  netop  $T_A(n) = 2n^2 \log_2 n$  og  $T_B(n) = n^3$  mikrosekunder

- Hvilken af de to algoritmer har den asymptotisk hurtigste køretid? Begrund dit svar med et formelt bevis, hvor du benytter asymptotisk notation. Du kan frit benytte teoremer og regler fra denne uges noter.
- Bestem en problemstørrelse  $\tilde{n}$  sådan, at det for alle  $n > \tilde{n}$  gælder, at algoritmen fra din besvarelse ovenfor er hurtigst.

---

<sup>1</sup>Her bliver du bedt om at argumentere *uden* at bruge reglerne fra noterne.