Assignment 6 — MASD

Schmidt, Victor Alexander, `rqc908`
Ibsen, Helga Rykov, `mcv462`
Barchager, Thomas Haulik, `jxg170`

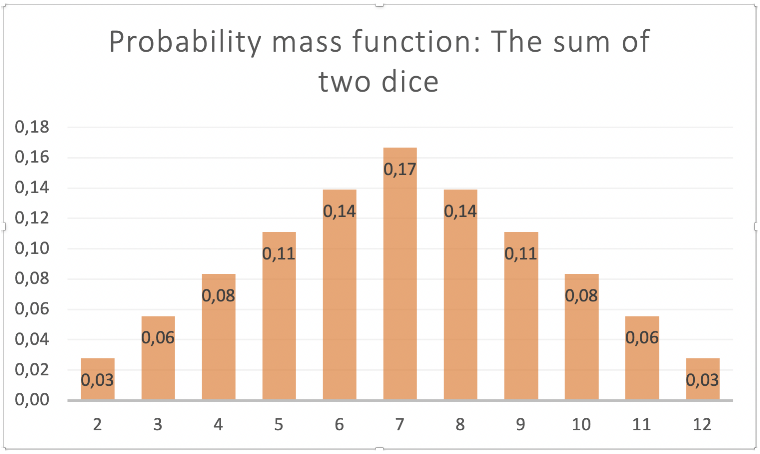
Wednesday 22:00, October 26th

Opgave 1

a)

Hvis vi kaster med to sekssidede terninger, og siger at **X** er summen, så vi har at **X** kan være hvilken som helst værdi i sættet {2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}
Dermed har vi at "The probability mass function" for **X** er:

$$P_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{36} & if\ x\ \epsilon\ \{2,12\} \\ \frac{2}{36} = \frac{1}{18} & if\ x\ \epsilon\ \{3,11\} \\ \frac{3}{36} = \frac{1}{12} & if\ x\ \epsilon\ \{4,10\} \\ \frac{4}{36} = \frac{1}{9} & if\ x\ \epsilon\ \{5,9\} \\ \frac{5}{36} & if\ x\ \epsilon\ \{6,8\} \\ \frac{6}{36} = \frac{1}{6} & if\ x\ =\ 7 \\ 0 & \text{Ellers} \end{cases}$$



Figur 1: PMF graf

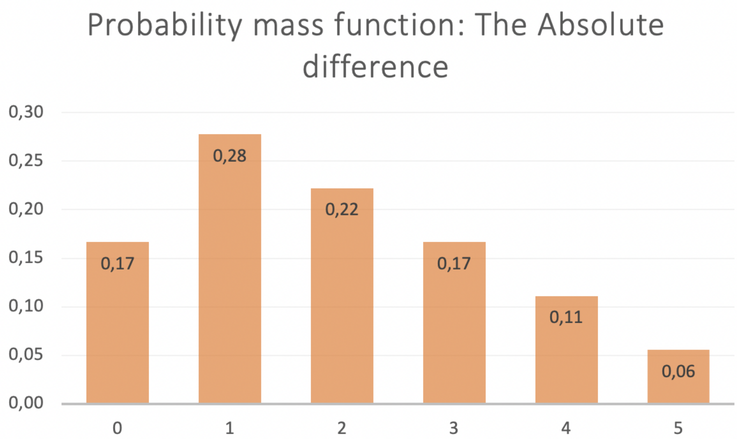
b)

Vi starter med at lave en tabel, der viser den absolutte forskel mellem to terningkast.

	1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**
1.	0	1	2	3	4	5
2.	1	0	1	2	3	4
3.	2	1	0	1	2	3
4.	3	2	1	0	1	2
5.	4	3	2	1	0	1
6.	5	4	3	2	1	0

Dernæst kan vi plotte værdierne ind, ved at dividere dem med det totale antal af kombinationer.

Dermed har vi at "The probability mass function" for den absolutte forskel **X** er:



Figur 2: PMF graf

Opgave 2

a)

Vi er givet Bayes' regel:

$$f_{B|H}(b \mid h; n) = \frac{p_{H|B}(h \mid b; n) f_B(b)}{\int_{-\infty}^{\infty} p_{H|B}(h \mid b; n) f_B(b) db} \tag{1}$$

b kan skrives som

b)

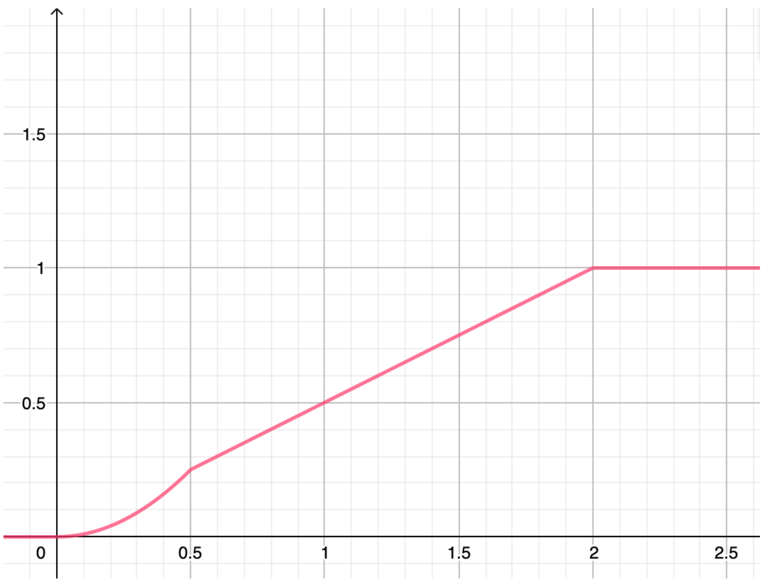
c)

Opgave 3

Vi er givet en fordelingsfunktion:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < 0.5 \\ \frac{x}{2} & 0.5 \leq x < 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$$

Den kan udtrykkes grafisk som:



Figur 3: Fordelingsfunktion $F_X(x)$

Vi skal finde forventningsværdien for X som:

$$E(X) = \begin{cases} \sum_x x \cdot f(x)dx & \text{X diskret} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx & \text{X kontinuert} \end{cases}$$

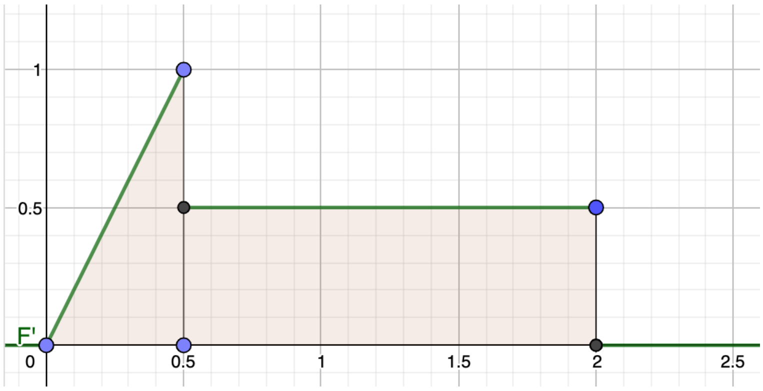
Vi holder os til det kontinuerte tilfælde, idet vi har at gøre med en kontinuert stokastisk variabel X, og finder forventningsværdien for X som integralet af produktet af udfaldet x og frekvensfunktionen $f(x)$:

$$E(X) = \int_0^2 x \cdot f(x) \cdot dx = \int_0^2 x \cdot F'_X(x) \cdot dx \tag{2}$$

Vi starter med at finde frekvensfunktionen ved at differentiere fordelingsfunktionen $F_X(x)$:

$$F'_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2x & 0 \leq x < 0.5 \\ 1/2 & 0.5 \leq x < 2 \\ 0 & x > 2 \end{cases}$$

Den kan udtrykkes grafisk som:



Figur 4: Frekvensfunktion $F'_X(x) = f(x)$

Vi har markeret arealet under grafen med rødt blot for at vise at det samlede areal er lig med 1.
Nu indsætter vi ind i (2) og finder forventningsværdien for X som summen af to integraler:

$$
\begin{aligned}
\int_0^2 x \cdot f(x)dx &= \int_0^{0.5} 2x^2 \cdot dx + \int_{0.5}^2 \frac{1}{2}x \cdot dx \\
&= \left[\frac{2}{3}x^3\right]_0^{0.5} + \left[\frac{1}{4}x^2\right]_{0.5}^2 \\
&= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8} - 0 + 1 - \frac{1}{16} \\
&= \frac{2}{24} + 1 - \frac{1}{16} \\
&= \frac{4}{48} + \frac{48}{48} - \frac{3}{48} = \frac{49}{48}
\end{aligned}
$$

Forventningsværdien for X er altså lig med $\frac{49}{48}$ eller ca. 1.02.