Oppgavesett 1

$\underline{a} \in \mathbb{R}^n$, $\underline{a} = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T$

$\underline{b} \in \mathbb{R}^n$, $\underline{b} = [b_1, b_2, \dots, b_n]^T$

$$\underline{\underline{X}} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1N} \\ \vdots & & & \\ x_{M1} & x_{M2} & \dots & x_{MN} \end{bmatrix}$$

1b) $y = \sum_{i=1}^{n} a_i b_i \quad \rightarrow \quad y = \underline{a} \cdot \underline{b}$

1d)
```
for i = 1:M
    for k = 1:n
        y_i += x_ik a_k
```

For en gitt i så tilsvarer dette en rad-vektor i matrisa $\underline{\underline{X}}$

Se på produktet $\underline{\underline{X}} \cdot \underline{a}$

$$\underline{\underline{X}} \cdot \underline{a} = \begin{bmatrix} x_{11} \cdot a_1 + x_{12} \cdot a_2 + x_{13} \cdot a_3 + \dots + x_{1N} \cdot a_n \\ \vdots \\ x_{M1} a_1 + x_{M2} a_2 + \dots + x_{MN} \cdot a_n \end{bmatrix}$$

$\rightarrow$ altså radvektorene $\underline{x}_i = [x_{i1} \; x_{i2} \; x_{i3} \; \dots \; x_{in}]$ "prikket" med $\underline{a}$ danner hvert av komponentene

↳ Ergo $y_i = \underline{x}_i \cdot \underline{a}$ og videre

$$\underline{\underline{\underline{y} = \underline{\underline{X}} \cdot \underline{a}}}$$

1c) for $i = 1:n$
$y \mathrel{+}= a_i b_i$ } Dette er i prinsippet et prikk/skalar produkt

$$y = [a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n]$$

$$\underline{\underline{= \underline{a} \cdot \underline{b}}}$$

I numpy : $\underline{a} * \underline{b}$ er elementvis multiplikasjon som fører til en <u>ny</u> vektor

$$\underline{y} = [a_1 b_1, a_2 b_2, \dots, a_n b_n]$$

↳ Bruk @ operator $\underline{\underline{y = a@b}}$

som tilsvarer matrise multiplikasjon

1e) for $i = 1:M$
for $j = 1:n$:
$y \mathrel{+}= X_{ik} a_k$

↳ Nesten samme som i d), bare med unntak av at ALT summeres. Ergo :

$$\underline{\underline{y = (X@a).sum()}}$$

1f) $Z \in \mathbb{R}^{P \times M}$ og Z_{ij} være komponenten med rad nr. i og kolonne nr. j

for $j = 1:N$
  for $i = 1:P$
    for $k = 1:M$
      $y_i \mathrel{+}= Z_{ik} X_{kj}$

$$\underline{\underline{Z}} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1M} \\ \vdots & & & \\ Z_{P1} & Z_{P2} & \cdots & Z_{PM} \end{bmatrix}$$

Siden $\underline{\underline{Z}}$ er en $P \times M$ matrise og $\underline{\underline{X}}$ er en $M \times N$ matrise så kan de multipliseres slik $\underline{\underline{Z}} \cdot \underline{\underline{X}} = \underline{\underline{\tilde{Y}}}$

$$P \times M \cdot M \times N \qquad P \times N$$

$$=$$

Dette tilsvarer de to "innerste loopene"

for $i = 1:P$
  for $j = 1:M$
    $\tilde{y}_{ij} = Z_{ik} X_{kj}$

y_{ij} vil da være elementene i $\underline{\underline{\tilde{Y}}}$

Den ytre loopen løper over hver kollonne j og summerer egentlig alle elementene i hver kollonne-vektor

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}_{11} & \cdots & \tilde{y}_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ \tilde{y}_{p1} & \cdots & \tilde{y}_{pN} \end{bmatrix}$$

Har altså $\underline{\underline{\tilde{Y}}} \to \underline{y} = [y_1, y_2, \ldots, y_N]$

der $y_i = \sum_{j=1}^{p} \tilde{y}_{ij}$

I kode : $\tilde{Y} = \underline{\underline{Z}} @ \underline{\underline{X}}$ $\qquad$ $\underline{y} = \hat{Y}.\mathrm{sum}(\mathrm{axis}=0)$

Her betyr argumentet axis = 0 at man summerer elementene i hver kollonne, som tilsvarer at man summerer radelementene (axis = 0) i hver kollonne.

1g) Se kode.

1 h)

$$X = \left.\overbrace{\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & & & \\ x_{31} & & & \\ \vdots & & & \\ x_{n1} & \cdots & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix}}^{m}\right\} n \qquad \dim(X) = n \times m$$

$$Y = \left.\overbrace{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1p} \\ Y_{12} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ Y_{m1} & \cdots & \cdots & Y_{mp} \end{bmatrix}}^{p}\right\} m \qquad \dim(Y) = m \times p$$

$$Z = X \cdot Y = \left.\overbrace{\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1p} \\ Z_{21} & & & \\ \vdots & & & \\ Z_{n1} & \cdots & \cdots & Z_{np} \end{bmatrix}}^{p}\right\} n \qquad \dim(Z) = n \times p$$

$$Z_{ij} = \sum_{k=1}^{m} x_{ik} y_{kj}$$: Må dannes for alle Z_{ij}.