# Oppgavesett 1



$\underline{a} \in \mathbb{R}^n$, $\underline{a} = [a_1, a_2, \ldots, a_n]^T$

$\underline{b} \in \mathbb{R}^n$, $\underline{b} = [b_1, b_2, \ldots, b_n]^T$

$$\underline{\underline{X}} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1N} \\ \vdots & & & \\ x_{M1} & x_{M2} & \cdots & x_{MN} \end{bmatrix}$$

1b) $y = \sum_{i=1}^{n} a_i b_i \longrightarrow y = \underline{a} \cdot \underline{b}$

1d)
```
for i = 1:M
    for k = 1:n
        y_i += x_ik a_k
```

For en gitt i så tilsvarer dette en rad-vektor i matrisa $\underline{\underline{X}}$

Se på produktet $\underline{\underline{X}} \cdot \underline{a}$

$$\underline{\underline{X}} \cdot \underline{a} = \begin{bmatrix} x_{11} \cdot a_1 + x_{12} \cdot a_2 + x_{13} \cdot a_3 + \ldots + x_{1N} \cdot a_n \\ \vdots \\ x_{M1} a_1 + x_{M2} a_2 + \ldots + x_{MN} \cdot a_n \end{bmatrix}$$

↳ altså radvektorene $\underline{x}_i = [x_{i1}\ x_{i2}\ x_{i3}\ \ldots\ x_{in}]$ "prikket" med $\underline{a}$ danner hvert av komponentene

↳ Ergo $y_i = \underline{x}_i \cdot \underline{a}$ og videre

$$\underline{y} = \underline{\underline{X}} \cdot \underline{a}$$

1c) for $i = 1:n$
$y += a_i b_i$ } Dette er i prinsippet et prikk/skalar produkt

$$y = [a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_n b_n]$$

$$= \underline{a} \cdot \underline{b}$$

I numpy : $\underline{a} * \underline{b}$ er elementvis multiplikasjon som fører til en ny vektor

$$\underline{y} = [a_1 b_1, a_2 b_2, \ldots, a_n b_n]$$

↳ Bruk @ operator $y = a @ b$

som tilsvarer matrise multiplikasjon

1e) for $i = 1:M$
for $j = 1:n$ :
$y += X_{ik} a_k$

↳ Nesten samme som i d), bare med unntak av at ALT summeres. Ergo :

$$y = (X @ a).\text{sum}()$$

1f) $Z \in \mathbb{R}^{P \times M}$ (P rader og M kolonner) ③

$$\underline{\underline{Z}} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1M} \\ z_{21} & & & \\ \vdots & & & \\ z_{P1} & \cdots & \cdots & z_{PM} \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{X}} \in \mathbb{R}^{M \times N}$$

$$\underbrace{\underline{\underline{Z}}}_{P \times M} \cdot \underbrace{\underline{\underline{X}}}_{M \times N} = \underbrace{\underline{\underline{Y}}}_{P \times N}$$ , der elementene

$$y_{ij} = \sum_{k=1}^{M} z_{ik} \cdot x_{kj}$$

I kode : Numpy matrisemultiplikasjon

Y = Z @ X

Matrise-multiplikasjon : Rader prikkes mot kolonner

Eks:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}}_{3 \times 2} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}}_{2 \times 2} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \cdot 7 + 2 \cdot 9 & 1 \cdot 8 + 2 \cdot 10 \\ 3 \cdot 7 + 4 \cdot 9 & 3 \cdot 8 + 4 \cdot 10 \\ 5 \cdot 7 + 6 \cdot 9 & 5 \cdot 8 + 6 \cdot 10 \end{pmatrix}}_{3 \times 2}$$

1 h)

$$X = \left.\overbrace{\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & & & \\ x_{31} & & & \\ \vdots & & & \\ x_{n1} & \cdots & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix}}^{m}\right\} n$$

$\dim(x)$

$= n \times m$

$$Y = \left.\overbrace{\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1p} \\ y_{12} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ y_{m1} & \cdots & \cdots & y_{mp} \end{bmatrix}}^{p}\right\} m$$

$\dim(y)$

$= m \times p$

$$Z = X \cdot Y = \left.\overbrace{\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1p} \\ z_{21} & & & \\ \vdots & & & \\ z_{n1} & \cdots & \cdots & z_{np} \end{bmatrix}}^{p}\right\} n$$

$\dim(z) =$

$n \times p$

$$z_{ij} = \sum_{k=1}^{m} x_{ik} y_{kj}$$

: Må dannes for alle $z_{ij}$.

$$\underline{\underline{B}} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & & a_{1M} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & & \\ & & & & \\ a_{N1} & \cdots & & & a_{NM} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & & a_{N1} \\ a_{12} & a_{22} & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1M} & a_{2M} & & a_{NM} \end{pmatrix}$$

Element $b_{ij} = b_{ji}$ ? (Symmetri)

Siden hver $b_{ij}$ består av $\underline{a}_i \cdot \underline{a}_j$ så vil

$b_{ji}$ bestå av $\underline{a}_j \cdot \underline{a}_i$ som er det

samme....