

Projet de Traitement du Signal : Convolution - Corrélation

Francisco CAPITAO BARBOSA & Louis GUILLOT

octobre 2018

Table des matières

Introduction	3
I Prendre deux signaux $x(t)$ et $y(t)$ d'énergie finie.	4
II Prendre un signal $x(t)$ réel, pair.	5
III Prendre un signal $y(t)$ complexe.	7
Conclusion	13

Introduction

L'étude du traitement des signaux représente une grande avancée technologique, nous pouvons citer par exemple le domaine du numérique (transferts, radio, télédiffusion), le domaine biomédical (scanner, IRM), le domaine chimique (cristallographie), et même les smartphones (reconnaissance vocale), etc.

Le but de notre projet est d'étudier les produits de convolution et les corrélations entre plusieurs signaux.

Dans ce projet, nous allons tout d'abord prendre deux signaux $x(t)$ et $y(t)$ d'énergie finie, ensuite nous allons nous intéresser à un signal $x(t)$ réel et pair, et enfin nous étudierons un signal $y(t)$ complexe.

Nous utiliserons Matlab afin de vérifier nos résultats.

Première partie

Prendre deux signaux $x(t)$ et $y(t)$ d'énergie finie.

Calculer l'autocorrélation de chaque signal, leurs intercorrélations et leur produit de convolution. Conclusion.

Utilisons Matlab pour vérifier nos résultats.

```

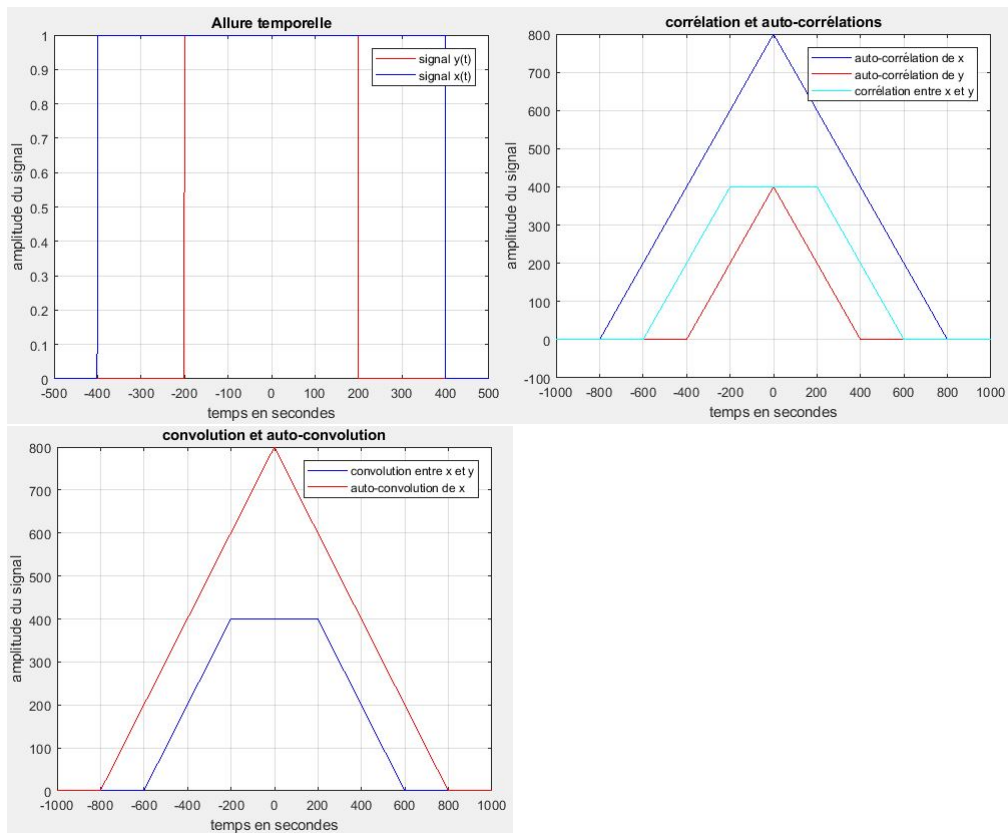
1  clear all;
2  close all;
3  clc;
4
5  t=-500:1:500;
6
7  x = rectpuls(t,800); % x(t) = 0 si t < -T/2 ou T/2 < t
8  y = rectpuls(t,400); % x(t) = 1 sinon
9
10 figure(1);clf
11 plot(t,y,'r',t,x,'b');
12 grid;
13 title('Allure temporelle');
14 xlabel('temps en secondes');
15 ylabel('amplitude du signal');
16 legend('signal y(t)','signal x(t)');
17
18 [Cxy,lagsxy] = xcorr(x,y); % corrélation entre x et y
19 [ACx,lagsx] = xcorr(x); % auto-corrélation de x
20 [ACy,lagsy] = xcorr(y); % auto-corrélation de y
21
22 figure(2);clf
23 plot(lagsxy,ACx,'b');hold on;
24 plot(lagsxy,ACy,'r');hold on;
25 plot(lagsxy,Cxy,'c');
26 grid;
27 title('corrélation et auto-corrélations');
28 xlabel('temps en secondes');
29 ylabel('amplitude du signal');
30 legend('auto-corrélation de x','auto-corrélation de y','corrélation entre x et
  → y');
31
32

```

```

33 CVxy = conv(x,y); % convolution entre x et y
34 CVx = conv(x,x); % auto-convolution de x
35
36 figure(3);clf
37 plot(lagsxy,CVxy,'b');hold on;
38 plot(lagsxy,CVx,'r');
39 grid;
40 title('convolution et auto-convolution');
41 xlabel('temps en secondes');
42 ylabel('amplitude du signal');
43 legend('convolution entre x et y','auto-convolution de x');

```



Les figures 2 (cyan) et 3 (bleu) sont identiques, ce qui valide le fait que la convolution entre x et y est égale à la corrélation entre x et y.

Deuxième partie

Prendre un signal $x(t)$ réel, pair.

Calculer la corrélation de ce signal et le produit de convolution de $x(t)$ par lui-même. Conclusion.

Utilisons Matlab pour vérifier nos résultats.

```

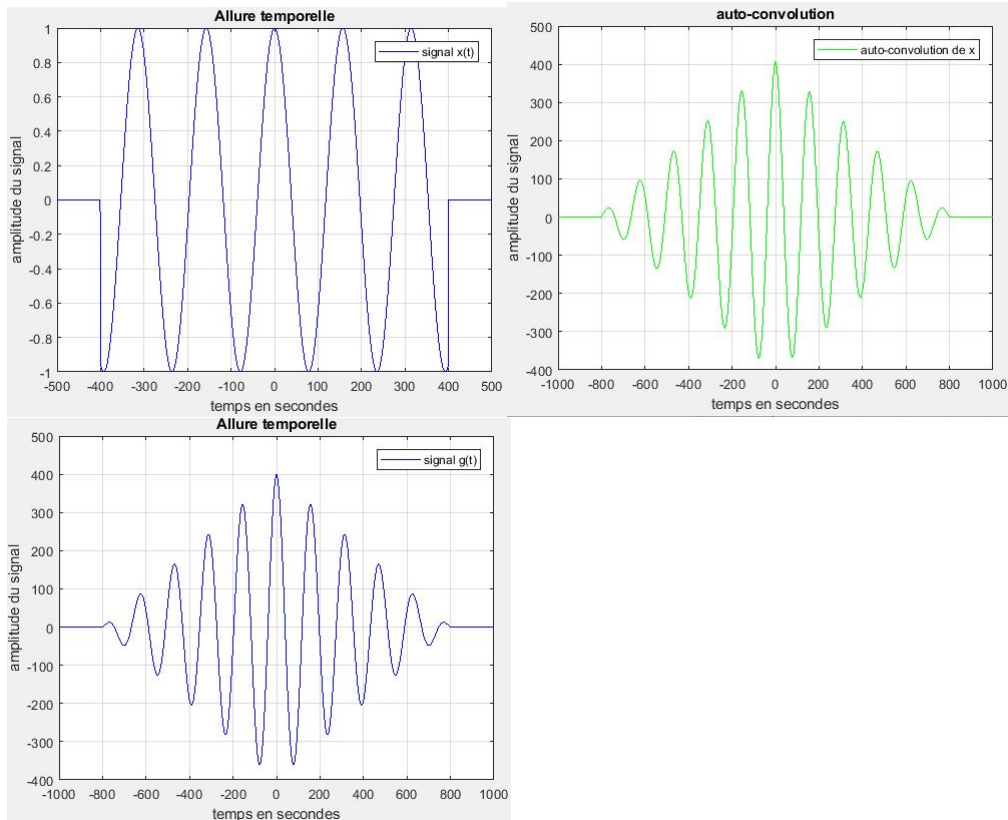
1  clear all;
2  close all;
3  clc;
4
5  t=-500:1:500;
6  f0=0.04;
7
8  x = rectpuls(t,800).*cos(f0*t);
9  % .* permet de faire la multiplication entre deux scalaires et non la
   % → multiplication entre deux matrices lignes
10
11 figure(1);clf
12 plot(t,x,'b');
13 grid;
14 title('Allure temporelle');
15 xlabel('temps en secondes');
16 ylabel('amplitude du signal');
17 legend('signal x(t)');
18
19 [ACx,lagsx] = xcorr(x); % auto-corrélation de x
20 CVx = conv(x,x);      % auto-convolution de x
21
22 figure(2);clf
23 plot(lagsx,CVx,'g');
24 grid;
25 title('auto-convolution');
26 xlabel('temps en secondes');
27 ylabel('amplitude du signal');
28 legend('auto-convolution de x');
29
30 % verification avec la formule calculée
31 g = rectpuls(lagsx,1600).*((1/2*f0)*sin(f0*(2*400-
32 abs(lagsx)))+(0.5)*cos(f0*lagsx).*(2*400-abs(lagsx)));
33
34 figure(3);clf

```

```

35 plot(lagsx,g,'b');
36 grid;
37 title('Allure temporelle');
38 xlabel('temps en secondes');
39 ylabel('amplitude du signal');
40 legend('signal g(t)');

```



Les figures 2 et 3 sont identiques, ce qui valide le résultat de nos calculs de l'auto-convolution de ce signal réel et pair.

Troisième partie

Prendre un signal $y(t)$ complexe.

Calculer $R_y(\tau)$. Calculer $y(t) * y(t)$. Conclusion.

Calculer $R_{yx}(\tau)$ et $R_{xy}(\tau)$. Conclusion.

Utilisons Matlab pour vérifier nos résultats.

```

1  clear all;
2  close all;
3  clc;
4
5  % ici nous écrivons F(t) pour désigner notre signal y(t) complexe
6  F = @(t) (rectpuls(t,800).*t) + 1i.*(rectpuls(t,800).*t);
7  t = -500:1:500;
8
9  figure(1);clf
10 plot3(t, (rectpuls(t,800).*t), (rectpuls(t,800).*t));
11 grid;
12 title('Allure temporelle');
13 xlabel('temps');
14 ylabel('Real');
15 zlabel('Imaginary');
16
17 figure(2);clf
18 plot(t,real(F(t)),'r');
19 grid;
20 title('Allure temporelle');
21 xlabel('temps');
22 ylabel('Real');
23
24 [ACx,lagsx] = xcorr(F(t)); % auto-corrélation de F(t)
25
26 figure(3);clf
27 plot(lagsx,real(ACx),'g');
28 grid;
29 title('auto-corrélation');
30 xlabel('temps en secondes');
31 ylabel('amplitude du signal');
32 legend('auto-corrélation de x');
33
34 % verification avec la formule calculée
35 g = rectpuls(lagsx,1600).*((2/3)*(2*400.^(3)
36 -abs(lagsx).*((lagsx).^(2)+3*400.*(400-abs(lagsx))))
37 -(lagsx).^(2).*(2*400-abs(lagsx)));
38
39 figure(4);clf
40 plot(lagsx,g,'r');
41 grid;

```



```

42 title('auto-corrélation');
43 xlabel('temps en secondes');
44 ylabel('amplitude du signal');
45 legend('auto-corrélation de x');
46
47 CVx = conv(F(t),F(t)); % auto-convolution de F(t)
48
49 figure(5);clf
50 plot(lagsx,imag(CVx),'g');
51 grid;
52 title('auto-convolution');
53 xlabel('temps en secondes');
54 ylabel('amplitude du signal');
55 legend('auto-convolution de x');
56
57 % verification avec la formule calculée
58 g = rectpuls(lagsx,1600).*-1i.*((2/3)*(2*400.^(3)
59 -abs(lagsx).*((lagsx).^(2)+3*400.*(400-abs(lagsx))))
60 -(lagsx).^(2).*(2*400-abs(lagsx)));
61
62 figure(6);clf
63 plot(lagsx,imag(g),'r');
64 grid;
65 title('auto-convolution');
66 xlabel('temps en secondes');
67 ylabel('amplitude du signal');
68 legend('auto-convolution de x');
69
70 % question 3.2
71 f0=0.04;
72 x = rectpuls(t,800).*cos(f0*t);
73
74 [CorxF,lagsxF] = xcorr(x,F(t)); % corrélation entre x et F(t)
75 [CorFx,lagsFx] = xcorr(F(t),x); % corrélation entre F(t) et x
76
77 figure(7);clf
78 plot(lagsxF,imag(CorxF),'g');hold on;
79 plot(lagsxF,real(CorxF),'r');
80 grid;
81 title('corrélation entre x et F(t)');
82 xlabel('temps en secondes');
83 ylabel('amplitude du signal');
84 legend('partie imaginaire','partie réelle');
85

```

```

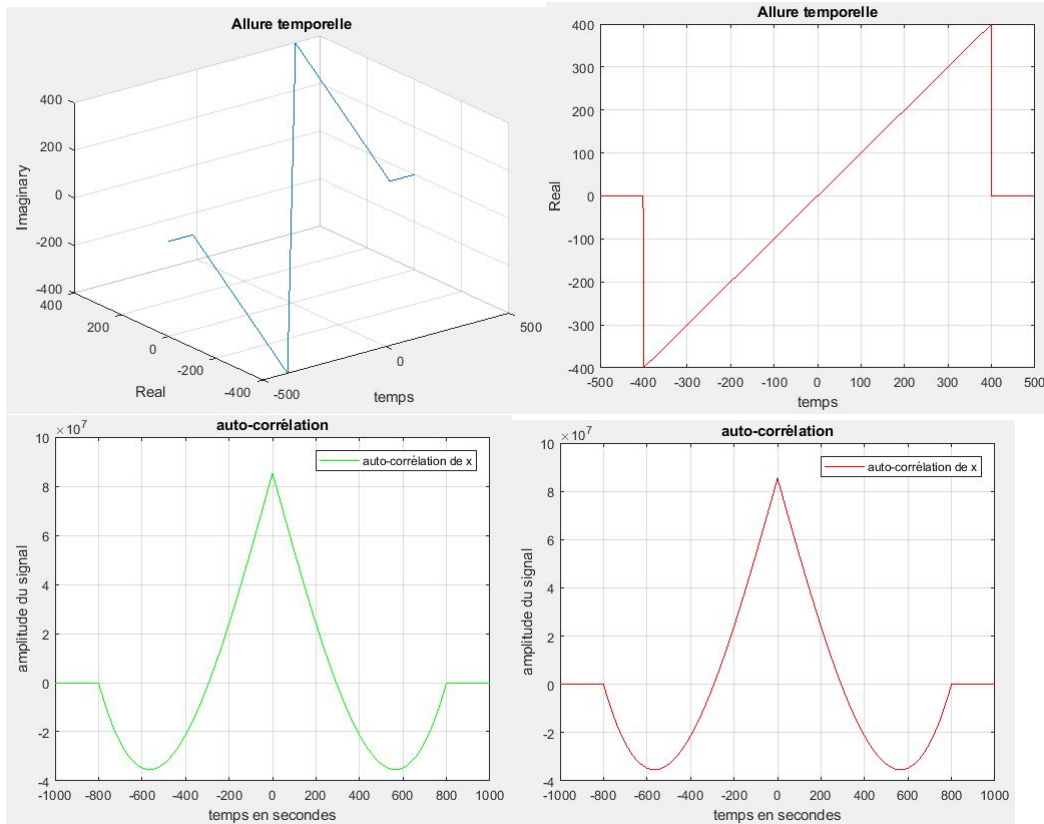
86 % verification avec la formule calculée
87 % heaviside(x) returns the value 0 for x < 0, 1 for x > 0, and 1/2 for x = 0
88
89 % pour lagsxF positif;
90 h1 = rectpuls(lagsxF,1600).*((1+1i).*((1/f0).*(400.*sin(f0.*400)
91 -(lagsxF-400).*sin(f0*(lagsxF-400)))+(1/f0).*(cos(f0*400)-cos(f0.*(lagsxF-400))))
92 -(lagsxF/f0).*(sin(f0*400)-sin(f0.*(lagsxF-400)))));
93
94 % pour lagsxF négatif;
95 h2 =
96     ↪ rectpuls(lagsxF,1600).*((1+1i).*((1/f0).*((lagsxF+400).*sin(f0.*(lagsxF+400))
97 -400.*sin(f0.*400)+(1/f0).*(cos(f0.*(lagsxF+400))-cos(-f0.*400)))
98 -(lagsxF/f0).*(sin(f0.*(lagsxF+400))+sin(f0.*400)))));
99
100 h = heaviside(lagsxF).*h1 + heaviside(-lagsxF).*h2;
101
102 figure(8);clf
103 plot(lagsxF,imag(h),'r');
104 grid;
105 title('auto-convolution');
106 xlabel('temps en secondes');
107 ylabel('amplitude du signal');
108 legend('auto-convolution de x');
109
110 figure(9);clf
111 plot(lagsFx,imag(CorFx),'g');hold on;
112 plot(lagsFx,real(CorFx),'r');
113 grid;
114 title('corrélation entre F(t) et x');
115 xlabel('temps en secondes');
116 ylabel('amplitude du signal');
117 legend('partie imaginaire = partie réelle');
118
119 % verification avec la formule calculée
120
121 % pour lagsxF positif;
122 k1 = rectpuls(lagsFx,1600).*((1/f0).*(400.*sin(f0.*(400-lagsFx))
123 +(lagsFx-400).*sin(f0.*400)+(1/f0).*(cos(f0.*(400-lagsFx))-cos(-f0.*400)))));
124
125 % pour lagsxF négatif;
126 k2 = rectpuls(lagsFx,1600).*((1/f0).*((lagsFx+400).*sin(f0.*400)
127 -400.*sin(f0.*(lagsFx+400)))+(1/f0).*(cos(f0.*400)-cos(f0.*(400+lagsFx)))));
128
129 k = heaviside(lagsFx).*k1 + heaviside(-lagsFx).*k2;

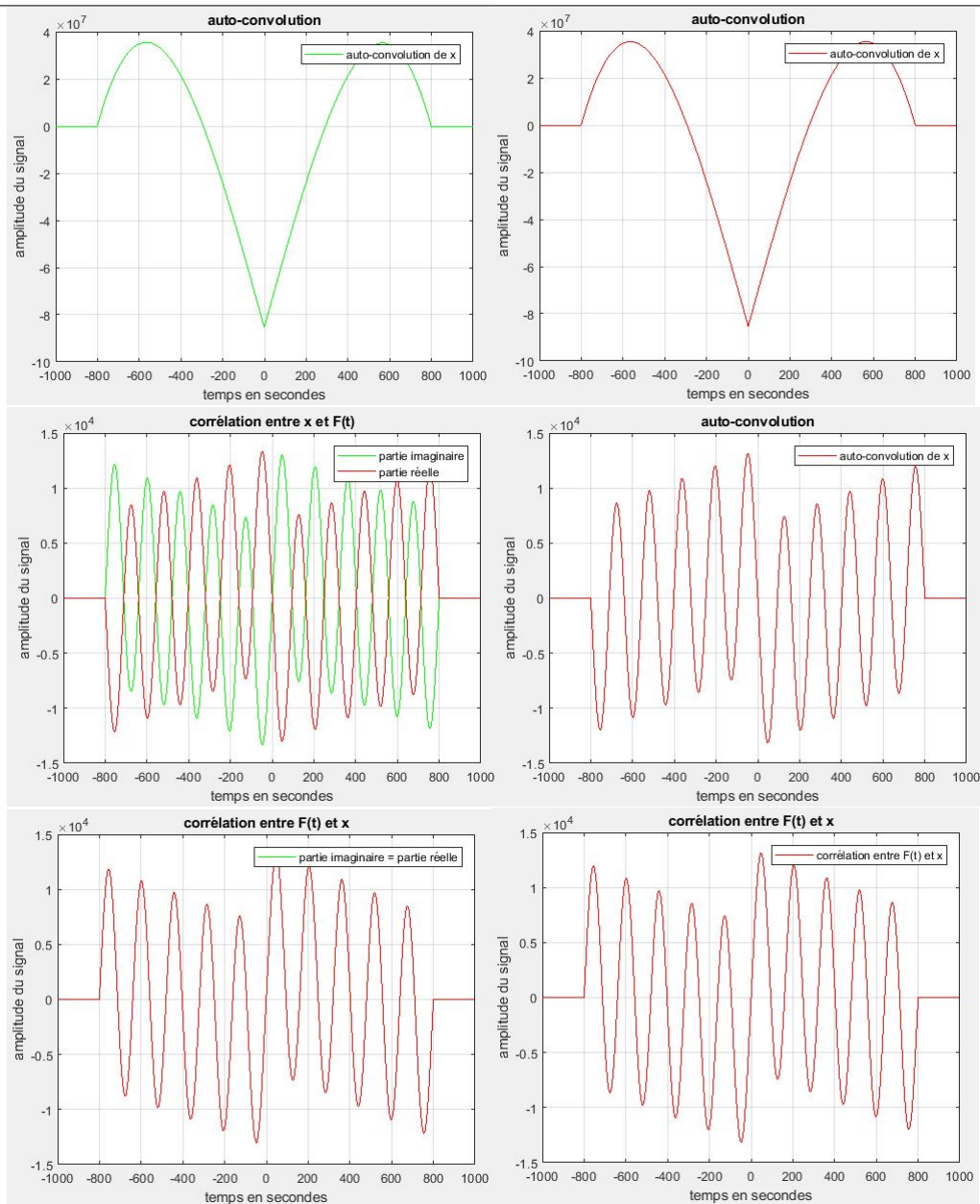
```

```

129 figure(10);clf
130 plot(lagsFx,k,'r');
131 grid;
132 title('corrélacion entre F(t) et x');
133 xlabel('temps en secondes');
134 ylabel('amplitude du signal');
135 legend('corrélacion entre F(t) et x');
136

```





Les figures 1 et 2 permettent de visualiser notre fonction respectivement selon les deux axes du plan complexe en fonction du temps puis selon l'axe des réels en fonction du temps.

Mis à part ces 2 premières figures, le reste est organisé de manière à ce que l'on ait la visualisation du calcul par matlab à gauche et la visualisation de notre calcul (fait sur des feuilles annexes) à droite.

Nous remarquons que l'auto-corrélation et l'auto-convolution de $y(t)$ ont des allures très similaires, ce qui a été démontré par le calcul.

Conclusion

Pour conclure, ce projet nous a permis d'appliquer les méthodes de calcul vues en cours.

Ce projet a été enrichissant car il nous a permis de renforcer nos connaissances en LaTeX et en Matlab.

Malgré quelques difficultés initiales concernant l'affichage sur Matlab, ce projet nous a permis d'être plus rigoureux et de nous servir de la documentation afin de répondre à nos problèmes.