دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی‌تکنیک تهران)
دانشکده مهندسی کامپیوتر

درس روش پژوهش

گزارش نوشتاری

آشنایی مقدماتی با محاسبات کوانتومی از دید مهندسی کامپیوتر

نگارش

هلیا اکبری

استاد راهنما

دکتر حامد فربه

خرداد ۱۴۰۳

بسم الله الرحمن الرحیم

Amirkabir University of Technology
(Tehran Polytechnic)

Department of computer engineering

M. Sc. Thesis

An introdunction to quantum computing from computer engineering standpoint

By

Helia Akbari

Supervisor

Dr. Hamed Farbeh

June 2024

سپاس‌گزاری

از استاد گرامی جناب آقای دکتر حامد فربه که در انتخاب و پیشبرد این پروژه به عنوان استاد پروژه و به عنوان راهنما، در طول دوران تحصیلی این جانب، کمک های فراوانی داشته‌اند، کمال تشکر را دارم.

هلیا اکبری
خرداد ۱۴۰۳

چکیده

محاسبات کوانتوم عبارتی است که در همه فیلم های علمی‌تخیلی به گوش میخورد. عموم جامعه هیچ آگاهی در این زمینه ندارند و حتی تصوری از استفاده ی آن و پیشرفت های این زمینه ندارند. دانشجویان حوزه مهندسی کامپیوتر نیز به دنبال این زمینه نمیروند یا کمتر میروند چرا که تصور دارند این زمینه نیاز به دانش فیزیک پیشرفته و مکانیک پیشرفته دارد یا اساسا بدون کاربرد و برای آینده ی دور است. این مقاله قصد دارد محاسبات کوانتوم را برای دانشجویان کامپیوتری که به ساختار کامپیوتر، مسائل روز دنیای کامپیوتر و الگوریتم های رایج کامپیوتری آشنایی دارند، به صورت کاربردی و ملموس با آموخته‌هایشان توضیح دهد.

ابتدا با توضیح مفاهیم پایه همچون ریاضی کوانتومی، ویژگی های معادلات کوانتومی، ماهیت متغیر های کوانتومی، و قوانین حاکم بر دنیای کوانتوم شروع میکنیم. سپس، تعدادی از الگوریتم هایی که با محاسبات کوانتومی میتوان به آنها رسید و دلیل اهمیتشان را شرح میدهیم. در همین راستا، از کابرد های مختلف محاسبات کوانتومی خواهیم گفت و در نهایت، خواننده را با محدودیت هایی که ما را از این دنیای جدید و ناشناخته دور میسازد، آشنا خواهیم ساخت.

واژه‌های کلیدی:

محاسبات کوانتوم، کوانتوم، آشنایی، مهندسی کامپیوتر، کامپیوتر کوانتومی

فهرست مطالب

فهرست تصاویر

شکل صفحه

فهرست جداول

جدول صفحه

فصل اول

مقدمه

بر اساس قانون مور [1] قدرت پردازنده های کامپیوتر های کلاسیک هر دو سال، دو برابر میشود. اما این رویه تا حدی ادامه خواهد داشت که محدودیت های دنیای فیزیک کلاسیک به آن اجازه دهند. چرا که اندازه ی اعضای تشکیل دهنده ی پردازنده ها به حدی کوچک میشود که ناخودآگاه وارد فضای کوچک کوانتوم [2] میشوند. پیشبینی میشود این اتفاق در سال ۲۰۵۰ رخ دهد.
پیچیدگی محاسباتی [3] برخی الگوریتم ها در کامپیوتر های کلاسیک کمتر قابلیت کاهش ندارند. در حالی که کامپیوتر های کوانتومی، در تئوری میتوانند با مقدار بزرگی داده همانند یک واحد داده برخورد کنند و پیچیدگی محاسباتی الگوریتم ها را کاهش دهند. [۲] به طور کلی، محاسبات کوانتومی از کنش و واکنش مواد در جهان در سطح ذرات تشکیل دهنده ی آن بهره میگیرد و بر روی بستر پدیده ی نسبیت خاص [4] پایه‌گذاری شده‌است.
برای مثال، کامپیوتر کلاسیک مشکلی در پیدا کردن نام فرد موردنظر در یک کتاب تلفن ندارند. اما برای مسائل ریاضی بهینه سازی پیچیده [5] که مسائلی هستند که برای پیدا کردن حالت بهینه با توجه به متغیر های مختلف است، کامپیوتر های کلاسیک پاسخگو نیستند. از جمله این مسائل میتوان به اختصاص دادن منابع در ساخت یک برج بزرگ برای بدست آوردن کمترین خرج ممکن اشاره کرد. چنین مسائلی در همه ی خوزه ها وجود دارند و کامپیوتر های کوانتومی برای اجرای این الگوریتم ها بسیار مناسب هستند. [۳]

۱-۱ خواص دنیای محاسبات کوانتومی

۱-۱-۱ کیوبیت

کیوبیت ها [6] در کامپیوتر های کوانتومی، معادل بیت ها [7] در کامپیوتر های کلاسیک هستند. یک بیت یا در حالت صفر قرار دارد یا در حالت یک قرار دارد. تفاوت کیوبیت ها در این است که میتوانند حالی به جز صفر یا یک داشته باشند یا میتوان گفت برهم‌نهی [8] حالات را شاهد هستیم. درنتیجه، کیوبیت میتواند حالات بیشتری از بیت داشته باشد. هر کیوبیت، به یک احتمالی میتواند یک باشد و به یک احتمالی میتواند صفر باشد.

$$|\Psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle = \begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\end{bmatrix} \tag{۱-۱}$$

[1] Moore's law
[2] Quantum
[3] Computational complexity
[4] Special relativity
[5] Complex mathematical optimizing
[6] Qubits
[7] bits
[8] superposition

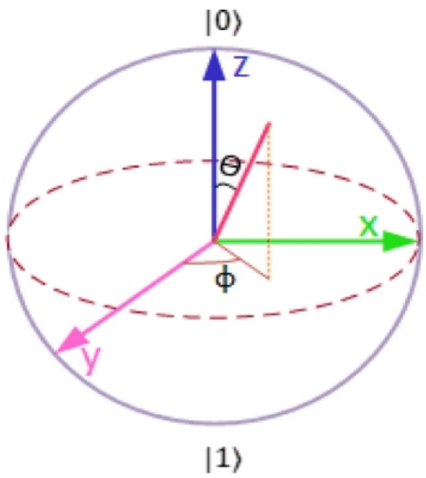
به طوری که α و β شدت احتمال هستند و هر دو اعداد مختلط هستند به طوری که

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1 \tag{۱-۲}$$

فضای حالتی که این دو متغیر تشکیل میدهند، یک فضای مختلط دو بعدی است. حالات خاص صفر و یک، یک فضای بردار پایه ای [۹] برای این فضای برداری تشکیل میدهند.

$$|0\rangle = (0,1) and\, |1\rangle = (1,0) \tag{۱-۳}$$

در شکل پایین، میتوانید کره ی بلاچ [۱۰] که نوعی بازنمایی هندسی از حالت یک کیوبیت است، را مشاهده کنید. این بازنمایی را میتوانید به تعداد نامحدودی کیوبیت هم انطباق دهید. به طوری که با داشتن n



شکل ۱-۱: بازنمایی کیوبیت در کره بلاچ

کیوبیت نیاز به نگهداری n^2 عدد خواهید داشت. این حالت زمانی رخ میدهد که n کیوبیت درهم‌تنیده [۱۱] شوند به طوری که باهم یک حالت را تشکیل دهند و نتوان آن ها را جدا کرد. [۱] همچنان جمع مجذور همه ی مقادیر باید برابر با یک شود. نمایش انتزاعی دو کیوبیت به شکل زیر خواهد بود:

$$|\Psi\rangle = \alpha_0\,|00\rangle + \alpha_1\,|01\rangle + \alpha_2\,|10\rangle + \alpha_3\,|11\rangle = \begin{bmatrix}\alpha_0\\ \alpha_1\\ \alpha_2\\ \alpha_3\end{bmatrix} \tag{۱-۴}$$

[9] orthonormal basis
[10] Bloch's sphere
[11] entangled

نمایش دو کیوبیت در فرم ماتریسی و دیراک [۱۲] :

$$|00\rangle = \begin{bmatrix}\alpha_1\\ \alpha_0\\ \alpha_0\\ \alpha_0\end{bmatrix} ;|01\rangle = \begin{bmatrix}\alpha_0\\ \alpha_1\\ \alpha_0\\ \alpha_0\end{bmatrix} ;|10\rangle = \begin{bmatrix}\alpha_0\\ \alpha_0\\ \alpha_1\\ \alpha_0\end{bmatrix} ;|11\rangle = \begin{bmatrix}\alpha_0\\ \alpha_0\\ \alpha_0\\ \alpha_1\end{bmatrix} \tag{۱-۵}$$

۱-۱-۲ ضرب تانسوری

ضرب تانسوری [۱۳] ، عملیاتی است که بین دو ماتریس میتوان انجام داد. این عملیات، یکی از بخش های اصلی محاسبات کوانتومی است. برای اینکه بتوان سیستم های چند-کیوبیتی [۱۴] را به صورت ریاضی نمایش داد، از این عملیات استفاده میشود. به این صورت که اگر M یک ماتریس (p, q) باشد و N یک ماتریس (x, y) باشد، ماتریس ضرب تانسوری آنها یک ماتریس (px, qy) خواهد بود. [۱] این ضرب را میتوان با یک گیت کوانتومی [۱۵] اعمال کرد.

$$M = \begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix} ;N = \begin{bmatrix}b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\end{bmatrix} \tag{۱-۶}$$

$$M \oplus N = \begin{bmatrix}a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{12}b_{11} & a_{12}b_{12}\\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & a_{12}b_{21} & a_{12}b_{22}\\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} & a_{22}b_{11} & a_{22}b_{12}\\ a_{21}b_{21} & a_{21}b_{22} & a_{22}b_{21} & a_{22}b_{22}\end{bmatrix} \tag{۱-۷}$$

برای ضرب تانسوری دو کیوبیت خواهیم داشت:

$$|0\rangle \oplus |1\rangle = \begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\ 1\\ 0\\ 0\end{bmatrix} = |01\rangle \tag{۱-۸}$$

[12] Dirac
[13] Tensor product
[14] multiple-qubit systems
[15] quantum gate

کتاب‌نامه

[1] Bhat, Hilal Ahmad, Khanday, Farooq Ahmad, Kaushik, Brajesh Kumar, Bashir, Faisal, and Shah, Khurshed Ahmad. Quantum computing: Fundamentals, implementations and applications. IEEE Open Journal of Nanotechnology, 3:61–77, 2022.

[2] Devoret, M.H. and Schoelkopf, R.J. Superconducting circuits for quantum information: an outlook. Science, 339(6124):1169–1174, 2013.

[3] Devoret, M.H. and Schoelkopf, R.J. Superconducting circuits for quantum information: an outlook. Science, 339(6124):1169–1174, 2013.